**CHUYÊN ĐỀ I. SỐ HỮU TỈ. SỐ THỰC**

**CHỦ ĐỀ 5. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ**

**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. Định nghĩa:** Lũy thừa bậc *n* của một số hữu tỉ x, kí hiệu x”là tích của *n* thừa số x ( n là số tự nhiên lớn hơn 1)

xn = x. x...x (x ∈ Q, n ∈ N, n > 1)

 n

- Quy ước: x1 = x với x ∈ Q; x° = 1 với x ≠ 0.

- Khi số hữu tỉ  ta có : .

- Chú ý: x2n ≥ 0 với x ∈Q; n∈ N.

x2n-1 cùng dấu với dấu của x;

(-x)2n = x2n và (-x)2n-1 = x2n+1

**2. Các phép toán về lũy thừa**

- Tích hai lũy thừa cùng cơ số:

xm . xn = xm+n (x ∈Q, m,n ∈N).

- Thương hai lũy thừa cùng cơ số:

xm : xn = xm-n (x ∈ Q\*, m, n ∈ N, m > n).

- Lũy thừa của lũy thừa:

(xm)n = xm -n (x ∈ Q, m,n ∈ N).

- Lũy thừa của một tích:

(x.y)n = xn . yn (x, y ∈ Q, n ∈ N).

- Lũy thừa của một thương : 

- Lũy thừa số mũ nguyên âm:

Với x ∈Q, x ≠ 0; n ∈N\* ta có:

- Hai lũy thừa bằng nhau:

\* Nếu xm = xn thì m = n với (x ≠ 0; x ≠ ±1).

\* Nếu xn = yn thì x = y nêu n lẻ, x = ± y nếu n chẵn.

**II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

***Dạng 1*. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ tự nhiên**

 ***Phương pháp******giải:*** Sử dụng định nghĩa lũy thừa của một số hữu tỉ:

xn = x. x...x (x ∈ Q, n ∈ N, n > 1) và các quy ước

 n

x1 = x với x∈Q ; x0 =1 với x ≠ 0

**1A**. a) Tính: 

 b) Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa

i) 3.27.9. ii) 25.5.125; iii) .

**1B.** a) Tính ;

 b)Viết các tích sau dưới dạng lũy thừa

i) 2.16.8 ii) 49.7.343; iii) 

***Dạng 2*. Tính tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số**

***Phương pháp giải:*** Ta sử dụng các công thức về tích hai lũy thừa cùng cơ số:

xm. xn = x m+ n ( x ∈Q, m, n ∈N)

xm : xn = xm - n ( x ∈Q\*, m, n ∈N, m ≥ n)

**2A**. Thực hiện phép tính:

 a)  ; b) ;

 c) ; d) 25.5-1.50.

**2B.** Thực hiện phép tính:

 a) ; b) ;

c) ; d) 33.9-1.

***Dạng 3*. Tìm số mũ, cơ số của một lũy thừa**

 ***Phương pháp giải:*** Ta sử dụng các tính chất sau:

- Nếu xm = xn thì m = n với (x ≠ 0 ; x ≠ ±1).

- Nếu xn = yn thì x = y nếu n lẻ, x = ± y nếu n chẵn.

- Nếu xm < xn (x >1) ⬄ m < n.

**3A.** Điền số thích hợp vào ô vuông :

 a)  ; b)  = 3; c) 0,01 = (0,1) .

**3B.** Điền số thích hợp vào ô vuông :

a) 64 =  3 ; b)  ; c) 0,25= 2 .

**4A**. Tìm các số nguyên x, y biết:

a) ( x -1,2)2 = 4; b) (x + l)3 = -125;

 c) 34-x = 27; d) ( x + 1,5)8 + (2,7 - y)10 = 0;

 e) 3-1. 4x = ; f) 9-x .27x = 243.

**4B**. Tìm các số nguyên x, y biết:

 a) ( x - 1,5)2 = 9; b) ( x -2)3 = 64;

c) 24-x = 32; d) ( x + 1,5)2 + ( y - 2,5)10 = 0.

e) 2-2.2x + 2.2x = 9.26; f) 3-2 .34.3x = 37.

***Dạng 4*. So sánh lũy thừa**

***Phương pháp giải:*** Để so sánh lũy thừa ta thực hiện như sau:

- Biến đổi các lũy thừa cần so sánh về dạng có cùng số mũ hoặc cùng cơ số.

- Có thể sử dụng lũy thừa trung gian để so sánh.

