

A. MỞ ĐẦU

I. Lý do chọn đề tài

Trong chương trình hình học lớp 10 có một phần rất quan trọng của hình học phổ thông đó là phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, đây là phần tiếp nối của hình học phẳng ở cấp THCS nhưng được nhìn dưới quan điểm đại số và giải tích. Như vậy mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng đều mang bản chất của một bài toán hình học phẳng nào đó. Tuy nhiên khi giải các bài toán hình học tọa độ học sinh thường không chú trọng đến bản chất hình học của bài toán ấy, một phần vì học sinh ngại hình học phẳng vì cứ nghĩ hình học phẳng là khó, một phần vì giáo viên khi dạy cũng không chú trọng khai thác hướng dẫn cho học sinh. Do đó hiệu quả giải toán không cao mà sự phân loại dạng toán, phương pháp giải toán cũng không rõ ràng. Vì vậy, thực tế yêu cầu phải trang bị cho học sinh một hệ thống các phương pháp suy luận giải toán hình học tọa độ trong mặt phẳng. Với ý định đó, trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi muốn nêu ra một cách định hướng tìm lời giải bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng dựa trên bản chất hình học phẳng của bài toán đó.

II. Cần sẽ lý luận của đề tài

Thực trạng đứng trước một bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng học sinh thường lúng túng và đặt ra câu hỏi: “ Phải định hướng tìm lời giải bài toán từ đâu ?”. Một số học sinh có thói quen không tốt là khi đọc đề chưa kỹ đã vội làm ngay, có khi sự thử nghiệm đó sẽ dẫn tới kết quả, tuy nhiên hiệu suất giải toán như thế là không cao. Với tình hình ấy để giúp học sinh định hướng tốt hơn trong quá trình giải toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, người giáo viên cần tạo cho học sinh thói quen xem xét bài toán dưới nhiều góc độ, khai thác các yếu tố đặc trưng hình học của bài toán để tìm lời giải. Trong đó việc hình thành cho học sinh khả năng tư duy theo

các phương pháp giải là một điều cần thiết. Việc trải nghiệm qua quá trình giải toán sẽ giúp học sinh hoàn thiện kỹ năng định hướng và giải toán. Cần nhấn mạnh một điều rằng, đa số các học sinh sau khi tìm được một lời giải cho bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng thường không suy nghĩ, đào sâu thêm. Học sinh không chú ý đến bản chất hình học phẳng của bài toán nên mặc dù làm rất nhiều bài toán hình học tọa độ nhưng vẫn không phân loại được dạng toán cơ bản cũng như bản chất của bài toán.

Kết quả, hiệu quả của thực trạng trên với thực trạng đã chỉ ra, thông thường học sinh sẽ dễ dàng cho lời giải đối với các bài toán có cấu trúc đơn giản. Còn khi đưa ra bài toán khác một chút cấu trúc cơ bản học sinh thường tỏ ra rất lúng túng và không biết định hướng tìm lời giải bài toán. Từ đó, hiệu quả giải toán của học sinh bị hạn chế rất nhiều. Trước thực trạng đó của học sinh, tôi thấy cần thiết phải hình thành cho học sinh thói quen xem xét bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng theo bản chất hình học phẳng. Và vì vậy song song với các lời giải cho bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng, tôi luôn yêu cầu học sinh chỉ ra bản chất và bài toán hình phẳng tương ứng, từ đó phân tích ngược lại cho bài toán vừa giải. Trong sáng kiến kinh nghiệm này tôi sẽ chỉ ra một trong nhiều nội dung được áp dụng có hiệu quả. Việc đưa nội dung này nhằm khai thác các tính chất hình học phẳng để định hướng tìm lời giải bài toán hình học tọa độ và xem việc chỉ ra bản chất hình học phẳng sẽ hỗ trợ cho giải toán chứ không phải là chúng ta đi giải một bài hình học phẳng. Qua đó giúp học sinh nhận thức được rằng: “Mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng luôn chứa đựng một bài toán hình phẳng tương ứng”. Vì vậy phân tích bản chất của bài toán hình học phẳng để hỗ trợ cho việc giải bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng là một suy nghĩ có chủ đích, giúp học sinh chủ động hơn trong việc tìm kiếm lời giải cũng như phân loại một cách tương đối các bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng

B. NỘI DUNG

I CÁC GIẢI PHÁP THỰC HIỆN

1. Tổ chức cho học sinh hình thành kỹ năng giải toán thông qua một (hay nhiều) buổi học có sự hướng dẫn của giáo viên
2. Tổ chức rèn luyện khả năng định hướng giải toán của học sinh. Trong đó yêu cầu khả năng lựa chọn lời giải ngắn gọn trên cơ sở phân tích bài toán hình học phẳng tương ứng.
3. Tổ chức kiểm tra để thu thập thông tin về khả năng nắm vững kiến thức của học sinh.
4. Trong mỗi bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng đều yêu cầu học sinh thực hiện phân tích bản chất hình học phẳng cũng như đưa ra các hướng khai thác mở rộng cho bài toán.
5. Cung cấp hệ thống các bài tập mở rộng để học sinh tự rèn luyện.

