

Chuyên đề 5
KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG BẰNG
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ
A. TÓM TẮT KIẾN THỨC

1- Nội dung phương pháp tọa độ: Để khảo sát những chuyển động phức tạp có quỹ đạo là những đường cong người ta thường dùng phương pháp tọa độ. Nội dung phương pháp này như sau:

- Chọn hệ trục tọa độ (thường là hệ tọa độ Đề-các hai chiều Oxy) và phân tích chuyển động phức tạp thành các chuyển động thành phần đơn giản trên các trục tọa độ, nghĩa là chiếu M xuống hai trục Ox và Oy để có các hình chiếu M_x và M_y .

- Khảo sát riêng rẽ các chuyển động của M_x và M_y về:

+ tính chất chuyển động.

+ các phương trình chuyển động.

- Tổng hợp các lời giải riêng rẽ thành lời giải đầy đủ cho chuyển động thực của M .

2- Chú ý: Phương pháp tọa độ thường được dùng để khảo sát các chuyển động sau:

- Chuyển động thẳng nhưng quỹ đạo không trùng với các trục tọa độ của hệ quy chiếu.

- Chuyển động tròn; chuyển động cong như: ném ngang, ném xiên...

B. NHỮNG CHÚ Ý KHI GIẢI BÀI TẬP

I. VỀ KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG

- Khi chọn hệ tọa độ để khảo sát chuyển động của vật cần chọn sao cho việc giải bài toán được đơn giản: các thành phần hình chiếu lên các trục tọa độ là những chuyển động thẳng đơn giản như chuyển động thẳng đều, chuyển động thẳng biến đổi đều, rơi tự do...

- Trong hệ tọa độ Đề-các vuông góc hai chiều khi tổng hợp thành chuyển động thực của M cần chú ý:

+ Phương trình quỹ đạo của M : Khử t từ hai phương trình chuyển động của M_x và M_y ta được phương trình quỹ đạo của M .

+ Độ dời của M : $\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$; vận tốc của M : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$; gia tốc của M : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

- Thời gian chuyển động của M_x bằng thời gian chuyển động của M_y và bằng thời gian chuyển động của M : $t_x = t_y = t$.

- Mở rộng cho hệ tọa độ Đề-các vuông góc ba chiều:

+ Độ dời: $\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$; + Vận tốc: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

+ Gia tốc: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$; + Thời gian: $t = t_x = t_y = t_z$.

II. VỀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Với dạng bài tập về **khảo sát đặc điểm các chuyển động hình chiếu**. Phương pháp giải là:

- Chọn hệ tọa độ thích hợp về việc giải bài toán được đơn giản.
- Thực hiện phép chiếu lên các trục tọa độ của hệ để xác định đặc điểm của các chuyển động hình chiếu.

* **Chú ý:** Nhiều trường hợp ta có thể chọn hệ tọa độ không vuông góc.

2. Với dạng bài tập về **xác định các đại lượng trong chuyển động của vật**. Phương pháp giải là:

- Chọn hệ tọa độ thích hợp để việc giải bài toán được đơn giản.
- Sử dụng các công thức:

+ Hệ tọa độ hai chiều:

$$\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}; v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}; a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}; t = t_x = t_y.$$

+ Hệ tọa độ ba chiều: $\Delta = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2};$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}; a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}; t = t_x = t_y = t_z.$$

C. CÁC BÀI TẬP VẬN DỤNG

5.1. Lúc 6h30 phút sáng một xe chuyển động thẳng đều từ A về B với vận tốc 36km/h. Sau đó 15 phút, một xe khác chuyển động thẳng đều từ B về A với vận tốc 27km/h. Cho AB = 72km. Chọn gốc tọa độ là điểm O ở trên đường trung trực của AB và cách đường thẳng AB đoạn d = 1km

- Lập các phương trình chuyển động của hai xe.
- Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau.

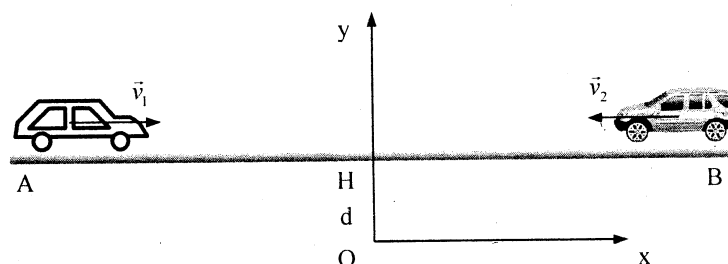
Bài giải

a) Phương trình chuyển động của hai xe

Chọn hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc Oxy, với gốc tọa độ O ở trên đường trung trực của AB và cách đường thẳng AB đoạn d = 1km, các trục tọa độ Ox song song với đường thẳng AB, Oy trùng với đường trung trực của AB; gốc thời gian lúc 6h30 phút. Ta có:

+ Xe 1: $x_{01} = -36\text{km}$, $y_{01} = 1\text{km}$, $v_{1x} = 36\text{km/h}$; $v_{1y} = 0$; $t_{01} = 0$.

+ Xe 2: $x_{02} = 36\text{km}$, $y_{02} = 1\text{km}$, $v_{2x} = -27\text{km/h}$, $v_{2y} = 0$; $t_{02} = 15\text{ phút} = 0,25\text{h}$.



