|  |  |
| --- | --- |
| **CHỦ ĐỀ**  **9** | **BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CẮT GHÉP LÒ XO** |

**I. ĐỘ CỨNG SAU KHI CẮT VÀ GHÉP LÒ XO**

**1. Ghép hai lò xo:**

+ Với hai lò xo có độ cứng k1 và k­2 thì ta thường có hai cách ghép là nối tiếp và song song. Tùy vào cách ghép lò xo mà độ cứng của lò xo sau khi ghép là khác nhau :

|  |  |
| --- | --- |
| **Ghép nối tiếp** | **Ghép song song** |
| Với cách ghép nối tiếp, ta có | |  | | --- | |  | | Ghép song song hai lò xo | |  | | *Trường hợp tương đương với ghép song song* |   Với cách ghép song song, ta có k = k1 + k2. |

**2. Cắt lò xo:**

+ Giả sử với một lò xo ban đầu có chiều dài l, độ cứng k. Ta tiến hành cắt lò xo này này các lò xo có chiều dài l1 độ cứng k1, chiều dài l2 độ cứng k2..........

Khi đó độ cứng của các lò xo sẽ tỉ lệ nghịch với chiều dài → kl = k1l1 = k2l2 = ... = knln.

**II. CÁC BÀI TOÁN ĐIỂN HÌNH**

**1. Phương pháp tỉ lệ hóa trong bài toán dao động của con lắc lò xo sau khi cắt ghép**

**Bài tập minh họa 1:** Khi treo vật khối lượng m vào lò xo k­1 thì chu kì dao động của vật là T1 = 0,8 s. Nếu treo vật vào lò xo có độ cứng k2 thì vật dao động điều hòa với chu kì T2 = 0,6 s. Treo vật m vào hệ hai lò xo ghép song song thì chu kì dao động của vật là

**A.** 0,48 s **B**. 0,1 s **C.** 0,7 s **D.** 0,14 s

**Hướng dẫn:**

+ Ta có → .

Kết hợp với k = k1 + k2 → → s.

* **Đáp án A**

**Bài tập minh họa 2:** Treo vật m vào một lò xo và kích thích cho vật dao động với biên độ A. Tiến hành lấy hai lò xo giống hệt nhau này ghép nối tiếp, treo vật m lên hệ lò xo mới với kích thích cho vật dao động với năng lượng như cũ. Biên độ dao động mới của hệ

**A.** 2A. **B.**. **C.** 0,5A. **D.** 4A.

**Hướng dẫn:**

Độ cứng của lò xo mới tương ứng 

+ Theo giả thuyết của bài toán, với cùng giá trị của E → → k giảm một nửa thì A tăng lên căn hai lần.

* **Đáp án B**

**2. Phần thế năng lò xo không tham gia vào dao động khi ta tiến hành cố định một điểm trên lò xo**

**Bài tập minh họa 1:** Một con lắc lò xo gồm lò xo đang dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc con lắc đi qua vị trí động năng bằng n lần thế năng thì ta tiến hành cố định lò xo tại điểm M sao cho hệ dao động mới với lò xo có chiều dài . Xác định tỉ số giữa biên độ dao động mới và biên độ dao động cũ 

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn:**

Tại thời điểm cố định lò xo ta có → 

+ Vì thế năng đàn hồi của lò xo phân bố đều trên mỗi đơn vị chiều dài, do vậy thế năng của hệ dao động mới là



+ Cơ năng của hệ dao động mới: .

Trong đó k′ = mk là độ cứng của phần lò xo tham gia vào dao động của vật lúc sau.

→ Biến đổi toán học ta thu được tỉ số: .

* **Đáp án A**

**Bài tập minh họa 2: (Sở Vĩnh Phúc – 2015)** Một con lắc lò xo lý tưởng nằm ngang đang dao động trên quỹ đạo có chiều dài 16 cm. Khi vật m đang chuyển động theo chiều làm dãn lò xo qua vị trí có động băng bằng thế năng người ta chốt cố định điểm chính giữa của lò xo. Sau đó vật m sẽ tiếp tục dao động với biên độ :

**A.** cm. **B.** cm. **C.**  cm. **D.** 4 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Biên độ dao động ban đầu của con lắc A = 0,5L = 8 cm.

→ Áp dụng kết quả của bài toán trên, với m = 2 và n = 1, ta có cm.

