

DẠNG 1. DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Câu 1. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.
- B. Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$.
- C. Nhị thức $f(x)$ có giá trị trái dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\infty; \frac{b}{a}\right)$.
- D. Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Theo định lý về dấu của nhị thức bậc nhất.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Bất phương trình $ax + b < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $a = 0$ và $b < 0$.
- B. Bất phương trình bậc nhất một ẩn luôn có nghiệm.
- C. Bất phương trình $ax + b < 0$ vô nghiệm khi $a = 0$ và $b \geq 0$.
- D. Bất phương trình $ax + b < 0$ vô nghiệm khi $a = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Xét $ax + b < 0$

khi $a = 0$ thì có dạng $0x + b < 0$

Nếu $b < 0$ thì tập nghiệm là $\mathbb{R}$

Nếu $b \geq 0$ thì bất phương trình vô nghiệm.

Câu 3. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 23x - 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right)$.
- B. $f(x) > 0$ với $\forall x > -\frac{5}{2}$.
- C. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.
- D. $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow 23x - 20 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}$.

Câu 4. Tìm m để $f(x) = (m - 2)x + 2m - 1$ là nhị thức bậc nhất.

- A.** $m \neq 2$ **B.** $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$ **C.** $m > 2$ **D.** $m < 2$

Lời giải

Chọn A.

Đề d_3 là nhị thức bậc nhất thì $S = 16$ $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Câu 5. Cho nhị thức $f(x) = x - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \geq 1$ **B.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$ **C.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x > 1$ **D.** $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$

Câu 6. **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	-	-	0	+	+	+

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ là

A. $[1; 2]$ **B.** $[1; 2) \cup (3; +\infty)$ **C.** $[1; 2) \cup [3; +\infty)$ **D.** $[1; 2] \cup [3; +\infty)$

Lời giải

Chọn C.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	-	-	0	+	+	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	0	+	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2) \cup [3; +\infty)$

Câu 7. Hàm số có kết quả xét dấu

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

là hàm số

A. $f(x) = x - 3$ B. $f(x) = \frac{x}{x+3}$ **C. $f(x) = x(3-x)$** D. $f(x) = x(x-3)$

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) = 0$ khi $x = 0$; $x = 3$ nên đáp án chỉ có thể là $f(x) = x(3-x)$ hoặc $f(x) = x(x-3)$

Mặt khác $f(x) > 0$ khi $x \in (0; 3)$ nên đáp án là $f(x) = x(3-x)$ (vì $f(x) = x(3-x) \Leftrightarrow f(x) = -x^2 + 3x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -1 < 0$).

Chọn đáp án **C.**

Câu 8. Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

A. $f(x) = x - 2$ B. $f(x) = 2 - 4x$ **C. $f(x) = 16 - 8x$** D. $f(x) = -x - 2$

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f(x) = 16 - 8x$ có nghiệm $x = 2$ đồng thời hệ số $a = -8 < 0$ nên bảng xét dấu trên là của biểu thức $f(x) = 16 - 8x$

Câu 9. Với x thuộc tập nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{2-x}{2x+1}$ không âm?

A. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right)$ **B. $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$** C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ D. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = \frac{2-x}{2x+1} \geq 0$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$2-x$	$+$	$ $	0	$-$
$2x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	$-$

Vậy $S = \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 10. Cho biểu thức $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \leq 0$ là

A. $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. **B.** $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$. **D.** $x \in (-\infty; 1) \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Ta có $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2} = \frac{3x-2-2+x}{3x-2} = \frac{4x-4}{3x-2}$.

Phương trình $4x-4=0 \Leftrightarrow x=1$ và $3x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
$4x-4$	$-$	$ $	$-$	$+$
$3x-2$	$-$	0	$+$	$ $
$f(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$.

Chọn **C.**

Câu 11. Cho biểu thức $f(x) = -\frac{4}{3x+1} - \frac{3}{2-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) > 0$ là

A. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup [2; +\infty)$. **B.** $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$. **D.** $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right]$.

Ta có $f(x) = -\frac{4}{3x+1} - \frac{3}{2-x} = \frac{3}{x-2} - \frac{4}{3x+1} = \frac{5x+11}{(x-2)(3x+1)}$.

