**ĐỀ 90**

**ĐỀ HSG TOÁN 9 \_ VĨNH LONG \_ 2023-2024**

**Câu 1. (4.0 điểm)**

1. Tính giá trị của biểu thức A = +
2. Cho biểu thức P = - + với *x* 0, *x* 1. Rút gọn biểu thức P và tìm x nguyên dương để P nhận giá trị nguyên.

**Câu 2. (4.0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình
2. Giải phương trình

**Câu 3. (2.0 điểm)**

Cho phương trình , m là tham số. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn

= 2

**Câu 4. (2.5 điểm)**

a) Chứng minh rằng với k là số nguyên thì 2023k + 3 không phải là lập phương của một số nguyên.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

**Câu 5. (3.0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O bán kính R, dây BC khác đường kính. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại B và tại C cắt nhau ở A . Kẻ đường kính CD , kẻ BH vuông góc với CD tại H .

a) Chứng minh AO vuông góc với BC. Cho biết R = 15 cm, BC = 24 cm. Tính AB, OA.

b) Gọi I là giao điểm của AD và BH, E là giao điểm của BD và AC. Chứng minh IH = IB.

**Câu 6. (2.5 điểm)**

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB vuông góc với dây MN tại H (H nằm giữa O và B ). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O; R), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O; R) tại điểm K ( K khác A ), hai dây MN và BK cắt nhau ở E .

a) Chứng minh CA.CK = CE.CH.

b) Qua điểm N , kẻ đường thẳng (d ) vuông góc với AC , (d ) cắt tia MK tại F . Chứng minh tam giác NCF cân.

**Câu 7. (2.0 điểm)**

Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng:

1. + +

**------ HẾT ----------**

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1. (4.0 điểm)**

1. Tính giá trị của biểu thức A = +
2. Cho biểu thức P = - + với *x* 0, *x* 1. Rút gọn biểu thức P và tìm x nguyên dương để P nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Ta có = =

= =

Khi đó A = + = 44

b) Ta có

P = - +

= - +

= = =

=

P = 1 +

Để P nguyên thì 1 + nguyên 2 - 1 {4;9}

**Câu 2. (4.0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình
2. Giải phương trình

**Lời giải**

a) Đặt , ta có hệ đã cho trở thành

Ta có

Vậy tập nghiệm S = {}

b) (\*)

Điều kiện:

(\*)

x = 3

Vậy tập nghiệm S = {3}.

**Câu 3. (2.0 điểm)**

Cho phương trình , m là tham số. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt , thỏa mãn

= 2

**Lời giải**

= =

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi *m*.

( Tính 0,25 điểm, lập luận có hai nghiệm phân biệt 0,25 điểm).

Tương tự = + 4

(Mỗi ý 0.25 điểm)

= 2

(\*)

Áp dụng định lí Viet, ta có:

(\*) . Kết luận

**Câu 4. (2.5 điểm)**

a) Chứng minh rằng với k là số nguyên thì 2023k + 3 không phải là lập phương của một số nguyên.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình

**Lời giải**

a) Giả sử 2023k + 3 = với k và a là số nguyên.

Suy ra 2023k =

Ta chứng minh không chia hết cho 7.

Thật vậy: Ta biểu diễn

Trong tất cả các trường hợp ta đều có không chia hết cho 7

Mà 2023k luôn chia hết cho 7, nên 2023k

*(Mỗi ý 0,25 điểm).*

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

(1).

Để phương trình (1) có nghiệm nguyên x thì = 4

chính phương nên

+ Nếu = 4 thay vào phương trình (1) ta có:

*+* Nếu = 1 3 y Z.

+ Nếu = 0 4

+ Với y = 3 thay vào phương trình (1) ta có:

+ Với y = thay vào phương trình (1) ta có: 0

Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên:

*Mỗi hai nghiệm 0,25 điểm*

**Câu 5. (3.0 điểm)**

Cho đường tròn tâm O bán kính R, dây BC khác đường kính. Hai tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại B và tại C cắt nhau ở A . Kẻ đường kính CD , kẻ BH vuông góc với CD tại H .

a) Chứng minh AO vuông góc với BC. Cho biết R = 15 cm, BC = 24 cm. Tính AB, OA.

b) Gọi I là giao điểm của AD và BH, E là giao điểm của BD và AC. Chứng minh IH = IB.

**Lời giải**

****

a) Chứng minh AO vuông góc với BC. Cho biết bán kính R bằng 15 cm, dây BC = 24 cm. Tính AB, OA

Ta có: AB = AC ( tính chất của tiếp tuyến đường tròn)

OB = OC ( bán kính đường tròn).

Suy ra OA là trung trực của BC BC tại K

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABO đường cao BK, ta có:

AB = 20 (cm).

*(Công thức 0.25 điểm, tính đúng kết quả 0.25 điểm)*

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông ABO, ta có:

(cm)

*(Công thức 0.25 điểm, tính đúng kết quả 0.25 điểm)*

b) DCE có OA // ED (Cùng vuông góc với BC);

OC = OD = R. Suy ra EA = AC (1).

Ta lại có: BH //AC (Cùng vuông góc với DC)

Áp dụng hệ quả của định lý Ta - let, ta có (2)

Từ (1) và (2) suy ra BI - IH

**Câu 6. (2.5 điểm)**

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB vuông góc với dây MN tại H (H nằm giữa O và B ). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn (O; R), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O; R) tại điểm K ( K khác A ), hai dây MN và BK cắt nhau ở E .

a) Chứng minh CA.CK = CE.CH.

b) Qua điểm N , kẻ đường thẳng (d ) vuông góc với AC , (d ) cắt tia MK tại F . Chứng minh tam giác NCF cân.

**Lời giải**

****

a)CKE và CHA có = = 90° và chung

Suy ra CKE CHA

Nên CK.CA = CH.CE

b) Do KB//FN nên , = (1)

Mặt khác AB MN tại H nên H là trung điểm của MN suy ra tam giác MNB cân tại B MB = NB = (góc nội tiếp cùng chắn cung bằng nhau). (2)

Từ (1) và (2) = nên tam giác KFN cân tại K suy ra KC là đường trung trực của NF CNF cân tại C.

**Câu 7. (2.0 điểm)**

Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng:

1. + +

**Lời giải**

a) Thực hiện xét hiệu ta được:

= 0

3

b) Ta thấy điểm rơi đạt tại a = b = c = 1

Ta có: = a. = a. a = a.

Tương tự ta được , .

Cộng về với về, ta có: + +

Vì ab + bc + ca = 3

=

**------HẾT-----**