II. CÁC BIỆN PHÁP TỔ CHỨC THỰC HIỆN

Nội dung này được triển khai thông qua 3 buổi học (mỗi buổi học 3 tiết). Các buổi học giáo viên nêu vấn đề và định hướng cách suy nghĩ giải toán, giáo viên hướng dẫn làm các ví dụ mẫu. Qua đó, bằng cách phân tích trên hình phẳng tương ứng với bài toán, giáo viên phân tích lợi ích của việc “suy nghĩ có định hướng theo bản chất hình học phẳng của bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng” cũng như phân tích cho học sinh thấy rằng việc lựa chọn phương pháp giải không phải là ngẫu nhiên mà luôn chứa những nguyên nhân sâu xa rất bản chất. Đó chính là cấu trúc của bài toán, hình thức của bài toán và các mối quan hệ “tất yếu” giữa các yếu tố tạo nên bài toán. Cũng chính vì điều đó mà việc phân tích bài toán tọa độ trên hình phẳng tương ứng một mặt giúp học sinh hiểu được bản chất của

bài toán, mặt khác giúp học sinh biết cách định hướng trong việc tìm lời giải bài toán. Để các buổi học đạt hiệu quả, tôi đã thực hiện ngay sau khi học xong phần hình học tọa độ trong mặt phẳng ở lớp 10. Để tăng cường tính chủ động cho học sinh trong buổi học thứ nhất tôi đã cung cấp cho học sinh một hệ thống các bài tập đề thi về bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng cho bài học. Yêu cầu học sinh về nhà chuẩn bị lời giải, phân loại các bài toán thành các nhóm tương tự nhau cũng như trả lời câu hỏi: "bản chất bài toán ấy là gì? có tổng quát, mở rộng, phân loại dạng toán được không?". Bài toán hình học tọa độ trong mặt phẳng xuất hiện thường xuyên trong các đề thi ĐH, đề thi học sinh giỏi với mức độ tương đối khó. Vì vậy để giải được dạng toán này chúng ta cần tìm hiểu bản chất cũng như xây dựng phương pháp tư duy giải toán đặc trưng cho loại toán. Trong các buổi học này chúng ta sẽ cùng nghiên cứu về một phương pháp tư duy giải toán: "phân tích bản chất hình học phẳng trong bài toán hình học tọa độ tương ứng" Trước hết ta cần chú ý chuyển bài toán tọa độ về bài toán hình phẳng trên cơ sở các dữ kiện bài toán đã cho. Sau đó ta sẽ phân tích tính chất hình học trên hình phẳng để định hướng tìm lời giải bài toán.

III. MỘT SỐ VÍ DỤ ĐIỂN HÌNH

Các ví dụ Một bài toán hình học tọa độ có thể được giải theo một trong ba hướng chính sau:

H1: Giải hoàn toàn theo quan điểm hình học giải tích

H2: Giải hoàn toàn theo quan điểm hình học phẳng sau đó áp dụng vào tọa độ

H3: Khai thác các yếu tố hình học phẳng để giải toán hình giải tích

Mỗi hướng giải toán đều có những ưu thế riêng cho từng bài toán nhưng nói chung H3 thường hiệu quả hơn cả.

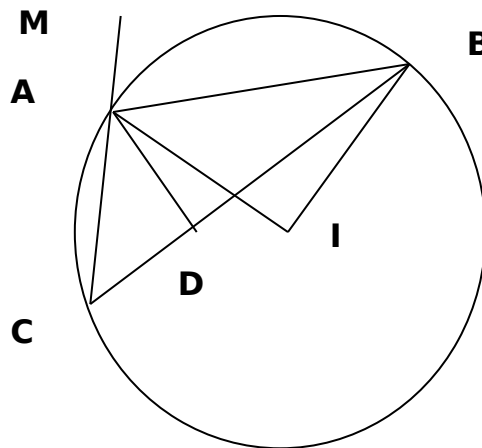
Thực hành giải toán:

Bước 1: Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán. Trên cơ sở dữ kiện và yêu cầu bài toán phân tích các yếu tố hình phẳng cần thiết để giải toán.

Bước 2: Lập sơ đồ các bước giải bài toán

Bước 3: Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ ở bước 2

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có góc C nhọn, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là I(-2; 1) và thỏa mãn $\angle AIB = 90^\circ$. Chân đường cao kẻ từ A đến BC là D(-1; -1), đường thẳng AC đi qua điểm M(-1; 4). Tìm tọa độ A, B biết đỉnh A có hoành độ dương



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Ta có $\angle ACB = \frac{1}{2} \text{ số đo } \angle AIB = \frac{1}{2} \angle AIB = 45^\circ$, mà $\angle ADC = 90^\circ$ suy ra tam giác ADC

vuông cân tại D nên $DA = DC$

mặt khác $IA = IC$ do đó ID là trung trực của $AC \Rightarrow ID \perp AC$

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh $ID \perp AC$

+) Viết phương trình đường thẳng AC : AC đi qua M và có véc tơ pháp tuyến $\vec{DI}$

+) Tính $d(D, AC)$ suy ra $DA = \sqrt{2}d(D, AC)$

+) Do $A \in AC$ nên biểu thị tọa độ điểm A theo tham số a . Từ độ dài DA suy ra tọa độ điểm A

+) Viết phương trình BD : BD đi qua D và có véc tơ pháp tuyến $\vec{DA}$

+) $B \in BD$ nên biểu thị tọa độ điểm B theo tham số b . Tam giác AIB vuông tại I , suy ra $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0$ từ đó tìm được tọa độ điểm B

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

Ta có $\angle CB = \frac{1}{2} \text{ số đo } \angle A = \frac{1}{2} \angle AIB = 45^\circ$, mà $\angle DC = 90^\circ$ suy ra tam giác ADC

vuông cân tại D nên $DA = DC$

mặt khác $IA = IC$ do đó ID là trung trực của $AC \Rightarrow ID \perp AC$

Đường thẳng AC đi qua M và có véc tơ pháp tuyến $\vec{DI}$ nên có phương trình $x - 2y + 9 = 0$

