

ĐỀ THI KHU VỰC GIẢI TOÁN THPT TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY

ĐỀ THI NĂM 2001

■ DÀNH CHO LỚP 10

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 5 chữ số thập phân.

Bài 1. Tìm các ước nguyên tố nhỏ nhất và lớn nhất của số $215^2 + 314^2$.

Đáp số: 97 và 1493

Bài 2. Tìm số lớn nhất và số nhỏ nhất trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 7.

Đáp số: 1929354 và 1020334

Bài 3. Hãy sắp xếp các số sau đây theo thứ tự tăng dần:

$$a = \sqrt[5]{\frac{3}{5}}, b = \sqrt[16]{\frac{26}{125}}, c = \sqrt[10]{\left(\frac{245}{247}\right)^{17}}, d = \frac{45}{46}$$

Đáp số: a, b, d, c

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức .

$$[0, (5) \times 0, (2)]: \left(3\frac{1}{3} : \frac{33}{25}\right) - \left(\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{3}\right) : \frac{4}{3}$$

Đáp số: $-\frac{79}{225}$

Bài 5. Tính gần đúng giá trị của biểu thức .

$$\sqrt{2 + \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 + \dots + \sqrt[8]{8 + \sqrt[9]{9}}}}}$$

Đáp số: 1,91164

Bài 6. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm A(1; 3), B(-2; 4), C(-3; -5) và đường thẳng $y = (m + 1)x + m^2 + 2$.

a) Tính tọa độ các giao điểm của parabol với đường thẳng khi $m = 1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho parabol và đường thẳng có điểm chung.

Đáp số: $\left(\frac{-7 + \sqrt{154}}{7}; \frac{7 + 2\sqrt{154}}{7}\right), \left(\frac{-7 - \sqrt{154}}{7}; \frac{7 - 2\sqrt{154}}{7}\right),$

$$\frac{33 - 2\sqrt{11991}}{75} \leq m \leq \frac{33 + 2\sqrt{11991}}{75}$$

Bài 7. Cho tam giác vuông với các cạnh bên có độ dài là và . Hãy tính tổng các bình phương của các trung tuyến.

Đáp số: 6,37784

Bài 8. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính $R = \text{cm}$, góc OAB bằng $51^{\circ}36'23''$ góc OAC bằng $22^{\circ}18'42''$.

A) Tính diện tích và cạnh lớn nhất của tam giác khi tâm O nằm trong tam giác.

b) Tính diện tích và cạnh nhỏ nhất của tam giác khi tâm O nằm ngoài tam giác.

Đáp số: a) $S_{ABC} = 216 \cos 51^{\circ}36'23'' \cos 22^{\circ}18'42'' \sin 73^{\circ}55'5'' \text{ cm}^2$
 $\approx 119,24894 \text{ cm}^2$;

$$BC = \sin 73^{\circ}55'5'' \text{ cm} \approx 19,97124 \text{ cm}$$

b) $S_{ABC} = 216 \cos 51^{\circ}36'23'' \cos 22^{\circ}18'42'' \sin 29^{\circ}17'41'' \text{ cm}^2$
 $\approx 60,72515 \text{ cm}^2$;

$$BC = \sin 29^{\circ}17'41'' \text{ cm} \approx 10,16995 \text{ cm}$$

Bài 9. Tính diện tích phần được tô đậm trong hình tròn đơn vị (hình 1).

Đáp số: $36\pi\sqrt{3} - 62 - 27\sqrt{3} + 46,5 \approx 0,84622$

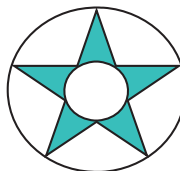


Hình 1

Bài 10. Tính tỉ số diện tích của phần được tô đậm và diện tích phần còn lại trong hình tròn đơn vị (hình 2).