**5A.** So sánh:

 a) 224 và 316; b) 2300 và 3200;c) 715 và 720;

**5B.** So sánh:

 a) -230 và -320; b) (-5)9 và (-2)18;c) 355 và 610.

**6A.** Tìm số nguyên dương n, biết:

 a) 25< 5n < 625; b) 3.27 > 3n ≥ 9;c) 16 ≤ 8n ≤ 64.

**6B.** Tìm n ∈ Z, biết:

 a) 49 < 7n < 343; b) 9 < 9n ≤ 243;c) 121 ≥ 11n ≥ 1.

**III. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**7.** Tính giá trị biểu thức:

 a) ; b) .

**8.** Tìm x, y, biết

a) ( 5x+ 1)2 = ; b) ;

c) (8x-1)2x+1 = 52x+1 ;d) ( x - 3,5)2 + .

**9.** Viết số hữu tỉ  dưới dạng một lũy thừa. Nêu tất cả các cách viết.

**10.** So sánh các số sau:

a) 335 và 520; b) 378 và 232.

**11\*.** a) Cho biết l2 + 22 +32 + ... + 102 =385.

Tính A = 32 + 62 + 92+…+ 302.

b) Cho biết l3 + 23 + 33 + … +103 = 3025

Tính B = 23 + 43 + 63 +... + 203.

**12.\***. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n thì:

a) A = 3n+3 + 3n+1 + 2n+2 + 2n+1 chia hết cho 6;

b) B = 3n+3 - 2n+3 + 3n+2 - 2n+1 chia hết cho 10;

**HƯỚNG DẪN**

**1A.** a);



b) i) 3.27.9 = 36 ii) 25. 5. 125 = 56

iii) 

**1B.** Tương tự **1A.**

a); ; 

(-0,6)4 =  ( 1,56)0 = 1

b) i)2.16.8 = 28 ii) 49.7.343 = 76 iii) 

**2A.** a)  b) c)  d) 5

**2B.** Tương tự **2A**

a) 8 b) c)  d) 3

**3A.** a)  b) c) 0,01= (0,1)2 **3B.** Tương tự **3A**

**4A.** a) Từ đề bài suy ra x - 1,2 = 2 hoặc x - 1,2= -2. Tìm được

x {-0,8;3,2}

b) Từ đề bài ta có x = 1 = -5, tìm được x = -6

c) Từ đè bai ta có 34- **x =** 33

d) ta chứng minh được ( x + 1,5)8 + (2,7 - y)10 0 x, y vì vậy để

( x + 1,5)8 + ( 2,7 - y)10 = 0 thì x + 1,5 = 0 và 2,7 - y = ). Từ đó tìm được

 x = -1,5; y = 2,7.

 **4B.** Tương tự **4A**

a) x {- 1,5; 4,5} b) x = 6

c) x = - 1 d) x = -1,5 ; y = 2,5

 **5A.**  a) Ta có 224 = 22.8 và 316 = 32.8 = 98 nên 224 < 316;

 b) 2300 = (23)100 = 8100 và 3200 = (32)100 = 9100 nên 2300 < 3200;

c) Ta có 715 < 815 mà 815 = (34)5 = 320 < 720 nên 715 < 720;

 **5B.** Tương tự **5A**

a) -230 > -320 b) (-5)9 < 0 < (-2)18  c) 355 < 610

 **6A.**  a) Từ đề bài suy ra 52 < 5n < 54, tìm được n = 3

 b) Từ đề bài suy ra 34 > 3n  32, tìm được n {2; 3}

c) Từ đề bài suy ra 24  23n  26, tìm được n = 2

**6B.** Tương tự **6A**

 a)  b) n = 2c) n {0; 1; 2}

**7.**  a)  b) 74

**8.** a)  b) x = 

 c)  d) x=  ; y= 

**9.** 

**10.** Tương tự **5A**

**11\*.** a) Ta có 12 + 22 + 32 + …102 = 385

Suy ra ( 12 +22 + 32 +…+102 ) .32 = 385.32

Do đó ta tính được A = 32 + 62 + 92 + …+302  = 3465.

b) Tương tự ý a) tính được B = 24200

**12\*.** a) Từ đề bài ta có A= 3n+1 (32 + 1) + 2n+1 (2 +1) = 3n .3.2.5 + 2n .2.3

=> ĐPCM;

b) Từ đề bài ta có B = 3n+1 (32 + 1) - 2n+1 (22 +1) = 3n+1 .10 - 2n .2.5

=> ĐPCM;