**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO**

**KỲ THI KHẢO SÁT HSG GIỎI**
**NĂM HỌC 2023-2024**

**ĐỀ SỐ 33**

**MÔN THI: TOÁN**
*Thời gian: 150 phút(Không tính thời gian giao đề)*

## PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

**Câu 1:** Giá trị của biểu thức $x^2+2xy+y^2-x-y+2023$ là Khi $x+y=10$ thì

**A.** $2023$. **B.** $2113$. **C.** $2022$. **D.** $2133$.

**Câu 2:** Rút gọn biểu thức $A=(a+b+c)^2+(a+b-c)^2-2(a+b)^2$ ta được kết quả là:

**A.** $A=2c^2$. **B.** $A=2b^2$. **C.** $A=2a^2$. **D.** $A=2ab$.

**Câu 3:** Kết quả của phép chia $\left[x(x+4)(x+6)(x+10)+128\right]:(x^2+10x+8)$ là

**A.** $(x+2)(x+4)$. **B.** $(x+2)(x+6)$.

**C.** $(x+4)(x+6)$. **D.** $(x+2)(x+8)$.

**Câu 4:** Tìm $a,b$ sao cho $f(x)=ax^3+bx^2+10x-4$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+x-2$

**A.** $a=-4,b=-2$ **B.** $a=-2,b=-4$

**C.** $a=-4,b=-1$ **D.** $a=-1,b=-2$

**Câu 5:** Biểu thức $A=x^2+2y^2-2xy-4y+2023$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng.

**A.** $2023$ **B.** $2019$ **C.** $2018$ **D.** $2022$

**Câu 6:** Giá trị lớn nhất của biểu thức $A(x)=-x^2-4x+24$ là

**A.** $4$ **B.** $24$ **C.** $28$ **D.** $-4$

**Câu 7:** Có bao nhiêu giá trị của $x$ thoả mãn $x^3-4x^2+4-x=0$.

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 8:** Tìm $m$ để đa thức $A(x)=2x^3-3x^2+x+a$ khi phân tích thành nhân tử có chứa một nhân tử là $x+2$

**A.** $20$. **B.** $21$. **C.** $22$. **D.** $23$.

**Câu 9:** Đa thức dư khi chia đa thức $x^{20}+x^{10}+x^5+1$ cho đa thức $x^2-1$ là:

**A.** $x-1$ **B.** $x+1$

**C.** $x+3$ **D.** $x-3$

**Câu 10:** Cho hình thang $ABCD$, có $\hat{C}=60^0$, $DB$ là phân giác của góc $\hat{D}$, Biết chu vi của hình thang là $20\text{ cm}$. Cạnh $AB$ của hình thang là :

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $6$. **D.** $10$.

**Câu 11:** Tứ giác $ABCD$ có $AB=BC,\ CD=DA,\ \hat{B}=120^\circ,\ \hat{D}=60^\circ$. Tính $\hat{A},\ \hat{C}$.

**A.** $\hat{A}=\hat{C}=90^\circ$. **B.** $\hat{A}=95^\circ;\ \hat{C}=55^\circ$.

**C.** $\hat{A}=\hat{C}=85^\circ$. **D.** $\hat{A}=55^\circ;\ \hat{C}=105^\circ$.

**Câu 12:** Một hộp có $12$ chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1,2,3,...11,12$, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét biến cố "Số mặt xuất hiện trên thẻ là số $10$". Xác suất của biến cố trên là:

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

## PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

### Câu I. (2 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $(x-y)z^3+(y-z)x^3+(z-x)y^3$

b) Biết $a^3+b^3+c^3=3abc$ và $a+b+c\neq 0$. Tính $A=\frac{a^2+b^2+c^2}{(a+b+c)^2}$

### Câu II. (3 điểm)

a) Giải phương trình sau. $(x^2-3x)(x^2+7x+10)=216$

b) Tìm $a,b$ biết $a+b=ab=\frac{a}{b}$ và $b\neq 0$.

