

Bài 1. (2 điểm)

Phân tích đa thức sau đây thành nhân tử:

1. $x^2 + 7x + 6$

2. $x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008$

Bài 2. (2 điểm) Giải phương trình:

1) $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$

2) $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$

Bài 3. (2 điểm)

1. CMR với a, b, c là các số dương, ta có: $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$

2. Tìm số dư trong phép chia của biểu thức $(x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2008$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$

Bài 4. (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại $A (AC > AB)$, đường cao $AH (H \in BC)$. Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E .

1) Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m = AB$

2) Gọi M là trung điểm của đoạn BE . Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo của $\angle AHM$

3) Tia AM cắt BC tại G . Chứng minh $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH + HC}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1)

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 6 &= x^2 + x + 6x + 6 \\ &= x(x+1) + 6(x+1) = (x+6)(x+1) \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} x^4 + 2008x^2 + 2007x + 2008 &= x^4 + x^2 + 2007x^2 + 2007x + 2007 + 1 \\ &= x^4 + x^2 + 1 + 207(x^2 + x + 1) = (x^2 + 1) - x^2 + 2007(x^2 + x + 1) \\ &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) + 2007(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2008) \end{aligned}$$

Bài 2.

2.1 $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$ (1)

Nếu $x \geq 1$: (1) $\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn điều kiện $x \geq 1$)

$x < 1$: (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 3(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (ktm) \\ x = 3 & (ktm) \end{cases}$

Nếu vậy phương trình (1) có một nghiệm duy nhất $x = 1$

2.2

$$8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2 \quad (2)$$

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $x \neq 0$

$$(2) \Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x + 4)^2$$

$$\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x + 4)^2 \Leftrightarrow (x + 4)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (ktm) \\ x = -8 & (tm) \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = -8$

Bài 3.

3.1 Ta có:

$$A = (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1$$
$$= 3 + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) + \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \right)$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

Mà $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ (BĐT Cô si)

Do đó: $A \geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$. Vậy $A \geq 9$

3.2 Ta có:

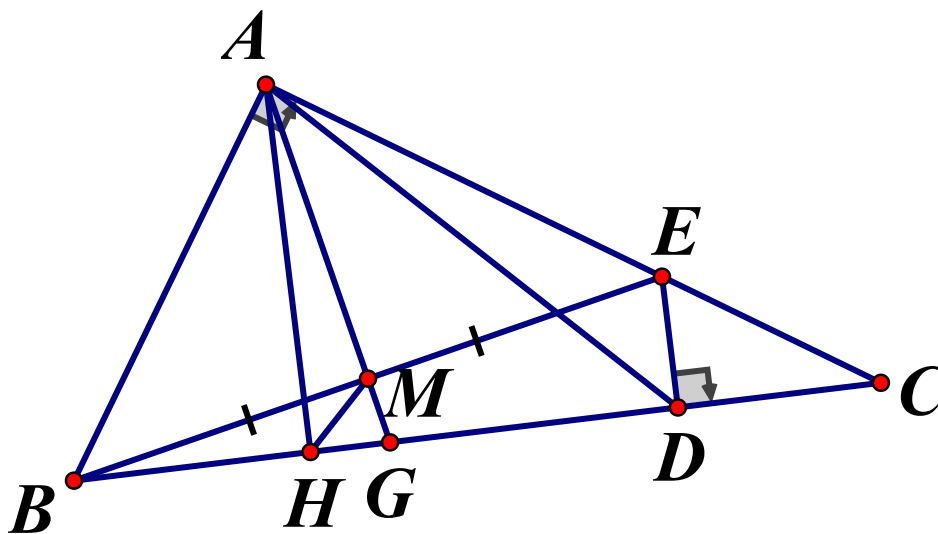
$$P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2008$$
$$= (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2008$$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21$ ($t \neq -3; t \neq -7$), Biểu thức $P(x)$ được viết lại

$$P(x) = (t-5)(t+3) + 2008 = t^2 - 2t + 1993$$

Do đó khi chia $t^2 - 2t + 1993$ cho t ta có số dư là 1993

Bài 4.



1) Hai tam giác ADC và BEC có: \hat{C} chung;

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB}$$

(hai tam giác vuông CDE và CAB đồng dạng)

Do đó $\triangle ADC \sim \triangle BEC$

Suy ra $\widehat{BEC} = \widehat{ADC} = 135^\circ$ (vì tam giác AHD vuông cân tại H theo giả thiết)

Nên $\widehat{AEB} = 45^\circ$, do đó $\triangle ABE$ vuông cân tại A

Suy ra: $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$

2) Ta có $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC}$ (do $\triangle BEC \sim \triangle ADC$)

Mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giác AHD vuông cân tại H)

Nên $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE}$ (do $\triangle ABH \sim \triangle CBA$)

Do đó: $\triangle BHM \sim \triangle BEC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{BEC} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{AHM} = 45^\circ$

3) Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM còn là tia phân giác \widehat{BAC}

Suy ra: $\frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}$, mà $\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC}$

$(\triangle ABC \sim \triangle DEC) = \frac{AH}{HC}$ ($ED \parallel AH$) $= \frac{HD}{HC}$

Do đó: $\frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$