

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

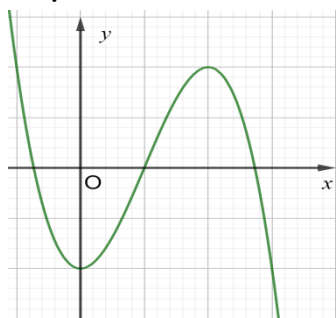
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
- B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
- D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

- A.** $m = 5$.
- B.** $m = 3$.
- C.** $m = \frac{17}{4}$.
- D.** $m = 10$.

Câu 3: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

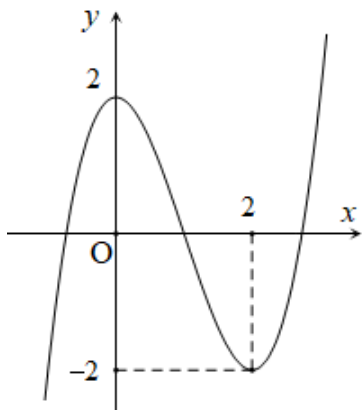


- A.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
- B.** $y = -x^3 + 3x + 2$.
- C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
- D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 4: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

- A.** Đường thẳng $y = x$.
- B.** Đường thẳng $y = -x + 2$.
- C.** Đường thẳng $x = -1$.
- D.** Đường thẳng $y = x - 2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính giá trị của biểu thức $m + M$?



- a) $m + M = 2$. b) $m + M = -2$. c) $m + M = 0$. d) $m + M = 4$.

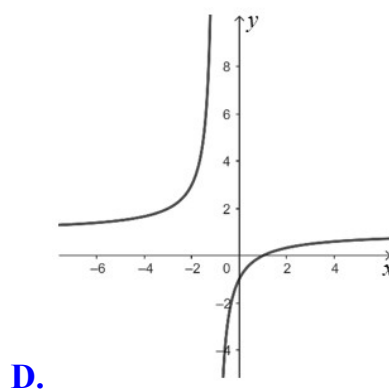
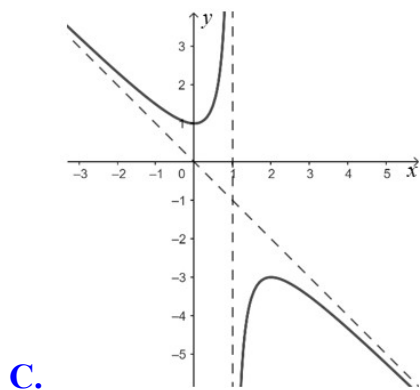
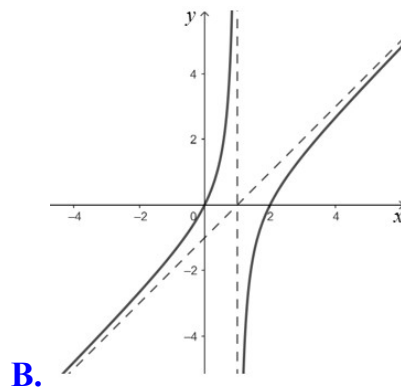
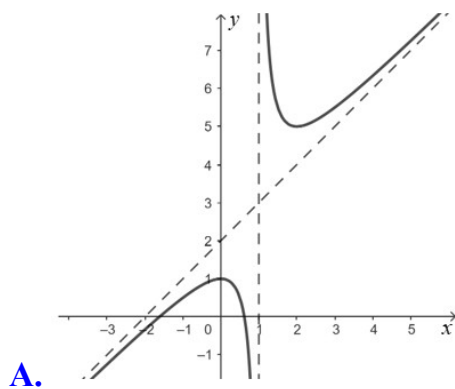
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	5		$+\infty$
		$-\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và có một TCD $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
 D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 7: Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$



Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{AO} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$

B. $\vec{AO} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$

C. $\vec{AO} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$

D. $\vec{AO} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vectơ a là

A. $(-1; 2; -3)$

B. $(2; -3; -1)$

C. $(2; -1; -3)$

D. $(-3; 2; -1)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (1; 2; 3); b = (2; 2; -1); c = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $d = a - b + 2c$ là

A. $d = (-7; 0; -4)$.

B. $d = (-7; 0; 4)$.

C. $d = (7; 0; -4)$.

D. $d = (7; 0; 4)$.

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9.