* **Đáp án A**

**Bài tập minh họa 3: (Nguyễn Đăng Đạo – 2015)** Một con lắc lò xo được đặt nằm ngang gồm lò xo có độ cứng 40 N/m và vật nặng khối lượng m = 400 g. Từ vị trí cân bằng kéo vật ra một đoạn 8 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hoà, sau khi thả vật s thì giữ đột ngột điểm chính giữa của lò xo khi đó. Biên độ dao động của vật sau khi giữ lò xo là:

**A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.

**Hướng dẫn:**

Tần số góc của dao động rad/s → T = 0,2π s.

+ Tại thời điểm ban đầu vật đang ở vị trí biên, sau khoảng thời gian s vật đến vị trí có li độ bằng một nửa biên độ → .

+ Giữ điểm chính giữa của lò xo, một nửa thế năng đàn hồi của lò xo sẽ mất đi theo phần chiều dài của lò xo không tham gia dao động → cơ năng của hệ dao động lúc sau sẽ là E′ = Ed + 0,5Et = 0,875E.

+ Với k′ = 2k, ta có → cm.

* **Đáp án C**

**BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Câu 1:** Hai lò xo L1 và L2 có cùng chiều dài. Khi treo vật m vào lò xo L1 thì chu kì dao động của vật là T1 = 0,3 s, khi treo vật m vào lò xo L2 thì chu kì dao động của vật là T2 = 0,4 s. Ghép hai lò xo này song song với nhau, tiếp tục treo vật m lên hệ thì chu kì dao động của vật là

**A.** 0,12 s **B**. 0,24 s **C.** 0,36 s **D.** 0,48 s

**Hướng dẫn:**

+ Ta có → 

Kết hợp với kss = k1 + k2 →→ s.

* **Đáp án B**

**Câu 2:** Cho hai lò xo có độ cứng k1 và k2, ta tiến hành ghép hai lò xo này với nhau rồi cùng mắc vào đó vật nặng khối lượng m = 2 kg thì:

+ Chu kì dao động của vật khi ghép song song là s.

+ Chu kì dao động của vật khi ghép nối tiếp là s.

Giá trị của k1 và k2

**A.** 30 N/m và 60 N/m **B**. 10 N/m và 20 N/m **C.** 6 N/m và 12 N/m **D.** 30 N/m và 45 N/m

**Hướng dẫn:**

Độ cứng của lò xo ứng với các cách ghép 

+ Từ giả thuyết bài toán, ta có hệ phương trình→ → .

→ Vậy k1 và k­2 là nghiệm của phương trình k2 – 18k + 72 = 0→ k1 = 6N/m và k2 = 12 N/m.

* **Đáp án C**

**Câu 3:** Một lò xo có độ cứng 50 N/m, khi mắc vào vật m thì hệ này dao động với chu kì 1 s, người ta cắt lò xo thành hai phần bằng nhau rồi ghép hai lò xo song song lại với nhau, gắn vật trên vào hệ lò xo mới và cho dao động thì hệ này có chu kì là

**A.** 0,5 s **B**. 0,25 s **C.** 4s **D.** 2 s

**Hướng dẫn:**

Độ cứng của lò xo khi cắt thành hai đoạn bằng nhau rồi ghép song song kss = 2k + 2k = 4k.

N/m

+ Kết hợp với → k tăng gấp 4 lần thì T sẽ tăng gấp đôi → T′ = 2 s.

* **Đáp án D**

**Câu 4:** Hai lò xo L1 và L2 có cùng chiều dài tự nhiên L0. Khi treo vật có khối lượng m = 0,8 kg vào lò xo L1 thì chu kì dao động của vật là T1 = 0,3 s, khi treo vào lò xo L2 thì chu kì dao động của vật là T2 = 0,4 s. Ghép nối tiếp hai lò xo này lại với nhau. Muốn chu kì dao động của hệ là 0,35 s thì phải tăng hay giảm khối lượng của vật đi bao nhiêu?

**A.** tăng them 40,8 g **B**. tăng them 408 g **C.** giảm đi 408 g **D.** giảm đi 40,8 g

**Hướng dẫn:**

+ Ta có 

Độ cứng của lò xo khi ghép nối tiếp , vậy nếu giữ nguyên khối lượng thì chu kì dao động mới của con lắc là s.

+ Ta có tỉ số:→ kg

Vậy ta phải giảm khối lượng của vật 408 g

* **Đáp án C**

**Câu 5:** Một quả cầu nhỏ, khi gắn vào lò xo có độ cứng k thì hệ dao động với chu kì T. Biết độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài của nó. Hỏi phải cắt lò xo trên thành bao nhiêu phần bằng nhau để khi treo quả cầu vào mỗi phần đó thì chu kì dao động của hệ là 0,25T

**A.** 16 phần **B**. 8 phần **C.** 4 phần **D.** 12 phần

**Hướng dẫn:**

Ta có  với chu kì giảm 4 lần → độ cứng của lò xo tăng lên 16 lần → ta phải cắt lò xo thành 16 phần bằng nhau.

