|  |  |
| --- | --- |
|  | ***Chủ đề 4:*** **TOÁN CỰC TRỊ ĐẠI SỐ**  **VÀ HÌNH HỌC 8**  |

* **ĐẠI SỐ:**
1. Tìm số có 3 chữ số sao cho tỉ số giữa số đó với tổng các chữ số của nó bé nhất.
2. Viết thêm chữ số 0 vào giữa hai chữ số của một số có hai chữ số .Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của tỉ số giữa số mới và số đã cho.
3. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho khi viết tiếp số đó vào sau số 1993 ta được số chia hết cho 101.
4. Trong các số có dạng 36k – 5m ( k,m nguyên dương) .Hãy tìm số có giá trị tuyệt đối nhỏ nhất.
5. Trong các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn 4x + 5y = 7 hãy tìm giá trị nhỏ nhất của

 A = 5 - 3

 6. Cho P = ---.

 7. Tìm số tự nhiên bé nhất có đúng 15 ước số.

 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của y =  +  + .

 9. Cho  .Tìm giá trị lớn nhất của (1-x)n + (1+x)n với n nguyên dương.

 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của A= 2x2 + 9y2 -6xy -6x -12y +2022.

 11. Cho hàm số y= ,với x >1 .Xác định x để hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = 5x +  với x > 1.

 13. Tìm giá trị nhỏ nhất của A =  với 0<x<1.

 14. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức D = 

 15. Tìm GTNN của y =  với x0.

 16. Cho x >0. Tìm GTLN của y = .

 17. Tìm GTNN và GTLN của y = 

 18. Cho x,y,z > 0 .Tìm GTNN của P = .

 19. Cho a,b,c là các số dương.Tìm GTNN của A= .

 20. Cho x,y,z > 0 .Tìm GTNN của B = .

 21. Với a,b,c,d > 0 .Tìm GTNN của biểu thức :

 P = .

 22. Cho a,b,c > 0 thỏa mãn . Tìm GTNN của A = .

 23. Tìm GTLN và GTNN của biểu thức Q= x+y+z+t .Biết x,y,z,t thỏa mãn phương trình:

 

 24. CMR : a) Hai số dương có tổng không đổi , tích lớn nhất khi hai số bằng nhau.

 b) Hai số dương có tích không đổi , tổng nhỏ nhất khi hai số bằng nhau.

 25. Tìm GTNN của các biểu thức sau khi x>0 :

 A=  ; B= .

 26. Cho 2x + y = 6 . a) Tìm GTNN của A = 2x2 +y2 ; b) Tìm GTLN của B = xy.

 27. Cho a+b=2 . Tìm GTNN của :a) A= a2 + b2; b) B= a4 + b4 ; c) C= a8 + b8.

 28. Cho x + y + z = 3 .Tìm GTNN của A = x2 + y2 + z2

 29. a) Tìm GTNN của M = 

 b) Tìm GTNN của N = 

 30. a) Cho 2m số :  thỏa mãn . Tìm GTNN của:

 A = .

 b) Cho 2m - 1 số:  thỏa mãn : .Tìm GTNN của:

 B = .

 c) Tìm GTNN của C= .

* **HÌNH HỌC:**

31. Đáy của tam giác cân được chia thành 3 đoạn bằng nhau, các đoạn thẳng nối hai điểm chia ấy với đỉnh tam giác cân chia góc ở đỉnh thành ba góc. CMR trong 3 góc này góc ở giữa là góc lớn nhất.

32. Cho 4 điểm A,B,C,D.Tìm điểm M sao cho tổng các khoảng cách từ M đến các điểm đã cho là bé nhất.

33. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn.Tìm các điểm M,N,P trên các cạnh BC,CA,AB sao cho tam giác MNP có chu vi nhỏ nhất.

34. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn.Tìm điểm M trong tam giác sao cho tổng các khoảng cách từ đến các cạnh tam giác ABC nhỏ nhất.

35. CMR trong tất cả các tam giác có chung một cạnh và chu vi bằng nhau, tìm tam giác có diện tích lớn nhất.

36. Cho điểm O nằm trong góc xAy.Hãy dựng qua O một đường thẳng cắt Ox,Oy tại B,C sao cho tam giác ABC có diện tích bé nhất.

37. Cho điểm M trong góc xOy.Hãy dựng qua M một đường thẳng cắt Ox,Oy tại A,B sao cho tổng  lớn nhất.

38. Cho tam giác ABC có BC=a; AC=b; AB=c thỏa mãn a<b<c.Một đường thẳng d đi qua trọng tâm O của tam giác.Xác định d sao cho tổng các khoảng cách từ 3 đỉnh tam giác đến d lớn nhất.

