Người làm:
Zalo: - số đt zalo:
Email:

CĐ6: CÁC BÀI TOÁN VỀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG

Dạng 1: Chứng minh một số (một tổng) là số chính phương

Câu 1. **(HSG 7 huyện Tân An 2017 - 2018)**

Cho tích $a.b$ là số chính phương và $(a,b)=1$. Chứng minh rằng a và b đều là số chính phương.

Lời giải

Đặt $a.b=c^2$ (1)

Gọi $(a,b)=d$ nên $a \vdots d$, $c \vdots d$

Hay $a=m.d$ và $c=n.d$ với $(m,n)=1$

Thay vào (1) ta được: $m.d.b=n^2.d^2$

$\Rightarrow m.b=n^2.d \Rightarrow \begin{cases} b \vdots n^2 \\ n^2 \vdots b \end{cases}$ do $(a,b)=1$; $(b,d)=1$

$\Rightarrow b=n^2$

Thay vào (1) ta được: $a.n^2=n^2.d^2 \Rightarrow a=d^2$

Vậy a và b đều là số chính phương.

Dạng 2: Chứng minh một số không là số chính phương

Câu 1. **(HSG 7 huyện Hoằng Hoá 2017-2018)**

Chứng minh rằng không tồn tại số tự nhiên n để n^2+2002 là số chính phương.

Lời giải

Nếu số chính phương chia hết cho a (a là số nguyên tố) thì nó chia hết cho a^2

Giả sử : $A=n^2+2002$ là số chính phương.

+ Xét trường hợp 1: n là số chẵn $\Rightarrow n=2k$

$\Rightarrow n^2=4k^2 \Rightarrow A=n^2+2002=4k^2+2002$

Ta có: $4k^2$ chia hết cho 2, 2002 chia hết cho $2 \Rightarrow A$ chia hết cho $2 \Rightarrow A$ chia hết cho 4

Do $4k^2$ chia hết cho 4, còn 2002 không chia hết cho $4 \Rightarrow A$ không chia hết cho 4 (loại)

+ Xét trường hợp 2: n là số lẻ $\Rightarrow n=2k+1$

$\Rightarrow A$ là số chính phương lẻ, có dạng $(2b+1)^2=4b^2+4b+1$ chia cho 4 dư 1.

Mà $A=(2k+1)^2+2002=4k^2+4k+2003$ chia cho 4 dư 3 (loại)

Vậy không tồn tại số tự nhiên n để n^2+2002 là số chính phương.

Câu 2. Có tìm được hai chữ số a và b để $\overline{2011ab}$ là bình phương của một số tự nhiên không ? Vì sao ?

Lời giải

Ta có: $0 \le \overline{ab} \le 99 \Rightarrow 201100 \le \overline{2011ab} \le 201199 \Rightarrow 448^2 < \overline{2011ab} < 449^2$

448 và 449 là hai số tự nhiên liên tiếp nên $\overline{2011ab}$ không là bình phương của một số tự nhiên.

Dạng 3: Tìm số chính phương