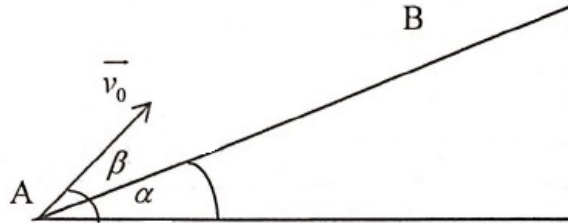


THPT CHUYÊN LÊ HOÀNG KHA – TÂY NINH

Câu 1: (5 điểm)

Ném một viên đá từ điểm A trên mặt phẳng nghiêng với vận tốc v_0 hợp với mặt phẳng ngang một góc $\beta = 60^\circ$, biết $\alpha = 30^\circ$. Bỏ qua sức cản của không khí.

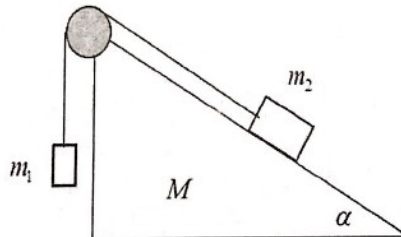
- Tính khoảng cách AB từ điểm ném đến điểm viên đá rơi chạm vào mặt phẳng nghiêng.
- Tìm góc φ hợp bởi phương vecto vận tốc và phương ngang ngay sau viên đá chạm mặt phẳng nghiêng và bán kính quỹ đạo của viên đá tại B.



Câu 2: (5 điểm)

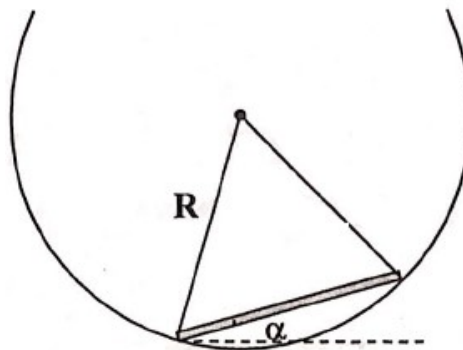
Một mặt phẳng nghiêng khối lượng M nằm trên mặt sàn có hệ số ma sát nghỉ μ . Một vật khối lượng m_1 được treo bởi một sợi dây vắt qua một ròng rọc ở đầu phía trên mặt phẳng nghiêng và nối với vật m_2 (hình vẽ). Bỏ qua khối lượng dây và khối lượng ròng rọc. Vật m_2 chuyển động lên trên, không ma sát với mặt phẳng nghiêng. Mặt phẳng nghiêng hợp tạo với phương ngang góc α .

- Tìm gia tốc của m_1, m_2 và lực căng dây khi μ rất lớn.
- Tìm hệ số ma sát nghỉ nhỏ nhất để mặt phẳng nghiêng còn đứng yên.



Câu 3: (5 điểm)

Thanh đồng chất, nằm trong một chòm cầu nhám, hệ số ma sát k, độ dài của thanh bằng bán kính chòm cầu. Hỏi thanh có thể tạo với đường nằm ngang góc lớn nhất bằng bao nhiêu mà vẫn cân bằng? Biết thanh nằm trong mặt phẳng thẳng đứng qua tâm chòm cầu.



Câu 4: (5 điểm)

Một quả cầu khối lượng m bay theo phương ngang với vận tốc v . Sau khi va chạm tuyệt đối đàn hồi với mặt phẳng nghiêng của nêm nó bật thẳng đứng lên trên. Biết nêm có khối lượng M . Bỏ qua ma sát giữa nêm và sàn. Tìm độ cao cực đại mà quả cầu đạt được sau va chạm.

