

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN TRONG DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI
DẠNG 1.1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

- Câu 1.** (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Phương trình $|x - 1| = 2$ có nghiệm là:
A. $x = 1$. B. $x = 3$. C. $x = 3; x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|x - 1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \\ x - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 3; x = -1$.

- Câu 2.** Cho phương trình $|3x - 1| = 2x - 5$ (1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình (1) vô nghiệm.
B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm.
C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.
D. Phương trình (1) có vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Với $x \geq \frac{1}{3}$: (1) $\Leftrightarrow 3x - 1 = 2x - 5 \Leftrightarrow x = -4$ (loại).

Với $x < \frac{1}{3}$: (1) $\Leftrightarrow 1 - 3x = 2x - 5 \Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$ (loại).

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

- Câu 3.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x| = -x$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Chọn D

$\forall x < 0$ luôn thỏa mãn phương trình.

- Câu 4.** Giả sử x_0 là một nghiệm lớn nhất của phương trình $|3x - 4| = 6$. Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG?

- A. $x_0 \in (-1; 0)$. B. $x_0 \in (0; 2)$. C. $x_0 \in (4; 6)$. D. $x_0 \in (3; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$|3x - 4| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4 = 6 \\ 3x - 4 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra $x_0 = \frac{10}{3}$.

- Câu 5.** Phương trình $|2x - 4| + |x - 1| = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Bảng khử giá trị tuyệt đối

x	1		2	
$x-1$	-	0	+	+
$2x-4$	-	-	0	+

Trường hợp 1: $x \leq 1$ (1) $\Leftrightarrow -(2x - 4) - (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} > 1$ loại.

Trường hợp 2: $1 < x \leq 2$ (1) $\Leftrightarrow -(2x - 4) + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \notin (1; 2]$ loại.

Trường hợp 3: $x > 2$ (1) $\Leftrightarrow (2x - 4) + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} < 2$ loại.

- Câu 6.** Phương trình $|x + 1| = 2x + 1$ có tập nghiệm là
A. $S = \{0\}$ **B.** $S = \left\{0; -\frac{2}{3}\right\}$ **C.** $S = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$ **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

$$|x + 1| = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x + 1 = 2x + 1 \\ x + 1 = -2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

- Câu 7.** Phương trình $|3 - x| = |2x - 5|$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$
A. $-\frac{14}{3}$ **B.** $-\frac{28}{3}$ **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** $\frac{14}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $|3-x|=|2x-5| \Leftrightarrow (3-x)^2=(2x-5)^2 \Leftrightarrow (x-2)(-3x+8)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\frac{8}{3} \Rightarrow x_1+x_2=\frac{14}{3} \end{cases}$$

Câu 8. (HK1 - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|5x+4|=x+4$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. 0.

C. $-\frac{4}{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: $5x+4=x+4 \Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $5x+4=-(x+4) \Leftrightarrow 6x+8=0 \Leftrightarrow x=-\frac{4}{3}$ (Thỏa mãn)

Vậy phương trình có 2 nghiệm $\begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{4}{3} \end{cases}$

Câu 9. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Tập nghiệm của phương trình $|x-2|=2x-1$ là:

A. $S=\{1\}$.

B. $S=\{-1\}$.

C. $S=\{-1;1\}$.

D. $S=\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

$$|x-2|=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x-2=2x-1 \\ x-2=-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x=-1 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Ta có

Câu 10. Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $|3x-2|=|x-4|$ sao cho $a < b$. Tính $M=3a+2b$.

A. $M=5$.

B. $M=0$.

C. $M=-5$.

D. $M=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$|3x-2|=|x-4| \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2=x-4 \\ 3x-2=-(x-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $a=-1, b=\frac{3}{2}$. Do đó $M=3a+2b=0$

Câu 11. Phương trình $|3x - 2| = x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$|3x - 2| = x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 = x & \left(x \geq \frac{2}{3} \right) \\ 2 - 3x = x & \left(x < \frac{2}{3} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 1.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $|x^2 - 1| = x - 2$ là

A. 0

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} |x^2 - 1| = x - 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (x^2 - 1)^2 = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ (x^2 - x + 1)(x^2 + x - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + x - 3 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \\ x = \frac{-\sqrt{13} - 1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vô nghiệm.

(Giải thích: Phương trình $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm).

DẠNG 1.2 PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2

Câu 13. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Tổng các nghiệm của phương trình sau $|x - 2| = 3x^2 - x - 2$ là:

A. 0

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 1.

D. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$|x - 2| = 3x^2 - x - 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-2=3x^2-x-2 \\ x-2 \leq 0 \\ -x+2=3x^2-x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x^2-2x=0 \\ x \leq 2 \\ 3x^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 0.

- Câu 14.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|2x^2 - 3x - 2| = |x + 2|$.
- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. **C. 3.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$|2x^2 - 3x - 2| = |x + 2| \Leftrightarrow (2x^2 - 3x - 2)^2 = (x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 + 9x^2 + 4 - 12x^3 - 8x^2 + 12x = x^2 + 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 - 12x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(4x^3 - 12x^2 + 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(x-1)(x^2-2x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{3} \\ x=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = 0 + (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) + 1 = 3.$$

- Câu 15.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|x^2 - 2x - 1| = |x^2 - 2|$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$|x^2 - 2x - 1| = |x^2 - 2| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2 \\ x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & (*) \\ 2x^2 - 2x - 3 = 0 & (**) \end{cases}$$

Ta có

Phương trình $(**)$ có tổng hai nghiệm là 1, phương trình $(*)$ có nghiệm là $x = \frac{1}{2}$ nên tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{3}{2}$.

- Câu 16.** Phương trình $|x^2 + 2x - 8| = x - 2$ có số nghiệm là:

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$|x^2 + 2x - 8| = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (x^2 + 2x - 8) = \pm(x - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \begin{cases} x^2 + 2x - 8 = x - 2 \\ x^2 + 2x - 8 = -x + 2 \end{cases} \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 2, x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 2, x = -5 \end{cases}$$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{x-2} = \frac{4}{x^2-4}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$. Với điều kiện đó phương trình đã cho tương đương với phương

trình $\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-4} = \frac{4}{x^2-4} \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$

So sánh điều kiện xác định, PT có 1 nghiệm $x = -3$.

Câu 18. Biết phương trình $\frac{x-1}{2x-3} = -3 + \frac{4}{x+1}$ có một nghiệm là $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính $T = 2a - b + 3c$.

A. $T = 5$.B. $T = -1$.C. $T = 1$.D. $T = -5$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq -1 \end{cases}$

Khi đó, phương trình $\frac{x-1}{2x-3} = -3 + \frac{4}{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = -3(2x-3)(x+1) + 4(2x-3)$

$$\Leftrightarrow 7x^2 - 11x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{65}}{14} \\ x = \frac{11 - \sqrt{65}}{14} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \frac{11 + \sqrt{65}}{14}$ và $x = \frac{11 - \sqrt{65}}{14}$. Từ đó suy ra $a = 11$, $b = 65$, $c = 14$. Vậy $T = -1$.

Câu 19. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{x^2+x+2} - \frac{1}{x^2+x-2} = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + x + 2 \neq 0 \\ x^2 + x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Đặt $t = x^2 + x$ với $t \neq -2$

Phương trình trở thành: $\frac{1}{t+2} - \frac{1}{t-2} = 1 \Rightarrow t-2 - (t+2) = (t+2)(t-2) \Leftrightarrow t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Khi đó: $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ (Thỏa mãn đk). Vậy tích các nghiệm là 0.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x=2(\text{loại})$$

Vậy số nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 21. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Cho phương trình $\frac{x^2 - 3x - 2}{x - 3} = -x$ có nghiệm a .

Khi đó a thuộc tập:

- A. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn B

ĐK $x \neq 3$.

$$\frac{x^2 - 3x - 2}{x - 3} = -x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 2 = -x(x - 3) \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \approx 3,3 \\ x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \approx -0,3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Câu 22. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ, vận tốc trung bình lúc đi là:

- A. 60 km/giờ. B. 45 km/giờ. C. 55 km/giờ. D. 50 km/giờ.

Lời giải

Chọn D

Gọi x km/giờ là vận tốc trung bình lúc đi ($x > 0$)

Khi đó thời gian lúc đi là $\frac{175}{x}$ giờ

Thời gian lúc về là $\frac{175}{x + 20}$

Theo đề bài ta có $\frac{175}{x} + \frac{175}{x + 20} = 6 \quad \hat{=} \quad 6x^2 - 230x - 3500 = 0$

Vậy vận tốc trung bình lúc đi là 50 km/giờ.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN DƯỚI CĂN

Câu 23. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x - 3} = x - 3$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{6; 2\}$. D. $S = \{6\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}\sqrt{2x-3} = x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ 2x-3 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 2x-3 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x=6 \Leftrightarrow x=6 \\ x=2 \end{cases}\end{aligned}$$

Câu 24. Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$.

A. 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned}\sqrt{3x-4} = x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ (\sqrt{3x-4})^2 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 3x-4 = x^2 - 6x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 9x + 13 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{9 - \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{9 + \sqrt{29}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9 + \sqrt{29}}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$ có 1 giao điểm chung.

Câu 25. Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1} = x-2$ bằng:

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

+) Với điều kiện $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ ta có phương trình đã cho tương đương với phương

$$\begin{aligned}2x-1 = (x-2)^2 &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(L) \\ x=5(t/m) \end{cases} \\ \text{trình:} &\end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=5$.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2} = x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{3x-2}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3x-2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Ta có

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15

B. 6

C. 2 và 15

D. 2

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{5x+6}=x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ 5x+6=x^2-12x+36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2-17x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \begin{cases} x=2 \\ x=15 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=15$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=15$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x+7}=2x-1$ là

A. $\left\{ \frac{2-\sqrt{10}}{2}; \frac{2+\sqrt{10}}{2} \right\}$ **B.** $\left\{ \frac{2+\sqrt{10}}{2} \right\}$

C. $\left\{ \frac{2-\sqrt{10}}{2} \right\}$

D. Một phương án khác.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{4x+7}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 4x+7=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x^2-8x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{10}}{2} \quad x = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$$

Vậy

Câu 29. Phương trình $\sqrt{-x^2+4x}=2x-2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3

B. 0

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{-x^2+4x}=2x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2 \geq 0 \\ -x^2+4x=(2x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 5x^2-12x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x=2(n) \\ x=\frac{2}{5}(l) \end{cases} \end{cases}$$

Vậy $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 30. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Số nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x^2 - 2x + 5} = x^2 - 2x + 3 \text{ là}$$

A. 2.

B. 3.

C. 1

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Đặt $t = x^2 - 2x + 5$, ta có phương trình trở thành $\sqrt{t} = t - 2$

$$\sqrt{t} = t - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t = (t - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t^2 - 5t + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t = 1 \Rightarrow t = 4 \\ t = 4 \end{cases}$$

Khi đó $4 = x^2 - 2x + 5 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Thử lại ta thấy $x = 1$ thỏa mãn.