Gọi $A(2a - 9; a) \in AC$, do $DA = \sqrt{2}d(D, AC) = 2\sqrt{10}$

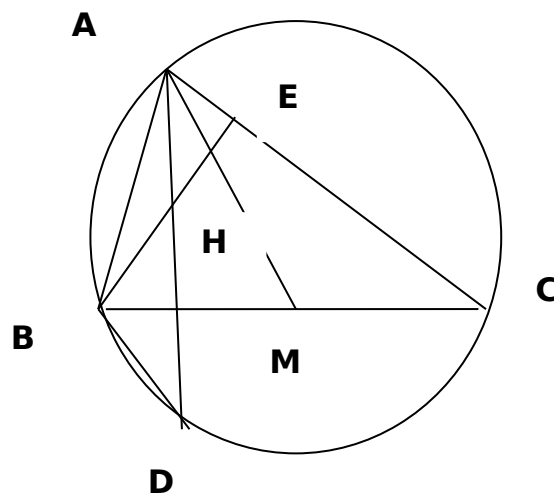
$$DA^2 = 40 \Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases}. \text{ Do } x_A > 0 \Rightarrow A(1; 5)$$

Đường thẳng DB đi qua D và vuông góc với AD nên có phương trình $x + 3y + 4 = 0$

$B \in DB \Rightarrow B(-4 - 3b; b)$. Tam giác IAB vuông tại I nên $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0 \Leftrightarrow b = -2$ suy ra $B(2; -2)$.

Vậy $A(1; 5), B(2; -2)$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng chứa đường trung tuyến kẻ từ A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình $3x + 5y - 8 = 0$, $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua A vuông góc với đường thẳng BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4; -2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB, AC biết $x_B \leq 3$



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Tứ giác CEHK nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle ECK = \angle BHK$

Mà $\angle ACK = \angle ADB$ (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{AB}$) suy ra $\angle BHK = \angle ADB$, do đó tam giác BHD cân tại B, mà BK là đường cao nên K là trung điểm của HD

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) $M = AM \cap BC$ suy ra tọa độ điểm M

+) Viết phương trình AD: đi qua D và vuông góc với BC

+) $A = AD \cap AM$ suy ra tọa độ điểm A, $K = AD \cap BC$ suy ra tọa độ K

+) K là trung điểm của DH suy ra tọa độ điểm H

+) $B \in BC$ nên biểu thị tọa độ điểm B theo tham số t, M là trung điểm của BC suy ra tọa độ điểm C theo tham số t

+) H là trực tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ suy ra tọa độ B, C

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

Ta có $M = AM \cap BC \Rightarrow M(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2})$

Đường thẳng AD đi qua D và vuông góc với BC nên có pt $x + y - 2 = 0$

$A = AD \cap AM \Rightarrow A(1; 1), K = AD \cap BC \Rightarrow K(3; -1)$

Tứ giác CEHK nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{ECK} = \widehat{BHK}$

Mà $\widehat{ACK} = \widehat{ADB}$ (góc nội tiếp chắn cung $\widehat{AB}$) suy ra $\widehat{BHK} = \widehat{ADB}$, do đó tam giác BHD cân tại B, mà BK là đường cao nên K là trung điểm của HD

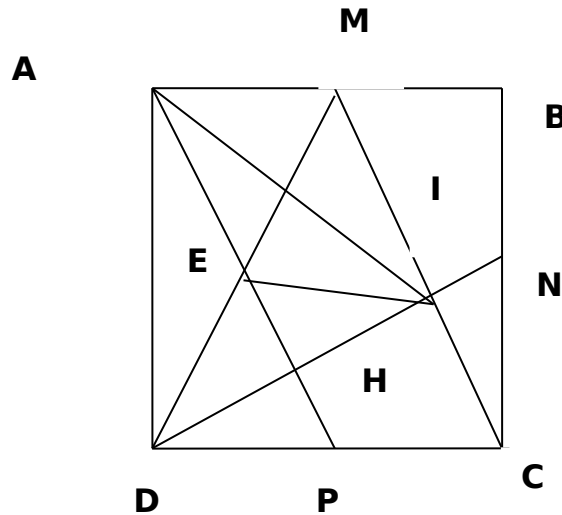
$B \in BC \Rightarrow B(t; t-4)$, M là trung điểm của BC suy ra $C(7-t; 3-t)$

H là trực tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ suy ra $t = 2$ hoặc $t = 7$ (loại)

Khi đó $B(2; -2), C(5; 1)$

Pt (AB): $3x + y - 4 = 0$; pt(AC): $y - 1 = 0$

Ví dụ 3. Cho hình vuông ABCD có hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC, biết CM cắt DN tại $I(\frac{22}{5}; \frac{11}{5})$. Gọi H là trung điểm DI, biết đường thẳng AH cắt CD tại $P(\frac{7}{2}; 1)$. Biết $x_A < 4$, tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

$$\text{Ta có } \triangle MBC = \triangle NCD \Rightarrow CM \perp DN$$

Tứ giác AMID nội tiếp đường tròn tâm E (với E là trung điểm của AH) suy ra $ED = EI$, mà H là trung điểm của DI $\Rightarrow EH \perp DI \Rightarrow AH \perp DN$,

mà $CM \perp DN$ suy ra $CM \parallel AH$, mặt khác $AM \parallel CP$ nên tứ giác AMCP là hình bình hành, do đó P là trung điểm DC $\Rightarrow$ tứ giác AMPD là hình chữ nhật $\Rightarrow IE = \frac{1}{2}DM = \frac{1}{2}AP \Rightarrow \triangle AIP$ vuông tại I

Ta có $\triangle ADI$ cân tại A $\Rightarrow AI = AD = DC = 2IP$ (do tam giác DIC vuông tại I) $\Rightarrow AI = 2IP$

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh tam giác AIP vuông tại I

+) Viết phương trình đường thẳng AI: đi qua I và vuông góc với PI

+) Chứng minh $AI = 2IP$, $A \in AI$ biểu thị tọa độ điểm A theo tham số t. $AI = 2IP$ suy ra tọa độ điểm A, rồi viết phương trình AP