Phương trình $5x+11=0 \Leftrightarrow x=-\frac{11}{5}$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

và $3x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{11}{5}$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$
$5x+11$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$3x+1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 12. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

- A.** $x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$. **B.** $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$. **D.** $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Ta có $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)} < 0$.

Phương trình $x+12=0 \Leftrightarrow x=-12$; $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-12	-4	-3	0	$+\infty$
$x+12$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x+4$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$. **Chọn A.**

Câu 13. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 1$?

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Ta có $1 - f(x) = 1 - \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1} = 1 - \frac{x^2-x-6}{x^2-1} = \frac{x+5}{(x-1)(x+1)}$.

Phương trình $x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-1	1	$+\infty$
$x+5$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$x-1$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$
$x+1$	$-$	$ $	0	$+$	$ $
$1-f(x)$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $1-f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-5; -1) \cup (1; +\infty)$.

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 14. Cho a, b là các số thực dương, khi đó tập nghiệm của bất phương trình $(x-a)(ax+b) \geq 0$ là

- A. $(-\infty; a) \cup \left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$ B. $\left[-\frac{b}{a}; a\right]$
 C. $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$ D. $(-\infty; -b) \cup (a; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

$$(x-a)(ax+b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=a \\ x=-\frac{b}{a} \end{cases}$$

Xét

Vì a, b là các số thực dương nên $-\frac{b}{a} < 0$, do đó $-\frac{b}{a} < a$.

Bảng xét dấu biểu thức $(x-a)(ax+b)$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		a		$+\infty$
$x-a$		$-$	$ $	$-$	0	$+$	
$ax+b$		$-$	0	$+$	$ $	$+$	
$(x-a)(ax+b)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$(x-a)(ax+b) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$$

Từ bảng xét dấu trên suy ra

Câu 15. Cho biểu thức $f(x) = (x - 2)(x + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 2]$

B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$

C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$

D. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Vậy B đúng.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $(x - 1)(x - 3) \leq 0$

A. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

B. $[3; +\infty)$

C. $\mathbb{R}$

D. $[1; 3]$

Lời giải

Chọn D

$$(x - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có:

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x-1$	-	0	+	+	
$x-3$	-	-	0	+	
$(x-1)(x-3)$	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [1; 3]$

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $(x + 2)(5 - x) < 0$ là

A. $[5; +\infty)$

B. $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$

C. $(-2; 5)$

D. $(-5; -2)$

Lời giải

Chọn B

$$(x + 2)(5 - x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 5 \end{cases}$$

Ta có

Câu 18. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $(2 - x)(x + 1)(3 - x) \leq 0$ là

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

$3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Bảng xét dấu về trái

x	$-\infty$	-1		2		3		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $x \in (-\infty; -1] \cup [2; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên dương của bất phương trình trên là 2.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x - 3)(5 - x) > 0$.

A. $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$

B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$

C. $\left(-5; \frac{3}{2}\right)$

D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(2x - 3)(5 - x) > 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 13x - 15 > 0$.

Xét tam thức $f(x) = -2x^2 + 13x - 15$ có hai nghiệm $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 5$, hệ số $a = -2$, nên $f(x)$ luôn dương với mọi x thuộc khoảng $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$. Vậy bất phương trình $(2x - 3)(5 - x) > 0$ có tập nghiệm là khoảng $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x + 8)(1 - x) > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó $b - a$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. 9.

D. không giới hạn.

Đặt $f(x) = (2x + 8)(1 - x)$

Phương trình $2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4$ và $1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$2x + 8$	$-$	0	$+$	$+$
$1 - x$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (-4; 1)$.

Khi đó $b = 1$, $a = -4 \Rightarrow b - a = 5$. **Chọn B.**

Câu 21. Tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $(x+4)(x+5) < 0$. B. $(x+4)(5x-25) < 0$.
C. $(x+4)(5x-25) \geq 0$. D. $(x-4)(x-5) < 0$.

Phương trình $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$ và $x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$.

