

## PHẦN THỨ TƯ

# CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

## § 18. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Hệ kín

— Hệ kín : hệ vật chỉ tương tác với nhau, không tương tác với các vật ngoài hệ.

$$\vec{F}_{\text{ngoài}} = \vec{0}$$

— Hệ coi gần đúng là kín (trong thời gian có nội lực tương tác) ;

$$F_{\text{ngoài}} \ll F_{\text{nội}}$$

#### II. Định luật bảo toàn động lượng :

##### 1. Tương tác của hai vật trong hệ kín

$$\text{Đặt } \left\{ \begin{array}{l} m_1 ; \vec{v}_1 ; \vec{v}'_1 : \text{khối lượng, vận tốc trước tương tác,} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{vận tốc sau tương tác của vật (1)} \\ m_2 ; \vec{v}_2 ; \vec{v}'_2 : \text{khối lượng, vận tốc trước tương tác,} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{vận tốc sau tương tác của vật (2)} \end{array} \right.$$

Chịu trách nhiệm xuất bản :  
Giám đốc PHẠM VĂN AN  
Tổng biên tập NGUYỄN NHƯ Ý

Biên tập :  
PHAN XUÂN KHÁNH

Biên tập tái bản :  
HOÀNG MINH TÂM

Trình bày bìa :  
VŨ CÔNG MINH

Sửa bản in :  
HOÀNG MINH TÂM

Ta có :

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

## 2. Động lượng

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

## 3. Bảo toàn động lượng

Hệ kín :

$$\sum \vec{p} = \sum \vec{p}'$$

$\sum \vec{p}$  : động lượng của hệ lúc đầu

$\sum \vec{p}'$  : động lượng của hệ lúc sau

Chú ý:

Nếu  $\vec{F}_{ngoài} \neq \vec{0}$  nhưng hình chiếu của  $\vec{F}_{ngoài}$  trên một phương nào đó triệt tiêu thì động lượng của hệ bảo toàn trên phương đó.

## III. Liên hệ giữa lực và động lượng

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$(\vec{F} \cdot \Delta t)$  : xung của lực  $\vec{F}$  trong thời gian  $\Delta t$

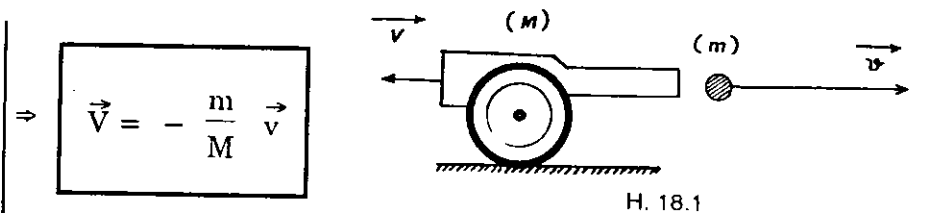
## IV. Các thí dụ áp dụng

### 1. Súng giật khi bắn :

Xét trường hợp đạn chuyển động ngang.

Hệ  $(M + m)$  kín :

$$m\vec{v} + M\vec{V} = \vec{0}$$

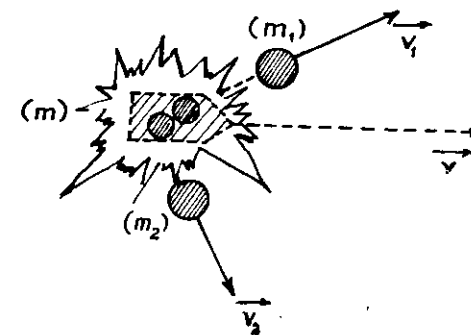


H. 18.1

Chuyển động giật lùi của súng : chuyển động do phản lực.

### 2. Sự nổ của đạn

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$



H. 18.2

(Đạn nổ thành hai mảnh)

(Hệ kín :  $F_{ngoài} \ll F_{nội}$ )

Ghi chú:

Trong hệ kín, các vật của hệ có thể chuyển động có gia tốc nhưng khối tâm của hệ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 26

Tính toán liên quan đến động lượng và bảo toàn động lượng.

#### • Xác định động lượng và độ biến thiên động lượng

— Động lượng của một vật :  $\vec{p} = m\vec{v}$

— Động lượng của hệ vật :  $\vec{p} = \sum \vec{p}_i$

— Độ biến thiên động lượng :  $\Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0$

(Thực hiện : vẽ liên tiếp ; áp dụng quy tắc hình bình hành, phép chiếu đối với vectơ).

#### • Hệ thức liên lạc giữa lực và động lượng

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Hệ thức này rất có hiệu quả khi :

- Ngoại lực tác dụng trong *thời gian ngắn*.
- Khối lượng vật *biến thiên*.
- *Không xác định* được nội lực tương tác.

• **Bảo toàn động lượng**

- Xác định hệ vật và khoảng thời gian khảo sát.
- Xét điều kiện áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$* \sum \vec{F}_{\text{ngoài}} = \vec{0}$$

$$* F_{\text{ngoài}} \ll F_{\text{nội}}$$

— Phương trình :

$$\sum \vec{p}'_i = \sum \vec{p}_i$$

— Giải phương trình bằng phép cộng vectơ hay phép chiề lên trục (đặc biệt là trục mà hình chiếu của  $\vec{F}_{\text{ngoài}}$  triệt tiêu).

■ **BÀI TẬP THÍ DỤ**

26.1.

Quả bóng khối lượng  $m = 500\text{g}$  chuyển động với vận tốc  $v = 10\text{m/s}$  đến đập vào tường rồi bật trở lại với cùng vận tốc  $v$ , hướng vận tốc của bóng trước và sau va chạm tuân theo quy luật phản xạ gương. Tính độ lớn động lượng của bóng trước, sau va chạm và độ biến thiên động lượng của bóng nếu bóng đến đập vào tường dưới góc tới bằng :

- a)  $\alpha = 0$
- b)  $\alpha = 60^\circ$

Suy ra lực trung bình do tường tác dụng lên bóng nếu thời gian va chạm  $\Delta t = 0,5\text{s}$ .

GIẢI

Độ lớn động lượng của bóng trước và sau va chạm :

$$p = p' = mv = mv' = 0,5 \cdot 10 = 5(\text{kgm/s})$$

Độ biến thiên động lượng của bóng.

$$\Delta p = \vec{p}' - \vec{p} = mv' - mv$$

a) Trường hợp 1 ;

Nếu góc tới của bóng bằng  $0$  (bóng đến đập vuông góc với tường), bóng sẽ bật lại ngược hướng ban đầu.