Đáp số:

$$\frac{5 \sin 36^{\circ} (1 + 2 \cos 36^{\circ}) - \pi}{\pi + (1 + 2 \cos 36^{\circ})(\pi + 2\pi \cos 36^{\circ} - 5 \sin 36^{\circ})} \approx 0,26811$$



Hình 2

■ DÀNH CHO LỚP 11

Qui định: Các kết quả tính toán gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định là chính xác tới 5 chữ số thập phân.

Bài 1. Cho phương trình $5^{\sin^2 x} - 5^{\cos^2 x} = k$.

a) Tìm nghiệm (theo đơn vị độ, phút, giây) của phương trình đã cho khi $k = 3,1432$.

b) Nếu là một nghiệm của phương trình đã cho thì giá trị gần đúng với 5 chữ số thập phân của k là bao nhiêu?

c) Tìm tất cả các giá trị của k để phương trình đã cho có nghiệm.

Đáp số: $x \approx 72^{\circ}14'29'' + k180^{\circ}$; $k \approx -2,33916$; $-4 \leq k \leq 4$

Bài 2. Cho với $S_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n}$ $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Tính giá trị gần đúng với 6 chữ số thập phân của S_{15} .

b) Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

Đáp số: $S_{15} \approx 0,75000$; $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0,75$

Bài 3. Ba số dương lập thành một cấp số nhân, có tổng là 2001 và có tích là P.

a) Tính giá trị gần đúng (với 5 chữ số thập phân) của các số đó và xếp theo thứ tự lớn dần, nếu biết $P = 20001$.

b) Tính giá trị nguyên lớn nhất của P để có thể tìm được các số hạng của cấp số nhân đó.

Đáp số: $a \approx 0,37337$; $b \approx 27,14463$; $c \approx 1973,48201$;
 $\max P = 296740963$

Bài 4. Cho phương trình $x + \log_6(47 - 6^x) = m$.

a) Tìm các nghiệm gần đúng với 4 chữ số thập phân của phương trình khi $m = 0,4287$.

b) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Đáp số: $x_1 \approx 2,1483$; $x_2 \approx -1,7196$; $\max m = 3$

Bài 5. Tìm các ước nguyên tố nhỏ nhất và lớn nhất của số $215^2 + 314^2$.

Đáp số: 97 và 1493

Bài 6. Tìm số lớn nhất và số nhỏ nhất trong các số tự nhiên có dạng $\overline{1x2y3z4}$ mà chia hết cho 13.

Đáp số: 1929304 và 1020344

Bài 7. Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông với AB $\perp$ AD, AB $\perp$ BC, SA = SB = AB = BC = 4AD, mặt phẳng (SAB) $\perp$ mặt phẳng (ABCD). Hãy tính góc (theo độ, phút, giây) giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SAB).

Đáp số: $\varphi \approx 42^\circ 43' 50''$

Bài 8. Cho hình nón có đường sinh 10dm và góc ở đỉnh $80^\circ 54' 25''$.

a) Tính giá trị gần đúng với 4 chữ số thập phân của thể tích khối nón.

b) Tính giá trị gần đúng với 6 chữ số thập phân của diện tích toàn phần hình nón.

c) Tính giá trị gần đúng với 6 chữ số thập phân của bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón.

Đáp số: $V \approx 51,7019\text{dm}^3$; $S \approx 336,091083\text{dm}^2$; $R \approx 2,994344\text{dm}$

Đáp số: $\frac{60\pi\sqrt{3} + 72 - 103\pi - 42\sqrt{3}}{105\pi + 42\sqrt{3} - 60\pi\sqrt{3} - 72} \approx 0,5215061$



Hình 4

The diagram shows a stepped polygon ABCDEFGH. The vertices are labeled as follows: A is at the bottom-left corner; B is 6m vertically above A; C is 12m horizontally to the right of B; D is further to the right on the same horizontal line as C; E is 2m vertically below D; F is 4m horizontally to the left of E; G is 2m vertically below F; H is 4m horizontally to the left of G; and the segment HA is horizontal, completing the polygon. The dimensions are: AB = 6m, BC = 12m, HG = 4m, GF = 4m, and ED = 2m.