Phương trình $x-4=0 \Leftrightarrow x=4$ và $5x-25=0 \Leftrightarrow x-5=0 \Leftrightarrow x=5$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-4	4	5	$+\infty$		
$x+5$	$-$	0	$+$	$+$	$+$			
$x+4$	$-$	$-$	0	$+$	$+$			
$x-4$	$-$	$-$		$-$	0	$+$		
$x-5$	$-$	$-$	$-$		$-$	0	$+$	
$(x+4)(x+5)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$		
$(x+4)(x-5)$	$+$		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$(x-4)(x-5)$	$+$	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là nghiệm của bất phương trình $(x+4)(5x-25) < 0$. Chọn **B**.

Câu 22. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $(x+3)(x-1) \leq 0$ là
A. 1. B. -4. C. -5. D. 4.

Đặt $f(x) = (x+3)(x-1)$

Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $(x+3)(x-1) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-3; 1]$.

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là $-3, -2, -1, 0, 1$.

Suy ra tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng -5 .

Chọn **C**.

Câu 23. Tập nghiệm $S = [0; 5]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x(x-5) < 0$. B. $x(x-5) \leq 0$. C. $x(x-5) \geq 0$. D. $x(x-5) > 0$.

Đặt $f(x) = x(x-5)$.

Phương trình $x=0$ và $x-5=0 \Leftrightarrow x=5$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $x \in [0; 5] \Leftrightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x(x-5) \leq 0$. Chọn **B**.

- Câu 24.** Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $x(x-2)(x+1) > 0$ là
A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Đặt $f(x) = x(x-2)(x+1)$.

Phương trình $x=0$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là 3. Chọn **B**.

- Câu 25.** Tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $(x+3)(x-5)(14-2x) \leq 0$. B. $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0$.
C. $(x-3)(x-5)(14-2x) < 0$. D. $(x+3)(x-5)(14-2x) < 0$.

Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$; $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$.

Và $x-5=0 \Leftrightarrow x=5$; $14-2x=0 \Leftrightarrow x=7$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	3	5	7	$+\infty$
$x+3$		-	0	+	+	+
$x-3$		-	-	0	+	+
$x-5$		-	-	-	0	+
$14-2x$		+	+	+	+	0
$(x+3)(x-5)(14-2x)$		+	0	-	0	+
$(x-3)(x-5)(14-2x)$		+	+	0	-	0

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0$. **Chọn B.**

Câu 26. Hỏi bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x) \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Đặt $f(x) = (2-x)(x+1)(3-x)$

Phương trình $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$; $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $3-x=0 \Leftrightarrow x=3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$2-x$		+	+	0	-
$x+1$		-	0	+	+
$3-x$		+	+	+	-
$f(x)$		-	0	+	0

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; 3]$.

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên dương. **Chọn D.**

Câu 27. Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0$ là
A. - 9. **B.** - 6. **C.** - 4. **D.** 8.

Bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0 \Leftrightarrow 3(x-2)^2(x+2)(x-1) > 0$

Vì $(x-2)^2 > 0, \forall x \neq 2$ nên bất phương trình trở thành $\begin{cases} x \neq 2 \\ (x+2)(x-1) > 0 \end{cases}$

Đặt $f(x) = (x+2)(x-1)$. Phương trình $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

Kết hợp với điều kiện $x \neq 2$, ta được $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Do đó, nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình là -3 và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình là 3 . Vậy tích cần tính là $(-3) \cdot 3 = -9$. **Chọn A.**

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $2x(4-x)(3-x)(3+x) > 0$ là

A. Một khoảng **B.** Hợp của hai khoảng.

C. Hợp của ba khoảng. **D.** Toàn trục số.

Đặt $f(x) = 2x(4-x)(3-x)(3+x)$.

Phương trình $2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $4 - x = 0 \Leftrightarrow x = 4$;

Và $3 - x = 0 \Leftrightarrow x = 3$; $3 + x = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	0	3	4	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	
$2x$	$-$		$-$	0	$+$	$+$
$3-x$	$-$		$-$	$+$	0	$+$
$4-x$	$-$		$-$	$+$	$-$	0
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 3 \\ x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3) \cup (4; +\infty).$$

Từ bảng xét dấu ta có

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là hợp của ba khoảng.

Chọn C.