Vì  $\vec{p}$  và  $\vec{p}'$  ngược chiều :

$$\Delta p = p' + p$$

$$\Delta p = mv' + mv = 2 \cdot m \cdot v = 10(\text{kgm/s})$$

Lực do tường tác dụng lên bóng :

$$\vec{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\text{Suy ra : } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 20 \text{ N}$$

b) Trường hợp 2 :

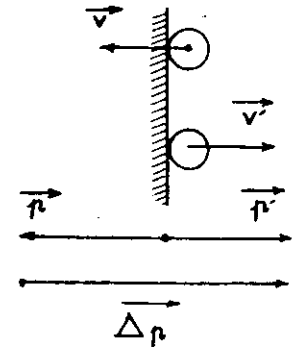
Nếu góc tới của bóng bằng  $60^\circ$  : các vectơ vận tốc (và động lượng) của bóng trước, sau va chạm sẽ hợp với nhau một góc bằng  $60^\circ$

$$\begin{cases} p = p' = 5 \text{ kgm/s} \\ (\vec{p}, \vec{p}') = 60^\circ \end{cases}$$

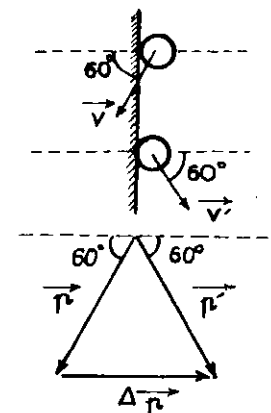
Các vectơ  $\vec{p}, \vec{p}', \Delta \vec{p}$  sẽ tạo thành một tam giác đều.

Suy ra :

$$\Delta p = p = p' = 5 \text{ kgm/s}$$



H.18.3



H.18.4

Lực do tường tác dụng lên bóng :

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10N$$

26.2.

Tàu kéo có khối lượng  $m_1 = 600$  tấn đạt được vận tốc  $v = 1,5m/s$  thì bắt đầu làm căng dây cáp và kéo xà lan  $m_2 = 400$  tấn chuyển động theo. Hãy tìm vận tốc chung của tàu kéo và xà lan ; xem rằng lực đẩy và lực cản của nước cân bằng nhau. Coi khối lượng dây cáp là nhỏ.

GIẢI

Xét hệ thống vật : tàu kéo, xà lan và dây cáp.

Lực tác dụng lên hệ : trọng lực  $\vec{p}$ , lực kéo, lực nâng và lực cản của nước ; các lực này cân bằng nhau.

Theo định luật II Niuton :

$$\begin{aligned} \Delta \vec{p} &= \vec{F} \cdot \Delta t = \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 &= \vec{0} \end{aligned}$$

Trước khi dây cáp căng :  $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}$

Sau khi dây cáp căng ;  $\vec{p}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}'$

Suy ra :  $(m_1 + m_2) \vec{v}' - m_1 \vec{v} = \vec{0}$

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v = 0,9m/s$$

Vận tốc chung của tàu kéo và xà lan là  $0,9m/s$ .

Chú ý :

Cách giải trên là một minh họa áp dụng định luật II Niuton dưới dạng  $\vec{\Delta p} = \vec{F} \cdot \Delta t$ . Học sinh cũng có thể giải bài này bằng cách sử dụng định luật bảo toàn động lượng.

26.3.

Dây xích nặng đồng chất cuốn thành cuộn đặt tại cạnh bàn nằm ngang. Ban đầu cho một mắt xích lọt ra ngoài cạnh bàn. Sau đó, đầu xích tuột xuống không vận tốc đầu. Hãy xác định chuyển động của đầu xích. Bỏ qua mọi ma sát. Biết rằng khi a, b đồng thời thay đổi thì độ biến thiên nhỏ của tích a, b được tính bởi công thức :  $\Delta(a.b) = b.\Delta a + a.\Delta b$ .

GIẢI

Chọn  $\left\{ \begin{array}{l} \text{gốc tọa độ O ở cạnh bàn} \\ \text{trục tọa độ Ox thẳng đứng hướng xuống} \\ \text{gốc thời gian lúc xích bắt đầu trượt.} \end{array} \right.$

Tại thời điểm t, đoạn xích rời khỏi bàn có chiều dài x, vận tốc v, khối lượng m. Lực tác dụng lên đoạn xích là trọng lực  $\vec{P} = mg$ .

Xét trong khoảng thời gian  $\Delta t$  rất nhỏ kế tiếp, theo định luật II Niuton :

$$\begin{aligned} \Delta \vec{p} &= \vec{P} \cdot \Delta t \\ \Delta (m \cdot \vec{v}) &= \vec{P} \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Hình chiếu trên Ox :  $\Delta(m.v) = mg.\Delta t$

H.18.5

Vì cả m và v thay đổi nên ta có :  $\Delta m.v + m.\Delta v = m.g.\Delta t$

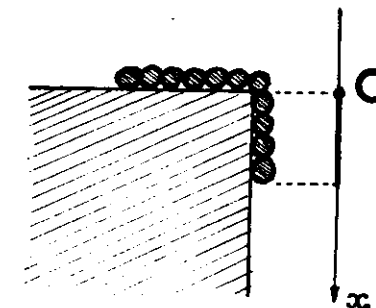
Dây xích đồng chất nên :

$$\frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{m}{x} \Rightarrow \frac{\Delta x}{x} \cdot m \cdot v + m \cdot \Delta v = m.g.\Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot v + \frac{\Delta v}{\Delta t} = g$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} \cdot v \cdot v + a = g$$

$$\Rightarrow v^2 = (g - a).x$$



Phương trình trên có dạng :  $v^2 - v_0^2 = 2ax$

Suy ra :  $2a = g - a$  hay :  $a = \frac{1}{3}g$

Vận tốc đầu xích :  $v = at = \frac{1}{3}gt$

Tọa độ đầu xích :  $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{6}gt^2$

Nhận xét :

Bài trên là một thí dụ áp dụng định luật II Niuton dưới dạng tổng quát  $\vec{A}_p = \vec{F}$ . At khi khối lượng của vật khảo sát thay đổi.

**26.4.** Một người khối lượng  $m_1 = 60\text{kg}$  đang chạy với vận tốc  $v_1 = 4\text{m/s}$  thì nhảy lên một chiếc xe khối lượng  $m_2 = 90\text{kg}$  chạy song song ngang qua người này với vận tốc  $v_2 = 3\text{m/s}$ . Sau đó, xe và người vẫn tiếp tục chuyển động trên phương cũ. Tính vận tốc xe sau khi người nhảy lên nếu ban đầu xe và người chuyển động :

- a) cùng chiều
- b) ngược chiều.

*GIẢI*

Xét hệ : xe + người.

Khi người nhảy lên xe (theo phương ngang) với vận tốc  $v_1$ , ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực  $\vec{P}$  và phản lực  $\vec{N}$  của mặt đường. Các vật trong hệ chuyển động theo phương ngang nên các ngoại lực (đều có phương thẳng đứng) sẽ cân bằng nhau. Hệ khảo sát là hệ kín.