B. 0,975.

C. 0,5.

D. 0,575.

Câu 12. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
-----------	----------	----------	----------	----------	----------

(phút)					
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77.

B. 32.

C. 31.

D. 31,44.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bảng 5 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40;50)	5	5
[50;60)	8	13
[60;70)	25	38
[70;80)	20	58
[80;90)	2	60
	$n = 60$	

Bảng 5

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 6^5 (nghìn đồng).
- b) Trung vị của mẫu số liệu trên là $6^{6,8}$ (nghìn đồng).
- c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là $6^{0,8}$ (nghìn đồng).
- d) Mốt của mẫu số liệu trên là 6^5 (nghìn đồng).

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(1-x)(x+3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$
- b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$

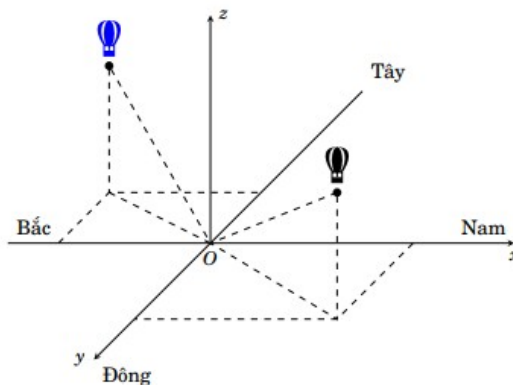
Câu 3: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30 - \frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để lợi nhuận $F(x)$ thu được là lớn nhất, $(0 < x \leq 60)$.

a) Hàm số $F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2 x$.

- b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0 ; 40)$.
- c) Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.
- d) Số tiền lớn nhất chuyến xe thu được là 1500000 đồng.

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5\text{ km}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2; 1; 0,5)$.

b) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1,5; -1; 0,8)$.

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}\text{ km}$.

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là $3,92\text{ km}$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng bao nhiêu?

Câu 2: Cho Hộp sữa $1l$ được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh $x\text{ cm}$. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

Câu 3: Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = m$. Giá trị của m là bao nhiêu?

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$.

Câu 5: Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

Câu 6: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.



ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	B	C	D	C	A	A	B	A	C	D	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	5	6	2	45	72	61

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'			$+$	0	$-$		$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
- B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m = 5$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{17}{4}$.

D. $m = 10$.

Lời giải

Chọn B.

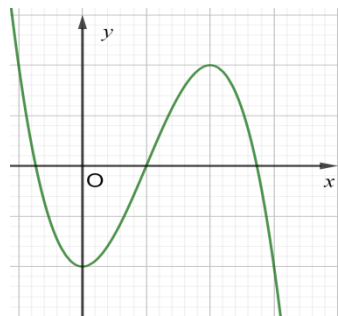
Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ta có $y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4}$; $y(1) = 3$; $y(2) = 5$.

Vậy $m = 3$.

Câu 3: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số cần tìm là hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a < 0$. Do đó loại phương án A và D.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$. Do đó loại phương án B.

Vậy chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

A. Đường thẳng $y = x$.

B. Đường thẳng $y = -x + 2$.

C. Đường thẳng $x = -1$.

D. Đường thẳng $y = x - 2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

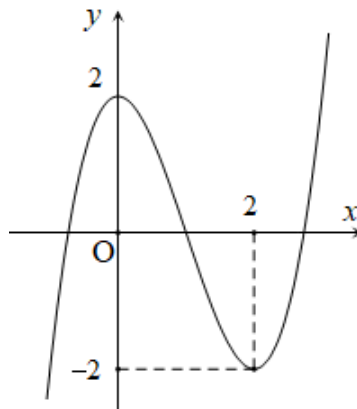
$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^2 + x} = 1;$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x + 2}{x + 1} = -2.$$

$$(\text{Tương tự, } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -2.)$$

Vậy đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) $m + M = 2$.

b) $m + M = -2$.

c) $m + M = 0$.

d) $m + M = 4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta thấy trên đoạn $[0; 2]$, hàm số đạt:

+) Giá trị lớn nhất $M = 2$ tại $x = 0$.