Câu 29. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \geq 0$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x(x+2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x(x+2) \geq 0 \end{cases}$.

Đặt $f(x) = x(x+2)$.

Phương trình $x=0$ và $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
x	$-$	$ $	$-$	$+$	
$x+2$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 1$, ta được tập nghiệm $S = [1; +\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là $x=1$. **Chọn C.**

DẠNG 1. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+1}{2-x} \geq 2$ là
A. $[1; 2)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $[-3; 1)$. **D.** $[1; 2]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \neq 2$.

$$\frac{x+1}{2-x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2-x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1-4+2x}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-3}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$$

$$[1; 2).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2}{x-3} \geq 4$ là
A. $\left(\frac{14}{4}; +\infty\right]$. **B.** $(-\infty; 3]$.
C. $\left(3; \frac{14}{4}\right]$. **D.** $\left(-3; -\frac{14}{4}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \neq 3$.

Ta có: $\frac{2}{x-3} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-4x+14}{x-3} \geq 0$

$$x \in \left(3; \frac{14}{4}\right].$$

Lập bảng xét dấu ta được có:

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \in \left(3; \frac{14}{4}\right]$.

- Câu 32.** (Cụm liên trường Hải Phòng-L1-2019) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x-1}{x-3} \leq 1$.
- A. $[-2; 3]$ B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$
C. $(-\infty; -2]$ D. $[-2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \neq 3$.

$$\frac{2x-1}{x-3} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2x-1-(x-3)}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $[-2; 3)$.

- Câu 33.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2x-1} \geq \frac{1}{2x+1}$ là
- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{(2x-1)(2x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp đk ta có tập nghiệm của bpt là $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 34. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\frac{1-2x}{4x+8} \geq 0$ là

- A. $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ B. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$ **C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$** D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Lời giải

Chọn C

$$\frac{1-2x}{4x+8} \geq 0 \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 35. Bất phương trình $\frac{1}{x-2} \geq 1$ có tập nghiệm S là

- A. $S = (-\infty; 3]$ B. $S = (-\infty; 3)$ **C. $S = (2; 3]$** D. $[2; 3]$

Lời giải

Chọn C

$$\frac{1}{x-2} \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ 1 \geq x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 3 \geq x \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 3.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (2; 3]$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x} > 1$ là

- A. $(0; 1)$** B. $(-\infty; 1)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

$$\frac{1}{x} > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 > x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 1 < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (0; 1) \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 1)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$

Câu 37. (Độ Cẩn Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $\left[-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$ B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ **C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right]$** D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình tương đương với

$$\frac{x-2}{x+1} - \frac{x+1}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

Ta có: $1-2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}; x+1=0 \Leftrightarrow x=-1; x-2=0 \Leftrightarrow x=2.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$1-2x$	+	+	0	-	-
$x+1$	-	0	+	+	+
$x-2$	-	-	-	0	+
VT	+	-	0	+	-

$$S = (-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2 \right).$$

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình:

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(x-1)(2x-5)(x+1)}{x+4} < 0$ là $S = (a; b) \cup (c; d)$. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$

B. 1.

C. -2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{(x-1)(2x-5)(x+1)}{x+4} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2-1)(2x^2+3x-20)}{(x+4)^2} < 0$$

Ta có

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-4	-1	1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
x^2-1	+	+	0	-	0	+	
$2x^2+3x-20$	+	0	-	-	-	0	+
VT	+	-	+	-	+	-	+

$$S = (-4; -1) \cup \left(1; \frac{5}{2} \right)$$

Dựa vào bảng xét dấu BPT có tập nghiệm là

$$a+b+c+d = -4 - 1 + 1 + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2}$$

Vậy

- Câu 39. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Bất phương trình $x^{\frac{3}{2}} \geq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

+ Nếu $x > 0$ thì $x^{\frac{3}{2}} \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_1 = (0; 3]$.

+ Nếu $x < 0$ thì $x^{\frac{3}{2}} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_2 = \emptyset$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = S_1 \cup S_2 = (0; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

- Câu 40.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x+1}$ là
A. $(-1; 1)$ **B.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ **D.** $(1; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

$$\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{(x-1)(x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

- Câu 41.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+3}{1-x} \geq 1$ là
A. $[-1; 1)$ **B.** $(-1; 1)$ **C.** $[-3; 1)$ **D.** $[-2; 1)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\frac{x+3}{1-x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{1-x} \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x < 1$.