Ta áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}' \quad (1)$$

trong đó  $\vec{v}'$  là vận tốc xe sau khi người nhảy lên xe.

a) Trường hợp 1 : ban đầu người và xe chuyển động cùng chiều (chiều (1) lên trục nằm ngang, chiều dương là chiều  $\vec{v}_2$  :

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v' \\ \Rightarrow v' &= \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 3,4\text{m/s} \end{aligned}$$

Xe tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 3,4m/s.

b) Trường hợp 2 : ban đầu người và xe chuyển động ngược chiều (chiều (1) lên trục nằm ngang, chiều dương là chiều  $\vec{v}_2$  :

$$\begin{aligned} -m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v' \\ \Rightarrow v' &= \frac{-m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0,2\text{m/s} \end{aligned}$$

Xe tiếp tục chuyển động theo chiều cũ với vận tốc 0,2m/s.

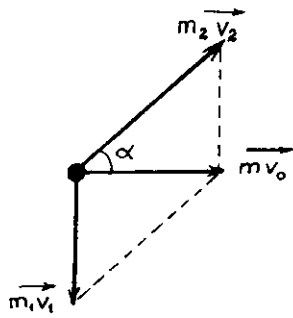
**26.5.** Viên đạn khối lượng  $m = 0,8\text{kg}$  đang bay ngang với vận tốc  $v_0 = 12,5\text{m/s}$  ở độ cao  $H = 20\text{m}$  thì vỡ làm hai mảnh. Mảnh I có khối lượng  $m_1 = 0,5\text{kg}$ , ngay sau khi nổ bay thẳng đứng xuống và khi sắp chạm đất có vận tốc  $v'_1 = 40\text{m/s}$ . Tìm độ lớn và hướng vận tốc mảnh đạn II ngay sau khi vỡ.  
Bỏ qua sức cản của không khí.

*GIẢI*

Hệ vật khảo sát : viên đạn.

Ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực, rất nhỏ so với nội lực tương tác (lực làm vỡ viên đạn thành hai mảnh) nên động lượng của hệ ngay trước và sau khi đạn vỡ được bảo toàn.

$$\text{Ta có : } m \vec{v}_0 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \quad (1)$$



H.18.6

Trong đó,  $\vec{v}_1$  và  $\vec{v}_2$  là vận tốc các mảnh đạn ngay sau khi vỡ,  $\vec{v}_1$  có chiều thẳng đứng hướng xuống.

— Ta có :  $v_1^2 - v_2^2 = 2gH$

Suy ra :  $v_1 = \sqrt{v_2^2 + 2gH} = 20\sqrt{3} \text{ m}$

— Phương trình (1) được biểu diễn như hình 18.6

Vì  $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_0$

$m_2 v_2 = \sqrt{(mv_0)^2 + (m_1 v_1)^2}$

$m_2 v_2 = 20 \text{ kgm/s}$

Suy ra :  $v_2 = \frac{20}{0,3} \approx 66,7 \text{ (m/s)}$

Đặt :  $\alpha = (\vec{v}_0, \vec{v}_2)$

Ta có :  $\text{tg } \alpha = \frac{m_1 v_1}{mv_0} = \sqrt{3}$

Suy ra :  $\alpha = 60^\circ$

Ngay sau khi vỡ, mảnh đạn II bay chéo lên, nghiêng góc  $\alpha = 60^\circ$  với phương ngang với vận tốc 66,7m/s.

**26.6.** Khẩu đại bác đặt trên một xe lăn, khối lượng tổng cộng  $m_1 = 7,5$  tấn, nòng súng hợp góc  $\alpha = 60^\circ$  với mặt đường nằm ngang. Khi bắn một viên đạn khối lượng  $m_2 = 20\text{kg}$ , súng giật lùi theo phương ngang với vận tốc  $v_1 = 1\text{m/s}$ .  
 Tính vận tốc viên đạn lúc rời nòng súng. Bỏ qua ma sát.

Hệ vật khảo sát : súng + đạn.

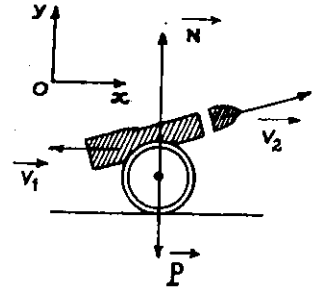
Ngoại lực tác dụng lên hệ : trọng lực và lực đàn hồi của mặt đường. Các lực này chỉ tác dụng trên phương thẳng đứng nên hình chiếu động lượng của hệ trên phương ngang là bảo toàn.

Vì  $m_1$  lớn so với  $m_2$  nên  $v_1$  nhỏ, ta coi như viên đạn rời nòng với vận tốc  $v_2$  hợp góc  $\alpha = 60^\circ$  với phương ngang Ox.

Ta có :  $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0$

—  $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha = 0$

$v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2 \cdot \cos \alpha} = 750 \text{ m/s}$



H.18.7

**■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP**

**26.7.** Tìm tổng động lượng (hướng và độ lớn) của hệ hai vật  $m_1 = 1\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $v_1 = v_2 = 2\text{m/s}$ , biết hai vật chuyển động theo các hướng :

- a) ngược nhau
- b) vuông góc nhau
- c) hợp với nhau góc  $60^\circ$

ĐS: a) 2kgm/s ; theo hướng  $\vec{v}_2$

b) 4,5kgm/s ; hợp với  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  các góc  $63^\circ, 27^\circ$

c) 5,3kgm/s ; hợp với  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  các góc  $41^\circ, 19^\circ$

**26.8.** Hòn bi thép  $m = 100\text{g}$  rơi tự do từ độ cao  $h = 5\text{m}$  xuống mặt phẳng ngang. Tính độ biến thiên động lượng của bi nếu sau va chạm :

- a) viên bi bật lên với vận tốc cũ,
- b) viên bi dính chặt với mặt phẳng ngang.
- c) Trong câu a, thời gian va chạm  $t = 0,1\text{s}$ . Tính lực tương tác trung bình giữa bi và mặt phẳng ngang.

ĐS: a) 2kgm/s,  
 b) 1kgm/s,  
 c) 20N

- 26.9 Vật khối lượng  $m = 1\text{kg}$  chuyển động tròn đều với vận tốc  $v = 10\text{m/s}$ . Tính độ biến thiên động lượng của vật sau :
- 1/4 chu kì.
  - 1/2 chu kì.
  - cả chu kì.

ĐS: a)  $14\text{kgm/s}$   
 b)  $20\text{kgm/s}$   
 c) 0.

- 26.10. Xe khối lượng  $m = 1$  tấn đang chuyển động với vận tốc  $36\text{km/h}$  thì hãm phanh và dừng lại sau 5 giây. Tìm lực hãm (Giải theo hai cách sử dụng hai dạng khác nhau của định luật II Niuton).

ĐS: 2000N

- 26.11. Súng liên thanh được tì lên vai và bắn với tốc độ 600 viên đạn/phút, mỗi viên đạn có khối lượng 20g và vận tốc khi rời nòng là  $800\text{m/s}$ . Tính lực trung bình do súng nén lên vai người bắn.