+) Viết phương trình DN: qua I và vuông góc với AP, suy ra tọa độ điểm $H = AP \cap DN$, H là trung điểm ID suy ra tọa độ điểm D

+) Viết phương trình DC: qua D và vuông góc với AD, suy ra tọa độ điểm $P = AH \cap DC$, P là trung điểm DC suy ra tọa độ điểm C

+) $\overline{AB} = \overline{DC}$ suy ra tọa độ điểm B

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

$$\Delta MBC = \Delta NCD \Rightarrow CM \perp DN$$

Tứ giác AMID nội tiếp đường tròn tâm E(với E là trung điểm của AH) suy ra $ED = EI$, mà H là trung điểm của DI $\Rightarrow EH \perp DI \Rightarrow AH \perp DN$,

mà $CM \perp DN$ suy ra $CM \parallel AH$, mặt khác $AM \parallel CP$ nên tứ giác AMCP là hình bình hành, do đó P là trung điểm DC $\Rightarrow$ tứ giác AMPD là hình chữ nhật $\Rightarrow IE = \frac{1}{2}DM = \frac{1}{2}AP \Rightarrow \Delta AIP$ vuông tại I

Ta có ΔADI cân tại A $\Rightarrow AI = AD = DC = 2IP$ (do tam giác DIC vuông tại I) $\Rightarrow AI = 2IP$

Đường thẳng AI qua I và vuông góc với PI nên có phương trình

$$3x + 4y - 22 = 0. A \in AI \Rightarrow A(2 - 4t; 4 + 3t) \Rightarrow \left(4t + \frac{12}{5}\right)^2 + \left(3t + \frac{9}{5}\right)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

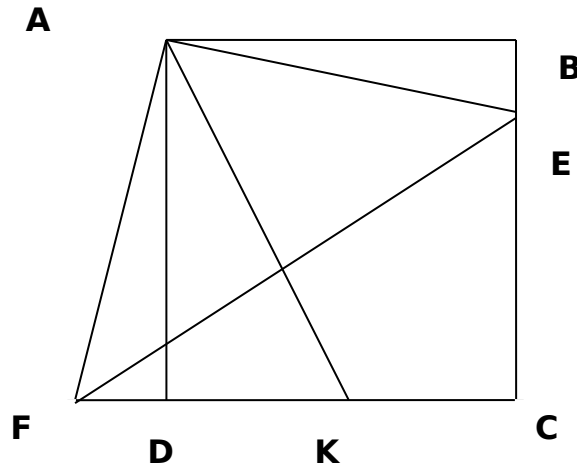
Do $x_A < 4$ nên A(2; 4) suy ra pt(AP): $2x + y - 8 = 0$

$DN \perp AP$ suy ra pt(DN): $x - 2y = 0$

$$H = DN \cap AP \Rightarrow H\left(\frac{16}{5}; \frac{8}{5}\right) \Rightarrow D(2; 1), C(5; 1), B(5; 4)$$

Vậy A(2; 4), D(2; 1), C(5; 1), B(5; 4)

Ví dụ 4. Cho hình vuông ABCD và điểm E thuộc cạnh BC. Một đường thẳng qua A vuông góc với AE cắt CD tại F, đường thẳng chứa trung tuyến AM của tam giác AEF cắt CD tại K. Tìm tọa độ điểm D biết A(-6; 6), M(-4; 2), K(-3; 0).



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

$\triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$ nên tam giác AEF cân tại A, mà AM là đường trung tuyến $\Rightarrow AM \perp EF$. Do đó 3 điểm A, E, F thuộc đường tròn tâm M bán kính MA

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh $AM \perp EF$; A, E, F thuộc đường tròn tâm M

+) Viết phương trình EF: qua M và vuông góc AM

+) Viết phương trình đường tròn (C) tâm M bán kính MA

+) E, F là giao điểm của đường thẳng EF và đường tròn (C), suy ra tọa độ E, F

+) Viết phương trình CD đi qua F, K. Viết phương trình AD: đi qua A và vuông góc với CD, suy ra tọa độ $D = AD \cap CD$

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

$\triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$ nên tam giác AEF cân tại A, mà AM là đường trung tuyến $\Rightarrow AM \perp EF$. Do đó 3 điểm A, E, F thuộc đường tròn tâm M bán kính MA

Đường thẳng EF qua M và vuông góc EA nên có phương trình $x - 2y + 8 = 0$. Phương trình đường tròn tâm M, bán kính MA là $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 20$

Tọa độ E, F thỏa mãn hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y - 8 = 0 \\ (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 20 \end{cases}$$

Giải hệ, suy ra $\begin{cases} x = -8 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$

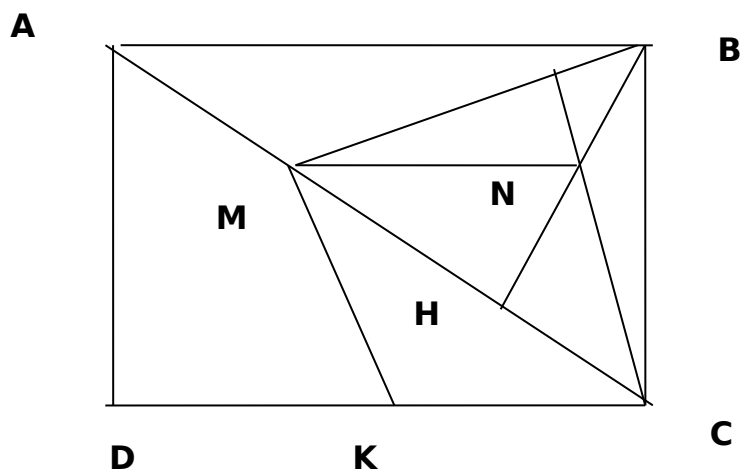
Trường hợp 1: E(-8; 0), F(0; 4)

Viết phương trình CD đi qua F, K: $4x - 3y + 12 = 0$

Viết phương trình AD: đi qua A và vuông góc với CD, suy ra $D\left(-\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right)$

Trường hợp 1: E(0; 4), F(-8; 0) suy ra D(-6;0)

Ví dụ 5. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên AC; M, N lần lượt là trung điểm của AH, BH. Trên cạnh CD lấy điểm K sao cho MNCK là hình bình hành. Biết $M\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$, K(9; 2) và các đỉnh B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng $d_1: 2x - y + 2 = 0$, $d_2: x - y - 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết hoành độ điểm C lớn hơn 4.



