

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2014-2015
Môn: TOÁN

Bài 1. Chứng minh rằng $11^{10} - 1$ chia hết cho 100

Bài 2. Phân tích đa thức thành nhân tử:

$$P = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$$

Bài 3. Cho biểu thức $Q = 1 + \left(\frac{x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-x^2-1} - \frac{2}{x+1} \right) : \frac{x^3-2x^2}{x^3-x^2+x}$

a) Rút gọn Q

b) Tính giá trị của Q biết $\left| x - \frac{3}{4} \right| = \frac{5}{4}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để Q có giá trị nguyên

Bài 4. Tìm giá trị của m để cho phương trình $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm số gấp

ba nghiệm số của phương trình: $(x+1)(x-1) - (x+2)^2 = 3$

Bài 5. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn phương trình:

$$x^2 - 25 = y(y + 6)$$

Bài 6. Cho hình vuông $ABCD$, M là điểm bất kỳ trên cạnh BC . Trong nửa mặt phẳng bờ AB chứa C dựng hình vuông $AMHN$. Qua M dựng đường thẳng d song song với AB , d cắt AH ở E , cắt DC ở F

a) Chứng minh rằng $BM = ND$

b) Chứng minh rằng $N; D; C$ thẳng hàng

c) $EMFN$ là hình gì

d) Chứng minh $DF + BM = FM$ và chu vi tam giác MFC không đổi khi M thay đổi vị trí trên BC .

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$11^{10} - 1 = (11 - 1)(11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1) = 10 \cdot (11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1)$$

Vì $10 \vdots 10$

Và $(11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1)$ có chữ số tận cùng bằng 0

Nên $(11^9 + 11^8 + \dots + 11 + 1)$ chia hết cho 10

Vậy $11^{10} - 1$ chia hết cho 100

Bài 2.

$$\begin{aligned} & x^2 \cdot (y - z) + y^2 \cdot (z - x) + z^2 \cdot (x - y) \\ &= x^2(y - z) + y^2z - y^2x + z^2x - z^2y \\ &= x^2(y - z) + yz(y - z) + x(y^2 - z^2) \\ &= (y - z)(x^2 + yz - xy - xz) \\ &= (y - z)[x(x - y) - z(x - y)] \\ &= (y - z)(x - y)(x - z) \end{aligned}$$

Bài 3.

a) ĐKXD: $x \neq 0; -1; 2$

$$\begin{aligned} Q &= 1 + \left(\frac{x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-x^2-1} - \frac{2}{x+1} \right) : \frac{x^3-2x^2}{x^3-x^2+x} \\ &= 1 + \frac{x+1+x+1-2(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x(x-2)} \\ &= 1 + \frac{-2x^2+4x}{(x-1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x(x-2)} \\ &= 1 + \frac{-2}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \end{aligned}$$

b) $\left| x - \frac{3}{4} \right| = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & (ktm) \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Với $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow Q = -3$

c) $Q \in \mathbb{Z}$ với $x \in \{-3; -2; 1\}$

Bài 4

$$(x+1)(x-1) - (x+2)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 - x^2 - 4x - 4 = 3$$

$$\Leftrightarrow -4x = 8 \Leftrightarrow x = -2$$

Để phương trình $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm gấp ba lần nghiệm của phương trình

$$(x+1)(x-1) - (x+2)^2 = 3, \text{ hay } x = -6$$

Ta có

$$6 \cdot (-6) - 5m = 3 + 3m \cdot (-6)$$

$$\Leftrightarrow -5m + 18m = 39$$

$$\Leftrightarrow 13m = 39 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy với $m = 3$ thì phương trình $6x - 5m = 3 + 3mx$ có nghiệm số gấp ba nghiệm số

của phương trình $(x+1)(x-1) - (x+2)^2 = 3$

Bài 5.

$$x^2 - 25 = y(y+6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (y+3)^2 = 16$$