### Câu III. (2 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $(y+2)x^2-y^2-2y-1=0$

b) Chứng minh với mọi $n$ lẻ thì : $B=n^3+3n^2-n-3\vdots 48$

### Câu IV. (6 điểm)

Cho đoạn thẳng $AB$ và điểm $M$ thuộc đoạn thẳng đó. Vẽ về một phía của $AB$ các hình vuông $AMCD$ và $BMEF$

a. Chứng minh $AE\perp BC$

b. Gọi $H$ là giao điểm của $AE$ và $BC$. Chứng minh ba điểm $D,H,F$ thẳng hàng

c. Chứng minh đường thẳng $DF$ luôn đi qua một điểm cố định khi $M$ di chuyển trên đoạn thẳng cố định $AB$.

### Câu IV. (1 điểm)

Tìm GTNN của $C=2x^2+3y^2+4xy-8x-2y+18$.

…… **HẾT** ……

*Họ tên học sinh: .....; Số báo danh: .....*

## HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

## PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.B | 2.A | 3.D | 4.A | 5.B | 6.C | 7.C | 8.C | 9.B | 10.A |
| 11.A | 12.C | | | | | | | | |

**Câu 1:** Giá trị của biểu thức $x^2+2xy+y^2-x-y+2023$ là Khi $x+y=10$ thì

**A.** $2023$. **B.** $2113$. **C.** $2022$. **D.** $2133$.

**Giải**

$x^2+2xy+y^2-x-y+2023$

$=(x^2+2xy+y^2)-(x+y)+2023$

$=(x+y)^2-(x+y)+2023$

$=10^2-10+2023$

$=2113$

Đáp án cần chọn là. **B.**

**Câu 2:** Rút gọn biểu thức $A=(a+b+c)^2+(a+b-c)^2-2(a+b)^2$ ta được kết quả là:

**A.** $A=2c^2$. **B.** $A=2b^2$. **C.** $A=2a^2$. **D.** $A=2ab$.

**Giải**

$C=(a+b+c)^2+(a+b-c)^2-2(a+b)^2$

$=(a+b+c)^2-2(a+b+c)(a+b-c)+(a+b-c)^2-2(a+b+c)(a+b-c)-2(a+b)^2$

$=(a+b+c+a+b-c)^2-2\left[(a+b)^2-c^2\right]-2(a+b)^2$

$=4(a+b)^2-2(a+b)^2+2c^2-2(a+b)^2=2c^2$.

Vậy $A=2c^2$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

**Câu 3:** Kết quả của phép chia $\left[x(x+4)(x+6)(x+10)+128\right]:(x^2+10x+8)$ là

**A.** $(x+2)(x+4)$. **B.** $(x+2)(x+6)$.

**C.** $(x+4)(x+6)$. **D.** $(x+2)(x+8)$.

**Giải**

Ta có:

$x(x+4)(x+6)(x+10)+128=\left[x(x+10)\right]\left[(x+4)(x+6)\right]+128=(x^2+10x)(x^2+10x+24)+128$

Đặt $x^2+10x+12=y\Rightarrow(y-12)(y+12)+128=y^2-144+128=y^2-16=(y+4)(y-4)$

$=(x^2+10x+8)(x^2+10x+16)=(x+2)(x+8)(x^2+10x+8)$

Nên:

$[x(x+4)(x+6)(x+10)+128]:(x^2+10x+8)$

¿$\left[(x+2)(x+8)(x^2+10x+8)\right]:(x^2+10x+8)$

¿$(x+2)(x+8)$

Đáp án cần chọn là. **D.**

**Câu 4:** Tìm $a,b$ sao cho $f(x)=ax^3+bx^2+10x-4$ chia hết cho đa thức $g(x)=x^2+x-2$

**A.** $a=-4,b=-2$ **B.** $a=-2,b=-4$

**C.** $a=-4,b=-1$ **D.** $a=-1,b=-2$

**Giải**

$f(x)=ax^3+bx^2+10x-4$, $g(x)=x^2+x-2$

Ta có $g(x)=(x-1)(x+2)$

Do $f(x)$ chia hết cho đa thức $g(x)$ nên $f(x)=q(x).g(x)$ với $q(x)$ là đa thức

$f(x)=(x-1)(x+2).q(x)$

Với $x=1$ ta được $f(1)=0$ hay $a+b+6=0$

Với $x=-2$ ta được $f(-2)=0$ hay $-8a+4b-24=0\Leftrightarrow -2a+b-6=0$

Khi đó ta có $\begin{cases}a+b=-6\\-2a+b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-4\\b=-2\end{cases}$

Vậy $a=-4,b=-2$.