ĐS: 160N

- 26.12. Một người đứng trên thanh trượt của xe trượt tuyết chuyển động ngang, cứ mỗi 3s người đó lại đẩy xuống tuyết một cú với xung lượng (xung của lực)  $60\text{kgm/s}$ . Biết khối lượng người và xe trượt  $m = 80\text{kg}$ , hệ số ma sát  $k = 0,01$ . Tính vận tốc xe sau khi bắt đầu chuyển động 15s.

ĐS: 2,25m

- 26.13. Một đại bác cổ có thể chuyển động trên mặt phẳng ngang. Một viên đạn được bắn khỏi súng ; vận tốc của đạn khi rời nòng súng có độ lớn  $v_0$  và hợp một góc  $\alpha$  với phương ngang. Tính vận tốc của súng ngay sau khi đạn rời súng. Biết khối lượng của súng là  $M$ , của đạn là  $m$ , hệ số ma sát giữa súng và mặt đường là  $k$ , gia tốc của đạn khi chuyển động trong nòng súng lớn hơn gia tốc rơi tự do rất nhiều.

ĐS:  $\frac{mv_0(\cos\alpha - k\sin\alpha)}{M}$

- 26.14. Xác định lực tác dụng của súng trường lên vai người bắn, biết lúc bắn, vai người bắn giạt lùi 2cm, còn viên đạn bay tức thời khỏi nòng súng với vận tốc  $500\text{m/s}$ . Khối lượng súng 5kg, khối lượng đạn 20g.

- 26.15. Hai quả bóng khối lượng  $m_1 = 50\text{g}$ ,  $m_2 = 75\text{g}$  ép sát vào nhau trên mặt phẳng ngang. Khi buông tay, quả bóng I lăn được 3,6m thì dừng. Hỏi quả bóng II lăn được quãng đường bao nhiêu ?

Biết hệ số ma sát lăn giữa bóng và mặt sàn là như nhau cho cả hai bóng.

ĐS: 1,6m.

- 26.16. Xe chở cát khối lượng  $m_1 = 390\text{kg}$  chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $v_1 = 8\text{m/s}$ . Hòn đá khối lượng  $m_2 = 10\text{kg}$  bay đến cắm vào cát. Tìm vận tốc của xe sau khi hòn đá rơi vào cát trong hai trường hợp :

- Hòn đá bay ngang, ngược chiều xe với vận tốc  $v_2 = 12\text{m/s}$ .
- Hòn đá rơi thẳng đứng.

ĐS: a)  $7,5\text{m/s}$ ,  
 b)  $7,8\text{m/s}$ .

- 26.17. Một người khối lượng  $m_1 = 50\text{kg}$  đang đứng trên một chiếc thuyền khối lượng  $m_2 = 200\text{kg}$  nằm yên trên mặt nước yên lặng. Sau đó, người ấy đi từ mũi đến lái thuyền với vận tốc  $v_1 = 0,5\text{m/s}$  đối với thuyền. Biết thuyền dài 3m, bỏ qua lực cản của nước.

- Tính vận tốc của thuyền đối với dòng nước.
- Trong khi người chuyển động, thuyền đi được một quãng đường bao nhiêu ?
- Khi người dừng lại, thuyền còn chuyển động không ?

ĐS: a)  $0,1\text{m/s}$ ,  
 b)  $0,6\text{m}$ ,  
 c) Không.

- 26.18. Một người khối lượng  $m_1 = 60\text{kg}$  đứng trên một xe goòng khối lượng  $m_2 = 240\text{kg}$  đang chuyển động trên đường ray với vận tốc  $2\text{m/s}$ . Tính vận tốc của xe nếu người :

- a) nhảy ra sau xe với vận tốc 4m/s đối với xe,  
 b) nhảy ra phía trước xe với vận tốc 4m/s đối với xe,  
 c) nhảy khỏi xe với vận tốc  $\vec{v}_1$  đối với xe,  $\vec{v}_1$  vuông góc với thành xe.

ĐS: a) 2,8m/s  
 b) 1,2m/s  
 c) 2m/s

- 26.19. Khí cầu khối lượng M có một thang dây mang một người có khối lượng m. Khí cầu và người đang đứng yên trên không thì người leo lên thang với vận tốc  $v_0$  đối với thang. Tìm vận tốc đối với đất của người và khí cầu. Bỏ qua sức cản của không khí.

$$\text{ĐS: } \frac{Mv_0}{M+m}, \frac{mv_0}{M+m}$$

- 26.20. Một viên đạn đang bay thẳng đứng lên cao với vận tốc 250m/s thì nổ thành hai mảnh có khối lượng bằng nhau. Tìm hướng và độ lớn của mảnh thứ nhất biết mảnh thứ hai bay với vận tốc 500m/s theo phương lệch góc  $60^\circ$  với đường thẳng đứng, hướng:

- a) lên phía trên,  
 b) xuống phía dưới mặt đất.

ĐS: a) 500m/s; lệch  $60^\circ$  so với phương thẳng đứng  
 b) 866m/s; lệch  $30^\circ$

- 26.21. Người khối lượng  $m_1 = 50\text{kg}$  nhảy từ bờ lên con thuyền khối lượng  $m_2 = 200\text{kg}$  theo hướng vuông góc với chuyển động của thuyền. vận tốc của người là 6m/s, của thuyền  $v_2 = 1,5\text{m/s}$ . Tính độ lớn và hướng vận tốc thuyền sau khi người nhảy lên. Bỏ qua sức cản của nước.

ĐS: 1,7m/s;  $4^\circ$

- 26.22. Một lựu đạn được ném từ mặt đất với vận tốc  $v_0 = 20\text{m/s}$  theo phương lệch với phương ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ . Lên đến điểm cao nhất nó nổ thành hai mảnh có khối lượng bằng nhau. Mảnh I rơi thẳng đứng với vận tốc đầu  $v_1 = 20\text{m/s}$ .

- a) Tìm hướng và độ lớn vận tốc mảnh II.  
 b) Mảnh II lên tới độ cao cực đại cách mặt đất bao nhiêu?

ĐS: a) 40m/s; lệch  $30^\circ$  so với phương ngang  
 b) 25m

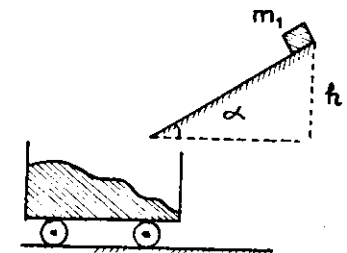
26.23.

- Một hạt nhân phóng xạ ban đầu đứng yên phân rã thành ba hạt: electron, nơtrinô và hạt nhân con. Động lượng của electron là  $9 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$ , động lượng của nơtrinô vuông góc với động lượng electron và có độ lớn  $12 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$ . Tìm hướng và độ lớn động lượng của hạt nhân con.

ĐS:  $15 \cdot 10^{-23} \text{kgm/s}$

- 26.24. Vật khối lượng  $m_1 = 5\text{kg}$ , trượt không ma sát theo một mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng  $\alpha = 60^\circ$ , từ độ cao  $h = 1,8\text{m}$  rơi vào một xe cát khối lượng  $m_2 = 45\text{kg}$  đang đứng yên. Tìm vận tốc xe sau đó. Bỏ qua ma sát giữa xe và mặt đường. Biết mặt cát rất gần chân mặt phẳng nghiêng.