Câu 5: (5 điểm)

Một mol khí lý tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện một chu trình như sau: Từ trạng thái 1 có áp suất $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$, nhiệt độ $T_1 = 600 \text{ K}$ dẫn nở đẳng nhiệt sang trạng thái 2 có áp suất $p_2 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$; rồi bị nén đẳng áp đến trạng thái 3 có nhiệt độ $T_3 = 300 \text{ K}$; rồi bị nén đẳng nhiệt đến trạng thái 4; sau đó trở lại trạng thái 1 bằng quá trình đẳng tích.

1. Xác định đầy đủ các thông số tương ứng với các trạng thái 1, 2, 3, 4 của khí. Vẽ đồ thị biểu diễn chu trình trong hệ tọa độ (pV)

2. Tính công mà khí sinh ra trong cả chu trình và hiệu suất của chu trình.

Câu 6: (5 điểm)

Một bình kim loại có thể tích V chứa không khí ở áp suất khí quyển p_0 . Người ta dùng bơm có thể tích làm việc V_0 tiến hành hút khí ra 3 lần. Sau đó, cũng bơm này bắt đầu bơm khí từ khí quyển vào bình và cũng thực hiện bơm khí vào 3 lần, khi đó áp suất trong bình lớn gấp 2 lần áp suất khí quyển. Các điều kiện bên ngoài là (p_0, T) không đổi. Các quá trình diễn ra đủ chậm, khí bơm vào và khí trong bình có khối lượng mol là μ (g/mol).

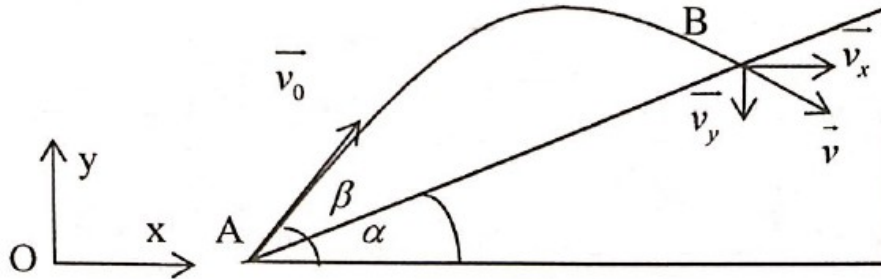
a. Tìm hệ thức giữa thể tích làm việc của bơm và thể tích bình.

b. Khối lượng khí trong bình sau 3 lần hút giảm bao nhiêu % so với ban đầu?

Câu 1:

a. Trong quá trình chuyển động vật chỉ chịu tác dụng của trọng lực p . Phương trình chuyển động của vật theo hai trục Ox và Oy:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \beta \cdot t & (1) \\ y = v_0 \sin \beta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 & (2) \end{cases}$$



Vị trí viên đá chạm mặt phẳng nghiêng: $\begin{cases} x = l \cos \alpha & (3) \\ y = l \sin \alpha & (4) \end{cases}$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3), (4) ta tìm được:

$$l = \frac{-v_0^2 \cos \beta \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha)}{g \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{-v_0^2 \cos \beta \cdot \sin(\alpha - \beta)}{g \cdot \cos^2 \alpha} \Rightarrow l = \frac{2v_0^2}{3g}$$

b. Khi vật chạm mặt phẳng nghiêng:

$$x = l \cos \alpha \Leftrightarrow v_0 \cos \beta \cdot t = \frac{2v_0^2}{3g} \cos \alpha \Rightarrow t = \frac{2v_0 \cos \alpha}{g \cos^2 \alpha} = \frac{2v_0}{g\sqrt{3}}$$

Vận tốc của vật tại B:

$$v_x = v_0 \cos \beta = \frac{v_0}{2}; \quad v_y = v_0 \sin \beta - gt = -\frac{v_0}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Suy ra: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{v_0^2}{4} + \frac{v_0^2}{12}} = \sqrt{\frac{v_0^2}{3}}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{|v_y|}{|v_x|} = \frac{\left| -\frac{v_0}{2\sqrt{3}} \right|}{\left| \frac{v_0}{2} \right|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

$$\text{Lực hướng tâm tại B: } F_{ht} = mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{g \cos \varphi} = \frac{2v_0^2}{3\sqrt{3} \cdot g}$$

