|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ VINH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề thi gồm có 01 trang)* | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn thi: TOÁN**  **Thời gian : 150 phút, không kể thời gian giao đề** |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm giá trị biểu thức tại 
3. Tìm để và đều là số nguyên

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. Giải các phương trình sau :



1. Giải phương trình nghiệm nguyên : 
2. Cho hàm số (là tham số) có đồ thị cắt trục theo thứ tự tại hai điểm H là hình chiếu của O trên đường thẳng Tìm giá trị của tham số để 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

a) Xác định để đa thức chia hết cho đa thức 

b) 1. Chứng minh rằng với mọi số dương thì 

2. Cho các số dương thỏa mãn Chứng minh :

**  
Câu 4. (7,0 điểm)**

1. Cho nửa đường tròn đường kính Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ có chứa nửa đường tròn vẽ tia vuông góc với là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn khác A, khác B). Qua kẻ đường thẳng song song với cắt tại F và cắt tia tại M, cắt nửa đường tròn tại D
2. Chứng minh rằng là tiếp tuyến của 
3. Giả sử Tính diện tích tam giác 
4. Cho tam giác đều có cạnh bằng là một điểm nằm bên trong tam giác. Gọi lần lượt là hình chiếu của trên các cạnh Tìm vị trí điểm để biểu thức có giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó theo 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Rút gọn biểu thức **

ĐKXĐ: 



1. **Tìm giá trị biểu thức tại **

****

1. **Tìm để và đều là số nguyên**

Đặt 



Do là số nguyên nên 

(thỏa)

Vậy 

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. **Giải các phương trình sau :**

****

****

1. **Giải phương trình nghiệm nguyên : **

****

1. **Cho hàm số (là tham số) có đồ thị cắt trục theo thứ tự tại hai điểm H là hình chiếu của O trên đường thẳng Tìm giá trị của tham số để **

A là giao điểm của đồ thị hàm số và 



B là giao điểm của hàm số với 



Ta có vuông tại O, 



**Câu 3. (4,0 điểm)**

**a) Xác định để đa thức chia hết cho đa thức **

Áp dụng định lý Bơ-du ta có : khi 



1. **1. Chứng minh rằng với mọi số dương** **thì** 

Áp dụng định lý Cosi

Dấu bằng xảy ra khi 

**2. Cho các số dương thỏa mãn Chứng minh :**

**  
**

Ta có :



**Câu 4. (7,0 điểm)**

1. **Cho nửa đường tròn đường kính Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ có chứa nửa đường tròn vẽ tia vuông góc với là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn khác A, khác B). Qua kẻ đường thẳng song song với cắt tại F và cắt tia tại M, cắt nửa đường tròn tại D**

****

1. **Chứng minh rằng là tiếp tuyến của **

có là đường kính đường tròn ngoại tiếp vuông

Do đó mà cân nên là trung điểm 

là đường trung trực của 

Xét và có : 



là tiếp tuyến của (O)

1. **Giả sử Tính diện tích tam giác **

Ta có 

Mà 

Ta có : 

. Ta có :



1. **Cho tam giác đều có cạnh bằng là một điểm nằm bên trong tam giác. Gọi lần lượt là hình chiếu của trên các cạnh Tìm vị trí điểm để biểu thức có giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó theo **



Bài toán phụ: Chứng minh rằng nếu thì 

Dấu bằng xảy ra khi . Ta có :



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Trở lại bài toán, ta có :



Áp dụng bài toán phụ ở trên, ta có :



Vậy không đổi

Dấu bằng xảy ra là tâm đường tròn nội tiếp là tâm 

Vậy khi M là tâm tam giác thì tổng có giá trị nhỏ nhất