ĐS: 0,3m/s.



H.18.8

- 26.25. Thuyền dài  $l = 4\text{m}$ , khối lượng  $M = 160\text{kg}$ , đậu trên mặt nước. Hai người khối lượng  $m_1 = 50\text{kg}$ ,  $m_2 = 40\text{kg}$  đứng ở hai đầu thuyền. Khi họ đổi chỗ cho nhau thuyền dịch chuyển một đoạn bao nhiêu?

ĐS: 0,16m.

- 26.26.\* Hai thuyền, mỗi thuyền khối lượng M chứa một kiện hàng khối lượng m, chuyển động song song ngược chiều với cùng vận tốc v. Khi hai thuyền ngang nhau, người ta đổi hai kiện hàng cho nhau theo một trong hai cách:



- hai kiện hàng được chuyển theo thứ tự trước sau,
  - hai kiện hàng được chuyển đồng thời.
- Hỏi với cách nào thì vận tốc cuối của hai thuyền lớn hơn.

ĐS: Cách

26.27\*. Thuyền chiều dài  $l$ , khối lượng  $m_1$ , đứng yên trên nước. Người khối lượng  $m_2$  đứng ở đầu thuyền nhảy lên vận tốc  $v_0$  xiên góc  $\alpha$  đối với mặt nước và rơi vào giữa thuyền.  
 Tính  $v_0$ .

$$ĐS: v_0 = \sqrt{\frac{m_1 l g}{2(m_1 + m_2) \sin \alpha}}$$

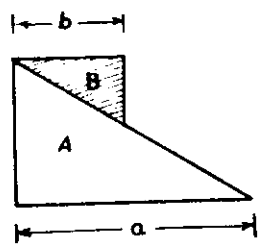
26.28\*. Từ một xuồng nhỏ khối lượng  $m_1$  chuyển động với vận tốc  $v_0$ , người ta ném một vật khối lượng  $m_2$  tới phía trước vận tốc  $v_2$ , nghiêng góc  $\alpha$  đối với xuồng. Tính vận tốc xuồng sau khi ném và khoảng cách từ xuồng đến chỗ rơi. Bỏ qua sức cản của nước và coi nước là đứng yên.

$$ĐS: \frac{(m_1 + m_2)v_0 - m_2 v_2 \cos \alpha}{m_1 + m_2}; \frac{v_2^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

26.29\*. Một viên đạn bay theo quỹ đạo parabol, tại điểm cao  $h = 20m$ , viên đạn bị vỡ làm hai mảnh khối lượng  $b$  nhau. Một giây sau khi vỡ, một mảnh rơi xuống đất ở phía dưới vị trí vỡ, cách chỗ bắn  $s_1 = 1000m$ .  
 Hỏi mảnh thứ hai rơi đến đất cách chỗ bắn khoảng  $s$  bao nhiêu? Bỏ qua sức cản của không khí.

ĐS: 500

26.30\*. Hai lăng trụ đồng chất A, B có khối lượng  $m_1, m_2$  như hình 18.9. Khi B trượt từ đỉnh đến chân lăng A thì A dời chỗ một khoảng bao nhiêu? Biết  $a, b$ . Bỏ qua ma sát.



H.18.9

$$ĐS: \frac{m_2(a - b)}{m_1 + m_2}$$

## § 19. CHUYỂN ĐỘNG BẰNG PHẢN LỰC

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Chuyển động bằng phản lực

— Là loại chuyển động mà do tương tác bên trong nên một phần của vật tách rời khỏi vật chuyển động về một hướng và phần còn lại chuyển động theo hướng ngược lại.

Phân tách rời thường là một khối khí phụt ra với vận tốc lớn.

- *Thí dụ*: \* Súng giật khi bắn
- \* Pháo thăng thiên
- \* Tên lửa.

#### II. Công thức về tên lửa chuyển động không có ngoại lực tác dụng

$\vec{u}$ : vận tốc phụt khí đối với tên lửa

$m$ : khối lượng khí phụt ra trong đơn vị thời gian

$M$ : khối lượng tên lửa ở thời điểm  $t$

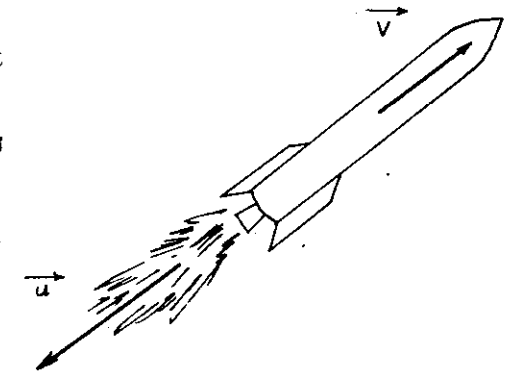
$\vec{v}$ : vận tốc tên lửa ở thời điểm  $t$

\* Gia tốc tên lửa:

$$\vec{a} = - \frac{m}{M} \vec{u}$$

\* Lực đẩy của động cơ tên lửa:

$$\vec{F} = -m\vec{u}$$



H.19.1

\* Vận tốc tức thời của tên lửa :

$$v = u \ln \left( \frac{M_0}{M} \right)$$

( $M_0$  : khối lượng tên lửa lúc khởi hành)

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 27

### Chuyển động của tên lửa

• Trường hợp 1 :

— Lượng nhiên liệu cháy và phụt ra tức thời hoặc các phần tên lửa tách rời khỏi nhau.

$$m\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Chiếu lên phương chuyển động để thực hiện tính toán.

— Nếu cần, áp dụng công thức *cộng vận tốc*.

• Trường hợp 2 :

Nhiên liệu cháy và phụt ra liên tục.

Áp dụng các công thức :

$$\begin{cases} * \vec{a} = -\frac{m}{M} \vec{u} \\ * \vec{F} = -m\vec{u} \\ * v = u \ln \left( \frac{M_0}{M} \right) \end{cases}$$

## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

27.1.

Một tên lửa khối lượng tổng cộng  $m = 500\text{kg}$  đang chuyển động với vận tốc  $v = 200\text{m/s}$  thì khai hỏa động cơ. Một lượng nhiên liệu, khối lượng  $m_1 = 50\text{kg}$ , cháy và phụt tức thời ra phía sau với vận tốc  $v_1 = 700\text{m/s}$ .

- Tính vận tốc tên lửa sau khi nhiên liệu cháy.
- Sau đó phần vỏ chứa nguyên liệu, khối lượng  $50\text{kg}$ , tách khỏi tên lửa, vẫn chuyển động theo hướng cũ nhưng vận tốc giảm còn  $1/3$ . Tìm vận tốc phần tên lửa còn lại.