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau: MN là đường trung bình của tam giác $HAB \Rightarrow MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2}AB$.

Do $MNCK$ là hình bình hành $\Rightarrow MN \parallel CK, MN = CK = \frac{1}{2}AB$ suy ra K là trung điểm của CD

Ta có $MN \perp BC, BH \perp MC$ nên N là trực tâm tam giác BCM
 $\Rightarrow CN \perp BM$, mà $MK \parallel CN \Rightarrow BM \perp MK$

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh $BM \perp MK$

+) Viết phương trình BM qua M và vuông góc với MK , suy ra tọa độ $B = BM \cap d_1$

+) $C \in d_2$ nên tọa độ điểm C biểu thị theo tham số a . $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CK} = 0$ suy ra tọa độ C . K là trung điểm CD suy ra tọa độ điểm D

+) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra tọa độ điểm A

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

MN là đường trung bình của tam giác HAB $\Rightarrow MN // AB, MN = \frac{1}{2}AB$.

Do MNCK là hình bình hành $\Rightarrow MN // CK, MN = CK = \frac{1}{2}AB$ suy ra K là trung điểm của CD

Ta có $MN \perp BC, BH \perp MC$ nên N là trực tâm tam giác BCM $\Rightarrow CN \perp BM$, mà $MK // CN \Rightarrow BM \perp MK$

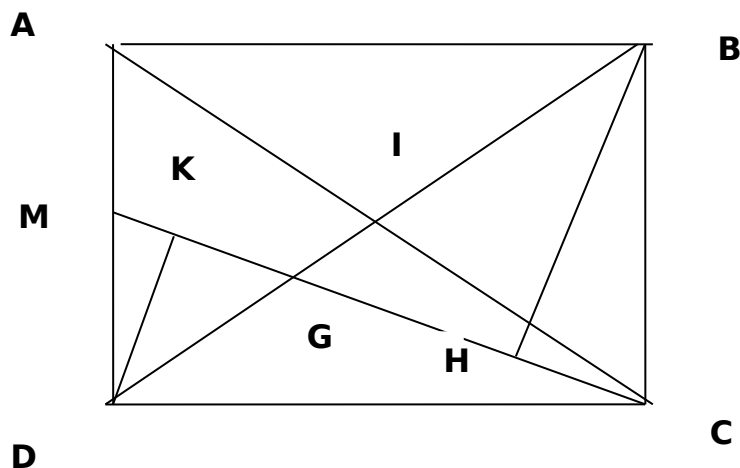
Viết phương trình BM qua M và vuông góc với MK, suy ra tọa độ

$$B = BM \cap d_1 \Rightarrow B(1; 4). \quad C \in d_2 \Rightarrow C(a; a - 5). \quad \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CK} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ a = 4 \end{cases}. \quad \text{Do } x_C > 4$$

nên $C(9; 4)$. K là trung điểm CD suy ra $D(9; 0)$. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow A(1; 0)$

Vậy $A(1; 0), B(1; 4), C(9; 4), D(9; 0)$

Ví dụ 6. Cho hình chữ nhật ABCD có $D(4; 5)$, M là trung điểm đoạn AD, đường thẳng CM có phương trình $x - 8y + 10 = 0$. Điểm B nằm trên đường thẳng $d_1: 2x + y + 1 = 0, y_C < 2$. Tìm tọa độ A, B, C



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

$$\text{Ta có } G \text{ là trọng tâm tam giác } ADC \Rightarrow DG = \frac{2}{3}DI = \frac{1}{3}BD \Rightarrow BG = 2GD .$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B, D lên CM

$$\Rightarrow \frac{BH}{DK} = \frac{BG}{GD} = 2 \Rightarrow BH = 2DK = 2d(D, CM)$$

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh $BH = 2d(D, CM)$

+) Tính $d(D, CM)$ suy ra độ dài BH

+) $B \in d_1 \Rightarrow$ Biểu thị tọa độ điểm B theo tham số b $\Rightarrow$ tọa độ điểm B

+) C thuộc CM nên biểu thị tọa độ điểm C theo tham số c. $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ suy ra tọa độ điểm C

+) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow$ tọa độ điểm A

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

$$\text{Ta có } DK = d(D, CM) = \frac{26}{\sqrt{65}} .$$

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ADC \Rightarrow DG = \frac{2}{3}DI = \frac{1}{3}BD \Rightarrow BG = 2GD .$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B, D lên CM

$$\Rightarrow \frac{BH}{DK} = \frac{BG}{GD} = 2 \Rightarrow BH = 2d(D, CM) = \frac{52}{\sqrt{65}}$$

$$B \in d_1 \Rightarrow B(b; -1-2b) \Rightarrow BH = \frac{|17b+18|}{\sqrt{65}} = \frac{52}{\sqrt{65}} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ b=\frac{-70}{17} \end{cases}$$

Vì B, D nằm khác phía đối với CM nên $b = 2 \Rightarrow B(2; -5) \Rightarrow I(3; 0)$