* **Đáp án A**

**Câu 6:** Một con lắc lò xo được cấu tạo bởi một lò xo đồng chất và có chiều dài tự nhiên là l, vật nhỏ có khối lượng m. Chu kì dao động riêng của con lắc là 3,0 s. Nết cắt ngắn lò xo đi 30 cm thì chu kì dao động riêng của con lắc là 1,5 s. Độ dài ban đầu của lò xo là

**A.** 30 cm **B**. 50 cm **C.** 40 cm **D.** 60 cm

**Hướng dẫn:**

+ Ta có 

Chiều dài của lò xo tỉ lệ nghịch với độ cứng nên: → l0 = 40 cm.

* **Đáp án C**

**Câu 7:** Hai lò xo có độ cứng lần lượt là k1 và k2. Khi treo vật có khối lượng m = 425 g vào hai lò xo này ghép nối tiếp thì chu kì dao động của vật là 0,65 s. Khi treo vật vào hai lò xo này ghép song song thì chu kì dao động của vật là s. Chu kì dao động của vật khi lần lượt treo trên các lò xo k1 và k2

**A.** 0,35 s và 0,6 s **B**. 0,25 s và 0,6 s **C.** 0,4 s và 0,5 s **D.** 0,2 s và 0,35 s

**Hướng dẫn:**

Độ cứng của lò xo ứng với các cách ghép 

+ Từ giả thuyết bài toán, ta có hệ phương trình→ → 

→ Vậy k1 và k­2 là nghiệm của phương trình 9k2 – 2873k + 115600 = 0.

Phương trình cho ta hai nghiệm của k tương ứng với T1 = 0,6 s và T2 = 0,25 s.

* **Đáp án B**

**Câu 8:** Hai lò xo nhẹ có độ cứng k1 và k2 có cùng chiều dài được treo thẳng đứng, đầu trên cố định, đầu dưới treo các vật m1 (gắn với k1), m2 = 4m1 (gắn với k2). Cho hai vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng khi đó chu kì dao động của vật lần lượt là T1 = 0,6 s và T2 = 0,4 s. Mắc hai lò xo trên nối tiếp với nhau, đầu trên cố định, đầu dưới treo vật m2. Tần số dao động của vật m2 khi đó là

**A.** 2,4 Hz **B**. 2 Hz **C.** 1 Hz **D.** 0,5 Hz

**Hướng dẫn:**

Ta có tỉ số:→ 

+ Độ cứng của lò xo ghi ghép nối tiếp 

Với → Hz.

* **Đáp án B**

**Câu 9:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng m = 100 g, và lò xo có độ cứng k = 100 N/m đặt nằm ngang. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật một vận tốc ban đầu để vật dao động điều hòa, chọn gốc thời gian là lúc truyền vận tốc cho vật. Tại thời điểm t = 0,15 s giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Vật tiếp tục dao động với biên độ

**A.** 0,5A **B**. 2A **C.** 3A **D.** 4A

**Hướng dẫn:**

Tần số góc của dao động rad/s → T = 0,2 s.

+ Ban đầu vật ở vị trí cân bằng, sau khoảng thời gian Δt = 0,75T = 0,15 s vật đến vị trí biên (lò xo bị nén cực đại) → Năng lượng của con lắc lúc này chỉ là thế năng đàn hồi của lò xo.

+ Giữ cố định điểm chính giữa của lò xo → một nửa thế năng bị mất đi → Năng lượng dao động lúc sau sẽ là:

E′ = 0,5E → , với k′ = 2k → = 0,5A.

* **Đáp án A**

**Câu 10:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc con lắc đi qua vị trí động năng bằng thế năng và đang giãn thì người ta tiến hành cố định điểm chính giữa của lò xo, sau khi cố định hệ con lắc mới dao động với biên độ A′. Giá trị của A′ là

**A.**  **B**.  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn:**

→ Áp dụng kết quả của bài toán minh họa, với m = 2 và n = 1, ta có cm.

* **Đáp án A**

**Câu 11:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tốc độ cực đại là 40 cm/s. Khi vật đi qua vị trí biên người ta tiến hành giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Kể từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hòa với tốc độ cực đại là

**A.** cm/s **B**. 20 cm/s **C.** cm/s **D.** cm/s

**Hướng dẫn:**

+ Biên độ dao động mới của con lắc A′ = 0,5A.

→ cm/s.