GIẢI

Ta coi như tên lửa là một hệ kín khi chuyển động và tương tác và áp dụng được định luật bảo toàn động lượng.

a) *Vận tốc* : Nhiên liệu cháy và phụt tức thời ra sau. Ta có :

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \quad (1)$$

Chiếu (1) lên phương chuyển động, theo hướng của  $\vec{v}$  :

$$mv = -m_1v_1 + m_2v_2$$

$$\text{Suy ra : } v_2 = \frac{mv + m_1v_1}{m_2} = 300\text{m/s.}$$

Vận tốc tên lửa sau khi nhiên liệu cháy là  $300\text{m/s}$ .

b) *Vận tốc phần còn lại* :

Phần vỏ  $m_3 = 50\text{kg}$  tách khỏi tên lửa. Ta có :

$$m_2\vec{v}_2 = m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 \quad (2)$$

Chiếu (2) lên phương chuyển động, theo hướng của  $\vec{v}_2$  :

$$m_2v_2 = m_3v_3 + m_4v_4$$

$$\text{Suy ra : } v_4 = \frac{m_2 v_2 - m_3 v_3}{m_4}$$

$$v_4 = \frac{450 \cdot 300 - 50 \cdot \frac{1}{3} \cdot 300}{400} = 325 \text{ m/s}$$

Vận tốc phần tên lửa còn lại là 325m/s.

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

27.2. Một tên lửa khối lượng vỏ 200g, khối lượng nhiên 100g, bay thẳng đứng lên nhờ nhiên liệu cháy phụt toàn tức thời ra sau với vận tốc 400m/s. Tìm độ cao mà tên đạt tới biết sức cản của không khí làm giảm độ cao của lửa 5 lần.

ĐS: 40

27.3 Tên lửa khối lượng tổng cộng 100T đang bay với vận 200m/s thì phụt tức thời ra 20T khi với vận tốc 500m/s với tên lửa.

Tính vận tốc tên lửa sau khi phụt khí nếu khí được p ra :

- a) phía sau tên lửa,  
b) phía trước tên lửa.

Bỏ qua lực hấp dẫn của Trái Đất và lực cản của không k

ĐS: a) 300m  
b) 100m

27.4. Một tên lửa khối lượng  $m = 500\text{kg}$  đang chuyển động vận tốc 200m/s thì tách làm hai phần. Phần bị tháo rời l lượng 200kg sau đó chuyển động ra phía sau với vận 100m/s so với phần còn lại. Tìm vận tốc mỗi phần.

ĐS: 240m/s ; 140

27.5. Tên lửa được phóng lên thẳng đứng từ mặt đất. Vận tốc phụt ra đối với tên lửa là 1.000m/s.

Tại thời điểm phóng, tên lửa có khối lượng  $M = 6\text{T}$ .

Tìm khối lượng khí phụt ra trong 1 giây để :

a) tên lửa đi lên rất chậm,

b) tên lửa đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $a = 2g$ .

Cho gia tốc trọng trường  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua lực cản của không khí, có kể đến tác dụng của trọng lực.

ĐS: a) 60kg/s

b) 180kg/s

## § 20. CÔNG và CÔNG SUẤT

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Khái niệm công cơ học

Lực  $\vec{F}$  thực hiện một công cơ học khi nó tác dụng lên một vật và làm vật di chuyển.

#### II. Định nghĩa – đơn vị

— Công thức :

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

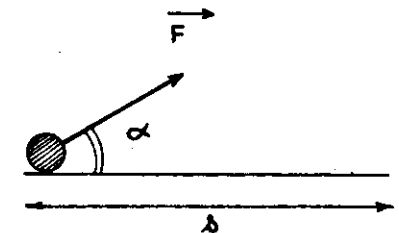
\*  $0 \leq \alpha < 90^\circ$  :  $A > 0$

(công phát động)

\*  $\alpha > 90^\circ$  :  $A < 0$  (công cản)

\*  $\alpha = 90^\circ$  :  $A = 0$

— Đơn vị : joule (J)



H.20.1

$$1\text{J} = 1\text{N} \cdot 1\text{m}$$

Chú ý:

- Công là đại lượng vô hướng còn có biểu thức :  $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$
- Giá trị của công phụ thuộc hệ quy chiếu.

### III. Công suất

— Công thức :

$$N = \frac{A}{t}$$

A : công thực hiện

t : thời gian thực hiện công

— Đơn vị : watt (W)

$$1W = \frac{1J}{1s}$$

Chú ý :

Từ đơn vị công suất, người ta suy ra các đơn vị công sau đây : Wh ; kWh.

$$1Wh = 3600J ; 1kWh = 3,6 \cdot 10^6 J$$

### IV. Hệ thức liên lạc giữa lực và công suất

$$N = F \cdot v$$

N : công suất của động cơ tác dụng lực  $\vec{F}$  lên vật.

v : vận tốc chuyển động đều của vật cùng hướng với  $\vec{F}$

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 28

Tính công và công suất

• Công của lực  $\vec{F}$  :

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

• Công suất của lực  $\vec{F}$  tạo bởi động cơ ( $\vec{F}$  cùng hướng với  $\vec{v}$ )

\* Chuyển động đều :

$$N = F \cdot v$$

\* Chuyển động biến đổi :

— Công suất tức thời :  $N = F \cdot v$

— Công suất trung bình :  $\bar{N} = \frac{A}{t}$

\* Chuyển động biến đổi đều :

— Công suất tức thời :  $N = F \cdot v$

— Công suất trung bình :  $\bar{N} = F \cdot \bar{v} = F \left( \frac{v_0 + v}{2} \right)$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

28.1.

Một chiếc trực thăng khối lượng  $m = 3$  tấn, bay lên thẳng đều với vận tốc 54 km/h. Tính công do lực nâng thực hiện trong 1 phút. Bỏ qua lực cản của không khí.

GIẢI

Lực tác dụng lên trực thăng : trọng lực  $\vec{P}$ , lực nâng  $\vec{F}$  do không khí tác dụng lên cánh quạt (coi như hướng lên).

Trực thăng đi lên đều :  $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ .

Suy ra :  $F = P = mg = 30000N$

Quãng đường trực thăng đi được trong thời gian 1 phút :

$$s = v \cdot t = 15 \cdot 60 = 900 \text{ (m)}.$$

Vì  $\vec{F}$  cùng hướng với chuyển động :  $\alpha = (\vec{F}, \vec{v}) = 0^\circ$ .

Công của lực nâng trong 1 phút :

$$A = F \cdot s = 30000 \cdot 900 = 27000000 \text{ (J)} = 27 \text{ (MJ)}$$

- 28.2. Vật chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng ngang v vận tốc  $v = 7,2\text{km/h}$  nhờ lực kéo  $\vec{F}$  hợp với hướng chuyển động góc  $\alpha = 60^\circ$ , độ lớn  $F = 40\text{N}$ . Tính công của lực  $\vec{F}$  trong thời gian 10 phút.