Đáp án cần chọn là. **A.**

**Câu 5:** Biểu thức $A=x^2+2y^2-2xy-4y+2023$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng.

**A.** 2023 **B.** 2019 **C.** 2018 **D.** 2022

**Giải**

Ta có

$$A(x)=x^2+2y^2-2xy-4y+2023=(x^2-2xy+y^2)+(y^2-4y+4)+2019=(x-y)^2+(y-2)^2+2019$$

$$\Rightarrow A\geq 2019\ \forall x,y\in\mathbf{R}\Rightarrow "="\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0\\y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=2$$

Vậy $\min A=2019\Leftrightarrow x=y=2$

Đáp án cần chọn là. **B.**

**Câu 6:** Giá trị lớn nhất của biểu thức $A(x)=-x^2-4x+24$ là

**B.** 4 **B.** 24 **C.** 28 **D.** -4

**Giải**

Ta có $A(x)=-x^2-4x+24=-(x+2)^2+28\leq 28\ \forall x\Rightarrow MaxA(x)=28\Leftrightarrow x=-2$

Đáp án cần chọn là. **C.**

**Câu 7:** Có bao nhiêu giá trị của $x$ thoả mãn $x^3-4x^2+4-x=0$.

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Giải**

$$x^3-4x^2+4-x=0$$
$$\Leftrightarrow x^2.x-4.x^2+(4-x)=0\Leftrightarrow x^2(x-4)-(x-4)=0\Leftrightarrow (x^2-1)(x-4)=0\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-4)=0$$
$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x-1=0\\x+1=0\\x-4=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x=-1\\x=4\end{bmatrix}.$$

Vậy $x=1$ hoặc $x=4$ hoặc $x=-1$.

Vậy có ba giá trị của $x$ thoả mãn đề bài.

Đáp án cần chọn là. **C.**

**Câu 8:** Tìm $m$ để đa thức $A(x)=2x^3-3x^2+x+a$ khi phân tích thành nhân tử có chứa một nhân tử là $x+2$

**A.** $20$. **B.** $21$. **C.** $22$. **D.** $23$.

**Giải**

Theo định lý Bơ- zu thì dư của $f(x)=2x^3-3x^2+x+a$ khi chia cho nhị thức bậc nhất $x+2$, có giá trị là: $f(-2)=2.(-8)-3.4-2+a=a-22$

Để f(x) khi phân tích thành nhân tử có chứa một nhân tử là $x+2$ thì $a-22=0$ hay $a=22$

Đáp án cần chọn là. **C.**

**Câu 9:** Đa thức dư khi chia đa thức $x^{20}+x^{10}+x^5+1$ cho đa thức $x^2-1$ là:

**A.** $x-1$ **B.** $x+1$

**C.** $x+3$ **D.** $x-3$

**Giải**

Gọi đa thức dư trong phép chia là $ax+b$

$x^{20}+x^{10}+x^5+1=(x^2-1)Q(x)+ax+b$

Xét với $x=1$ ta được $a+b=4$

Xét với $x=-1$ ta được $-a+b=2$

Tìm được $a=1,b=3$

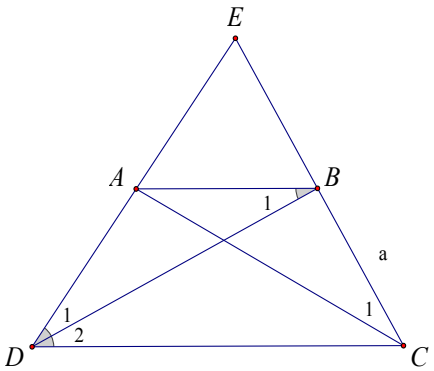
Vậy đa thức dư là $x+3$

Đáp án cần chọn là. **C.**

**Câu 10:** Cho hình thang $ABCD$, có $\hat{C}=60^0$, $DB$ là phân giác của góc $\hat{D}$, Biết chu vi của hình thang là $20\,cm$. Cạnh AB của hình thang là :

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $6$. **D.** $10$.