* **Đáp án A**

**Câu 12:** Một con lắc lò xo đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ bằng 5 cm và tần số 5 Hz. Khi vật đi qua vị trí có li độ 4 cm thì ta tiến hành giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Sau thời điểm đó, biên độ dao động của vật là

**A.** 2,92 cm **B**. 3,83 cm **C.** 2,45 cm **D.** 2 cm

**Hướng dẫn:**

+ Khi vật đi qua vị trí li độ 4 cm, ta giữ điểm chính giữa, khi đó cơ hệ mới có lò xo giãn 2 cm

→ Tốc độ của vật khi vừa mới giữ điểm chính giữacm/s

+ Biên độ dao động mới của con lắc

cm.

* **Đáp án A**

**Câu 13: (Nguyễn Khuyến – 2015)** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật dao động điều hòa với biên độ A. Khi vật qua vị trí cân bằng ta giữ chặt lò xo ở vị trí các điểm treo một đoạn bằng 0,75 chiều dài lò xo lúc đó. Biên độ dao động của vật sau đó bằng:

**A.** 2A. **B.** . **C.** A. **D.** 0,5A.

**Hướng dẫn:**

+ Khi vật đi qua vị trí cân bằng, tại vị trí này năng lượng của con lắc chỉ là động năng.

→ Ta giữ chặt điểm cách điểm treo 0,75 chiều dài, lò xo mới sẽ có độ cứng 4k. Thế năng đàn hồi của lò xo không bị mất đi theo phần chiều dài của lò xo tham gia dao động nên ta có:

E = E′ → 

* **Đáp án D**

**Câu 14: (Chuyên Hà Tĩnh – 2016)** Con lắc lò xo gồm một vật nhỏ gắn với lò xo dao động điều hoà theo phương ngang với biên độ A. Đúng lúc lò xo giãn một đoạn Δl = 0,5A thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Biết rằng độ cứng của lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài tự nhiên của nó. Tỉ số độ lớn lực đàn hồi cực đại của lò xo tác dụng lên vật trước và sau khi giữ lò xo là

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Hướng dẫn:**

+ Tại vị trí x = Δl = 0,5A động năng của vật bằng 3 lần thế năng: Ed = 0,75E và Et = 0,25E.

Khi ta giữ điểm chính giữa của lò xo thì một nửa thế năng ban đầu mất đi theo phần lò xo không tham gia vào dao động của hệ lúc sau, động năng vẫn không đổi.

→ E′ = 0,75E + 0,125E = 0,875E.

+ Với k′ = 2k → 

* **Đáp án B**

**Câu 15: (THPT Anh Sơn – Nghệ An)** Một con lắc lò xo đặt nằm ngang gồm lò xo có độ cứng N/m và vật nặng có khối lượng m = 200 g. Đưa vật đến vị trí lò xo dãn 10 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Sau khi vật đi được 2 cm thì giữ cố định lò xo tại điểm C cách đầu cố định một đoạn 0,25 chiều dài của lò xo và khi đó vật tiếp tục dao động điều hòa với biên độ A1. Sau một khoảng thời gian vật đi qua vị trí có động năng bằng 3 lần thế năng và lò xo đang giãn thì thả điểm cố định C ra và vật dao động điều hòa với biên độ A2. Giá trị A1, A2 là

**A.** cm và 10 cm **B.** cm và 9,93 cm

**C.** cm và 9,1 cm **D.** cm và 10 cm

**Hướng dẫn:**

+ Tốc độ của con lắc tại vị trí lò xo đi được 2 cm

Sau khi cố định C phần lò xo gắn với con lắc có độ cứng , khi đó lò xo chỉ giãn Δl1 = 0,75(A – S) = 6 cm

→ Biên độ dao động của con lắc lúc này cm

+ Tại vị trí động năng bằng 3 lần thế năng ta lại thả điểm C, vị trí này vật đang có li độ x1 = 0,5A1

Khi đó , 

→ Áp dụng bảo toàn cơ năng → A2 = 10 cm.

* **Đáp án A**

**Câu 16: (Nguyễn Khuyến – 2018)** Một con lắc lò xo đặt theo phương ngang. Từ vị trí cân bằng người ta kéo vật ra 10 cm rồi thả nhẹ, vật dao động điều hòa với chu kì π s, khi vật ở vị trí có độ lớn gia tốc a thì người ta giữu cố định một điểm trên lò xo. Sau đó vật tiếp tục dao động điều hòa với biên độ  cm và chu kì  s. Giá trị của a là

**A.** 0,25 m/s2. **B.** 0,02 m/s2. **C.** 0,28 m/s2. **D.** 0,20 m/s2.

**Hướng dẫn:**

+ Ta có → → lò xo được giữ cố định ở điểm chính giữa, tại thời điểm lò xo có gia tốc là a.

