Trang 109 – 115

Do  nên 

 

Từ (1) và (2) suy ra 

b) Với dự đoán xảy ra cực trị tại , tức là  ta biến đổi như sau:



Do  nên 



Từ (3), (4), (5) suy ra 

**Ví dụ 110.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  với:

a) ;

b) .

**Lời giải**

a) Với dự đoán xảy ra cực trị tại , tức là , ta biến đổi như sau:



Do  nên 



Từ (1), (2), (3) suy ra 

b) Với dự đoán xảy ra cực trị tại , tức là , ta biến đổi như sau:



Do  nên 



Từ (1), (2), (3) suy ra 

**Lưu ý:** Xét biểu thức 

*  (ví dụ 109b).

 (ví dụ 110b).

Tổng quát,  (hỗn số).

* (ví dụ 109a).

 (ví dụ 110a).

Tổng quát,  (hỗn số).

**Ví dụ 111.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  với 

**Lời giải**

Với dự đoán xảy ra cực trị tại , tức là , ta biến đổi như sau:



Do  nên 



Từ (1), (2), (3) suy ra 

**Ví dụ 112.** Tìm giá trị nhỏ nhất của , với .

**Lời giải**

*Cách 1.* Đặt  ta có .

Do .

Bài toán quay về **ví dụ 111**. Suy ra 

*Cách 2.* Đặt . Do . Quy về bài toán ở **ví dụ 109b.** Vậy 

**Ví dụ 113.** Cho các số dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của  .

**Tìm hướng giải**

Với  ta có , nhưng dấu đẳng thức xảy ra khi  trái với giả thiết . Ta tìm hướng giải khác bẳng cách khai thác giả thiết .

**Lời giải**

Từ , với dự đoán xảy ra cực trị khi , ta biến đổi như sau:



Do  nên 



Từ (1), (2), (3) suy ra 



**Ví dụ 114.** Tìm giá trị lớn nhất của  với .

**Lời giải**

Do  nên 





Cộng vế theo vế (1) và (2) ta có . Vậy .

**Ví dụ 115.** Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của  với

1.  bất kỳ.
2. .

**Lời giải**

1. Do  và  nên . .

Với  thì . Với  thì  lớn nhất khi  nhỏ nhất.



Đặt  thì 



1. Với  thì 

Với  thì 

Ta chứng minh .

* Ta có  

Do  nên (1) đúng.

* Ta có 

Do giả thiết  nên (2) đúng, hay .

Vậy 

**Ví dụ 116.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  với .

**Lời giải**

Ta có  và  dương nên 





**Ví dụ 117.** Cho các số dương  thỏa . Tìm giá trị nhỏ nhất của:

1. .
2. .

**Lời giải**

1. .

Ta có  nên .

Đặt  đưa về tìm giá trị nhỏ nhất của  với  theo **ví dụ 110a** ta tìm được .

Do đó, 

1. 

Áp dụng bất đẳng thức  với  dương ta có





Từ (1), (2), (3) suy ra . Vậy 

**Ví dụ 118.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  với .

**Lời giải**