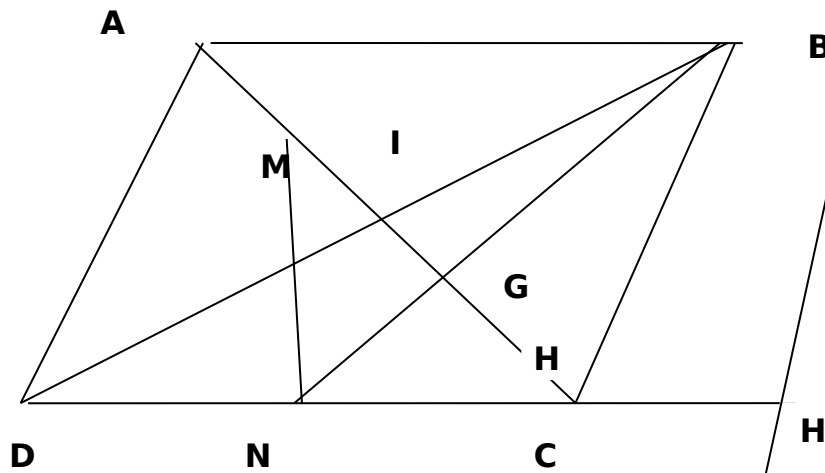
$C \in CM \Rightarrow C(8c - 10; c) \text{ (} c < 2 \text{)}.$

$$\text{Có } \vec{CB} \cdot \vec{CD} = 0 \Leftrightarrow 65c^2 - 208c + 143 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = \frac{143}{65} \end{cases}.$$

Do $c < 2$ nên $C(-2; 1)$, $A(8; -1)$

Vậy $A(8; -1)$, $B(2; -5)$, $C(-2; 1)$

Ví dụ 7. Cho hình bình hành ABCD có N là trung điểm của CD, đường thẳng BN có phương trình là $13x - 10y + 13 = 0$, điểm $M(-1; 2)$ thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AC = 4AM$. Gọi H là điểm đối xứng với N qua C, H thuộc đường thẳng $\Delta: 2x - 3y = 0$. Biết $3AC = 2AB$, tìm tọa độ A, B, C, D.



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Gọi $I = AC \cap BD$, $G = BN \cap AC$ suy ra G là trọng tâm tam giác BCD

$$\Rightarrow CG = \frac{2}{3}CI = \frac{1}{3}AC, \text{ mà } AM = \frac{1}{4}AC \Rightarrow MG = AC - AM - CG = \frac{5}{12}AC$$

$$\text{Do đó } CG = \frac{4}{5}MG \Rightarrow d(C, BN) = \frac{4}{5}d(M, BN)$$

$$\Rightarrow d(H, BN) = 2d(C, BN) = \frac{8}{5}d(M, BN)$$

$$\text{Ta có } CM = \frac{3}{4}AC = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}NH \Rightarrow CM = \frac{1}{2}NH \text{ suy ra}$$

tam giác MNH vuông tại M

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

$$+) \text{ Tính } d(M, BN). \text{ Chứng minh } d(H, BN) = \frac{8}{5}d(M, BN)$$

$$+) H \in \Delta \Rightarrow \text{Biểu thị tọa độ điểm H theo tham số } a \Rightarrow \text{tọa độ điểm H}$$

$$+) \text{ Tam giác MNH vuông tại M suy ra phương trình đường thẳng MN}$$

$$+) N = BN \cap MN \Rightarrow \text{tọa độ điểm N; C là trung điểm NH suy ra tọa độ C}$$

$$+) \text{ N là trung điểm CD suy ra tọa độ điểm D}$$

$$+) \overset{\text{UUUU}}{CM} = 3\overset{\text{UUUU}}{MA} \Rightarrow \text{tọa độ điểm A, I, B}$$

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

$$\text{Gọi } I = AC \cap BD, G = BN \cap AC \text{ suy ra G là trọng tâm tam giác BCD}$$

$$\Rightarrow CG = \frac{2}{3}CI = \frac{1}{3}AC, \text{ mà } AM = \frac{1}{4}AC \Rightarrow MG = AC - AM - CG = \frac{5}{12}AC$$

$$\text{Do đó } CG = \frac{4}{5}MG \Rightarrow d(C, BN) = \frac{4}{5}d(M, BN)$$

$$\Rightarrow d(H, BN) = 2d(C, BN) = \frac{8}{5}d(M, BN)$$

$$\text{Ta có } CM = \frac{3}{4}AC = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}NH \Rightarrow CM = \frac{1}{2}NH \text{ suy ra}$$

tam giác MNH vuông tại M

$$H \in \Delta \Rightarrow H(3a; 2a)$$

$$\text{Ta có } d(M, BN) = \frac{20}{\sqrt{269}} \Rightarrow d(H, BN) = \frac{32}{\sqrt{269}} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=\frac{-45}{19} \end{cases}$$

$$\text{Vì H, M nằm khác phía đối với BN nên } H(3; 2) \Rightarrow pt(MH): y - 2 = 0.$$

$$\text{Suy ra pt(MN): } x + 1 = 0 \Rightarrow N(-1; 0) \Rightarrow C(1; 1), D(-3; -1)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MA} \Rightarrow A\left(-\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right) \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow B\left(\frac{7}{3}; \frac{13}{3}\right)$$

$$\text{Vậy } A\left(-\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right), B\left(\frac{7}{3}; \frac{13}{3}\right), C(1;1), D(-3; -1)$$

Ví dụ 8. Cho hình bình hành ABCD có $BD = \frac{\sqrt{10}}{5} AC$. Gọi hình chiếu vuông góc của điểm D lên AB, BC lần lượt là M(-2; -1), N(2; -1). Biết AC nằm trên đường thẳng có phương trình $x - 7y = 0$. Tìm tọa độ A và C.

Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Gọi I là trung điểm của BD $IM = IN = \frac{BD}{2} \Rightarrow I$ thuộc trung trực của MN

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh I thuộc trung trực của MN

+) Viết phương trình đường trung trực của MN, suy ra tọa độ điểm I, suy ra độ dài IM, BD, AC

+) Viết phương trình đường tròn đường kính AC, suy ra tọa độ A, C là giao điểm của AC và đường tròn đường kính AC

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

Gọi I là trung điểm của BD $IM = IN = \frac{BD}{2} \Rightarrow I$ thuộc trung trực của MN.

Trung trực của MN có phương trình $x = 0 \Rightarrow I(0;0) \Rightarrow IM = 5$.

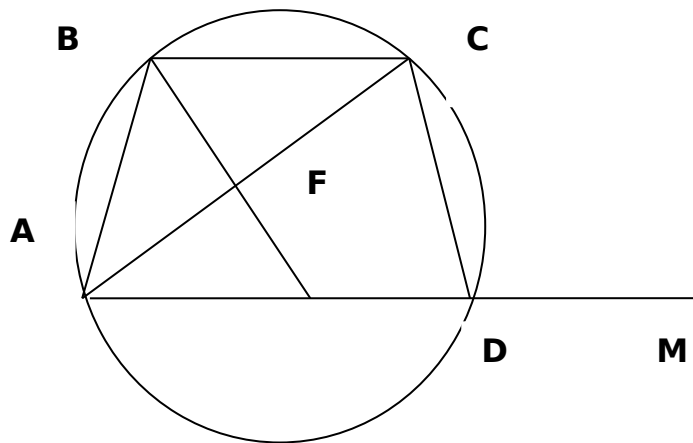
$$\text{Do } IM = \frac{BD}{2} \Rightarrow BD = 2\sqrt{5} \Rightarrow AC = 5\sqrt{2} \Rightarrow IA = IC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Phương trình đường tròn đường kính AC là $x^2 + y^2 = \frac{25}{2}$.

Toạ độ A, C là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x - 7y = 0 \\ x^2 + y^2 = \frac{25}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7}{2} \\ y = \frac{-1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Do đó $A\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right), C\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Ví dụ 9. Cho hình thang cân ABCD có hai đáy là AD và BC, biết $AB = BC$, $AD = 7$. Đường chéo AC có phương trình $x - 3y - 3 = 0$, điểm $M(-2; -5)$ thuộc đường thẳng AD. Viết phương trình CD biết $B(1; 1)$.



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Tứ giác ABCD là hình thang cân nên ABCD nội tiếp đường tròn.

Mà $AB = BC = CD \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{CAD}$ nên AC là đường phân giác trong góc $\widehat{BAD}$. Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC suy ra E thuộc AD

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Chứng minh AC là phân giác trong góc $\widehat{BAD}$

+) Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC suy ra E thuộc AD. Viết phương trình BE, suy ra tọa độ điểm $F = BE \cap AC$, F là trung điểm của BE suy ra tọa độ điểm E.

+) Viết phương trình AD đi qua E và M, suy ra tọa độ $A = AD \cap AC$

+) $D \in AD \Rightarrow$ tọa độ điểm D biểu thị theo tham số, $AD = 7$ suy ra tọa độ D.

+) Viết phương trình BC đi qua B và song song AD, suy ra tọa độ $C = AC \cap BC$

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

Tứ giác ABCD là hình thang cân nên ABCD nội tiếp đường tròn.

Mà $AB = BC = CD \Rightarrow \angle BAC = \angle CAD$ nên AC là đường phân giác trong góc $\angle BAD$. Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC suy ra E thuộc AD

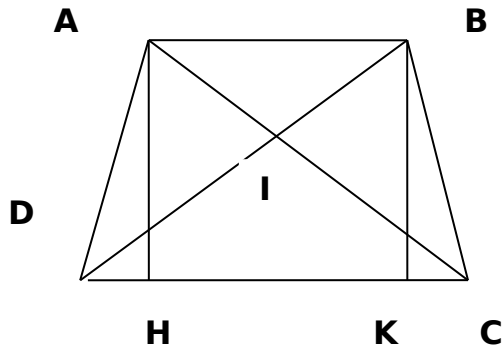
$$\text{Ta có pt(BE): } 3x + y - 4 = 0 \Rightarrow F\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow E(2; -2)$$

$$\text{Pt(AD): } 3x - 4y - 14 = 0 \Rightarrow A(6; 1).$$

Ta có D thuộc AD nên $D(2 + 4t; -2 + 3t)$. $AD = 7$ suy ra $t = \frac{12}{5}$ hoặc $t = -\frac{2}{5}$.

Do B, D nằm về hai phía của AD nên $D\left(\frac{2}{5}; -\frac{16}{5}\right)$. Vì $BC \parallel AD$ nên BC có phương trình $3x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow C(-3; -2) \Rightarrow AB = 5, CD = \sqrt{13}$ suy ra ABCD không phải là hình thang cân, mâu thuẫn với giả thiết. Vậy bài toán vô nghiệm.

Ví dụ 10. Cho hình thang cân ABCD với $CD = 2AB$. Đường thẳng AC, BD lần lượt có phương trình $x + y - 4 = 0, x - y - 2 = 0$. Biết tọa độ các đỉnh A, B đều dương và diện tích hình thang bằng 36, tìm tọa độ các đỉnh của hình thang



Bước 1. Vẽ hình phẳng biểu thị cho bài toán, khai thác yếu tố hình phẳng sau:

Ta có $AC \perp BD \Rightarrow \triangle IDC$ vuông cân tại I nên $\angle ACD = 45^\circ$, suy ra tam giác AHC vuông cân tại H $\Rightarrow AH = HC = HK + KC = \frac{3}{2} AB$.

