

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8 điểm). Chọn đáp án đúng

$$M = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + \sqrt{x - 3}} + \frac{1}{\sqrt{-4x + 16}}$$

Câu 1. Tìm điều kiện của x để biểu thức sau có nghĩa

- A. $3 < x \leq 4$. B. $3 < x < 4$. C. $3 \leq x \leq 4$. D. $3 \leq x < 4$.

Câu 2. Cho biểu thức $P = \frac{2x}{\sqrt{x-3}}$ ($x \geq 0; x \neq 9$). Tổng các giá trị của x để $P^2 - 20P = 0$ là

- A. 10. B. 5. C. 0. D. 20.

Câu 3. Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà các đường thẳng $y = (m - 3)x + 1 - 2m$ (m là tham số) đi qua. Giá trị của $x_0 \cdot y_0$ là

- A. 3. B. 10. C. -10. D. 5.

Câu 4. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $y = \frac{-1}{2}x + 1$ bằng?

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. 1. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. 2.

Câu 5. Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 4y = 10 - m \\ x + my = 4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $2x - 3y = m + 4$. Khi đó tổng các giá trị của m tìm được là

- A. -7. B. -8. C. 7. D. 8.

Câu 6. Điều kiện của tham số m và n để Parabol $(P): y = x^2$ không có điểm chung với đường thẳng $(d): y = mx + n$ là

- A. $m^2 + 4n < 0$. B. $m^2 + 4n \geq 0$. C. $m^2 + 2n < 0$. D. $m^2 + 2n \geq 0$.

Câu 7. Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 2 = 0$ giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. 1. D. -3.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là các số nguyên?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. Vô số.

Câu 9. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{B} = 120^\circ$, M là một điểm trên cạnh AB sao cho $AM = 16cm$, hai đường thẳng DM và BC cắt nhau tại N . Biết độ dài đoạn thẳng $CN = 25cm$, độ dài đoạn AC bằng

- A. 20cm. B. $20\sqrt{2}cm$. C. $\frac{25}{\sqrt{2}}cm$. D. 30cm.

Câu 10. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có hai đường chéo cắt nhau tại O , đường thẳng qua O và song song với đáy AB cắt hai cạnh bên AD, BC lần lượt tại M, N . Biết $AB = 6cm, CD = 10cm$, độ dài cạnh MN là

- A. $7cm$. B. $7,5cm$. C. $8cm$. D. $8,5cm$.

Câu 11. Một lọ thuốc hình trụ được đặt khít trong một hộp giấy hình chữ nhật. Hỏi thể tích của hộp thuốc bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của hộp giấy? (lấy $\pi \approx 3,14$)

- A. $62,8\%$. B. $94,2\%$. C. $86,4\%$. D. $78,5\%$.

Câu 12. Bạn Trang có tầm mắt cao $1,52m$ đứng gần một tòa nhà cao tầng thì thấy đỉnh của tòa nhà với góc nhìn so với phương nằm ngang là 30° . Trang đi về phía tòa nhà $50m$ thì nhìn thấy đỉnh của tòa nhà với góc nhìn so với phương nằm ngang là 60° . Hỏi chiều cao của tòa nhà là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

- A. $43,48m$. B. $43,3m$. C. $45,48m$. D. $44,82m$.

Câu 13. Cho tam giác ABC với góc A nhọn ($\sphericalangle A = \alpha$), $AB = c, BC = a, CA = b$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$. B. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \alpha$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos \alpha$. D. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cdot \cos \alpha$.

Câu 14. Một tam giác đều cạnh a . Diện tích hình tròn nội tiếp tam giác đó bằng

- A. $\frac{\pi a^2}{12}$. B. $\frac{\pi a^2}{6}$. C. $\frac{\pi a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{3\pi a^2}{16}$.

Câu 15. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , điểm C di chuyển trên nửa đường tròn, khi đó tổng hai dây cung $CA + CB$ lớn nhất là bao nhiêu?

- A. $3\sqrt{2}R$. B. $2\sqrt{2}R$. C. $2R$. D. $\sqrt{3}R$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật có diện tích xung quanh $80dm^2$, chiều cao bằng $8dm$. Để hình hộp chữ nhật so thể tích lớn nhất thì các kích thước của đáy bề là

- A. $3dm; 2dm$. B. $2dm; 2dm$. C. $2,5dm; 2,5dm$. D. $5dm; 5dm$.