+) Giá trị nhỏ nhất $m = -2$ tại $x = 2$.

Suy ra $m + M = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	5		$+\infty$
			
		$-\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và có một TCD $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Lời giải

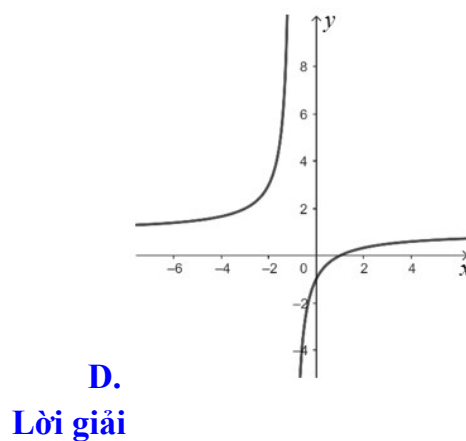
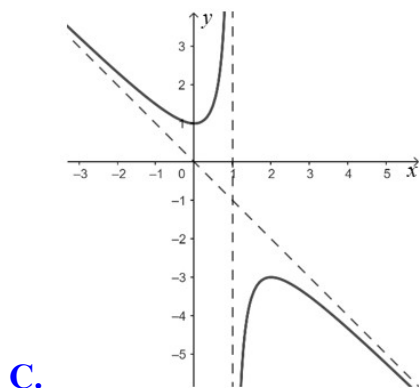
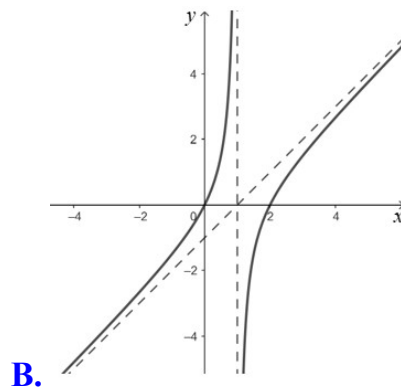
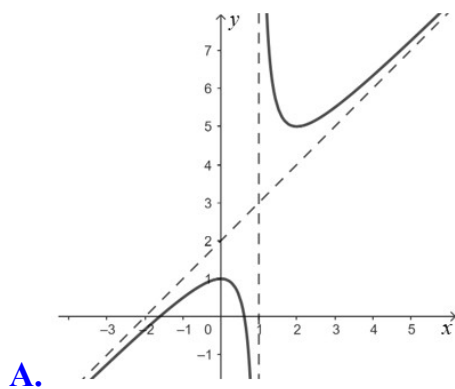
Chọn A.

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 5$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 2$, $y = 5$.

Câu 7: Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$



Chọn A

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \frac{1}{x - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận xiên $y=x+2$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AO = \frac{1}{3}(AB + AD + AA')$

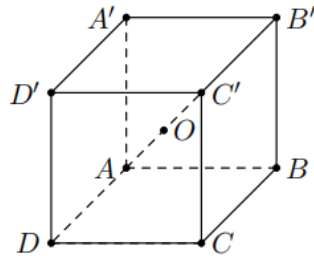
C. $AO = \frac{1}{4}(AB + AD + AA')$

B. $AO = \frac{1}{2}(AB + AD + AA')$

D. $AO = \frac{2}{3}(AB + AD + AA')$

Lời giải

Chọn B



$$\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$$

$$O \text{ là trung điểm } AC' \rightarrow \vec{AO} = \frac{1}{2} \vec{AC'} = \frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'})$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là

- A. $(-1; 2; -3)$ B. $(2; -3; -1)$ C. $(2; -1; -3)$ D. $(-3; 2; -1)$

Lời giải

Chọn A

$$a = -i + 2j - 3k \Rightarrow a = (-1; 2; -3)$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $a = (1; 2; 3); b = (2; 2; -1); c = (4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $d = a - b + 2c$ là

- A. $d = (-7; 0; -4)$. B. $d = (-7; 0; 4)$. C. $d = (7; 0; -4)$. D. $d = (7; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } d = a - b + 2c = (1 - 2 + 2 \cdot 4; 2 - 2 + 2 \cdot 0; 3 + 1 + 2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4)$$