Suy ra phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 31. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + x + 1} = x^2 + x - 1$ là

A. 3.

B. -3

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2 + x + 1} = x^2 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 - \sqrt{x^2 + x + 1} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + x + 1})^2 - \sqrt{x^2 + x + 1} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + x + 1} = -1 \text{ (vn)} \\ \sqrt{x^2 + x + 1} = 2 \text{ (1)} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0$$

$$\text{Do đó: } x_1 x_2 = \frac{-3}{1} = -3$$

Câu 32. Phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x - 5} = x + 1$ có nghiệm:

A. $x = 1$.

B. $x = 2$

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x^2 + 3x - 5} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 2x^2 + 3x - 5 = (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \end{cases}$$

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 9x + 7 = (x - 2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1$ là

A. 0.

B. 1

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2 + 3} = 3x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ x^2 + 3 = (3x - 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 8x^2 - 6x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Kết luận.

Câu 35. Phương trình: $\sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 2.

C. 1

D. Vô Số.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x^2 - x - 12} = 7 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x \geq 0 \\ x^2 - x - 12 = (7 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ 13x = 61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x = \frac{61}{13} (tm) \end{cases}$$

Ta có:

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{61}{13}$.Câu 36. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Số nghiệm của phương trình sau $x - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 1$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$x - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 86 - 19\sqrt{x^2 - 3x + 16} = 0$ là.

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình $x^2 - 3x + 86 - 19\sqrt{x^2 - 3x + 16} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 16 - 19\sqrt{x^2 - 3x + 16} + 70 = 0 (*)$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 3x + 16}$, $t \geq 0$. Khi đó $(*) \Leftrightarrow t^2 - 19t + 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 14 \\ t = 5 \end{cases}$

Với $t = 14 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 16} = 14 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x = -12 \end{cases}$

Với $t = 5 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 16} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 38. Tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x - 1)(x - 3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$ là:

A. 17.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x - 1)(x - 3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 4 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x + 5} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 39. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2 + 5x + 2 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 10} = 0$ là:

A. 5.

B. 13.

C. 10.

D. 25.

Lời giải:

Chọn BĐiều kiện xác định $x^2 + 5x + 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.Khi đó phương trình $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 10 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 10} - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5x + 10} = 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x + 10} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 10} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Câu 40.

Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2 - 3x + 2) = 0$ làA. $S = \emptyset$.B. $S = \{1\}$.C. $S = \{2\}$.D. $S = \{1; 2\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \sqrt{x-2}(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ \sqrt{x-2} = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 41.

(LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Phương trình $\sqrt{x^2 - 1}(\sqrt{2x+1} - x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{+) Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$\text{+) } \sqrt{x^2 - 1}(\sqrt{2x+1} - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} = 0 \\ \sqrt{2x+1} - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0(1) \\ \sqrt{2x+1} = x(2) \end{cases}$$

$$\text{Giải (1): } x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(n) \\ x = -1(l) \end{cases}$$

$$\text{Giải (2): } \sqrt{2x+1} = x \Rightarrow 2x+1 = x^2 \text{ (do } x \geq 1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}(n) \\ x = 1 - \sqrt{2}(l) \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình là 2.

- Câu 45.** Tập nghiệm của phương trình $(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0$ là
- A. $\{1; 2\}$ B. $\{1; 1; 2\}$ C. $[1; 2]$ D. $\{1; 2\}$
- Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 1$.

$$(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ \sqrt{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

So sánh điều kiện kết luận phương trình có nghiệm $x = 1; x = 2$.

- Câu 46.** (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Phương trình $(x^2 - 6x)\sqrt{17 - x^2} = x^2 - 6x$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.
- Lời giải**

Chọn C

$$(x^2 - 6x)\sqrt{17 - x^2} = x^2 - 6x \Leftrightarrow (x^2 - 6x)(\sqrt{17 - x^2} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x = 0 \\ 17 - x^2 \geq 0 \\ \sqrt{17 - x^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = 6(L) \\ |x| \leq \sqrt{17} \\ 17 - x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

- Câu 47.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng:
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Lời giải**

Chọn B

+) Điều kiện: $2x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$.

$$(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)[\sqrt{2x+7} - (x+2)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases}$$

+) $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn).

+) $\sqrt{2x+7} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$.

Câu 48. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{ -2; \frac{1}{2} \right\}$. C. $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$

Điều kiện:

$3-x = x+2 \Leftrightarrow 1 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Phương trình tương đương: (thỏa mãn điều kiện).

$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Vậy phương trình có tập nghiệm .

Câu 49. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x}$ là

A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Thay các nghiệm x vào phương trình thấy $x = \frac{4}{3}$ là nghiệm.

Câu 50. Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ là

A. 3 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ chỉ xác định khi $x=2$.

Thử lại, ta thấy là nghiệm phương trình.

Vậy phương trình chỉ có 1 nghiệm.

Câu 51. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Tìm tập hợp nghiệm của phương trình

$$\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1.$$

A. $\{2\}$.

B. $\{1; -2\}$.

C. $\{-1; 2\}$.

D. $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đk: } -2 \leq x \leq 3$$

$$\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1 \Leftrightarrow 3-x = x+3+2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 3-x-x-3 = 2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow -2x = 2\sqrt{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 52. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Khi đó phương trình } \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 1 + \sqrt{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow x+3 = 1 + 2\sqrt{2x-1} + 2x-1 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1} = -x+3 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+3 \geq 0 \\ 4(2x-1) = (-x+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - 14x + 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 1.

Câu 53. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 2.$$

- Điều kiện:

$$\text{- PT} \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = 1 + \sqrt{2-x} \Leftrightarrow [\sqrt{3x+1}]^2 = [1 + \sqrt{2-x}]^2 \Leftrightarrow 3x+1 = 1 + 2\sqrt{2-x} + 2-x$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2-x} = 4x-2 \Leftrightarrow \sqrt{2-x} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2-x = (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 2-x = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$.

Câu 54. Số nghiệm của phương trình $x^2 + 2x + 2x\sqrt{x+3} = 6\sqrt{1-x} + 7$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $-3 \leq x \leq 1$.

$$\text{Phương trình } x^2 + 2x + 2x\sqrt{x+3} = 6\sqrt{1-x} + 7 \Leftrightarrow (x + \sqrt{x+3})^2 = (3 + \sqrt{1-x})^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x+3} = 3 + \sqrt{1-x} \\ x + \sqrt{x+3} = -(3 + \sqrt{1-x}) \text{ VN} \end{cases} \Leftrightarrow 1-x + \sqrt{1-x} + 2 - \sqrt{x+3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x} \left(\sqrt{1-x} + 1 + \frac{\sqrt{1-x}}{2 + \sqrt{x+3}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1-x} = 0 \text{ (do } \sqrt{1-x} + 1 + \frac{\sqrt{1-x}}{2 + \sqrt{x+3}} > 0, \forall x \in [-3; 1])$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$.

Câu 55. Phương trình $x^2 + 4x + 3 = (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x = a + \sqrt{b}$ với $a, b > 0$. Khi đó: $a + b =$

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
x^2 + 4x + 3 &= (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2} \quad (\text{điều kiện: } x \geq -\frac{1}{3}) \\
&\Leftrightarrow (x+1)[\sqrt{8x+5} - (x+2)] + [\sqrt{6x+2} - (x+1)] \\
&\Leftrightarrow \frac{(x+1)(-x^2+4x+1)}{\sqrt{8x+5}+(x+2)} + \frac{-x^2+4x+1}{\sqrt{6x+2}+x+1} = 0 \\
&\Leftrightarrow (-x^2+4x+1) \left(\frac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)} + \frac{1}{\sqrt{6x+2}+x+1} \right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+4x+1=0 \\ \frac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)} + \frac{1}{\sqrt{6x+2}+x+1} = 0 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ x=2-\sqrt{5} \end{cases}
\end{aligned}$$

Câu 56. Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1-1).(x_2-1)$.

- A. 1. B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$.
- Lời giải**

Chọn B

$$\begin{aligned}
\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} &= \sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-1-\sqrt{3})=0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \sqrt{x-1}=0 \\ \sqrt{x+1}=1+\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x=1 \\ x=3+2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3+2\sqrt{3} \end{cases}
\end{aligned}$$

Suy ra $(x_1-1).(x_2-1)=0$.

Câu 57. Phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-x+1} = 2x-1 + \sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \geq 2$.

$$\text{Khi đó } \sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-x+1} = 2x-1 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1} = 2x-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x^2-x+1=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1(ktm)$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 58. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} + \sqrt{16-x^2} = 4$. Một học sinh giải như sau:
 Bước 1. Điều kiện: $-4 \leq x \leq 4$.

$$t = \sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 - 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow \sqrt{16-x^2} = \frac{8-t^2}{2}$$

Đặt

$$t + \frac{8-t^2}{2} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$$

Bước 2. Ta được phương trình

$$\text{Bước 3. Với } t=0 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 4 \Leftrightarrow 16-x^2 = 16 \Leftrightarrow x=0$$

$$\text{Với } t=2 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 2 \Leftrightarrow 16-x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy phương trình có tập nghiệm } S = \{0; -2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\}$$

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2.

B. Lời giải trên đúng hoàn toàn.

C. Lời giải trên sai ở bước 1.

D. Lời giải trên sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Ở bước 1, khi đặt $t = \sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 - 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow \sqrt{16-x^2} = \frac{8-t^2}{2}$ thì bản chất của lời giải trên là đưa về phương trình hệ quả. Do đó cần thử lại nghiệm ở bước 3.

Câu 59.

Giải phương trình trên tập số thực:

$$\frac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1} = 2.$$

A. $x=1$.

B. $x=4$.

C. $\begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$

D. $x \in \emptyset$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giải phương trình trên tập số thực: } \frac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1} = 2$$

Giải phương trình trên tập số thực:

$$\begin{cases} 5x-4x^2 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{5}{4} \\ x \neq 1 \end{cases} (*)$$

Điều kiện xác định của phương trình:

$$\text{Từ phương trình: } \frac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1} = 2 \Rightarrow \sqrt{5x-4x^2}-x = 2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x-4x^2} = 3x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ 5x-4x^2 = 9x^2-12x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ 13x^2-17x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x=1 \\ x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện (*) thì $x=1$, $x=4$ đều không thỏa mãn điều kiện phương trình ban đầu.