- Câu 42.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4x-3}{1-2x} \geq -1$ là
A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ **B.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ **C.** $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$ **D.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \frac{4x-3}{1-2x} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{1-2x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ (2x-2)(1-2x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1$$

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1-x}{1+x} \leq 0$ là

- A.** $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$ **B.** $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$
C. $(-1; 1]$ **D.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A.

Đặt $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)$ ta suy ra nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

Câu 44. Bất phương trình $\frac{2x+7}{x-4} < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A.** 14. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\frac{2x+7}{x-4} < 1 \Leftrightarrow \frac{x+11}{x-4} < 0 \Leftrightarrow -11 < x < 4$$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên dương lần lượt là $\{1; 2; 3\}$.

Câu 45. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4-x}{-3x+6} \leq 0$ là

- A.** $(2; 4]$ **B.** $(-\infty; 2) \cup [4; +\infty)$ **C.** $[2; 4]$ **D.** $(2; 4)$

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $-3x+6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Xét $4-x=0 \Leftrightarrow x=4$.

Và $-3x+6=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$4-x$	+		+	-
$-3x+6$	+	0	-	
Vế trái	+		-	0

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (2; 4]$.

- Câu 46.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1}{x-3} > 1$ là
A. $(3; +\infty)$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 3)$

Lời giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Ta có: $\frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

- Câu 47.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4x-2}{6-2x} \geq 0$
A. $S = [2; 3)$ **B.** $S = [2; 3]$ **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn **A.**

Điều kiện: $6-2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Đặt $f(x) = \frac{4x-2}{6-2x}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$4x-2$	-	0	+	
$6-2x$	+		+	0
$f(x)$	-	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 3)$.

- Câu 48.** Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty)$ **B.** $S = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$

C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty).$

D. $S = (-\infty; -1] \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right).$

Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{(x-1)(x+1)} \leq 0.$

Đặt $f(x) = \frac{1-3x}{(x-1)(x+1)}$. Ta có $1-3x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}; \begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$1-3x$	+		+	0	-
$x-1$	-		-		0
$x+1$	-	0	+		+
$f(x)$	+		-	0	+

$$f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ x > 1 \end{cases}$$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty).$

Chọn A.

Câu 49. Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -12) \cup (-4; 3) \cup (0; +\infty).$

B. $S = [-12; -4) \cup (-3; 0).$

C. $S = (-\infty; -12) \cup [-4; 3] \cup (0; +\infty).$

D. $S = (-12; -4) \cup (-3; 0).$

Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3} \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)} < 0.$

Đặt $f(x) = \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)}$. Ta có $x+12=0 \Leftrightarrow x=-12; \begin{cases} x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \\ x+4=0 \Leftrightarrow x=-4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-12	-4	-3	0	$+\infty$
$x+12$		$-$	0	$+$	$ $	$+$
x		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$
$x+3$		$-$	$ $	$-$	0	$+$
$x+4$		$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -12 < x < -4 \\ -3 < x < 0 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-12; -4) \cup (-3; 0)$. **Chọn D.**

- Câu 50.** Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2}$ có tập nghiệm S là
- A.** $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup [1; 3]$. **B.** $T = [-1; 0) \cup (-3; +\infty)$.
- C.** $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$. **D.** $T = (-1; 0] \cup (-3; +\infty)$.

Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x-1)^2} < 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+1)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{x(x-3)}{x+1} < 0 \end{cases} \text{ (vì } (x-1)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}.$$

Đặt $f(x) = \frac{x(x-3)}{x+1}$. Ta có $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$		
x	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$-$
$x-3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 3 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $x \neq 1$, ta được tập nghiệm $S = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$.