GIẢI

Quãng đường vật đi được trong 10 phút :

$$s = v.t = 2.600 = 1200(\text{m})$$

Công của lực  $\vec{F}$  :

$$A = F.s.\cos\alpha = 40.1200.\cos60^\circ = 24.000(\text{J}) = 24(\text{kJ})$$

- 28.3. Xe ô tô chuyển động nhanh dần đều không vận tốc đầu, đi được quãng đường  $s = 100\text{m}$  thì đạt vận tốc  $v = 72\text{km/h}$ . Khối lượng ô tô  $m = 1$  tấn, hệ số ma sát giữa xe và mặt đường  $k = 0,05$ . Tính công do lực kéo của động cơ thực hiện.

GIẢI

Phương trình chuyển động xe :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (1)$$

Chiều (1) lên Oy :

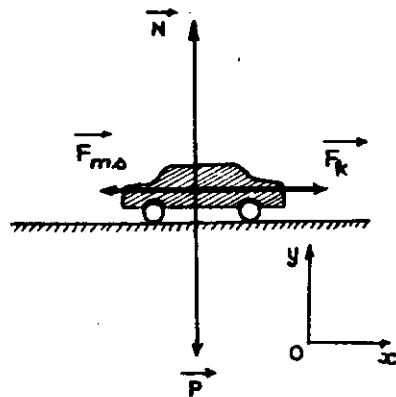
$$\begin{aligned} -P + N &= 0 \\ \Rightarrow F_{ms} &= kN = kP = kmg. \end{aligned}$$

Chiều (1) lên Ox :

$$F_k - F_{ms} = ma.$$

Gia tốc chuyển động :

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = 2(\text{m/s}^2)$$



H.20 2

Ta suy ra lực kéo :  $F_k = F_{ms} + ma = (kg + a).m$

$$F_k = 2500\text{N}$$

Công của lực kéo (cùng hướng chuyển động) :

$$A = F_k.s = 250.000\text{J} = 250\text{kJ}$$

- 28.4. Một ô tô khối lượng  $m = 1$  tấn chuyển động thẳng đều trên mặt đường nằm ngang với vận tốc  $v = 36\text{km/h}$ . Biết công suất của động cơ ô tô là  $5\text{kW}$ .  
a) Tính lực ma sát của mặt đường.  
b) Sau đó ô tô tăng tốc, chuyển động nhanh dần đều, sau khi đi thêm được quãng đường  $s = 125\text{m}$ , vận tốc ô tô tăng lên đến  $54\text{km/h}$ . Tính công suất trung bình của động cơ ô tô trên quãng đường này và công suất tức thời của động cơ ở cuối quãng đường.

GIẢI

a) Lực ma sát :

Phương trình chuyển động của ô tô :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \quad (1)$$

Chiều (1) lên hướng chuyển động :  $F_k - F_{ms} = 0$

$$\text{Lực kéo : } F_k = \frac{N}{v} = \frac{5.000}{10} = 500(\text{N})$$

Lực ma sát :  $F_{ms} = F_k = 500\text{N}$

b) Công suất :

Phương trình chuyển động của ô tô :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k + \vec{F}_{ms} = m\vec{a} \quad (2)$$

Chiều (2) lên hướng chuyển động :

$$F_k - F_{ms} = ma$$

Gia tốc chuyển động :  $a = \frac{v'^2 - v^2}{2s} = 0,5 \text{ m/s}^2$

Lực kéo :  $F_k = F_{ms} + ma = 1.000 \text{ N}$

Công suất trung bình của động cơ ;

$$\bar{N} = F_k \cdot \bar{v} = F_k \left( \frac{v + v'}{2} \right) = 12500 \text{ W}$$

Công suất tức thời ở cuối quãng đường :  $N = F \cdot v' = 15000 \text{ W}$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

28.5

Một người kéo một vật  $m = 50 \text{ kg}$  chuyển động thẳng không ma sát lên một độ cao  $h = 1 \text{ m}$ . Tính công của lực kéo nếu người kéo vật :

- đi lên thẳng đứng,
  - đi lên nhờ mặt phẳng nghiêng có chiều dài  $l = 3 \text{ m}$ .
- So sánh công thực hiện trong hai trường hợp.

DS : 50

28.6

Sau khi cất cánh 0,5 phút, trực thăng có  $m = 6 \text{ tấn}$ , đến độ cao  $h = 900 \text{ m}$ .  
Coi chuyển động là nhanh dần đều. Tính công của động cơ trực thăng.

DS : 64,8.10

28.7

Cần trục nâng một vật  $m = 100 \text{ kg}$  từ mặt đất lên cao 10m phương thẳng đứng. Trong 10m đầu tiên, vật đi lên nhanh dần đều với gia tốc  $0,8 \text{ m/s}^2$ . Sau đó, vật đi lên chậm dần đều thêm 10s nữa rồi dừng lại. Tính công do cần trục thực hiện.

DS : 30

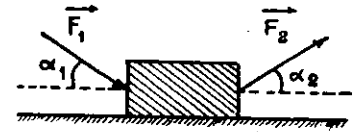
28.8

Một cái thùng  $m = 90 \text{ kg}$  chuyển động thẳng đều trên sàn nhờ lực đẩy  $F_1 = 300 \text{ N}$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$  và lực kéo  $F_2 = 300 \text{ N}$

$\alpha_2 = 45^\circ$  như hình 20.3.

a) Tính công của từng lực tác dụng lên thùng trên quãng đường 20m.

b) Tính hệ số ma sát giữa thùng và sàn.



H.20.3

- DS : a)  $A_{F_1} \approx 5200 \text{ J}$  ;  $A_{F_2} \approx 4240 \text{ J}$  ;  $A_{ms} = -9440 \text{ J}$  ;  $A_P = A_N = 0$   
b)  $k \approx 0,56$ .

28.9

Đường tròn có đường kính  $AC = 2R = 1 \text{ m}$ .

Lực  $\vec{F}$  có phương song song với  $AC$ , có chiều không đổi  $\vec{AC}$  và có độ lớn  $F = 600 \text{ N}$ .

Tính công của lực  $\vec{F}$  khi điểm đặt của  $\vec{F}$  vạch :

- nửa đường tròn  $AC$ .
- cả đường tròn.

DS : a) 600J  
b) 0

28.10

Một trực thăng có khối lượng  $m = 5 \text{ tấn}$ .

a) Trực thăng bay lên đều, lên cao 1 km trong thời gian 50s. Bỏ qua sức cản của không khí. Tính công suất của động cơ.

b) Trực thăng bay lên nhanh dần đều không vận tốc đầu, lên cao 1250m trong 50s. Sức cản của không khí bằng 0,1 trọng lượng trực thăng.

Tính công suất trung bình và công suất cực đại của động cơ trong thời gian trên.

DS : a) 1 MW  
b) 1,5 MW ; 3 MW.

28.11

Xe khối lượng  $m = 200 \text{ kg}$ , chuyển động trên dốc dài 200m cao 10m.

a) Xe chuyển động thẳng đều lên dốc với vận tốc 18km/h, công suất của động cơ là 0,75kW.