Vậy phương trình vô nghiệm.

- Câu 60.** Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}} = 0$
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Lời giải**

Chọn A

Điều kiện $x \geq 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ \sqrt{x-3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Khi đó pt duy nhất $x = 3$. Kết hợp với điều kiện suy ra phương trình có nghiệm

- Câu 61.** (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x} + \frac{2-x}{\sqrt{x-3}} = 0$ là
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Lời giải**

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 3 \end{cases}$

Hệ bất phương trình vô nghiệm. Suy ra phương trình ban đầu vô nghiệm.

- Câu 62.** (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Số nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5) = 2\sqrt{x^2+5x-2} - 2$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3
- Lời giải**

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x^2+5x-2}$ ta được phương trình: $t^3 + 2 = 2t - 2 \Leftrightarrow t^3 - 2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -2$

Với $t = -2 \Rightarrow \sqrt{x^2+5x-2} = -2 \Leftrightarrow x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

- Câu 63.** (LẦN 01_VĨNH YÊN_VĨNH PHÚC_2019) Phương trình $\sqrt{x^2+481} - 3\sqrt{x^2+481} = 10$ có hai nghiệm α, β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây ?
- A. $[2; 5]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-10; -6]$. D. $[-5; -1]$.
- Lời giải**

Chọn B

Đặt $t = \sqrt[4]{x^2 + 481}, t \geq \sqrt[4]{481}$. Phương trình đã cho trở thành :

$$t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases} \text{ .Đổi chiều điều kiện, loại } t = -2 \text{ .}$$

$$\text{Với } t = 5 \Rightarrow \sqrt[4]{x^2 + 481} = 5 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = \pm 12 \Rightarrow \alpha = 12, \beta = -12$$

Do đó : $\alpha + \beta = 0 \in [-1; 1]$. Chọn **B**.

Câu 64. (**Nông Công - Thanh Hóa - Lần 1 - 1819**) Phương trình: $2x^2 + 5x - 1 = 7\sqrt{x^3 - 1}$ có nghiệm là $a \pm \sqrt{b}$ thì $2a - b$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x \geq 1$.

$$\text{Ta có } 2x^2 + 5x - 1 = 7\sqrt{x^3 - 1} \Leftrightarrow 2(x^2 + x + 1) + 3(x - 1) = 7\sqrt{(x - 1)(x^2 + x + 1)} \quad (1)$$

Với $x = 1$ ta thấy không thỏa mãn ⁽¹⁾ nên không phải là nghiệm.

Với $x \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 2(x^2 + x + 1) + 3(x - 1) = 7\sqrt{(x - 1)(x^2 + x + 1)} \Leftrightarrow 2\frac{x^2 + x + 1}{x - 1} - 7\sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x - 1}} + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x - 1}} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{x - 1}} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 3x + 5 = 0 \\ x^2 - 8x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{6} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 4$ và $b = 6$. Do đó, $2a - b = 2.4 - 6 = 2$.

Câu 65. (**LẦN 01_VĨNH YÊN_VĨNH PHÚC_2019**) Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm

$$x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}, a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20. \text{ Tính giá trị biểu thức } P = a^3 + 2b^2 + 5c.$$

A. $P = 61$

B. $P = 109$

C. $P = 29$

D. $P = 73$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x - \frac{1}{x} \geq 0 \\ 1 - \frac{1}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x-1)(x+1)}{x} \geq 0 \\ \frac{x-1}{x} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Điều kiện

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow x < \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$$

$$x \geq 1 \Rightarrow x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \Leftrightarrow x - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \sqrt{x - \frac{1}{x}} \Leftrightarrow x^2 + 1 - \frac{1}{x} - 2\sqrt{x^2 - x} = x - \frac{1}{x}$$

Xét

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2\sqrt{x^2 - x} + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - x} - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} (tm) \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} (l) \end{cases}$$

$$a=1, b=5, c=2 \Rightarrow P = a^3 + 2b^2 + 5c = 61$$

DẠNG 4. ĐỊNH LÍ VI-ET VÀ ỨNG DỤNG

Câu 66. Cho phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Biết rằng $x_1 = 1$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu?

A. 2

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo định lí Viet} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$$

Câu 67. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 9 = 0$. Chọn đáp án đúng.

A. $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 6$

B. $x_1x_2(x_1 + x_2) = 27$

C. $x_1x_2 = 9$

D. $x_1 + x_2 = 3$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo Viét, ta có:} \quad \begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{-3}{1} = 3 \\ P = x_1x_2 = \frac{-9}{1} = -9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 = 3$$

Câu 68. Phương trình $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ có tổng hai nghiệm bằng

- A. không tồn tại B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình thỏa mãn $a+b+c=0$ nên luôn có 2 nghiệm

$$-\frac{3}{-2} = \frac{3}{2}$$

Theo định lý Viet ta có tổng hai nghiệm bằng

Câu 69. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 13 = 0$

- A. -22 B. 4 C. 30 D. 28

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta' = 1 + 13 = 14$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Áp dụng định lý Viet ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -13 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2^2 - 2(-13) = 4 + 26 = 30$$

Câu 70. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $4x^2 - 7x - 1 = 0$. Khi đó giá trị biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2$ là

- A. $\frac{41}{16}$ B. $\frac{41}{64}$ C. $\frac{57}{16}$ D. $\frac{81}{64}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo định lý Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{4} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}; M = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{57}{16}$$

DẠNG 5. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

DẠNG 5.1 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH CÓ n NGHIỆM

DẠNG 5.1.1 ĐIỀU KIỆN CÓ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Câu 71. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x - (x+1) = 0$ vô nghiệm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m_0 \in \emptyset$ B. $m_0 \in (-2; 0)$ C. $m_0 \in [0; 1]$ D. $m_0 \in (-1; 1)$

Lời giải

Chọn B

$$(m+2)x - (x+1) = 0 \Leftrightarrow (m+1)x - 1 = 0$$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 72. (THPT Nữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Với m bằng bao nhiêu phương trình $mx + m - 1 = 0$ vô nghiệm?

- A. $m=0$ và $m=1$. B. $m=1$. C. $m=0$ D. $m=-1$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $mx + m - 1 = 0$ vô nghiệm: $\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 0-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$

Câu 73. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(m^2 - 1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ vô nghiệm?

- A. $m=1$. B. $m=-1$ C. $m=-2$. D. $m=-3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $(m^2 - 1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-1 \\ m^2 + 2m - 3 \neq 0 \end{cases}$

Câu 74. Phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- A. $m \neq \pm 2; m \neq -3$. B. $m \neq -2$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq \pm 2$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

Khi đó nghiệm duy nhất của phương trình bằng $x = \frac{3m+6}{m^2-4} = \frac{3}{m-2}$

Câu 75. Tìm m để phương trình sau có nghiệm $(m-1)x - 2 = 0$.

- A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=0$. D. $m \neq 1$

Lời giải

Chọn D

$ax + b = 0$ có nghiệm khi $a \neq 0 \Leftrightarrow m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 76. Phương trình $m^2x + 2 = x + 2m$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $m \neq \pm 1$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $(m^2 - 1)x = 2(m - 1)$

$$\Rightarrow \text{phương trình có tập nghiệm } S = \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow \text{Chọn D}$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Câu 77. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 10]$ để phương trình $(m+1)x = -x + m - 1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng

A. 42

B. 39

C. 48

D. 15

Lời giải

Chọn A

$$(m+1)x = -x + m - 1 \Leftrightarrow (m+2)x = m - 1$$

Ta có

Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

Vì m nguyên, thuộc đoạn $[-5; 10]$ và $m \neq -2$ nên tổng các giá trị của m trong S là:

$$(-5) + (-4) + (-3) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 42$$

DẠNG 5.2.1 ĐIỀU KIỆN CÓ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 78. Phương trình $x^2 - 3x + m + 1 = 0$ (ẩn x) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \neq \frac{5}{4}$

B. $m \leq \frac{5}{4}$

C. $m = \frac{-5}{4}$

D. $m \geq \frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 - 3x + m + 1 = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 4(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^2 - (m-2)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > 6$

B. $m < 6$

C. $m \neq 6$

D. $\forall m$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta > 0$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (m-2)^2 - 8(m-4) > 0 \\ &\Leftrightarrow m^2 - 12m + 36 > 0 \\ &\Leftrightarrow (m-6)^2 > 0 \\ &\Leftrightarrow m \neq 6 \end{aligned}$$

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - x + m - 2 = 0$ có nghiệm là

- A. $m < \frac{9}{4}$. B. $m \geq \frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. **D. $m \leq \frac{9}{4}$.**

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - x + m - 2 = 0 \quad (1); \text{ có } a = 1 \neq 0; \Delta = 1 - 4(m-2) = 9 - 4m.$$

$$(1) \text{ có nghiệm khi } \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}. \text{ Vậy } m \leq \frac{9}{4}.$$

Câu 81. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 - m + 8 = 0$, với m là tham số. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Phương trình luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.**
 B. Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 C. Phương trình có duy nhất một nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 D. Tồn tại một giá trị m để phương trình có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \Delta' = (m+1)^2 - (2m^2 - m + 8) = -m^2 + 3m - 7 = -\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{19}{4} < 0 \text{ với mọi } m \in \mathbb{R}.$$

Suy ra phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 82. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho phương trình $(m-3)x^2 - 2(m-3)x + 1 - m = 0 \quad (1)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

(1) vô nghiệm?

- A. 1.** B. 2. C. 0. **D. 3.**

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m = 3$.

Phương trình (1) trở thành: $-2 = 0$ (vô lý). Vậy $m = 3$ phương trình (1) vô nghiệm.

Trường hợp 1: $m \neq 3$. Phương trình (1) là phương trình bậc hai.

Phương trình ⁽¹⁾ vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = (m-3)^2 - (m-3)(1-m) < 0$

$\Leftrightarrow (m-3)(m-3-1+m) < 0 \Leftrightarrow (m-3)(2m-4) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 3$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên trường hợp này không có m thỏa mãn.

Vậy có 1 số nguyên $m=3$ thỏa mãn phương trình ⁽¹⁾ vô nghiệm.