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} AH = \frac{9}{4} AB^2 \Leftrightarrow 36 = \frac{9}{4} AB^2 \Leftrightarrow AB^2 = 16$$

Bước 2. Lập sơ đồ các bước giải bài toán

+) Tính $AB^2 = 16$

+) $I = AC \cap BD$ suy ra tọa độ điểm I

+) $A \in AC \Rightarrow$ Biểu thị tọa độ điểm A theo tham số a

$B \in BD \Rightarrow$ Biểu thị tọa độ điểm B theo tham số b

+) Ta có $\begin{cases} IA = IB \\ AB^2 = 16 \end{cases}$ suy ra tọa độ hai điểm A, B

+) $C \in AC \Rightarrow$ Biểu thị tọa độ điểm C theo tham số c.

$\overline{DC} = 2\overline{AB}$ nên tọa độ điểm D biểu thị theo tham số c.

Ta có $IC = ID$ suy ra tọa độ C, D

Bước 3. Trình bày lời giải bài toán theo sơ đồ bước 2

Ta có $AC \perp BD \Rightarrow \triangle IDC$ vuông cân tại I nên $\angle ICD = 45^\circ$, suy ra tam giác

AHC vuông cân tại H $\Rightarrow AH = HC = HK + KC = \frac{3}{2}AB$.

$$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} AH = \frac{9}{4} AB^2 \Leftrightarrow 36 = \frac{9}{4} AB^2 \Leftrightarrow AB^2 = 16$$

Ta có $I = AC \cap BD$ suy ra tọa độ điểm I(3; 1)

Gọi A(a; 4-a), B(b; 2-b).

Ta có $\begin{cases} IA = IB \\ AB^2 = 16 \end{cases}$ suy ra tọa độ hai điểm A(1; 3), B(5; 3)

Do $C \in AC \Rightarrow C(c; 4-c)$. Mà $\overline{DC} = 2\overline{AB} \Rightarrow D(c-8; 4-c)$

Ta có $IC = ID$ suy ra tọa độ C(7; -3), D(-1; -3)

Vậy A(1; 3), B(5; 3), C(7; -3), D(-1; -3)

IV. Bụi hắc kinh nghiệm:

- Tríc mét bụi to, n, ngêi thụỵ ph¶i biÕt híng đếñ hắc sinh tù gi¶i, biÕt t×m ra híng ®i ®óng ®³/₄n. Bèi mét sè bụi to, n ®ßi hái ph¶i s, ng t¹o, ®ßi hái ph¶i cã t duy nhÊt ®¶nh mãi cã thÓ gi¶i quyÕt ®êc.

- BiÕt tr©n trãng thụnq qu¶ lao ®éng s, ng t¹o cĩa c, c nhự to, n hắc, gióp hắc sinh hợng thó hắc tếp bé m«n nh»m n©ng cao chÊt lĩng bé m«n toán vµ chÊt lĩng gi, o dộc hiÕn nay.

- B¶n th©n t«i tù c¶m thÊy ®Ò tụi nựỵ cßn nhiÒu h¹n chỖ. Do vÊy t«i mong r»ng ngêi ®ăc h·y ®ăng gặp ý kiÕn x©y ®ùng ®Ò tụi, ®Ó ®Ò tụi nguy cụng hợm thiÕn h–n.

- HiÖn nay ®a sè c,c thÇy c« gi,o còng ®· biÖt ph-ng ph,p nuy. Tuy nhiªn øng dông cña nã th× hiÖn nay cha ®íc nghiªn cøu mét c,ch tæng thÓ. Do vËy t«i mong r»ng nh÷ng kinh nghiÖm nhá nhoi cña t«i cã thÓ gióp Ých ®íc phÇn nµo cho c«ng t,c gi¶ng d¹y t¹i c,c trêng phæ th«ng hiÖn nay.

Lạng giang , ngày 25 tháng 5 năm **2015**

Ngêi viÖt s,ng kiÖn

Những xĐt của tæ chuyªn m«n

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Những xĐt HŞKH của Nhự trêng

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Những xĐt của HŞKH Sẻ gi_o dộc - ®µo t¹o
tønh

.....

.....

.....

.....

.....

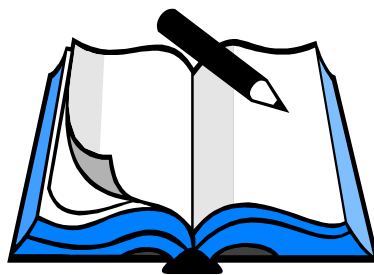
.....
.....
.....

Danh Môt s, ch tham kh¶o

STT	Tên s, ch	T, c gi¶
1	TuyỐn tẾp : 30 nă m, 5 nă m TH&TT, c, c chuyă n ®Ồ TH&TT, b, o TH&TT húng th, ng.	
2	C, c ®Ồ thi HSG to m quéc C, c ®Ồ thi Olympic 30/4 C, c ®Ồ tuyỐn sinh v m líp 10 hỒ chuyă n to m quéc	

Sẽ giới thiệu - Bộ tài liệu B^{3/4}c Giang
Trên THPT L¹ng giang số 2

-----🏠🏠-----



s,ng kiỐn kinh nghiÖm

T^an @Ồ tui:

**“KHAI THÁC YẾU TỐ HÌNH ĐỂ GIẢI
MỘT SỐ BÀI TOÁN HÌNH PHẪNG OXY”**



Giáo viên thực hiện : **§Æng Kh^{3/4}c**
Quang

Tæ : To , n
Trêng : THPT L¹ng Giang sè 2

Năm học 2014 – 2015

MỤC LỤC

	Trang
A. Mở đầu	
I. Lý do chọn đề tài	1
II. Cơ sở lý luận của đề tài.....	1
B. Nội dung	
I. Các giải pháp thực hiện	3
II. Các biện pháp tổ chức thực hiện	3
III. Một số ví dụ điển hình.....	4
IV. Bài học kinh nghiệm.....	23