Xét tỉ số cơ năng của con lắc sau và trước khi giữa cố định 

+ Ta để ý rằng khi cố định điểm giữa lò xo thì động năng của con lắc là không đổi, chỉ có thế năng bị mất đi do phần lò xo không tham gia vào dao động, vậy thế năng của con lắc trước khi giữ cố định là → cm.

+ Độ lớn của gia tốc tại thời điểm này  m/s2.

* **Đáp án D**

**Câu 17: (Yên Việt – 2018)** Một con lắc lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên l0 = 40 cm, treo thẳng đứng có 100 N/m, quả nặng có khối lượng m = 100 g, chọn Ox trùng với trục của lò xo, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ O trùng với vị trí cân bằng của vật. Kích thích cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với biên độ cm, lấy g = 10 m/s2. Lúc vật đang ở vị trí có tọa độ x = –1 cm , người ta giữ cố định lò xo tại điểm B cách điểm treo cố định 20 cm. Độ lớn lực đàn hồi cực đại tác dụng lên vật sau khi lò xo bị giữ là

**A.** 500 N. **B.** 6 N. **C.** 5 N. **D.** 600 N.

**Hướng dẫn:**

+ Tần số góc của dao động rad/s.

Độ biến dạng của lò xo tại vị trí cân bằng cm.

+ Khi vật đang ở vị trí có li độ x = –1 cm → l = l0 = 40 cm, người ta tiến hành giữ cố định lò xo tại điểm cách điểm cố định 20 cm → lò xo mới tham gia vào dao động có độ cứng k' = 2k = 200 N/m.

+ Năng lượng của con lắc trước khi cố định lò xo: J.

→ Năng lượng của hệ sau cố định lò xo đúng bằng tổng động năng và một nửa thế năng của vật trước khi cố định lò xo.

E' = 0,5kA'2 = Ed + 0,5Et = 0,04 J → A' = 0,02 cm.

→ Lực đàn hồi cực đại Fmax = k'(0,5Δl0 + A') = 6 N.

* **Đáp án B**

**Câu 18: (Đào Duy Từ – 2018)** Một con lắc lò xo dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang gồm lò xo có độ cứng 100 N/m và vật dao động nặng 0,1 kg. Khi t = 0 vật qua vị trí cân bằng với tốc độ 40π cm/s. Đến thời điểm s người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo. Tính biên độ dao động mới của vật.

**A.**  cm. **B.** 2 cm. **C.** 4 cm. **D.** cm.

**Hướng dẫn:**

Tần số góc của dao động  rad/s → T = 0,2 s.

→ Biên độ dao động của vật cm.

+ Tại t = 0 vật đi qua vị trí cân bằng → sau khoảng thời gian s vật đến vị trí có 

→ .

+ Ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo → một nửa thế năng của con lắc bị mất đi theo với nửa lò xo không tham gia vào dao động.

→ Năng lượng của con lắc sau đó.

+ Lưu ý rằng độ cứng k' của lò xo lúc này k' = 2k → ↔ → cm.

* **Đáp án D**

**Câu 9: (Nguyễn Khuyến – 2018)** Một lò xo nhẹ có chiều dài tự nhiên l0, độ cứng k0 = 16 N/m, được cắt thành hai lò xo có chiều dài lần lượt là l1 = 0,8l0, và l2 = 0,2l0. Mỗi lò xo sau khi cắt được gắn với vật có cùng khối lượng 0,5 kg. Cho hai con lắc lò xo mắc vào hai mặt tường đối diện nhau và cùng đặt trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang (các lò xo đồng trục). Khi hai lò xo chưa biến dạng thì khoảng cách hai vật là 12 cm. Lúc đầu, giữ các vật để cho các lò xo đều bị nén đồng thời thả nhẹ để hai vật dao động cùng thế năng cực đại là 0,1 J. Lấy π2 = 10. Kể từ lúc thả vật, sau khoảng thời gian ngắn nhất là Δt thì khoảng cách giữa hai vật nhỏ nhất là d. Giá trị của Δt và d lần lượt là:

**A.** s; 7,5 cm. **B.** s; 4,5 cm. **C.** s; 7,5 cm. **D.** s; 4,5 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Độ cứng của các lò xo sau khi cắt  N/m→ ω2 = 2ω1.

→ Biên độ dao động của các vật → cm.

+ Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật thứ nhất, chiều dương hướng từ trái sang phải, phương trình dao động của các vật là

→ .

d nhỏ nhất khi  → dmin = 4,5 cm.

Mặc khác→ ↔ → s.

* **Đáp án B**