Câu 83. Phương trình $mx^2 - (2m+3)x + m - 4 = 0$ vô nghiệm khi:

A. $m > \frac{9}{28}$.

B. $m < -\frac{9}{28}$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn B

Xét trường hợp $m=0$. Khi đó PT đã cho có dạng $-3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$ (Không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

Xét trường hợp $m \neq 0$:

PT vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = (2m+3)^2 - 4m(m-4) < 0 \Leftrightarrow 28m+9 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{9}{28}$

Câu 84. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Tìm m để phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$ vô nghiệm.

A. $m < -1$.

B. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 0 \end{cases}$.

C. $m=0$ và $m < -1$.

D. $m=0$ và $m > -1$.

Lời giải

Chọn A

TH1: $m=0$

Phương trình cho trở thành: $-2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Loại $m=0$.

TH2: $m \neq 0$. Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m(m+1) = m+1$

Để phương trình cho vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ (thỏa mãn $m \neq 0$).

Kết luận: $m < -1$.

Câu 85. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m+3)x + 2m+2 = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty; 3]$ là

A. $(-\infty; 2] \cup \{1\}$.

B. $\{1\} \cup (2; +\infty)$.

C. $\{1\} \cup [2; +\infty)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 - (m+3)x + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in (-\infty; 3] \\ x = m+1 \end{cases}$$

Ta có

Do đó, phương trình đã cho có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty; 3]$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m+1=2 \\ m+1>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m>2 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các giá trị của tham số m là $\{1\} \cup (2; +\infty)$.

- Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$.
- A. $m \in (-\infty; 5]$ B. $m \in [-4; -3]$ C. $m \in [-4; 5]$ D. $m \in [3; +\infty)$

Lời giải:

Chọn C

Cách 1: Phương trình có nghiệm khi $\Delta' = 4 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -4$ (1)

Khi đó, phương trình có nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{4+m}$, $x_2 = 1 + \sqrt{4+m}$.

Để phương trình có nghiệm $x \in [0; 4]$ thì $\begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 4 \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$

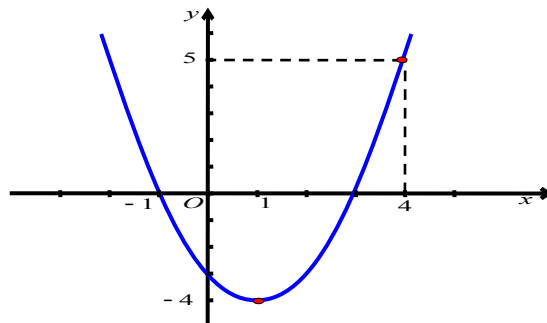
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 1 - \sqrt{4+m} \leq 4 \\ 0 \leq 1 + \sqrt{4+m} \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4+m} \leq 1 \\ \sqrt{4+m} \geq -3 \\ \sqrt{4+m} \geq -1 \\ \sqrt{4+m} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4+m} \leq 1 \\ \sqrt{4+m} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 5$$

So với điều kiện (1), $m \in [-4; 5]$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0; 4]$.

Cách 2: Phương trình đã cho tương đương $m = x^2 - 2x - 3$.

Đặt $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau:



Dựa vào đồ thị. Để phương trình $y = f(x) = x^2 - 2x - 3 = m$ có nghiệm $x \in [0; 4]$ thì $-4 \leq m \leq 5$

- Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$?

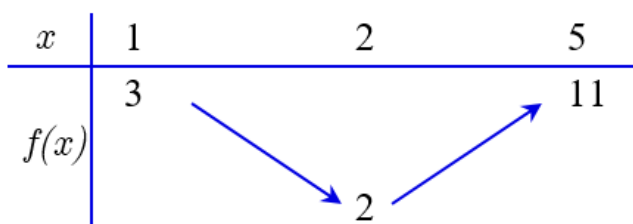
- A. $-1 \leq m \leq -\frac{2}{3}$.
 B. $-1 \leq m < -\frac{2}{3}$.
 C. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -\frac{2}{3}$.
 D. $-\frac{11}{3} \leq m \leq -1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Pt: $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 6 = -3m$.

Xét hàm $f(x) = x^2 - 4x + 6$ trên đoạn $[1; 5]$:



Ghi chú: Đây là parabol nên học sinh lớp 10 lập bảng được mà không cần tới đạo hàm.

Để phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$ thì: $2 < -3m \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m < -\frac{2}{3}$.

DẠNG 5.1.4 PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

- Câu 88.** Phương trình $|(m^2 - 4)x + 2| = 2018$ vô nghiệm khi và chỉ khi
 A. $m = \pm 2$.
 B. $m = 2$.
 C. $m = -2$.
 D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

- Câu 89.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|2x - 5m| = 2x - 3m$ có nghiệm.
 A. $m \in (0; +\infty)$.
 B. $m \in [0; +\infty)$.
 C. $m \in (-\infty; 0)$.
 D. $m \in (-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$|2x - 5m| = 2x - 3m$ (1)

Điều kiện để phương trình đã cho có nghiệm là $2x - 3m \geq 0$ (2)

Với điều kiện (2), ta có:

(1) $\Rightarrow \begin{cases} 2x - 5m = 2x - 3m \\ 2x - 5m = -2x + 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ x = 2m \end{cases}$ (3) (4)

Phương trình (3) có nghiệm $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m = 0$. Kết hợp điều kiện (2), suy ra $2x - 3 \cdot 0 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$.

Nghiệm của phương trình (4) là nghiệm của phương trình (1) $\Leftrightarrow 2x - 3m \geq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2m - 3m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [0; +\infty)$.

Câu 90. Cho phương trình $|m^2x - 6| = |4x - 3m|$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Khi $m = 2$, phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbf{R}$.
- B. Khi $m = -2$, phương trình đã cho vô nghiệm.
- C. Khi $m \neq \pm 2$, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
- D. Khi $m = -2$, phương trình có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Chọn B

Cách 1.

$$|m^2x - 6| = |4x - 3m| \Leftrightarrow \begin{cases} m^2x - 6 = 4x - 3m \\ m^2x - 6 = 3m - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 4)x = 3(2 - m) \\ (m^2 + 4)x = 3(m + 2) \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

Tập nghiệm của phương trình đã cho là hợp của hai tập nghiệm các phương trình (1), (2).

Vì phương trình (2) luôn có nghiệm duy nhất $x = \frac{3(m+2)}{m^2+4}$ với mọi giá trị của tham số m nên phương trình đã cho cũng luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m . Do đó phương án **B sai**.

Cách 2. (Trắc nghiệm)

Trong bốn phương án trên ta thấy có phương án B và D có kết luận trái ngược nhau, nên phương án sai phải nằm một trong hai phương án này. Thay $m = -2$ vào phương trình ta được

$$|4x - 6| = |4x + 6| \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6 = 4x + 6 \\ 4x - 6 = -4x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Do đó với $m = -2$ phương trình có nghiệm nên phương án sai là **B**.

Câu 91. Điều kiện cần và đủ để phương trình $|x+1| + |x-2| - |x-3| = m$ (với m là tham số thực) có hai nghiệm phân biệt là:

- A. $m > 2$.
- B. $m > 1$.
- C. $m > -1$.
- D. $m > -2$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = |x+1| + |x-2| - |x-3| = \begin{cases} -x-1-x+2+x-3, & x \leq -1 \\ x+1-x+2+x-3, & -1 < x \leq 2 \\ x+1+x-2+x-3, & 2 < x \leq 3 \\ x+1+x-2-x+3, & x > 3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -x-2, & x \leq -1 \\ x, & -1 < x \leq 2 \\ 3x-4, & 2 < x \leq 3 \\ x+2, & x > 3 \end{cases}$$

Số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$y=f(x)$	$+\infty$				$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$		
		-1			

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m > -1$.

- Câu 92.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2 - 6|x| + 5| = m$ có 8 nghiệm phân biệt?
- A.** 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 1

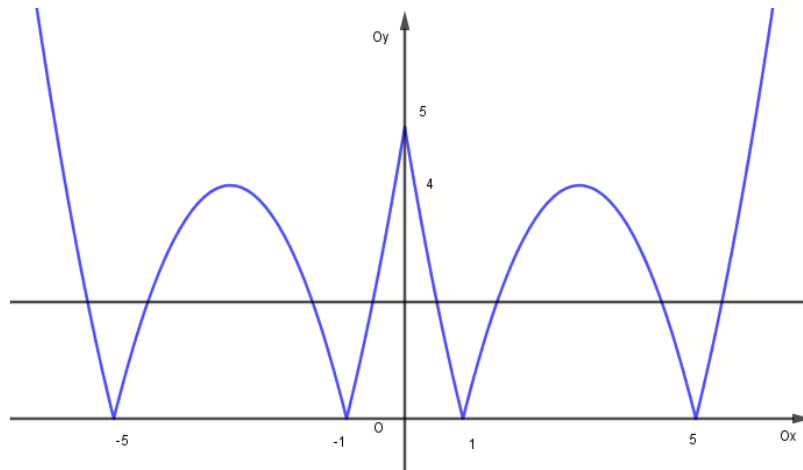
Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6|x| + 5|$.

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$ là hàm số chẵn nên nhận trục Oy là trục đối xứng. Bao gồm đồ thị hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ ở phía bên phải trục Oy và phần lấy đối xứng của nó qua trục Oy .

Đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6|x| + 5|$ bao gồm đồ thị hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$ ở phía bên trên trục Ox và lấy đối xứng phần bên dưới trục Ox qua trục Ox như hình vẽ bên dưới.



Để phương trình $|x^2 - 6|x| + 5| = m$ có 8 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = |x^2 - 6|x| + 5|$ cắt nhau tại 8 điểm $0 < m < 4$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2 - 6|x| + 5| = m$ có 8 nghiệm phân biệt.

- Câu 93.** Số giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2 - 4| = m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt là:
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$|x^2 - 4| = m + 1 (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ x^2 - 4 = m + 1 \\ x^2 - 4 = -m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ x^2 - m - 5 = 0 (1) \\ x^2 + m - 3 = 0 (2) \end{cases}$$

Ta có:

Để phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt thì các phương trình (1);(2) đều có hai nghiệm phân biệt và các nghiệm của phương trình (1) đều không là nghiệm của phương trình (2) và ngược lại.

$$\begin{cases} m \geq -1 \\ m + 5 > 0 \\ -m + 3 > 0 \\ x^2 - m - 5 \neq x^2 + m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > -5 \\ m < 3 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

Khi đó m phải thỏa mãn các điều kiện sau:

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 94.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Phương trình $x^2 - 4|x| + 3 - m = 0 (*)$ có bốn nghiệm phân biệt khi.