- Phương trình chuyển động của hai xe:

+ Xe 1: $x_1 = x_{01} + v_{1x}t = -36 + 36t; y_1 = 1km$

+ Xe 2: $x_2 = x_{02} + v_{2x}t = 36 - 27(t - 0,25); y_2 = 1km$

b) Xác định lúc và nơi hai xe gặp nhau

- Khi hai xe gặp nhau: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$$\Rightarrow -36 + 36t = 36 - 27(t - 0,25) \quad (1)$$

$$\text{và } y_1 = y_2 = 1km \quad (2)$$

$$\Rightarrow t = 1,25h = 1h 15 \text{ phút}; x_1 = x_2 = 9km, y_1 = y_2 = 1km$$

Vậy: Hai xe gặp nhau lúc (6 h 30 phút + 1 h 15 phút) = 7h45 phút; vị trí gặp nhau là C(9;1).

5.2. Ở một khúc sông thẳng, vận tốc của dòng nước tăng tỉ lệ thuận với khoảng cách từ bờ. Vận tốc của dòng nước sát bờ là 0 và vận tốc của dòng nước ở ngay giữa sông là v_0 .

Một thuyền chạy băng qua dòng sông với vận tốc có độ lớn không đổi u và hướng luôn vuông góc với vận tốc chảy của dòng nước.

Biết bề rộng của sông là C , hãy tính quãng đường mà thuyền bị dòng nước cuốn đi khi băng ngang qua sông.

Bài giải

Chọn hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy với gốc O là điểm xuất phát A của thuyền; trục Ox dọc theo bờ sông, trục Oy vuông góc với bờ sông; gốc thời gian lúc thuyền bắt đầu xuất phát.

- Tại vị trí M của thuyền trên sông, với $M(x, y)$, ta có:

$$y = ut \quad (1)$$

$$v = \frac{2v_0}{C}y = \frac{2v_0ut}{C} = a_x t \quad (2)$$

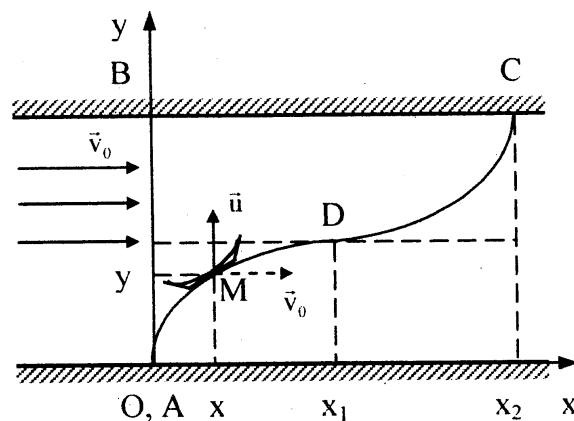
$$x = \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2v_0u}{C} t^2 = \frac{v_0u}{C} t^2 \quad (3)$$

$$\text{với } a_x = \frac{2v_0u}{C} = \text{const.}$$

$$\text{- Khi đến giữa sông: } y = \frac{C}{2} \Rightarrow t = \frac{C}{2u}.$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{v_0u}{C} \cdot \left(\frac{C}{2u} \right)^2 = \frac{v_0C}{4u}$$

$$\text{Khi qua đến bờ bên kia, } x_2 = 2x_1 = \frac{v_0C}{2u}.$$



Vậy: Quãng đường mà thuyền bị dòng nước cuốn đi khi băng qua sông là $s = |x_2| = \frac{v_0 C}{2u}$.

5.3. Một chuyển động trong không gian. Vị trí của vật được xác định bởi hệ quy chiếu $Oxyz$. Phương trình chuyển động của hình chiếu lên 3 trục là:

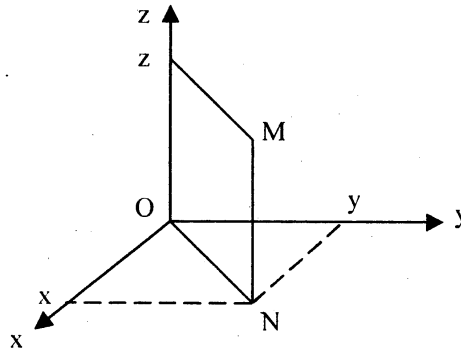
$$x = a \sin \alpha t;$$

$$y = a \cos \alpha t;$$

$$z = bt.$$

(a, b, c : hằng số, t : thời gian)

Hãy xác định quỹ đạo, vector vận tốc và vector gia tốc của vật.



Bài giải

- Quỹ đạo chuyển động của vật

Ta có:

$$s^2 = x^2 + y^2 = (a \sin \alpha t)^2 + (a \cos \alpha t)^2 = a^2 (\sin^2 \alpha t + \cos^2 \alpha t) = a^2 \quad (1)$$

$$z = bt \quad (2)$$

Như vậy, chuyển động của vật là tổng hợp của hai chuyển động: chuyển động tròn trên đường tròn tâm O , bán kính a và chuyển động thẳng đều trên đường thẳng $z = bt$, do đó quỹ đạo chuyển động của vật là đường xoắn ốc trên mặt hình trụ bắt đầu từ điểm N .

- Vector vận tốc và vector gia tốc

+ Các thành phần vận tốc:

$$v_x = a\alpha \cos \alpha t = v_{0x} \cos \alpha t;$$

$$v_y = -a\alpha \sin \alpha t = v_{0y} \sin \alpha t;$$

$$v_z = b.$$

$$\Rightarrow v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = a\alpha = \text{const};$$

$$v_z = b = \text{const}.$$

Và $v = v_{xy} + v_z$ (hình vẽ)

+ Các thành phần gia tốc:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0; a_n = \frac{v^2}{a}.$$

$$\Rightarrow a = a_n \text{ (hình vẽ)}$$