**Giải**




Đặt $BC=a\Rightarrow AD=AB=BC=a$

Mà: $\hat{C}=60^0\Rightarrow \hat{D}_2=30^0\Rightarrow \hat{DBC}=90^0$

Xét $\Delta BCD$ có $\hat{D}_2 = 30^0, \hat{C} = 60^0 \Rightarrow DC = 2a$

Mà Chu vi hình thang là $20\ cm$ nên ta có: $a + a + a + 2a = 20 \Leftrightarrow a = 4$

Đáp án cần chọn là. **A.**

**Câu 11:** Tứ giác $ABCD$ có $AB = BC,\ CD = DA,\ \hat{B} = 120^\circ,\ \hat{D} = 60^\circ$. Tính $\hat{A},\ \hat{C}$.

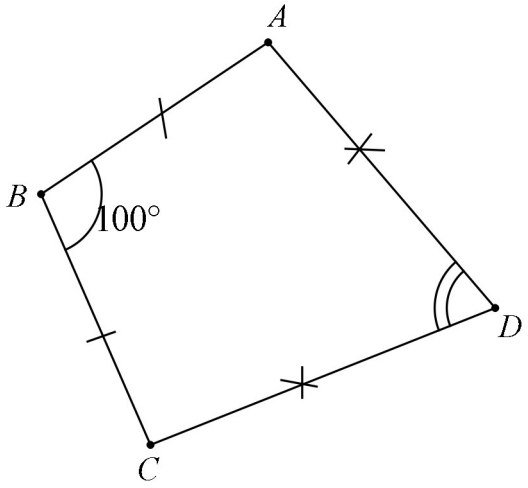
**A.** $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$.

**B.** $\hat{A} = 95^\circ;\ \hat{C} = 55^\circ$.

**C.** $\hat{A} = \hat{C} = 85^\circ$.

**D.** $\hat{A} = 55^\circ;\ \hat{C} = 105^\circ$.

**Giải**




Xét $\Delta ABC$ có $AB = AC$

$\Rightarrow \Delta ABC$ cân tại $B$ mà $\hat{B} = 120^\circ$

$\Rightarrow \hat{BAC} = \hat{BCA} = \dfrac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

Xét $\Delta ADC$ có $CD = DA$

$\Rightarrow \Delta ADC$ cân tại $D$ có $\hat{ADC} = 60^\circ$

$\Rightarrow \hat{DAC} = \hat{DCA} = \dfrac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$

Từ đó ta có:

$\hat{A} = \hat{BAD} = \hat{BAC} + \hat{CAD}$

$\Rightarrow \hat{A} = \hat{BAD} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

Và: $\hat{C} = \hat{BCD} = \hat{BCA} + \hat{ACD}$

$\Rightarrow \hat{C} = \hat{BCD} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

Vậy: $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$

Đáp án cần chọn là. **A.**

**Câu 12:** Một hộp có $12$ chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1, 2, 3, \ldots 11, 12$, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xét biến cố "Số mặt xuất hiện trên thẻ là số $10$". Xác suất của biến cố trên là:

**A.** $1$.

**B.** $0$.

**C.** $\dfrac{1}{10}$.

**D.** $\dfrac{1}{12}$.

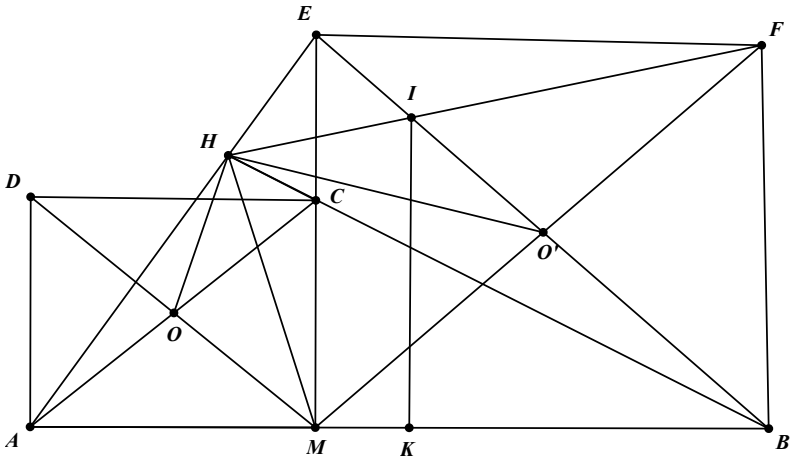
**Giải**

Đáp án cần chọn là. **D.**

## PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

| CÂU | NỘI DUNG | ĐIỂM |
|---|---|---|
| **Câu I. (2 điểm)**<br>a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử. $(x-y)z^3+(y-z)x^3+(z-x)y^3$<br>b) Biết $a^3+b^3+c^3=3abc$ và $a+b+c\neq 0$. Tính $A=\dfrac{a^2+b^2+c^2}{(a+b+c)^2}$ | | |
| | a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử.<br>$(x-y)z^3+(y-z)x^3+(z-x)y^3$<br>Ta có : $z^3(x-y)+x^3\left[-(x-y)-(z-x)\right]+y^3(z-x)$<br>$=z^3(x-y)-x^3(x-y)+y^3(z-x)-x^3(z-x)$<br>$=(x-y)(z^3-x^3)+(z-x)(y^3-x^3)$<br>$=(x-y)(z-x)(z^2+zx+x^2)+(z-x)(y-x)(y^2+xy+x^2)$<br>$=(x-y)(z-x)(z^2+zx+x^2-y^2-xy-x^2)=(x-y)(z-x)(z-y)(z+y-x)$ | 0,5<br>0,5 |
| | b)Ta có:<br>$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$<br>$\Rightarrow a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$<br>$\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0\Rightarrow a=b=c\Rightarrow A=\dfrac{3a^2}{(3a)^2}=\dfrac{1}{3}$ | 0,5<br>0,5 |
| **Câu II. (3 điểm)**<br>a) Giải phương trình sau. $(x^2-3x)(x^2+7x+10)=216$<br>b) Tìm $a,b$ biết $a+b=ab=\dfrac{a}{b}$ và b khác 0 | | |
| | $(x^2-3x)(x^2+7x+10)=216\leftrightarrow x(x-3)(x+2)(x+5)=216$<br>$\leftrightarrow (x^2+2x)(x^2+2x-15)=216$<br>$\leftrightarrow y(y-15)-216=0\leftrightarrow y^2-15y-216=0\leftrightarrow (y-24)(y+9)=0$<br>$\leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=24\\y=-9\end{array}\right.\leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2x-24=0\\x^2+2x+9=0(v.nghiem)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-6\\x=4\end{array}\right.$ | 0,5<br>0,5<br>0,5 |
| | $a+b=ab=\dfrac{a}{b}(*)$ | 0,5 |