- A. $-1 < m \leq 3$ B. $-1 < m < 3$ C. $-1 \leq m \leq 3$ D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Đặt $|x| = t (t \geq 0)$. Khi đó phương trình (*) trở thành $t^2 - 4t + 3 - m = 0$ (1)

Để (*) có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt.

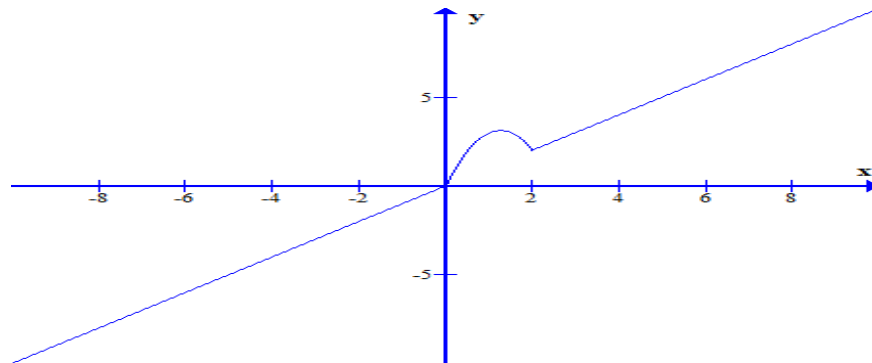
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 > 0 \\ t_1 t_2 = 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

- Câu 95.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^2 - 2x| + 3x - x^2 = m$ có nghiệm
- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ B. $m \in [0; +\infty)$ C. $m \in \mathbb{R}$ D. $m \in [0; 2]$

Lời giải

Chọn C

Xét $y = |x^2 - 2x| + 3x - x^2 = \begin{cases} x & \text{khi } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases} \\ -2x^2 + 5x & \text{khi } 0 < x < 2 \end{cases}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Dựa vào đồ thị ta có đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị với $\forall m \in \mathbb{R}$

Vậy phương trình $|x^2 - 2x| + 3x - x^2 = m$ có nghiệm với $\forall m \in \mathbb{R}$

- Câu 96.** Hàm số $y = x^2 + 4x - 1$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|-x^2 - 4x + 1| = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

- A. 3. B. Vô số. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|-x^2 - 4x + 1| = m \Leftrightarrow |x^2 + 4x - 1| = m$ (1).

Khi đó số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = |-x^2 - 4x + 1|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên của $y = x^2 + 4x - 1$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm

$$f(x) = |x^2 + 4x - 1| = \begin{cases} x^2 + 4x - 1 & \text{khi } x \in (-\infty; -2 - \sqrt{5}] \cup [-2 + \sqrt{5}; +\infty) \\ -(x^2 + 4x - 1) & \text{khi } x \in (-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}) \end{cases}$$

Do đó, ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-2 - \sqrt{5}$	-2	$-2 + \sqrt{5}$	$+\infty$
y	$+\infty$	0	5	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 5$ nên có 4 giá trị nguyên của tham số m .

DẠNG 5.1.5 PHƯƠNG TRÌNH CHỨA MẪU

Câu 97. (Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019) Tìm giá trị của tham số $m (m \in \mathbb{R})$ để phương trình

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - (m^2 + m + 2) \left(x + \frac{1}{x} \right) + m^3 + 2m + 2 = 0$$

có nghiệm thực.

- A. $0 \notin m \in 2$. B. $m^3 \in 2$. C. " $m \in \mathbb{R}$ " D. $m \in -2$.

Lời giải

Chọn C

$$t = x + \frac{1}{x} \quad (t \leq -2; t \geq 2) \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

Đặt

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - (m^2 + m + 2)t + m^3 + 2m = 0 \Leftrightarrow (t - m)(t - m^2 - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = m \\ t = m^2 + 2 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình luôn có nghiệm } x.$$

Câu 98.

(KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819)

Phương trình $\frac{2mx-1}{x+1} = 3$ có nghiệm duy nhất khi

A. $m \neq 0$. B. $m \neq \frac{3}{2}$. C. $m \neq 0$ và $m \neq \frac{3}{2}$. D. $m \neq \frac{-1}{2}$ và $m \neq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đk: $x \neq -1$

$$\text{Phương trình đã cho } \Leftrightarrow 2mx - 1 = 3(x+1) \Leftrightarrow (2m-3)x = 4.$$

$$\text{Trường hợp 1: } m = \frac{3}{2} \Rightarrow 0x = 4 \quad (\text{Vô lí}).$$

$$\text{Trường hợp 2: } m \neq \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{2m-3}.$$

$$\text{Để } x = \frac{4}{2m-3} \text{ là nghiệm của phương trình đã cho thì } \frac{4}{2m-3} \neq -1 \Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Do đó } m \neq \frac{-1}{2} \text{ và } m \neq \frac{3}{2}. \text{ Vậy chọn D.}$$

Câu 99.

Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình $\frac{2x-3m}{x-2} + \frac{x+2}{x-1} = 3$ vô nghiệm. Tính bình phương của tổng các phần tử của tập S .

A. $\frac{121}{9}$. B. $\frac{49}{9}$. C. $\frac{65}{9}$. D. $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2. \end{cases}$$

ĐKXD:

$$\frac{2x-3m}{x-2} + \frac{x+2}{x-1} = 3 \Leftrightarrow (3m-7)x = 3m-10(*).$$

Khi đó, biến đổi:

+ Nếu $m = \frac{7}{3}$ thì PT vô nghiệm.

+ Nếu $m \neq \frac{7}{3}$:

-) Ta thấy $x = 1$ không thỏa mãn (*).

-) Thay $x = 2$ vào (*) ta được $m = \frac{4}{3} (TM)$.

Tính $\left(\frac{7}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{65}{9}$.

- Câu 100.** Có bao nhiêu giá trị tham số a để phương trình $\frac{x+1}{x-a+1} = \frac{x}{x+a+2}$ vô nghiệm?
A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x \neq a-1 \\ x \neq -a-2 \end{cases}$.

Khi đó, $\frac{x+1}{x-a+1} = \frac{x}{x+a+2} \Rightarrow (x+1)(x+a+2) = x(x-a+1) \Leftrightarrow 2(a+1)x + a+2 = 0$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi

$$\begin{cases} 2(a+1)(a-1) + a+2 = 0 \\ 2(a+1)(-a-2) + a+2 = 0 \\ \begin{cases} a+1 = 0 \\ a+2 \neq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 + a = 0 \\ (a+2)(-1-2a) = 0 \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \\ a = -2 \\ a = -1 \end{cases}$$

Vậy có 4 giá trị của tham số a để phương trình vô nghiệm.

- Câu 101.** Hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 3}$ có tập giá trị $S = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2 + ab$
A. 35. **B.** 25. **C.** 45. **D.** 55.

Lời giải

Chọn A

$x^2 - 2x + 3 \neq 0, \forall x \quad y = \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 3} \Leftrightarrow (y-3)x^2 - 2(y+1)x + 3y-1 = 0$

Nếu $y = 3$ phương trình có nghiệm $x = 1$.

Nếu $y \neq 3$ để phương trình ẩn x có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = (y+1)^2 - (y-3)(3y+1) \geq 0$
 $\Leftrightarrow y^2 + 2y + 1 - (3y^2 - y - 9y + 3) \geq 0 \Leftrightarrow y^2 - 6y + 1 \leq 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{2} \leq y \leq 3 + 2\sqrt{2}$
 $\Rightarrow a = 3 - 2\sqrt{2}, b = 3 + 2\sqrt{2}$
 $\Rightarrow a^2 + b^2 + ab = (3 - 2\sqrt{2})^2 + (3 + 2\sqrt{2})^2 + (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 35$

DẠNG 5.1.6 PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN

Câu 102. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất
A. $m > 4$ **B.** $4 < m < 5$ **C.** $3 < m < 4$ **D.** $m < 4$

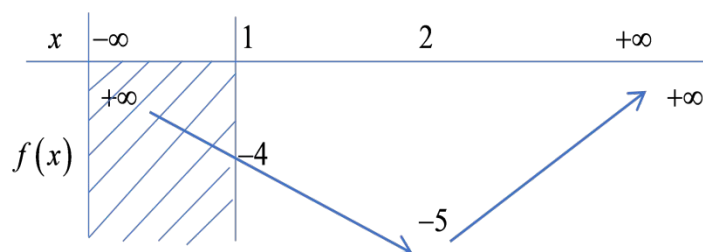
Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 6x + m = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x - 1 = -m \quad (1) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm duy nhất $x \geq 1$.
 Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đường thẳng $y = -m$ và đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4x - 1$



$$\begin{cases} -m = -5 \\ -m > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m < 4 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Câu 103. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m \geq -\frac{25}{4}$ **B.** $m \geq 3$ **C.** $m \geq 0$ **D.** $m \geq -\frac{25}{8}$

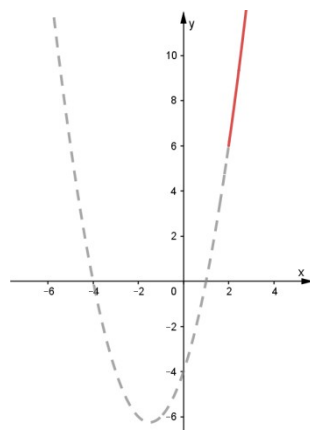
Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 3x - 4 = 2m \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - 4$ với đường thẳng $y = m$ trên tập $[2; +\infty)$.

Ta có đồ thị sau



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình có nghiệm khi $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 104. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

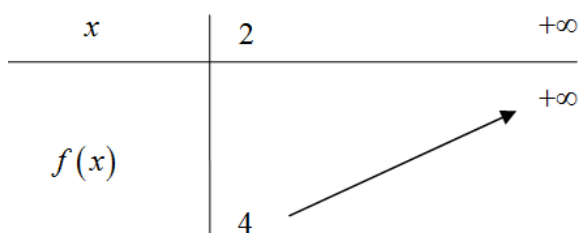
Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 2x - 2m = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 4 = 2m \quad (*) \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 4$ ($x \geq 2$)

BBT:



Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $x \geq 2 \Leftrightarrow 2m \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 105. Với mọi giá trị dương của m phương trình $\sqrt{x^2 - m^2} = x - m$ luôn có số nghiệm là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Với mọi giá trị dương của m

$$\sqrt{x^2 - m^2} = x - m \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x^2 - m^2 = (x - m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ 2xm = 2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x = m \end{cases} \Leftrightarrow x = m$$

Ta có

Vậy phương trình luôn có 1 nghiệm $x = m$.