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,975. C. 0,5. D. 0,575.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu

$$n = 20$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [2, 7; 3, 0); x_4; \dots; x_9 \in [3, 0; 3, 3); x_{10}; \dots; x_{14} \in [3, 3; 3, 6);$
 $x_{15}; \dots; x_{18} \in [3, 6; 3, 9); x_{19}; x_{20} \in [3, 9; 4, 2).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3, 0; 3, 3)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6}(3,3 - 3,0) = 3,1$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3, 6; 3, 9)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3.20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4}(3,9 - 3,6) = 3,675$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,575$$

Câu 12. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,77. B. 32. C. 31. D. 31,44.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$

Phương sai: $S^2 = \frac{6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bạn Hưng và bạn Thịnh thống kê kết quả chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của 5 cây nguyệt quế mà mỗi người trồng sau một thời gian như sau.

Cây của bạn Hưng	35	36	38	36	37
Cây của bạn Thịnh	30	35	38	41	30

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Hưng là: $\bar{x}_H = 36,4(cm)$.
- b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh là: $\bar{x}_T = 32,4(cm)$.
- c) Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Hưng **lớn hơn** Phương sai của mẫu số liệu cây của bạn Thịnh
- d) Các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Hưng trồng là: 35 36 38 36 37(1)

Mẫu số liệu chiều cao 5 cây do bạn Thịnh trồng là: 30 35 38 41 33(2)

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (1) là: $\bar{x}_H = \frac{35 + 36 + 38 + 36 + 37}{5} = 36,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (1) là: $s_H^2 = 1,04$.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu (2) là: $\bar{x}_T = \frac{30 + 35 + 38 + 41 + 33}{5} = 35,4(cm)$.

Phương sai của mẫu số liệu (2) là: $s_T^2 = 14,64$.

Vì $s_H^2 < s_T^2$ nên các cây nguyệt quế của bạn Hưng phát triển chiều cao đồng đều hơn.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(1-x)(x+3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$
- b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
---	----	----	----	----

Kết quả	Đ	Đ	S	Đ
---------	----------	----------	----------	----------

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		$f(-3)$		$f(1)$		$-\infty$

Do đó:

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ là mệnh đề đúng
- b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-3)$ là mệnh đề đúng
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$ là mệnh đề sai
- d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ là mệnh đề đúng

Câu 3: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30 - \frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để lợi nhuận $F(x)$ thu được là lớn nhất, $(0 < x \leq 60)$.

a) Hàm số $F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2 x$.

- b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; 40)$.
- c) Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.
- d) Lợi nhuận lớn nhất chuyến xe thu được là 1500000 đồng.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	Đ	S

Có x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để số tiền thu được là lớn nhất, $(0 < x \leq 60)$

Suy ra lợi nhuận thu được $F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2 x \Rightarrow$ **a) đúng.**

$$F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2 x = 90.000x - 1500x^2 + \frac{25}{4}x^3$$

Câu toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$F'(x) = 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 90000 - 3000x + \frac{75}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120(\text{loại}) \\ x = 40(\text{t/m}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên

X	0	40	60
F'(x)		+	0
F(x)			—

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow$ **b) sai.**

Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người $\Rightarrow$ **c) đúng.**

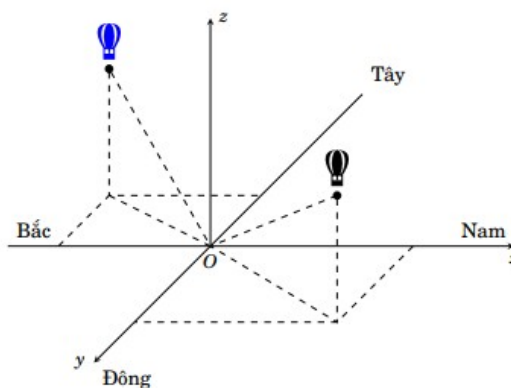
$$F(40) = \left(300 - \frac{5 \cdot 40}{2} \right)^2 \cdot 40 = 1600000 \Rightarrow$$

Lợi nhuận lớn nhất chuyến xe thu được là:

d) Sai.