Câu 2:

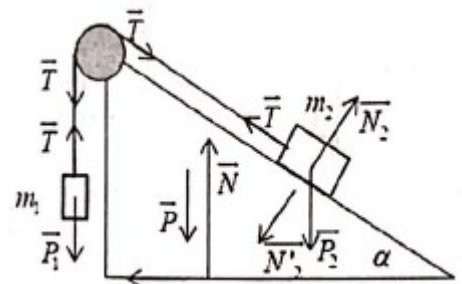
a. Khi μ đủ lớn, mặt phẳng nghiêng còn đứng yên.

Phương trình chuyển động của m_1 và m_2 là:

$$P_1 - T = m_1 a$$

$$T - P_2 \sin \alpha = m_2 a$$

$$\text{Ta tính được: } a = \frac{(m_1 - m_2 \sin \alpha)g}{m_1 + m_2}$$



$$\text{Và } T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha) g}{m_1 + m_2}$$

b. Xét mặt phẳng nghiêng khi cân bằng: $T_1 + T_2 + N'_2 + P + N + F_{ms} = 0$

$$\text{Suy ra: } F_{msn} = T \cos \alpha - N_2 \sin \alpha$$

$$N = N_2 \cos \alpha + P + T(1 + \sin \alpha) \text{ với } N_2 = P_2 \cos \alpha$$

Để mặt phẳng nghiêng đứng yên: $F_{msn} \leq \mu N$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{m_2 \cos \alpha (m_1 - m_2 \sin \alpha)}{M(m_1 + m_2) + m_1 m_2 (1 + \sin \alpha)^2 + (m_1 + m_2) m_2 \cos^2 \alpha}$$

Câu 3:

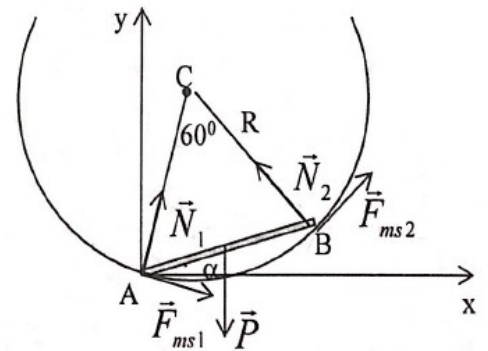
Lực tác dụng vào thanh được biểu diễn trên hình vẽ:

Điều kiện cân bằng momen đối với điểm A và B:

$$P \frac{R}{2} \cos \alpha - N_2 R \sin 60^\circ - k N_2 R \cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$P \frac{R}{2} \cos \alpha - N_1 R \sin 60^\circ - k N_1 R \cos 60^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\text{Phương trình (1), (2) suy ra: } N_2 = \frac{N_1 (\sqrt{3} - k)}{\sqrt{3} + k} \quad (3)$$



$$\text{Điều kiện cân bằng lực: } P + N_1 + N_2 + F_{ms1} + F_{ms2} = 0 \quad (4)$$

Chiếu (4) lên trục Ox ta có:

$$N_1 \sin(30^\circ - \alpha) + k N_1 \cos(30^\circ - \alpha) = N_2 \cos(60^\circ - \alpha) - k N_2 \sin(60^\circ - \alpha) \quad (5)$$

$$\text{Suy ra: } N_1 \left(\frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \right) + k N_1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha \right)$$

$$= N_2 \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \right) - k N_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right)$$

$$N_1 \left[(1 + k\sqrt{3}) \cos \alpha - (\sqrt{3} - k) \sin \alpha \right] = N_2 \left[(1 - k\sqrt{3}) \cos \alpha + (\sqrt{3} + k) \sin \alpha \right] \quad (6)$$