II. TỰ LUẬN (12 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 1 = 0$.

b) Tồn tại hay không các số nguyên tố a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^b + 2011 = c$

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho x và y là hai số thỏa mãn: $(x - \sqrt{x^2 + 5})(y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5$. Hãy tính giá trị của biểu thức $M = x^{2023} + y^{2023}$.

b) Giải phương trình: $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$.

Câu 3 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, ba đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H .

a) Chứng minh: $BH \cdot BD = BC \cdot BK$ và $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BC^2$.

b) Chứng minh $BH = AC \cdot \cot \sphericalangle ABC$.

c) Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD , CE lần lượt tại Q và P . Chứng minh rằng: $MP = MQ$.

Câu 4 (1,0 điểm). Cho số thực x thỏa mãn $0 < x < 2$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$A = \frac{4}{2-x} + \frac{100}{x} + 2023$$

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

UBND HUYỆN THANH BA
PHÒNG GD&ĐT

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC
KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN

NĂM HỌC: 2023 - 2024

Môn: TOÁN

HDC gồm có: 04 trang

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8 điểm). Mỗi câu đúng 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án	D	C	C	C	B	A	B	A	A	B	D	D	A	A	B	C

II. TỰ LUẬN (12 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm).

a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 1 = 0$.

b) Tồn tại hay không các số nguyên tố a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^b + 2011 = c$

Nội dung	Điểm
a) Biến đổi phương trình về dạng $(x - y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 = 0^2 + 2^2$.	0,5
+ TH1: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$.	
+ TH2: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$.	
+ TH3: $\begin{cases} x - y + 1 = 2 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$.	
+ TH4: $\begin{cases} x - y + 1 = -2 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.	0,75
	0,25

Từ đó tìm được $(x; y) \in \{(3; 4), (-1; 0), (3; 2), (-1; 2)\}$.	
<p>b) Giả sử tồn tại 3 số nguyên tố a, b, c thỏa mãn điều kiện: $a^b + 2011 = c$</p> <p>Khi đó ta có: $c > 2011 \Rightarrow c$ là số nguyên tố lẻ $\Rightarrow a^b$ chẵn $\Rightarrow a = 2$</p> <p>Nếu $b = 2$ thì $c = 2^2 + 2011 = 2015; 5 \Rightarrow c$ là hợp số (loại)</p> <p>Nếu $b \geq 3$ thì là số nguyên tố lẻ $\Rightarrow b = 2k + 1$ (với $k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow a^b = 2^{2k+1} = 2^{2k} \cdot 2$</p> <p>Vì $2^{2k} \equiv 1 \pmod{3}$ và $2 \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow a^b = 2^{2k} \cdot 2 \equiv -1 \pmod{3}$</p> <p>Lại có: $2011 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow c = a^b + 2011 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow c$ là hợp số (loại)</p> <p>Vậy không tồn tại các số nguyên tố a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^b + 2011 = c$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>

Câu 2 (4,0 điểm).

a) Cho x và y là hai số thỏa mãn: $(x - \sqrt{x^2 + 5})(y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5$. Hãy tính giá trị của biểu thức

$$M = x^{2023} + y^{2023}$$

b) Giải phương trình: $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$.

Nội dung	Điểm
<p>a) Ta có $(x - \sqrt{x^2 + 5})(y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5$ (1)</p> <p>Nhân hai vế của (1) với $(x + \sqrt{x^2 + 5})$ ta được:</p> $(x + \sqrt{x^2 + 5})(x - \sqrt{x^2 + 5})(y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5(x + \sqrt{x^2 + 5})$ $\Leftrightarrow [x^2 - (x^2 + 5)](y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5(x + \sqrt{x^2 + 5})$ $\Leftrightarrow -5(y - \sqrt{y^2 + 5}) = 5(x + \sqrt{x^2 + 5})$ $\Leftrightarrow y - \sqrt{y^2 + 5} = -x - \sqrt{x^2 + 5} \quad (2)$ <p>Tương tự nhân 2 vế của (1) với $(y + \sqrt{y^2 + 5})$ ta được:</p> $x - \sqrt{x^2 + 5} = -y - \sqrt{y^2 + 5} \quad (3)$ <p>Cộng vế với vế của (2) và (3) ta được:</p> $y - \sqrt{y^2 + 5} + x - \sqrt{x^2 + 5} = -x - \sqrt{x^2 + 5} - y - \sqrt{y^2 + 5}$ $\Leftrightarrow 2x + 2y = 0 \Leftrightarrow 2(x + y) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0 \Leftrightarrow x = -y$ <p>Vậy $M = x^{2023} + y^{2023} = 0$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<p>b) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$ (1)</p> <p>ĐKXĐ: $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$</p> <p>Ta có: (1) $\Leftrightarrow (\sqrt{3x+1} - 4) + (1 - \sqrt{6-x}) + (3x^2 - 14x - 9) = 0$</p> $\Leftrightarrow \frac{3x+1-16}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1-(6-x)}{1+\sqrt{6-x}} + (3x+1)(x-5) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{3(x-5)}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{1+\sqrt{6-x}} + (3x+1)(x-5) = 0$ $\Leftrightarrow (x-5) \left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 \right) = 0$	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