| | | |
|---|---|---|
| | Từ $ab=\frac{a}{b}\Leftrightarrow a+b=ab=\frac{a}{b}\Rightarrow ab^2-a=0\Rightarrow a(b^2-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\b=1\\b=-1\end{array}\right.$<br>Khi $a=0,b=1$ thay vào (*) đều không thỏa mãn<br>Khi $b=-1$ thay vào (*) ta có $a+(-1)=-a\Leftrightarrow 2a=1\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$<br>Vậy $a=\frac{1}{2};b=-1$ | **0,5**<br>**0,5** |
| **Câu III. (2. điểm)**<br>a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(y+2)x^2-y^2-2y-1=0$<br>b) Chứng minh với mọi $n$ lẻ thì : $B=n^3+3n^2-n-3\vdots 48$ | | |
| | a) Ta có:<br>$(y+2)x^2-y^2-2y-1=0$<br>$\Leftrightarrow (y+2)x^2-(y^2+2y)-1=0$<br>$\Leftrightarrow (y+2)(x^2-y)=1$<br>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}y+2=1\\x^2-y=1\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}y+2=-1\\x^2-y=-1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}y=-1\\x^2=0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}y=-3\\x^2=-4\end{array}\right.(loai)\end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}y=-1\\x^2=0\end{array}\right.$<br>Vậy nghiệm của phương trình là: $(x;y)=(0;-1)$<br>b) $n^3+3n^2-n-3=(n+3)(n-1)(n+1)$<br>Vì n lẻ, đặt<br>$n=2k+1\Rightarrow (n+3)(n-1)(n+1)$<br>$=2k(2k+2)(2k+4)$<br>$=8k(k+1)(k+2)\Rightarrow \vdots 48(\forall k\in N)$<br>$\vdots 6$<br>Vậy $B=n^3+3n^2-n-3\vdots 48$ | **0,5**<br>**0,5**<br>**0,5**<br>**0,5** |
| Câu IV. Cho đoạn thẳng $AB$ và điểm $M$ thuộc đoạn thẳng đó. Vẽ về một phía của $AB$ các hình vuông $AMCD$ và $BMEF$<br>a. Chứng minh $AE\perp BC$<br>b. Gọi $H$ là giao điểm của $AE$ và $BC$. Chứng minh ba điểm $D,H,F$ thẳng hàng<br>c. Chứng minh đường thẳng $DF$ luôn đi qua một điểm cố định khi $M$ di chuyển trên đoạn thẳng cố định $AB$. | | |

| | | |
|---|---|---|
| |  | **0,5** |
| | a. Có $MD//BE$ (hai góc đồng vị bằng nhau)<br>mà $MD \perp AC \Rightarrow AC \perp BE$.<br>Lại có $EC \perp AB \Rightarrow C$ là trực tâm tam giác $ABE \Rightarrow AE \perp BC$ | **0,5**<br>**0,5** |
| | b. Gọi $O$ và $O'$ lần lượt là tâm của hai hình vuông $AMCD$ và $BMEF$<br>Tam giác vuông $AHC$ có $OH$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền $AC$<br>$\Rightarrow OH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}DM$<br>$\Rightarrow \Delta DMH(\widehat{H} = 90^0) \Rightarrow DH \perp MH(1)$<br>Chứng minh tương tự, ta được $HF \perp MH(2) \Rightarrow D, H, F$ thẳng hàng. | **0,5**<br>**0,5**<br>**0,5**<br>**0,5** |
| | c. Gọi $I$ là giao điểm của $AC$ và $DF$<br>Chứng minh được $OI$ là đường trung bình của tam giác $DMF$, hay $I$ là trung điểm $DF$<br>Kẻ $IK$ vuông góc $AB$ ($K$ thuộc $AB$) $\Rightarrow K$ là trung điểm của $AB$, vậy $K$ cố định<br>Mặt khác $IK = \frac{1}{2}(AD + BF) = \frac{1}{2}AB$ (không đổi) $\Rightarrow I$ cố định.<br>Vậy $DE$ luôn đi qua $I$ cố định. | **0,5**<br>**0,5**<br>**0,5**<br>**0,5** |
| **Câu IV. (1 điểm)** | | |

| | | |
|---|---|---|
| Tìm GTNN của $C=2x^2+3y^2+4xy-8x-2y+18$. | | |
| | Ta có<br>$C=2x^2+4xy+2y^2+y^2-8x-2y+18$<br>$=2\left[(x+y)^2-2(x+y)2+4\right]+(y^2+6y+9)+1$<br>$=2(x+y-2)^2+(y+3)^2+1\geq 1\Rightarrow \min A=1\Leftrightarrow y=-3;x=5$<br>Vậy GTNN của $C=1$ đạt được khi $y=-3;x=5$. | **0,5**<br>**0,5** |

---------- **Hết** ----------

**Chú ý:**

**- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.**

**- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.**

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**