Câu 106. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + m} = 2x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$ B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$ C. $m \in \left(-\infty; \frac{15}{4}\right)$ D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$

Lời giải

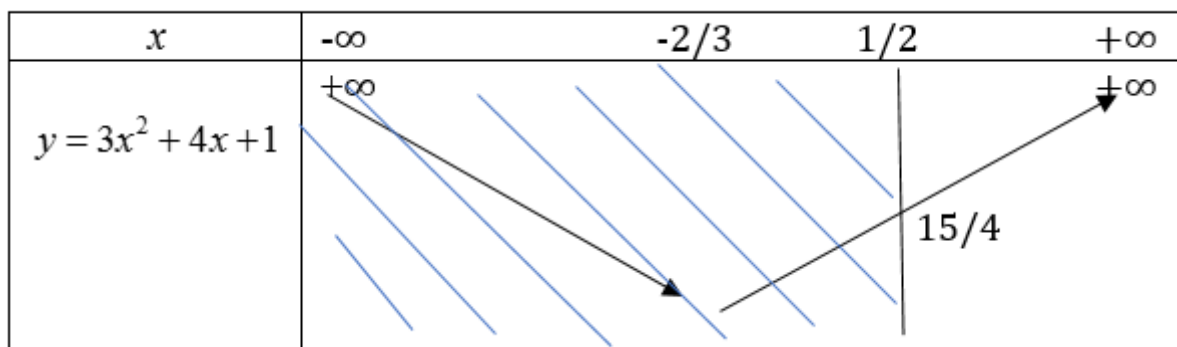
Chọn C

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 8x + m = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ m = 3x^2 + 4x + 1 \end{cases} \quad (*)$$

Phương trình đã cho

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi (*) vô nghiệm.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = 3x^2 + 4x + 1$ như sau



Từ BBT suy ra pt vô nghiệm khi và chỉ khi $m < \frac{15}{4}$.

Câu 107. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị $P = a.b$ là

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x + 2m = (2x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x + 1 - 2m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $t = x + \frac{1}{2}$; phương trình (*) trở thành: $3\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(t - \frac{1}{2}\right) + 1 - 2m = 0$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - t + \frac{3}{4} - 2m = 0 \quad (**)$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-\frac{1}{2} \leq x_1 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 \leq t_1 < t_2$. Điều

kiện:
$$\begin{cases} \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{4} - 2m\right) > 0 \\ S = -\frac{-1}{3} > 0 \\ P = \frac{\frac{3}{4} - 2m}{3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \leq \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m \leq \frac{3}{8}$$

Vậy $S = \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{8}\right]$. Ta có: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$.

Câu 108. Cho phương trình $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = \sqrt{2m + 3x - x^2}$ (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì $m \in [a; b]$. Giá trị $a^2 + b^2$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:
$$\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = \sqrt{2m + 3x - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 \geq 0 \\ -x^2 + 4x - 3 = 2m + 3x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x = 2m + 3 \end{cases}$$

Để phương trình (1) có nghiệm thì: $1 \leq 2m + 3 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0 \Rightarrow m \in [-1; 0] \Rightarrow a^2 + b^2 = 1$.

Câu 109. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương:
$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 4x - m = 0 \end{cases}$$

Để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 1 \\ \left(x_1 - \frac{1}{2}\right)\left(x_2 - \frac{1}{2}\right) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ 4 > 0 \\ x_1 x_2 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ -m - \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \leq -\frac{7}{4}$$

Câu 110. Cho phương trình: $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} + 2\sqrt{4-x^2} + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 4. B. 5. C. vô số. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$

Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{(2-x)(2+x)} \geq 4 \Rightarrow t \geq 2$

Lại có: $(\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x})^2 \leq (2-x+2+x)(1^2+1^2) \Rightarrow t \leq 2\sqrt{2}$

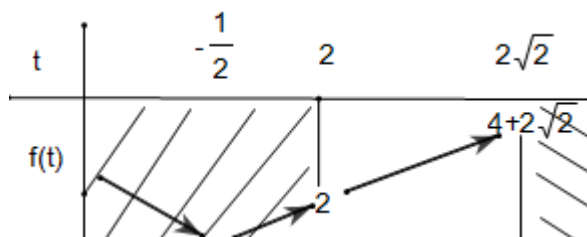
Khi đó phương trình đã cho chuyển về: $t + t^2 - 4 + m = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + t - 4 = -m \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm m để phương trình (1) có nghiệm $t \in [2; 2\sqrt{2}]$

$\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $f(t) = t^2 + t - 4$ cắt đường thẳng $y = -m$ trong đoạn $[2; 2\sqrt{2}]$ (*)

Bảng biến thiên của $f(t) = t^2 + t - 4$ trên $[2; 2\sqrt{2}]$



Từ BBT ta có (*) $\Leftrightarrow 2 \leq m \leq 4 + 2\sqrt{2}$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6\}$

- Câu 111.** Tìm tất cả giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1}$ có nghiệm là
- A. $m < -\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3} < m \leq 1$ C. $-\frac{1}{3} \leq m < 1$ D. $-\frac{1}{3} < m < 1$
- Lời giải**

Chọn C

ĐK: $x \geq 1$.

$$3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow m = \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{2\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}} = 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - 2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

Đặt $t = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}, (0 \leq t < 1)$, (vì $\frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ mà $0 < \frac{2}{x+1} \leq 1, \forall x \geq 1$ nên $0 \leq \frac{x-1}{x+1} < 1$)

Ta được $m = 3t^2 - 2t = f(t), (0 \leq t < 1)$

$$f'(t) = 6t - 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	0	$-\frac{1}{3}$	1

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m < 1$.

- Câu 112.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}$ có đồ thị là (C_m) , (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = [-2018; 2018] \setminus \{0\}, m \neq \pm 1$

$y = f(x)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng khi $f(-x) = f(x), \forall x \in D$

Đồ thị hàm số

$$\Leftrightarrow \frac{m\sqrt{2018-x} + (m^2-2)\sqrt{2018+x}}{-(m^2-1)x} = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow (2 - m^2)\sqrt{2018+x} - m\sqrt{2018-x} = m\sqrt{2018+x} + (m^2 - 2)\sqrt{2018-x}, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow 2 - m^2 = m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases} \text{ . Vậy } m = -2 \text{ .}$$

- Câu 113.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.
- A. $m \in (-\infty; -1)$. B. $m \in (-1; +\infty)$. C. $m \in [-1; +\infty)$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > -3$.

$$\text{Với } x > -3; \text{ phương trình } \frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0 \Leftrightarrow 2(x-m)-x-m=0 \Leftrightarrow x=3m \text{ .}$$

Để phương trình có nghiệm thì $3m > -3 \Leftrightarrow m > -1 \Leftrightarrow m \in (-1; +\infty)$.

- Câu 114.** Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình:

$$x^2 + (2 - m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$$

có nghiệm là

- A. 2020 . B. 2019 . C. 2018 . D. 2021 .

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x \geq 0$

$$\text{Ta có } x^2 + (2 - m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4 + (2 - m)x = 4\sqrt{(x^2 + 4)x} \quad (1)$$

Với $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $x \neq 0$ phương trình (1) trở thành

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 4}{x} + (2 - m) = 4\sqrt{\frac{x^2 + 4}{x}} \quad (2)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\frac{x^2 + 4}{x}}, t \geq 2$$

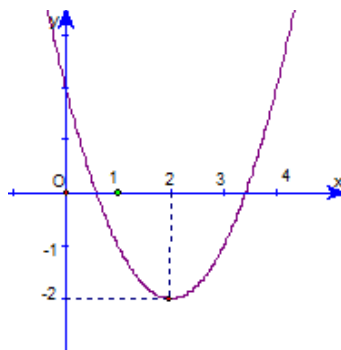
Phương trình (2) trở thành: $t^2 - 4t + 2 - m = 0$.

$$\Leftrightarrow t^2 - 4t + 2 = m \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $y = t^2 - 4t + 2$ và đường thẳng $y = m$

Xét hàm số $y = t^2 - 4t + 2$ có đồ thị như hình vẽ



Dựa vào đồ thị hàm số, để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2 suy ra $m \geq -2$.

Suy ra số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình có nghiệm là 2021.

- Câu 115.** Tìm m để phương trình $(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1)(x+1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$, ta được điều kiện $m \notin [a; b]$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b$ bằng
- A.** $P = 10$ **B.** $P = 12$ **C.** $P = 20$ **D.** $P = 15$

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = (\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1)(x+1)^3 + x^2 - x - 3$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$f(-1) = -1 < 0, \quad f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4$$

Để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ thì

$$f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 - 2m - 2} > 4 - m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m < 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ 4m^2 + 6m - 18 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -3 \vee \frac{3}{2} < m \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -3 \vee m > \frac{3}{2}$$

Do đó $m \notin \left[-3; \frac{3}{2}\right]$ hay $P = a^2 + 2b = 12$.

Câu 116. Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có nghiệm?

- A. 6. B. 8. C. 7. D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = [1; 5]$.

Đặt $u = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$, ta có $u^2 = (\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x})^2 = 4 + 2\sqrt{(x-1)(5-x)} \geq 4$; nên $u \geq 2$.

Ta lại có: $u^2 = (1\sqrt{x-1} + 1\sqrt{5-x})^2 \stackrel{\text{Bunhiacopski}}{\leq} (1^2 + 1^2)(x-1 + 5-x) = 8$, nên $u \leq 2\sqrt{2}$.

Vậy với $x \in [1; 5]$ thì $u \in [2; 2\sqrt{2}]$.

Mặt khác $u^2 = (\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x})^2 = 4 + 2\sqrt{(x-1)(5-x)} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(5-x)} = \frac{u^2 - 4}{2}$.

Khi đó ta thu được phương trình: $u + \frac{3}{2}(u^2 - 4) = m \Leftrightarrow \frac{3}{2}u^2 + u - 6 = m$.