Từ phương trình (3), (6) suy ra:

$$\text{tg} \alpha = \frac{(\sqrt{3} + k)(1 + k\sqrt{3}) - (\sqrt{3} - k)(1 - k\sqrt{3})}{2(3 - k^2)} = \frac{4k}{3 - k^2}$$

Câu 4:

Xét trường hợp $m \ll M$: Sau va chạm M đứng yên

Do va chạm tuyệt đối đàn hồi, dựa vào định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng, ta suy ra quả cầu chỉ thay đổi phương còn độ lớn vận tốc không đổi. (suy ra mặt nghiêng hợp với phương ngang góc 45°)

$$\text{Khi đó: } v_1 = v \Rightarrow h_{\max} = \frac{v^2}{2g}$$

Xét trường hợp m không quá bé so với M: sau va chạm cả hai cùng chuyển động

Gọi V là vận tốc của nệm sau va chạm

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương ngang: $mv = MV \Rightarrow V = \frac{m}{M}v$ (1)

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$ (2)

Từ (1) và (2): $v_1^2 = v^2 \frac{M-m}{M} \Rightarrow h_{\max} = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v^2(M-m)}{2gM}$

Câu 5:

1. Xác định các thông số trạng thái và vẽ đồ thị:

Áp dụng phương trình trạng thái cho khí ở trạng thái 1:

$p_1 V_1 = RT_1 \Rightarrow V_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8,31.600}{10^5} = 49,86.10^{-3} (m^3) = 49,86 (\ell)$

Từ trạng thái 1 sang trạng thái 2, khí giãn nở đẳng nhiệt: $T_2 = T_1 = 600K$

$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{10^5 \cdot 49,86}{2,5 \cdot 10^4} = 199,44 (\ell)$

Từ trạng thái 2 sang trạng thái 3, khí bị nén đẳng áp: $p_3 = p_2 = 2,4 \cdot 10^4 Pa$

$V_3 = \frac{T_3 V_2}{T_2} = \frac{V_2}{2} = 99,72 (\ell)$

Từ trạng thái 3 sang trạng thái 4, khí bị nén đẳng nhiệt: $T_4 = T_3 = 300K$

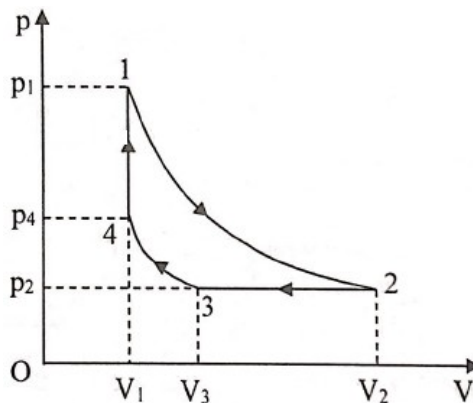
Từ trạng thái 4 sang trạng thái 1, khí biến đổi đẳng tích: $V_4 = V_1 = 49,86 (\ell)$

$p_4 = \frac{p_3 V_3}{V_4} = \frac{2,4 \cdot 10^4 \cdot 99,72}{49,68} = 0,48 \cdot 10^5 (Pa)$

Như vậy ta có các trạng thái của khí:

(1) $\begin{cases} p_1 = 10^5 Pa \\ V_1 = 49,86 \ell \\ T_1 = 600K \end{cases} \Rightarrow$ (2) $\begin{cases} p_2 = 2,4 \cdot 10^4 Pa \\ V_2 = 199,44 \ell \\ T_2 = 600K \end{cases} \Rightarrow$ (3) $\begin{cases} p_3 = 2,4 \cdot 10^4 Pa \\ V_3 = 99,72 \ell \\ T_3 = 300K \end{cases} \Rightarrow$ (4) $\begin{cases} p_4 = 0,48 \cdot 10^5 Pa \\ V_4 = 49,86 \ell \\ T_4 = 300K \end{cases}$