$\Leftrightarrow (x-5)=0 \text{ Vì: } \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 > 0 \forall -\frac{1}{3} \leq x \leq 6$	0,5
$\Leftrightarrow x=5(TM)$. Vậy phương trình có nghiệm là: $x=5$.	0,5

Câu 3 (4,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, ba đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H .

a) Chứng minh: $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BC^2$.

b) Chứng minh $BH = AC \cdot \cot \angle ABC$.

c) Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD, CE lần lượt tại Q và P . Chứng minh rằng $MP = MQ$.

Nội dung	Điểm
a) Xét tam giác: $\triangle BHK$ đồng dạng $\triangle BCD$ có: góc $\angle KBH$ chung; $\angle BKH = \angle BDC = 90^\circ$. $\Rightarrow \triangle BHK \text{ đồng dạng } \triangle BCD(g.g) \text{ nên } \frac{BH}{BC} = \frac{BK}{BD} \Rightarrow BH \cdot BD = BC \cdot BK$	0,5
Tương tự: $\triangle CHK$ đồng dạng $\triangle CBE$ nên $\frac{CH}{BC} = \frac{KC}{CE} \Rightarrow CH \cdot CE = BC \cdot KC$	0,5
Cộng vế với vế hai đẳng thức ta được: $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BC \cdot BK + BC \cdot KC$ hay $BH \cdot BD + CH \cdot CE = BC(BK + KC) = BC^2$	0,5
b) Chứng minh $\triangle BEH$ đồng dạng $\triangle CEA(g \cdot g) \Rightarrow \frac{BH}{CA} = \frac{BE}{CE}$	0,5
Xét $\triangle BEC$ vuông tại $E \Rightarrow \cot \angle ABC = \frac{BE}{CE} \Rightarrow \frac{BH}{CA} = \cot \angle ABC$	0,5
$\Rightarrow BH = AC \cdot \cot \angle ABC$	0,5
c) Gọi M là trung điểm của BC . Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BD, CE lần lượt tại Q và P . Chứng minh rằng: $MP = MQ$.	

Chứng minh ΔPAH đồng dạng	$\Delta AMB (g.g) \Rightarrow \frac{PA}{AM} = \frac{AH}{MB}$	0,5
Chứng minh: ΔQAH đồng dạng	$\Delta AMC (g.g) \Rightarrow \frac{QA}{AM} = \frac{AH}{MC}$	0,5
Do $MB = MC (gt) \Rightarrow \frac{QA}{AM} = \frac{PA}{AM}$		
$\Rightarrow PA = QA \Rightarrow \Delta QMP$ cân tại $M \Rightarrow MP = MQ$		

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho số thực x thỏa mãn $0 < x < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{4}{2-x} + \frac{100}{x} + 2023$

Nội dung	Điểm
Ta có $A = \frac{4}{2-x} + \frac{100}{x} + 2023 = \left[\frac{4}{2-x} + 36(2-x) \right] + \left[\frac{100}{x} + 36x \right] + 1951$	0,5
Mà $0 < x < 2$ suy ra: $2-x > 0$.	
Áp dụng BĐT: $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ với $a, b \geq 0$, ta có:	
$\left[\frac{100}{x} + 36x \right] \geq 120$ dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{5}{3}$.	
$\left[\frac{4}{2-x} + 36(2-x) \right] \geq 24$ dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{5}{3}$.	0,5
Suy ra $A = \frac{4}{2-x} + \frac{100}{x} + 2023 = \left[\frac{4}{2-x} + 36(2-x) \right] + \left[\frac{100}{x} + 36x \right] + 1951 \geq 2095$	0,5
Vậy $\text{Min} A = 2095$ khi và chỉ khi $x = \frac{5}{3}$.	

HẾT