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



$(2; 1; 0,5)$

a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là ().

$(-1,5; -1; 0,8)$

b) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ hai là ().

$\sqrt{21}$ km

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng ().

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: a | b | c | d
đúng sai sai đúng

(2;1;0,5)

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là .

(- 1; - 1,5; 0,8)

b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là .

$$\sqrt{2^2 + 1^2 + 0,5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ (km)}$$

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ (km)}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 5

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Khi đó: $x_{CD} = 1 \Rightarrow y_{CD} = 4 \Rightarrow x_{CD} + y_{CD} = 5$.

Câu 2: Hộp sữa ^{1/} được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh x cm. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

Lời giải

Trả lời: 6cm^2

Gọi chiều cao của hộp là h (cm)

Thể tích của hộp là: $V = h \cdot x^2 = 1 \Leftrightarrow h = \frac{1}{x^2}$

Diện tích toàn phần của hộp là: $y = S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = 4hx + 2x^2 = 4 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot x + 2x^2 = 2x^2 + \frac{4}{x}$

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$

$$y' = 4x - \frac{4}{x^2}; y' = 4x - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên:

x	0	1		$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$			

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\min_D y = y(1) = 6$

Vậy $x = 1\text{cm}$ thì diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất và bằng 6cm^2

Câu 3: Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = m$. Giá trị của m là bao nhiêu?

Lời giải

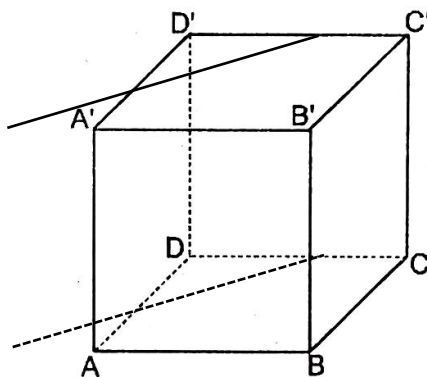
Trả lời: 2

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{C(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 50}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{50}{x}}{1} = 2$ (Tương tự $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$). Nên đồ thị hàm số $f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 2$. Vậy $m = 2$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{A'C'}$.

Lời giải

Trả lời: 45



Ta có: $\overline{AC} = \overline{A'C'}$.

Do đó: $(\overline{AB}, \overline{A'C'}) = (\overline{AB}, \overline{AC}) = \angle BAC = 45^\circ$

Câu 5: Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

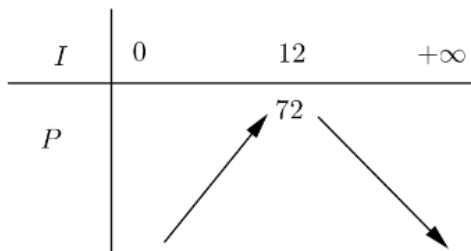
Lời giải

Trả lời: 72

Xét hàm số $P = 12I - 0,5I^2$ với $I \geq 0$.

$$P' = 12 - I, \quad P' = 0 \Leftrightarrow I = 12.$$

Bảng biến thiên:



Công suất tối đa của mạch điện là $72(W)$ đạt được khi cường độ dòng điện là $12(A)$.

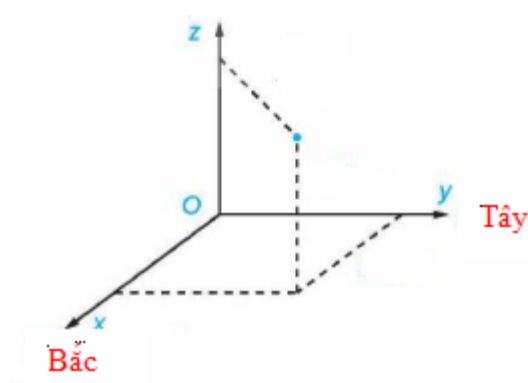
Câu 6: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.



Lời giải

Trả lời: $61(km)$

Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (O_{xy}) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(20; 10; 0,7)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(-30; -25; 1)$.

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là: $\sqrt{(20+30)^2 + (10+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 61(km)$