Đồ thị như hình



2. Tính công và hiệu suất của cả chu trình:

+ Quá trình 1-2 là quá trình giãn đẳng nhiệt có $\Delta U_{12} = 0$, khí nhận nhiệt lượng:

$Q_{12} = A_{12} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 8,31.600 \cdot 1,386 = 6911 (J)$

+ Quá trình 2-3 là quá trình nén đẳng áp, khí nhận nhiệt lượng:

$$Q_{23} = C_p (T_3 - T_2) = \frac{7}{2} R (T_3 - T_2) = 3,5.8,31.(300 - 600) = -8726(\text{J})$$

Thực tế trong quá trình này khí tỏa nhiệt $Q'_{23} = -Q_{23} = 8726(\text{J})$

+ Quá trình 3-4 là quá trình nén đẳng nhiệt, khí nhận nhiệt lượng:

$$Q_{34} = A_{34} = RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = 8,31.300.(-0,693) \approx -1,728(\text{J})$$

Thực tế trong quá trình này khí tỏa nhiệt $Q'_{34} = -Q_{34} = 1728(\text{J})$

+ Quá trình 4-1 là quá trình đẳng tích, khí nhận nhiệt lượng:

$$Q_{41} = C_v (T_1 - T_4) = \frac{5}{2} R (T_1 - T_4) = 2,5.8,31.(600 - 300) = 6232(\text{J})$$

+ Công do khí sinh ra trong cả chu trình: $\Delta U = 0$

$$A = Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} = 2689(\text{J})$$

+ Hiệu suất của chu trình: $H = \frac{A}{Q_{12} + Q_{41}} = \frac{2689}{6911 + 6232} \approx 0,2046 = 20,46\%$

Câu 6:

+ Quá trình hút khí:

Lúc đầu khí trong bình có (V, p_0)

Kéo pittông lần thứ 1, khí trong bình đi vào bơm, khí có $(V + V_0, p_1)$

Nhiệt độ của khí không đổi nên ta có: $p_0 V = p_1 (V + V_0) \Rightarrow p_1 = \frac{p_0 V}{V + V_0}$

Bơm lần 2, khí có áp suất: $\Rightarrow p_2 = \frac{p_1 V}{V + V_0} = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2$

Bơm lần 3, khí có áp suất: $\Rightarrow p_3 = \frac{p_2 V}{V + V_0} = p_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3$

+ Quá trình bơm khí: trước khi bơm khí trong bình có áp suất p_3

Mỗi lần bơm, áp suất khí trong bình tăng thêm một lượng $\Rightarrow \Delta p = \frac{p_0 V_0}{V}$

Sau 3 lần bơm, khí trong bình có áp suất bằng p với

$$p = p_3 + \frac{3p_0 V_0}{V} = p_0 \left[\left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3 + \frac{3V_0}{V} \right] = p_0 \left[\left(\frac{1}{1 + \frac{V_0}{V}} \right)^3 + \frac{3V_0}{V} \right]$$

Theo điều kiện của bài toán: $p = 2p_0$, đặt $x = \frac{V_0}{V}$

Ta có phương trình: $2 = \left(\frac{1}{1+x} \right)^3 + 3x \Leftrightarrow 2 - 3x = \left(\frac{1}{1+x} \right)^3$

Giải phương trình ta được $x \approx 0,58$ nghĩa là $\frac{V_0}{V} \approx 0,58$

b. Khối lượng của khí trong bình ban đầu là: $m_0 = \frac{\mu}{RT} p_0 V$

Khối lượng còn lại của khí sau 3 lần hút: $m_1 = \frac{\mu}{RT} p_3 V = \frac{\mu p_0 V}{RT} \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3$

Độ giảm khối lượng khí trong bình sau 3 lần hút:

$$\Delta m = m_0 - m_1 = \frac{\mu p_0 V}{RT} \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3 = \frac{\mu p_0 V}{RT} \left[1 - \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3 \right]$$

$$\frac{\Delta m}{m_0} = 1 - \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3 = 74,65\%$$