Chọn **C.**

Câu 51. Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là
A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Bất phương trình tương đương với

$$\frac{x(x+4)}{x(x-3)(x+3)} - \frac{2x(x-3)}{x(x-3)(x+3)} < -\frac{4x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} \Leftrightarrow \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)} < 0.$$

Đặt $f(x) = \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)}$. Ta có $3x+22=0 \Leftrightarrow x = -\frac{22}{3}; \begin{cases} x-3=0 \Leftrightarrow x=3 \\ x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{22}{3}$	-3	3	$+\infty$
$3x+22$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$-$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{22}{3}\right) \cup (-3; 3).$$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là $x=2$. Chọn **A.**

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 52. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \leq 1$.

- A.** $S = [0; 1]$ **B.** $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$
C. $S = (-\infty; 1]$ **D.** $S = (-\infty; 1] \cap [1; +\infty)$

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có $|2x-1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1]$.

Câu 53. Tập nghiệm của bất phương trình $|3x+1| > 2$.

A. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

B. $S = \emptyset$

C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$

D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $|3x+1| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 > 2 \\ 3x+1 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < -1 \end{cases}$

$$S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là

Câu 54. Số giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x+1| < 3x$ là
A. 2016. **B.** 2017. **C.** 4032. **D.** 4034.

Lời giải

Chọn B.

$$|2x+1| < 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -3x < 2x-1 < 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{1}{5} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{5}$$

$$x \in [-2017; 2017] \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{5}; 2017\right]$$

Mà

Vậy có 2017 giá trị nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 55. Cho bất phương trình $\left|\frac{2}{x-13}\right| > \frac{8}{9}$. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\left|\frac{2}{x-13}\right| > \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-13} < -\frac{8}{9} \\ \frac{2}{x-13} > \frac{8}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8x-86}{9(x-13)} < 0 \\ \frac{122-8x}{9(x-13)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{43}{4} < x < 13 \\ 13 < x < \frac{61}{4} \end{cases}$$

Nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình là 11; 12.

Vậy bất phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 .

Câu 56. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

- A. $0 < x \leq 1$. B. $0 \leq x \leq 1$. **C. $\begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$** D. $x \geq 1, x < -2$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình: $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \frac{2-2x}{x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < 0, x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ \frac{-4x-2}{x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \leq -\frac{1}{2}, x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0, x \geq 1 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Câu 57. Với x thuộc tập nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x-5|-3$ không dương?

- A. $x < 1$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 0$. **D. $1 \leq x \leq 4$** .

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |2x-5|-3 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2x-5 \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

Câu 58. Bất phương trình $|x-5| \leq 4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 10. B. 8. **C. 9** D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|x-5| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq -4 \\ x-5 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 9$

Trên $[1; 9]$, phương trình $|x-5| \leq 4$ có 9 nghiệm nguyên.

Câu 59. Tập nghiệm của bất phương trình $|4-3x| \leq 8$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$. **C. $\left[-\frac{4}{3}; 4\right]$** D. $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$|4 - 3x| \leq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 3x \leq 8 \\ 4 - 3x \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{4}{3} \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow S = \left[-\frac{4}{3}; 4\right].$$

Câu 60. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $|2x+1|+2 \geq 4x$ là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ B. $S = \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ **C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$** D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn C

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+1+2 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 < 0 \\ -2x-1+2 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$$

BPT

$$\text{Vậy tập nghiệm bất phương trình là } S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 61. Bất phương trình $|2x-1| > x$ có tập nghiệm là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$** B. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ C. $\mathbb{R}$ D. Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A

$$|2x-1| > x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > x \\ 2x-1 < -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$$

Câu 62. Nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \geq x+2$ là

- A. $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ B. $\mathbb{R}$ C. $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$**

Lời giải

Chọn D

$$|2x-1| \geq x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 \geq x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 63. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $|x+1|+|x|<3$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

□ Với $x < -1$, $|x+1|+|x|<3 \Leftrightarrow -x-1-x<3 \Leftrightarrow x>-2$. BPT không có nghiệm nguyên.

□ Với $-1 \leq x \leq 0$, $|x+1|+|x|<3 \Leftrightarrow x+1-x<3 \Leftrightarrow 1<3$ (luôn đúng).

BPT có hai nghiệm nguyên $x=-1$ và $x=0$.