Xét hàm số $f(u) = \frac{3}{2}u^2 + u - 6$ trên đoạn $[2; 2\sqrt{2}]$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

u	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	2	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(u)$			2	$6 + 2\sqrt{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có yêu cầu bài toán tương đương $2 \leq m \leq 6 + 2\sqrt{2}$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

DẠNG 5.1.3 PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

Câu 117. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình: $x^4 - 2(m-1)x^2 + 4m - 8 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m > 2$ và $m \neq 3$. B. $m > 2$. C. $m > 1$ và $m \neq 3$. D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x^2, t \geq 0$; phương trình trở thành: $t^2 - 2(m-1)t + 4m - 8 = 0$.

$x^4 - 2(m-1)x^2 + 4m - 8 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow t^2 - 2(m-1)t + 4m - 8 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 > 0 \\ m - 1 > 0 \\ 4m - 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 118. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị nguyên thuộc $[-2019; 2019]$ của tham số m để phương trình $x^4 - 2mx^3 + x^2 - 2mx + 1 = 0$ có nghiệm.

A. 2019 . B. 3039 . C. 4038 . D. 4041 .

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: $x = 0$ không là nghiệm của phương trình, chia hai vế cho x^2 , ta được:

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$$

$$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow |t| \geq 2; x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

Phương trình trở thành: $t^2 - 2mt - 1 = 0 (*)$

Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0, \forall m \Rightarrow$

Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $t_1 = m - \sqrt{m^2 + 1} < t_2 = m + \sqrt{m^2 + 1}$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} t_1 > -2 & (1) \\ t_2 < 2 & (2) \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow -2 < m - \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow m + 2 > \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 \geq 0 \\ (m + 2)^2 > m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$$

$$(2) \Leftrightarrow m + \sqrt{m^2 + 1} < 2 \Leftrightarrow 2 - m > \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m \geq 0 \\ (m - 2)^2 > m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{3}{4}$$

Vậy với m thỏa mãn: $-\frac{3}{4} < m < \frac{3}{4}$ thì phương trình vô nghiệm

Suy ra tập tất cả các giá trị m để hệ có nghiệm là: $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Câu 119. Số giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 - 6 - m^3 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là

A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 2018 .

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2, t \geq 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 4t - 6 - m^3 = 0$ (*)

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương.

Trường hợp phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$-6 - m^3 < 0 \Leftrightarrow m^3 > -6 \Leftrightarrow m > \sqrt[3]{-6}$$

Các số nguyên không dương thỏa mãn trường hợp này là $m \in \{-1; 0\}$.

Trường hợp phương trình (*) có nghiệm kép dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' = 10 + m^3 = 0 \\ t_1 = t_2 = -\frac{b}{2a} = 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{-10} \notin \mathbb{Z}$$

Như thế, không có giá trị m nguyên thỏa mãn trường hợp này.

Vậy có tất cả 2 giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm.

Câu 120. Số các giá trị nguyên âm của m để phương trình $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - m = 0$ có nghiệm là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2018. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - m = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x) - m = 0$$

Đặt $t = (x^2 + x), t \geq -\frac{1}{4}$

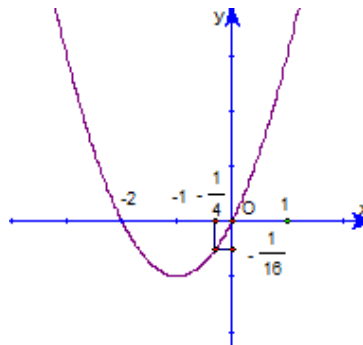
Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - m = 0$.

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t = m \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng $-\frac{1}{4}$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $y = t^2 + 2t$ và đường thẳng $y = m$

Xét hàm số $y = t^2 + 2t$ có đồ thị như hình vẽ



Dựa vào đồ thị hàm số, để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng $-\frac{1}{4}$ suy ra $m \geq -\frac{1}{16}$.

Vậy không có giá trị nguyên âm của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 121. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương: $x^4 + 2x^3 + (m-1)x^2 + 2x + 1 = 0$ (1)

A. $m \leq -5$

B. $m \leq 5$

C. $m \leq -4$

D. $m \leq 4$

Lời giải

Chọn A

Ta có $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

Chia hai vế của phương trình (1) cho x^2 ta được phương trình $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} + (m-1) = 0$ (2)

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$, với $x > 0$ suy ra $t \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$, $t^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$.

Phương trình (2) trở thành $t^2 + 2t - 3 = -m$ (3) với $t \geq 2$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 + 2t - 3$ trên $[2; +\infty)$. Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(t)$				$+\infty$

Phương trình (1) có nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (3) có nghiệm $t \geq 2 \Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm $y = f(t)$ trên $[2; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $-m \geq 5 \Leftrightarrow m \leq -5$.

Vậy với mọi giá trị $m \leq -5$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 122. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x^2 - 4x)^2 - 3(x - 2)^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 30.

B. vô số.

C. 28.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(x^2 - 4x)^2 - 3(x - 2)^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 4)^2 - 3(x - 2)^2 + m = 0$ (1)

Đặt $a = x - 2 \Rightarrow \begin{cases} a - 2 = x - 4 \\ x = a + 2 \end{cases}$

Khi đó (1) có dạng: $(a + 2)^2(a - 2)^2 - 3a^2 + m = 0 \Leftrightarrow a^4 - 11a^2 + 16 + m = 0$ (2)

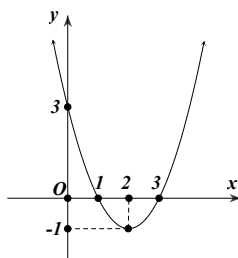
Đặt $t = a^2 \geq 0$ khi đó (2) $\Leftrightarrow t^2 - 11t + 16 + m = 0$ (*)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11^2 - 4(16 + m) > 0 \\ S = 11 > 0 \\ P = 16 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -16 < m < 14,25$$

mà m nguyên nên suy ra có 30 giá trị m thỏa mãn.

Câu 123. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. $m = 3$.

B. $-2 < m < 3$.

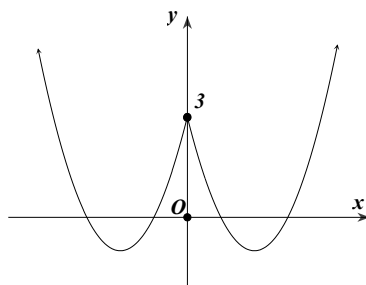
C. $m = 2$

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị $y = f(|x|)$ là



$$f(|x|) - 1 = m \Leftrightarrow f(|x|) = m + 1$$

. Từ đồ thị ta thấy phương trình này có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 124. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình

$$(x^2 + 2x + 4)^2 - 2m(x^2 + 2x + 4) + 4m - 1 = 0 \quad (1)$$

có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (4; +\infty) \cup \left\{ 2 + \sqrt{3} \right\}$

B. $m \in (-\infty; 2 - \sqrt{3}) \cup (2 + \sqrt{3}; +\infty)$

C. $m \in (3; 4)$

D. $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3$.

Phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 2mt + 4m - 1 = 0 \Leftrightarrow 2m(t - 2) = t^2 - 1 \Leftrightarrow 2m = \frac{t^2 - 1}{t - 2} \quad (2)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 1}{t - 2}$ trên $[3; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 1 - \frac{3}{(t-2)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t-2)^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 + \sqrt{3} \\ t = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$

t	3	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(t)$	—	0	+
$f(t)$	8	$4 + 2\sqrt{3}$	$+\infty$

Với mỗi $t > 3$ phương trình (1) có hai nghiệm x , vậy để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 1 nghiệm t .

Dựa vào BBT ta được: $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 8 \\ 2m = 4 + 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$

Câu 125. Biết phương trình $x^4 - 3mx^2 + m^2 + 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 . Tính $M = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ được kết quả là:

A. $M = m^2 + 1$.

B. $M = -3m$.

C. $M = 3m$.

D. $M = -m^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Phương trình trở thành: $t^2 - 3mt + m^2 + 1 = 0(*)$. Do phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt nên pt(*) có hai nghiệm phân biệt dương.

Không mất tính tổng quát giả sử pt(*) có hai nghiệm t_1, t_2 khi đó phương trình đã cho có 4 nghiệm là $x_1 = -\sqrt{t_1}; x_2 = \sqrt{t_1}; x_3 = -\sqrt{t_2}; x_4 = \sqrt{t_2}$. Theo giả thiết thì:

$$M = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_1} + (-\sqrt{t_2}) + \sqrt{t_2} + (-\sqrt{t_1}) \cdot \sqrt{t_1} \cdot (-\sqrt{t_2}) \cdot \sqrt{t_2} = t_1 \cdot t_2 = m^2 + 1$$

Câu 126. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3) = m$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: pt đã cho $\Leftrightarrow (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x) = m$ (1).

$$\text{Đặt } t = x^2 + 3x, \quad t = x^2 + 3x = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}.$$

Khi đó pt (1) $\Leftrightarrow (t+2)t = m \Leftrightarrow t^2 + 2t - m = 0$ (2).

$$t_1, t_2 > -\frac{9}{4}$$

Pt (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt (2) có 2 nghiệm phân biệt

*) Xét (2):

$$\Delta' = m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1.$$

Khi $m > -1$, (2) có 2 nghiệm phân biệt $t_1 = -1 - \sqrt{1+m}, t_2 = -1 + \sqrt{1+m}$ ($t_1 < t_2$).

$$t_1, t_2 > -\frac{9}{4}$$

Pt (2) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ t_1 = -1 - \sqrt{1+m} > -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ \sqrt{1+m} < \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < \frac{9}{16}$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0.$$

DẠNG 5.2 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM THỎA MÃN YÊU CẦU CHO TRƯỚC

Câu 127. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - (m^2+1)x - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $m > 1$

B. $m > 0$

C. $m < 0$

D. $m < 1$

Lời giải

Chọn A

Để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì:

$$-3(m-1) < 0 \Leftrightarrow m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

Câu 128. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m \leq 2$

B. $m < 1$

C. $m \leq 1$

D. $m < 2$

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1).

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi: $ac < 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (m-1) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 129. Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

A. $-1 < m < 3$

B. $-1 < m < 2$

C. $-2 < m < 1$

D. $1 < m < 2$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow (m+1)(m-2) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Câu 130. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m - 7 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m < 2 \end{cases}$

B. $2 \leq m \leq 7$

C. $2 < m < 7$

D. $\begin{cases} m > 7 \\ m < 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-7) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 7$.

Câu 131. Phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$

D. $m \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn A.

Pt $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu khi $m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.
Nên chọn đáp án **A.**

Câu 132. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

- A.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Câu 133. (TH&TT LẦN 1 - THÁNG 12) Giá trị nào của m làm cho phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m-1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương?