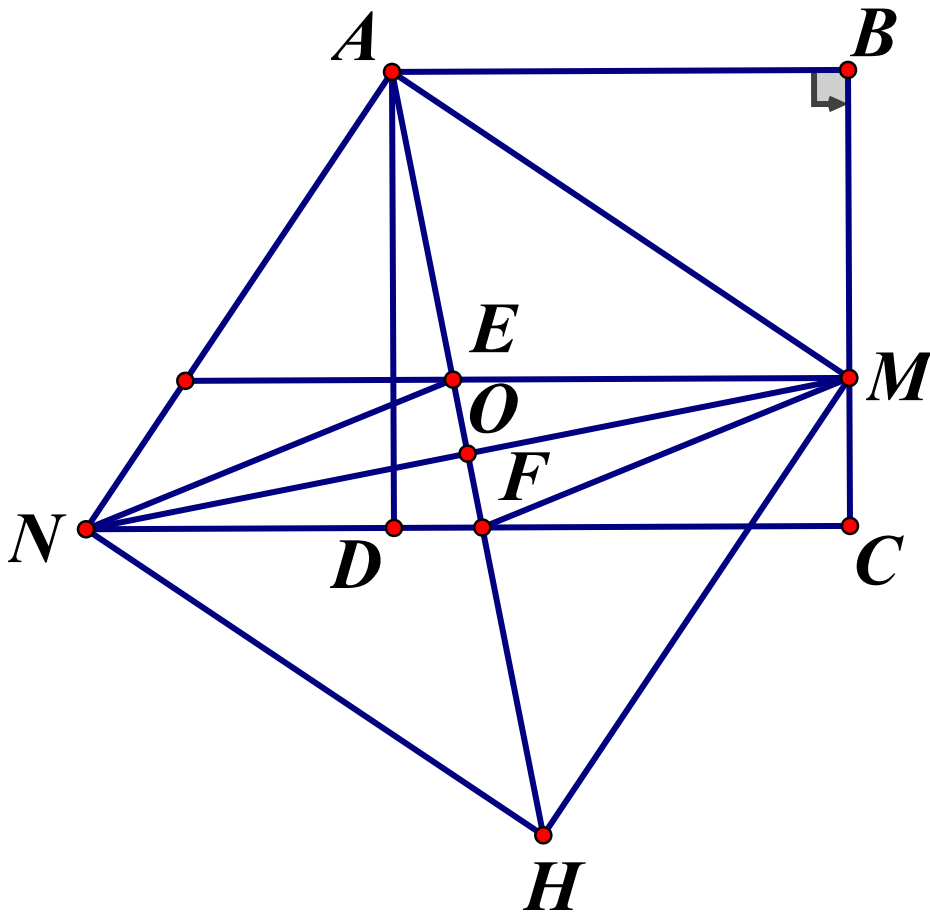
$$\Leftrightarrow (x+y+3)(x-y-3) = \begin{cases} (+4) \cdot (+4) \\ (+2) \cdot (+8) \\ (+1) \cdot (+16) \end{cases}$$

$x - y$	7	-1	5	1	11	-5	4	2	19	-13
$x + y$	1	-7	5	-11	-1	5	13	-19	-2	-4

Vậy các cặp số nguyên phải tìm là:

$$(4; -3); (-4; -3); (5; 0); (-5; -6); (5; -6); (-5; 0)$$

Bài 6.



a) $ABCD$ là hình vuông (gt) $\Rightarrow \widehat{BAM} + \widehat{MAD} = 90^\circ$ (1)

Vì $AMHN$ là hình vuông (gt) $\Rightarrow \widehat{BAN} + \widehat{MAD} = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{BAN}$

Ta có: $\triangle AND = \triangle AMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{NDA}$ và $BM = ND$

b) $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow \widehat{FDA} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{NDA} + \widehat{FDA} = \widehat{NDC}$

$\Rightarrow 90^\circ + 90^\circ = \widehat{NDC}$

$\Rightarrow \widehat{NDC} = 180^\circ$

Suy ra $N; D; C$ thẳng hàng

c) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AH và MN của hình vuông $AMHN$

$\Rightarrow O$ là tâm đối xứng của hình vuông $AMHN$

$\Rightarrow AH$ là đường trung trực của đoạn MN , mà $E, F \in AH$
 $\Rightarrow EN = EM$ và $FM = FN$ (3)

Tam giác vuông EOM = tam giác vuông FON ($OM = ON; \sphericalangle N_1 = \sphericalangle M_3$)
 $\Rightarrow \sphericalangle AOM = \sphericalangle NOH \Rightarrow EM = NF$ (4)

Từ (3), (4) $\Rightarrow EM = NE = NF = FM \Rightarrow MENF$ là hình thoi (5)

d) Từ (5) suy ra $FM = FN = FD + DN$ mà $DN = MB$ (cmt)
 $\Rightarrow MF = DF + BM$

Gọi chu vi tam giác MCF là p và cạnh hình vuông $ABCD$ là a
 $p = MC + CF + MF = MC + CF + BM + DF$ (Do $MF = DF + MB$)
 $= (MC + MB) + (CF + FD) = BC + CD = a + a = 2a$

Hình vuông $ABCD$ cho trước $\Rightarrow a$ không đổi $\Rightarrow p$ không đổi