39. CMR: trong hai hình chữ nhật có cùng chu vi thì hình chữ nhật nào có hiệu độ dài các cạnh nhỏ hơn thì có diện tích lớn hơn.

40. CMR: Nếu độ dài các cạnh tam giác ABC thỏa mãn a2 + b2 > 5c2 thì c là độ dài cạnh bé nhất.

41. Một hình thang có diện tích bằng 1.Đường chéo lớn nhất của hình thang này có thể đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu? .

42. Cho hình vuông ABCD có AB = a, M là điểm tùy ý trên đường chéo AC.Qua M,kẻ ME,MF vuông góc với AB và BC .Xác định M để diện tích tam giác DEF có giá trị nhỏ nhất.

43. Cho a,b,c là độ dài 3 cạnh một tam giác.Đặt R=a2 +b2 +c2  và S = (a + b + c)2.CMR: có giá trị nhỏ nhất là .

44. Cho a,b,c là 3 cạnh tam giác có 3 đường cao tương ứng là .Tìm GTNN của:

 F = (a+b+c)2 : (.

45. Cho điểm M trong tam giác ABC vẽ MD,ME,MF vuông góc với BC,CA,AB .Hãy xác định vị trí của M sao cho biểu thức sau có GTNN :

 X = 

46. Cho hình bình hành ABCD.Qua A vẽ đường thẳng d không cắt hình bình hành .Gọi H,I,K là hình chiếu vuông góc của B,C,D trên d .Xác định vị trí của d để tổng BH+CI+DK có giá trị lớn nhất.

47. Cho 2 điểm A,B nằm trong nửa mặt phẳng bờ d ,hai điểm M,N thuộc d và độ dài MN không đổi.Xác định vị trí của M,N để đường gấp khúc AMNB đạt giá trị nhỏ nhất.

48. Cho đoạn thẳng AB = a .C là điểm trên đoạn thẳng. Vẽ các hình vuông ACDE và CBFG.Xác định vị trí điểm C để  đạt GTNN

49. Cho đoạn thẳng BC cố định.A là điểm di động sao cho tam giác ABC nhọn AD là đường cao và H là trực tâm tam giác ABC .Xác định vị trí điểm A để AD.HD đạt GTLN.

50. Cho tứ giác ABCD có diện tích không đổi S. O là điểm trong tứ giác .Xác định dạng tứ giác ABCD và vị trí điểm O để tổng OA2 +OB2  +OC2 +OD2 đạt GTNN.

51. Cho tứ giác ABCD có AB + DC + AC = 10cm. Tính đường chéo BD biết diện tích ABCD đạt GTLN.

52. Cho tam giác ABC, M trên cạnh BC (M khác B,C).Vẽ MDAB, MEAC.Xác định vị trí của M để diện tích MDE lớn nhất.

53. a) Trong các tứ giác có cùng chu vi.Tìm tứ giác có diện tích lớn nhất.

 b) Trong các tứ giác có cùng diện tích . Tìm tứ giác có chu vi nhỏ nhất.

54. Cho tam giác ABC có các cạnh là a,b,c . M là điểm nằm trong tam giác .Gọi khoảng cách từ M đến BC,CA,AB là x,y,z. Xác định vị trí của M để tổng S =  đat GTNN.

55. Cho tam giác ABC vuông tại A .Từ điểm M trong tam giác vẽ MIBC, MJCA , MK AB . Xác định vị trí của M sao cho tổng MI2 + MJ2 + MK2 đạt GTNN.

56. Cho tam giác ABC vuông cân tại A.Trên các cạnh AB,BC,CA lần lượt lấy K,L M sao cho tam giác KLM vuông cân tại K .Xác định vị trí của K,L,M để diện tích tam giác KLM đạt GTNN.

57. Cho tam giác OBC cân tại O .Hai đường thẳng m và d lần lượt đi qua B và C song song với nhau và không cắt tam giác OBC .Gọi A là giao điểm của OC và m ; D là giao điểm của OB và d . Xác định vị trí của m và d để tích AB.CD đạt GTNN

58. Cho hình vuông ABCD .Hãy xác định vị trí của đương thẳng d đi qua tâm hình vuông sao cho tổng khoảng cách từ các đỉnh đến đường thẳng đó: a)Lớn nhất . b) Nhỏ nhất.