|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT TP BẮC NINH**TRƯỜNG THCS VÕ CƯỜNG****ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8****MÔN TOÁN****NĂM HỌC 2021 - 2022** *Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1 (2 điểm)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để .

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình .

b) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: .

Tính giá trị của biểu thức .

**Câu 3 (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình nghiệm nguyên: .

b) Tìm đa thức $f(x)$ biết $f(x)$ chia cho $(x+3)$ dư –8, f(x) chia cho $\left(x-2\right)$ dư 7 và f(x) chia cho x2 + x – 6 được thương là $\left(x^{2}-1\right)$ và còn dư.

**Câu 4 (3 điểm)**

Cho tam giác  vuông tại . Lấy một điểm bất kỳ trên cạnh . Từ  vẽ một đường thẳng vuông góc với tia , đường thẳng này cắt tia  tại , cắt tia  tại .

a) Chứng minh:  và .

b) Cho biết  và . Tính .

c) Chứng minh rằng .

d) Kẻ . Gọi  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng , . Chứng minh: .

**Câu 5 (1,0 điểm)**

a) Tìm các số nguyên tố p, q sao cho $p^{2}=8q+1$.

b) Cho dãy số n, n+1, n+2, …, 2n với n nguyên dương. Chứng minh trong dãy có ít nhất một lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên.

=====Hết=====

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung trình bày** | **Điểm** |
| 1 | **a)** ĐKXĐ:       Vậy  với **b)** Ta có   ⇔ 2x2 = -(x – 1) ⇔  ⇔   kết hợp ĐKXĐ ta được **c)** Ta có   ∈ Z ⇔ ∈ Z ⇔  kết hợp với ĐKXĐ, ta được . | 0,250,250,250,250,250,250,250,25 |
| 2 |  a) Đặt  Ta có Mà nên .Từ đó tìm được hoặc Vậy phương trình có tập nghiệm là . | 0,50,250,25 |
|  | *b)* Ta có 1+c2 = c2 +ab+ac+bc = (b+c)(a+c); 1+b2 = b2 +ab+ac+bc = (a+b)(b+c); 1+a2 = a2 +ab+ac+bc = (a+b)(a+c) .Khi đó Vậy Q = 0 | 0,250,50,25 |
| 3 | a) Giải phương trình nghiệm nguyên .Ta có , ta chú ý  là số chính phương lẻ nên ta xét các trường hợp.* Nếu  (thỏa mãn).
* Nếu  (thỏa mãn).
* Nếu  (thỏa mãn).
* Nếu  (thỏa mãn).

Vậy phương trình có tập nghiệm là . | 0,250,50,25 |
| B4 | Gọi dư trong phép chia đa thức f(x) cho $(x-2)(x+3)$ là ax + b.Theo bài ta có f(x) = (x-2)(x+3)(x2 – 1) + ax + b (1)Vì f(x) chia cho $(x-2)$ dư 5 nên f(x) = (x-2)A(x)+5=> f(2)=7.Thay x=2 vào (1) ta có 2a+b = 7. (2)Vì f(x) chia cho x+ 3 dư -8 nên f(x) = (x+3)B(x) - 8=> f(-3)= -8.Thay x= - 3 vào (1) ta có -3a + b = - 8. (3)Trừ từng vế của (2) cho (3) ta được 5a = 15 ⬄ a = 3 => b = 1.Vậy f(x) = (x2 + x – 6)(x2 – 1) + 3x + 1 = x4 + x3 – 7x2 + 7.Vẽ hình hết phần a được 0,25 điểm | 0,250,50,250,25 |
|  | a) Xét và  có :  chung; Suy ra  (g.g)  Xét và  có :  chung; (chứng minh trên) Do đó  (c.g.c) Suy ra b) Ta có Xét  vuông tại  có   (chứng minh trên) c)Ta có (g.g)  (1) (g.g) (2)Từ (1) và (2) suy ra .d) Xét  và  có : ;  (cùng phụ ) (g.g).Xét  và có : ;  (cùng phụ ) (c.g.c) mà  hay . | 0,50,250,250,250,250,250,250,250,250,25 |
| 5 | a) Tìm các số nguyên tố $p,q$ sao cho $p^{2}=8q+1$.Ta có p2 – 1 = 8q ⬄ (p-1)(p+1) = 8q=> p-1 và p+1 là 2 số chẵn liên tiếp, mà p – 1 < p+1 nên ta có các trường hợp+) TH1: p-1 = 2 và p+1 = 4q => q = 1 không là số nguyên tố (loại).+) TH2: p-1 = 4 và p+1 = 2q => p=5 và q = 3 (thỏa mãn).Vậy (p;q) là (5;3). | 0,250,25 |
|  | b) +) Nếu n là lũy thừa bậc 2 của 1 số tự nhiên bài toán chứng minh xong. (1)+) Nếu n không là lũy thừa bậc 2 của 1 số tự nhiên. Với mỗi số n ta luôn tìm được 1 số nguyên dương k sao cho Vì n nguyên dương và , vậy ta có Vậy mọi số n nguyên dương, ta có  nên dãy số số n, n+1, n+2, …, 2n luôn tồn tại một số là lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên. (2)Từ (1) và (2) ta suy ra, trong dãy luôn có ít nhất một lũy thừa bậc 2 của một số tự nhiên. | 0,25 0,25 |