- A.** $m < 1$ và $m \neq 0$ **B.** $0 < m < 1$ **C.** $\begin{cases} m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$ **D.** $m < 0$

Lời giải

Chọn D

Ta có $mx^2 - 2(m-1)x + m-1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - m(m-1) > 0 \\ \frac{2(m-1)}{m} > 0 \\ \frac{m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m-1 < 0 \\ m < 0 \vee m > 1 \\ m < 0 \vee m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Câu 134. Với giá trị nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt?

- A.** $3 < m < 4$ **B.** $m > 4$ **C.** $\begin{cases} m < 0 \\ 3 < m < 4 \end{cases}$ **D.** $m < 0$

Lời giải

Chọn C

Phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ \frac{2(m-2)}{m} > 0 \\ \frac{m-3}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -m+4 > 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$$

Câu 135. Phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi

- A. $m \in \left(\frac{5}{9}; 1\right) \cup (6; +\infty)$ B. $m \in (-2; 6)$ C. $m \in (6; +\infty)$ D. $m \in (-2; 1)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (9m-5) > 0 \\ -2(m+1) < 0 \\ 9m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > -1 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 1 \\ m > -1 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ \frac{5}{9} < m < 1 \end{cases}$$

Vậy $m \in \left(\frac{5}{9}; 1\right) \cup (6; +\infty)$

Câu 136. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m+3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m > 6$. B. $m < 6$ và $m \neq 2$. C. $2 < m < 6$ hoặc $m < -3$. D. $m < 0$ hoặc $2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thì:

$$\begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \frac{m+3}{m-2} > 0 \\ \frac{2m}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m > 6 \\ \begin{cases} m < -3 \\ m > 2 \end{cases} \\ \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m > 6$$

Câu 137. Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + 3m-2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- A. $m < 0; 1 < m < 2$. B. $1 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 - (m-1)(3m-2) > 0 \\ \frac{2m}{m-1} > 0 \\ \frac{3m-2}{m-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -2m^2 + 5m - 2 > 0 \\ \frac{2m}{m-1} > 0 \\ \frac{3m-2}{m-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m < 0 \\ m > 1 \\ m < \frac{2}{3} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2$$

Câu 138. Phương trình $x^2 - 6x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi

- A. $2 < m < 11$. B. $0 < m < 11$. C. $2 < m < 11$. D. $2 \leq m \leq 11$.

Lời giải

Chọn A.

ĐK: phương trình có hai nghiệm dương phân biệt là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = -\frac{b}{a} > 0 \\ P = \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m + 2 > 0 \\ S = 6 > 0 \\ P = m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 11 \\ 6 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 11$$

Vậy đáp án là **A.**

Câu 139. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 2(m^2-1)mx + m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

- A. 0 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Lời giải

Chọn D

Phương trình có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau

$$\begin{cases} m+2 \neq 0 \\ (m+2)(m-1) < 0 \\ \frac{2(m^2-1)m}{m+2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -2 < m < 1 \\ \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 0 \end{cases}$$

Câu 140. Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$. Tìm tất cả giá trị m để phương trình có hai nghiệm đối nhau?

- A. Không có giá trị m . B. $m < -3$ hoặc $m > 2$.
C. $-3 < m < 2$. D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$ có hai nghiệm đối nhau $\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m + 6 < 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 141. Có bao nhiêu giá trị m sao cho phương trình $x^2 + 2mx + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 4$?

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

Khi đó theo Vi-et ta có: $x_1 + x_2 = -2m$; $x_1x_2 = 4$.

Ta có: $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 4$. Thế vi-et ta được:
 $4m^2 - 12 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (Loại).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 142. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4(x_1 + x_2) - x_1x_2$ bằng

- A. $\frac{95}{9}$. B. 11. C. 7. D. $\frac{-1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình bậc hai $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$ có nghiệm x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta = (m+2)^2 - 4(m^2 + 1) \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

Áp dụng hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$

Khi đó, $P = 4(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4(m+2) - (m^2 + 1) = -m^2 + 4m + 7$

Xét $P = -m^2 + 4m + 7 \quad \forall m \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$. $P' = -2m + 4 \geq 0 \quad \forall m \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$. Có

Hàm số $f(m)$ luôn đồng biến trên $\left[0; \frac{4}{3}\right] \Rightarrow \max_{\left[0; \frac{4}{3}\right]} f(m) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{95}{9}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $95/9$.

Câu 143. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 2(m^2 - 1)mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Nếu $m = -2$ phương trình có dạng: $12x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$, không thỏa yêu cầu đề bài.

Nếu $m \neq -2$, phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số đối nhau khi

$$S = x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2(m^2 - 1)}{m + 2} = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Thử lại với $m = 1$ ta có pt $3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (l)

Với $m = -1$ ta có pt $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ (n)

Câu 144. Gọi $m_1; m_2$ là hai giá trị khác nhau của m để phương trình $x^2 - 3x + m^2 - 3m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $x_1 = 2x_2$. Tính $m_1 + m_2 + m_1 m_2$.

A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 = 2x_2$ và từ định lí Vi-et ta suy ra:

$$3 = x_1 + x_2 = 3x_2 \Rightarrow x_2 = 1$$

Thay $x_2 = 1$ vào phương trình ta được: $1 - 3 + m^2 - 3m + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = 2 \end{cases}$

Ta có $\Delta = 9 - 4m^2 + 12m - 16 = -4m^2 + 12m - 7$; nên hai giá trị $m_1 = 1; m_2 = 2$ đều thỏa mãn điều kiện $\Delta > 0$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Do đó: $m_1 + m_2 + m_1 m_2 = 5$.

Câu 145. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái

dấu x_1, x_2 và thỏa mãn $\frac{1}{x_1} - 3 = \left| \frac{1}{x_2} \right|$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

+) Phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái

$$\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 3m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$$

+) Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m + 2 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}$$

+) Theo đề bài có: $\frac{1}{x_1} - 3 = \left| \frac{1}{x_2} \right| > 0 (*) \Rightarrow \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}$

Do đó (*) tương đương với:

$$\frac{1}{x_1} - 3 = -\frac{1}{x_2} \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3x_1 x_2 \Leftrightarrow -2m + 2 = 9m - 6 \Leftrightarrow m = \frac{8}{11} \text{ (Không thỏa mãn đk)}$$

Vậy không có giá trị nào của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 146. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$, với m là t

ham số. Giá trị m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $A = \sqrt{2(x_1^2 + x_2^2) + 16} - 3x_1 x_2$ biểu thức

đạt giá trị lớn nhất là một phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{Z}, b > 0)$. Khi đó $2a - 3b$ bằng:

A. -6.

B. -4.

C. -5.

D. -7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) = 2m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. Theo Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2(x_1^2 + x_2^2) + 16} - 3x_1 x_2 = \sqrt{2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 + 16} - 3x_1 x_2 \\ &= \sqrt{2(2(m+1))^2 - 4(m^2 + 2) + 16} - 3(m^2 + 2) = \sqrt{4m^2 + 16m + 16} - 3(m^2 + 2) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{4(m+2)^2} - 3(m^2 + 2) = -3m^2 - 6 + 2(m+2) = -3m^2 + 2m - 2$$

Xét $f(m) = -3m^2 + 2m - 2$. Với $m \geq \frac{1}{2}$

Ta có hàm số $f(m)$ nghịch biến $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ Do đó $\max_{x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} A = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{4}$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ta chọn đáp án **B**.

Câu 147. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m+3 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1 và x_2 . Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là $-3x_1$ và $-3x_2$?

A. $t^2 + 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$

B. $t^2 - 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$

C. $t^2 + 6(m+1)x + 6(2m+3) = 0$

D. $t^2 - 6(m+1)x + 6(2m+3) = 0$

Lời giải

Chọn B

Khi phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m+3 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = 2m+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = -3(x_1 + x_2) = 6(m+1) \\ t_1 t_2 = (-3x_1)(-3x_2) = 9x_1 x_2 = 9(2m+3) \end{cases}$$

Nên $-3x_1$ và $-3x_2$ là nghiệm của phương trình $t^2 - 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$.

Câu 148. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $A = x_1 + x_2 - x_1 x_2$ là số một nguyên?

A. 3.

B. 4.

C. 5

D. 6.

Lời giải.

Chọn C

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - (m-1)(m+1) > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Khi đó $A = x_1 + x_2 - x_1 x_2 = \frac{2(m+2)}{m-1} - \frac{m+1}{m-1} = \frac{m+3}{m-1} = 1 + \frac{4}{m-1}$

$$A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=1 \\ m-1=-1 \\ m-1=4 \\ m-1=-4 \\ m-1=2 \\ m-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=0 \\ m=4 \\ m=-3(L) \\ m=3 \\ m=-1 \end{cases}$$

Vậy tập các giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán là: $\{-1; 0; 2; 3; 4\}$

Câu 149. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức
$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}.$$

A. $P_{\min} = -\frac{1}{2}$

B. $P_{\min} = -2$

C. $P_{\min} = 0$

D. $P_{\min} = 1$

Lời giải

Chọn A

Ta biến đổi:
$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_2 + 2} = \frac{2x_1x_2 + 3}{(x_1 + x_2)^2 + 2}.$$

Áp dụng định lý VI – ÉT:
$$P = \frac{2(m-1)+3}{m^2+2} = \frac{2m+1}{m^2+2}.$$

$$P = \frac{2m+1}{m^2+2} = \frac{4m+2}{2(m^2+2)} = \frac{(m^2+4m+4) - (m^2+2)}{2(m^2+2)} = \frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} - \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $P_{\min} = -\frac{1}{2}.$

Câu 150. Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông với cạnh huyền có độ dài bằng 2.

A. $m = \sqrt{2}$

B. $m = \pm\sqrt{3}$

C. $m = \pm\sqrt{2}$

D. không có giá trị nào của m

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $x^2 - mx + m^2 - 3 = 0 (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4.$

+) Phương trình có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} (*)$ với $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = m \\ P = x_1x_2 = m^2 - 3 \end{cases}.$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 12 \geq 0 \\ m^2 - 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq m \leq 2 \\ m < -\sqrt{3} \\ m > \sqrt{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{3} < m \leq 2 \quad (a)$$

+) $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow S^2 - 2P = 4 \Leftrightarrow m^2 - 2(m^2 - 3) = 4 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$ (loại vì so với điều kiện (a)).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.