|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT TP BẮC NINH  **TRƯỜNG THCS VÕ CƯỜNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8**  **MÔN TOÁN**  **NĂM HỌC 2021 - 2022**  *Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1 (2 điểm)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để .

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình .

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: .

Tính giá trị của biểu thức .

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình nghiệm nguyên: .

b) Tìm đa thức biết chia cho dư –8, f(x) chia cho dư 7 và f(x) chia cho x2 + x – 6 được thương là và còn dư.

**Câu 4 (3 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại . Lấy một điểm bất kỳ trên cạnh . Từ  vẽ một đường thẳng vuông góc với tia , đường thẳng này cắt tia  tại , cắt tia  tại .

a) Chứng minh:  và .

b) Cho biết  và . Tính .

c) Chứng minh rằng .

d) Kẻ . Gọi  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng , . Chứng minh: .

**Câu 5 (1,0 điểm)**

a) Tìm các số nguyên tố p, q sao cho .

b) Cho dãy số n, n+1, n+2, …, 2n với n nguyên dương. Chứng minh trong dãy có ít nhất một lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên.

=====Hết=====

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| 1 | **a)** ĐKXĐ:          Vậy  với  **b)** Ta có   ⇔ 2x2 = -(x – 1) ⇔  ⇔  kết hợp ĐKXĐ ta được  **c)** Ta có   ∈ Z ⇔ ∈ Z  ⇔  kết hợp với ĐKXĐ, ta được . | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| 2 | a) Đặt  Ta có    Mà nên .  Từ đó tìm được hoặc  Vậy phương trình có tập nghiệm là . | 0,5  0,25  0,25 |
|  | *b)*  Ta có 1+c2 = c2 +ab+ac+bc = (b+c)(a+c);  1+b2 = b2 +ab+ac+bc = (a+b)(b+c);  1+a2 = a2 +ab+ac+bc = (a+b)(a+c) .  Khi đó  Vậy Q = 0 | 0,25  0,5  0,25 |
| 3 | a) Giải phương trình nghiệm nguyên .  Ta có , ta chú ý  là số chính phương lẻ nên ta xét các trường hợp.   * Nếu  (thỏa mãn). * Nếu  (thỏa mãn). * Nếu  (thỏa mãn). * Nếu  (thỏa mãn).   Vậy phương trình có tập nghiệm là . | 0,25  0,5  0,25 |
| B  4 | Gọi dư trong phép chia đa thức f(x) cho là ax + b.  Theo bài ta có f(x) = (x-2)(x+3)(x2 – 1) + ax + b (1)  Vì f(x) chia cho dư 5 nên f(x) = (x-2)A(x)+5=> f(2)=7.  Thay x=2 vào (1) ta có 2a+b = 7. (2)  Vì f(x) chia cho x+ 3 dư -8 nên f(x) = (x+3)B(x) - 8=> f(-3)= -8.  Thay x= - 3 vào (1) ta có -3a + b = - 8. (3)  Trừ từng vế của (2) cho (3) ta được 5a = 15 ⬄ a = 3 => b = 1.  Vậy f(x) = (x2 + x – 6)(x2 – 1) + 3x + 1 = x4 + x3 – 7x2 + 7.  Vẽ hình hết phần a được 0,25 điểm | 0,25  0,5  0,25  0,25 |
|  | a) Xét và  có :  chung;  Suy ra  (g.g)    Xét và  có :  chung; (chứng minh trên)  Do đó  (c.g.c)  Suy ra  b) Ta có  Xét  vuông tại  có  (chứng minh trên)    c)Ta có (g.g)  (1)  (g.g)    (2)  Từ (1) và (2) suy ra .  d) Xét  và  có : ;  (cùng phụ )  (g.g)  .  Xét  và có : ;  (cùng phụ )  (c.g.c)  mà  hay . | 0,5  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |
| 5 | a) Tìm các số nguyên tố sao cho .  Ta có p2 – 1 = 8q ⬄ (p-1)(p+1) = 8q  => p-1 và p+1 là 2 số chẵn liên tiếp, mà p – 1 < p+1 nên ta có các trường hợp  +) TH1: p-1 = 2 và p+1 = 4q => q = 1 không là số nguyên tố (loại).  +) TH2: p-1 = 4 và p+1 = 2q => p=5 và q = 3 (thỏa mãn).  Vậy (p;q) là (5;3). | 0,25  0,25 |
|  | b)  +) Nếu n là lũy thừa bậc 2 của 1 số tự nhiên bài toán chứng minh xong. (1)  +) Nếu n không là lũy thừa bậc 2 của 1 số tự nhiên.  Với mỗi số n ta luôn tìm được 1 số nguyên dương k sao cho  Vì n nguyên dương và , vậy ta có    Vậy mọi số n nguyên dương, ta có  nên dãy số số n, n+1, n+2, …, 2n luôn tồn tại một số là lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên. (2)  Từ (1) và (2) ta suy ra, trong dãy luôn có ít nhất một lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên. | 0,25  0,25 |