□ Với $x > 0$, $|x+1|+|x|<3 \Leftrightarrow x+1+x<3 \Leftrightarrow x<1$. BPT không có nghiệm nguyên.

Vậy BPT đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 64. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Bất phương trình

$|2-x|+3x-1 \leq 6$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$.

C. $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } |2-x|+3x-1 \leq 6 \Leftrightarrow |2-x| \leq 7-3x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \leq 7-3x \\ 2-x \geq -7+3x \\ 7-3x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 5 \\ -4x \geq -9 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \leq \frac{9}{4} \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{4}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là: $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$.

Câu 65. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $|x+2|+|-2x+1| \leq x+1$ là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

Xét bất phương trình $|x+2| + |-2x+1| \leq x+1$ (*).

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$-2x+1$	$+$	$+$	0	$-$

TH1. Với $x < -2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow (-x-2) + (-2x+1) \leq x+1 \Leftrightarrow -2 \leq 4x \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-2 \leq x < \frac{1}{2}$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2 - 2x+1 \leq x+1 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Kết hợp với điều kiện $-2 \leq x < \frac{1}{2}$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq \frac{1}{2}$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2 - (-2x+1) \leq x+1 \Leftrightarrow 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq \frac{1}{2}$, ta được tập nghiệm $S_3 = \emptyset$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \emptyset$. **Chọn D.**

Câu 66. Bất phương trình $|x+2| - |x-1| < x - \frac{3}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-2; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

. Xét bất phương trình $|x+2| - |x-1| \leq x - \frac{3}{2}$ (*).

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$

TH1. Với $x < -2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x-2+x-1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-2 \leq x < 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2+x-1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $-2 \leq x < 1$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2-x+1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 1$, ta được tập nghiệm $S_3 = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$. **Chọn D.**

Câu 67. Tập nghiệm của bất phương trình $|x+1| - |x-2| \geq 3$ là
A. $[-1; 2]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-2; 1)$.

Xét bất phương trình $|x+1| - |x-2| \geq 3$ $(*)$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$

TH1. Với $x < -1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x-1+x-2 \geq 3 \Leftrightarrow -3 \geq 3$ (vô lý) suy ra $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-1 \leq x < 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+1+x-2 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Kết hợp với điều kiện $-1 \leq x < 2$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+1-x+2 \geq 3 \Leftrightarrow 3 \geq 3$ (luôn đúng).

Kết hợp với điều kiện $x \geq 2$, ta được tập nghiệm $S_3 = [2; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = [2; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 68. Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{-5}{x+2}\right| < \left|\frac{10}{x-1}\right|$ là
A. một khoảng. **B.** hai khoảng. **C.** ba khoảng. **D.** toàn trục số.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Bất phương trình $\left| \frac{-5}{x+2} \right| < \left| \frac{10}{x-1} \right| \Leftrightarrow \frac{1}{|x+2|} < \frac{2}{|x-1|} \Leftrightarrow |x-1| - 2|x+2| < 0 \quad (*)$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$

TH1. Với $x < -2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x+1+2(x+2) < 0 \Leftrightarrow x < -5$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = (-\infty; -5)$.

TH2. Với $-2 < x < 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x+1-2(x+2) < 0 \Leftrightarrow 3x > -3 \Leftrightarrow x > -1$.

Kết hợp với điều kiện $-2 < x < 1$, ta được tập nghiệm $S_2 = (-1; 1)$.

TH3. Với $x > 1$ khi đó $(*) \Leftrightarrow x-1-2(x+2) < 0 \Leftrightarrow x > -5$.

Kết hợp với điều kiện $x > 1$, ta được tập nghiệm $S_3 = (1; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = (-\infty; -5) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 69. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Điều kiện: $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

TH1. Với $x \geq 0$, ta có $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{2-3x}{x+1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2-3x}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0$, ta được tập nghiệm $S_1 = \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right]$.

TH2. Với $x < 0$, ta có $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{2+3x}{x+1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2+3x}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq x \leq -\frac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < 0$, ta được tập nghiệm $S_2 = \left[-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2} \right]$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 = \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right] \cup \left[-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2} \right]$.

Vậy số nghiệm nguyên x cần tìm là ¹ ($x=1$). **Chọn A.**