Tìm giá trị lực ma sát.

b) Sau đó, xe chuyển động xuống dốc nhanh dần đều, vận tốc xe ở đỉnh dốc là 18km/h, ở chân dốc là 54km/h.

Tính công do xe thực hiện khi xuống dốc và công suất

trung bình, công suất tức thời ở chân dốc. Biết lực ma là không đổi.

ĐS.: a) 50N.

b) 10 kJ ; 0,5kW ; 0,75k

28.12. Xe chạy trên mặt đường nằm ngang với vận tốc 60km Đến quãng đường dốc, lực cản tăng gấp 3 nhưng mở tối đa cũng chỉ tăng công suất động cơ lên được 1,5 lần. Tính vận tốc tối đa của xe trên đường dốc.

ĐS: 30km

28.13. Đầu máy xe lửa công suất không đổi có thể kéo đoàn  $m_1 = 200$  tấn lên dốc có góc nghiêng  $\alpha_1 = 0,1$  rad với tốc  $v_1 = 36$ km/h hay lên dốc có góc nghiêng  $\alpha_2 = 0,05$  với vận tốc  $v_2 = 48$ km/h. Tính độ lớn lực cản  $F_c$ . Biết  $F_c$  không đổi và  $\sin\alpha \approx \alpha$  (nhỏ)

ĐS: 200.00

28.14. Một đầu máy xe lửa, khối lượng  $m$ , công suất không đổi thể chuyển động đều lên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha$ . Hỏi máy có thể kéo thêm một toa xe khác khối lượng  $m_1$  bao nhiêu để vẫn chuyển động đều với vận tốc cũ trên phẳng ngang ? Biết hệ số ma sát giữa đường ray với xe l

$$ĐS: m \left( \frac{\sin\alpha}{k} + \cos\alpha - \right)$$

28.15. Hai ô tô công suất  $N_1, N_2$  không đổi, chuyển động đều vận tốc  $v_1, v_2$ . Nếu hai ô tô nối với nhau và cùng mở chuyển động cùng chiều (ô tô trước đó có vận tốc lớn chạy trước) thì vận tốc các xe khi chuyển động đều là nhiều ? Biết lực cản đặt lên mỗi xe không đổi.

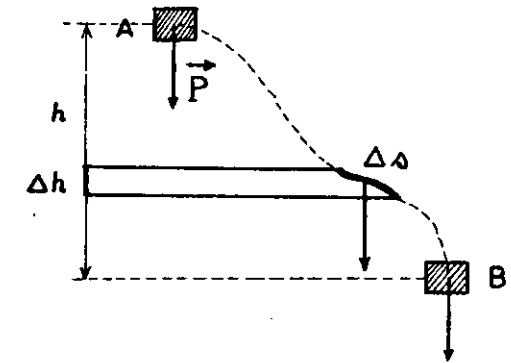
$$ĐS: \frac{(N_1 + N_2)v}{N_1 v_2 + N_2 v_1}$$

## § 21. CÔNG CỦA CÁC LỰC CƠ HỌC. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CÔNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Công của trọng lực

$$A_{\vec{P}} = mgh$$



( $h$  : khoảng cách thẳng đứng giữa điểm đầu và điểm cuối).

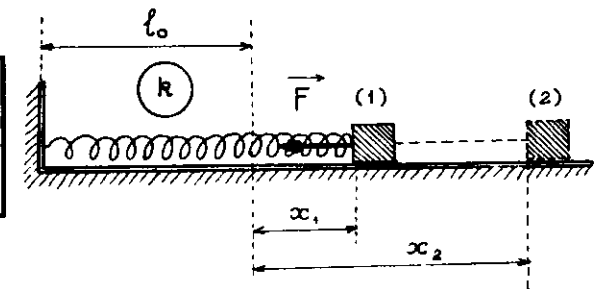
H. 21.1

\*  $A_{\vec{P}} > 0$  : vật đi từ trên xuống

\*  $A_{\vec{P}} < 0$  : vật đi từ dưới lên

#### II. Công của lực đàn hồi

$$A_{\vec{F}} = \frac{1}{2}k \cdot (x_1^2 - x_2^2)$$



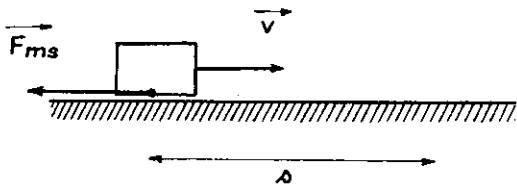
$k$  : độ cứng của lò xo.

$x_1$  : độ biến dạng đầu

H. 21.2

$x_2$  : độ biến dạng cuối

### III. Công của lực ma sát



$$A_{ms} = -F_{ms} \cdot s = -kNs < 0$$

(Công cản)

Chú ý:

• Lực mà công của nó không phụ thuộc dạng đường đi, chỉ phụ thuộc vị trí các điểm đầu và cuối gọi là lực thế hay lực bảo toàn.

H. 21.3

thuộc vị trí các điểm đầu và cuối gọi là lực thế hay lực bảo toàn.

- \* Trọng lực, lực đàn hồi là lực thế.
- \* Lực ma sát không phải là lực thế.
- Trên quỹ đạo khép kín, công của lực thế bằng 0.

### IV. Định luật bảo toàn công

• Khi vật chuyển động đều, hoặc khi vận tốc vật ở điểm đầu và điểm cuối bằng nhau ta có :

$$A_{\text{động}} = |A_{\text{cản}}|$$

- Cũng có thể phát biểu :
  - \* Được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi.
  - \* Máy là những công cụ biến đổi lực. Không có máy nào làm lợi cho ta về công.

### V. Hiệu suất của máy

$$\mathcal{H} (\%) = \frac{A}{A'} < 1$$

$\left\{ \begin{array}{l} A : \text{ công có ích} \\ A' : \text{ công toàn phần} \end{array} \right.$

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 29

Tính công và công suất của các lực cơ học.  
Áp dụng định luật bảo toàn công

- Tính công của các lực cơ học

Áp dụng các công thức :

$$\left\{ \begin{array}{l} * A_{\vec{P}} = mgh \\ * A_{\vec{F}} = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2) \\ * A_{ms} = -F_{ms} \cdot s = -kN \cdot s \text{ (công cản)} \end{array} \right.$$

- Áp dụng định luật bảo toàn công

\* Không ma sát :

$$A_{\text{động}} = -A_{\text{cản}}$$

\* Có ma sát :

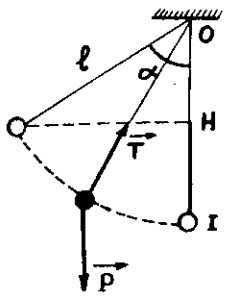
$$A_{\text{hữu ích}} = \mathcal{H} \cdot A_{\text{toàn phần}}$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

29.1

Một quả cầu khối lượng  $m = 100g$  treo ở đầu một sợi dây chiều dài  $l = 50cm$ . Kéo quả cầu đến vị trí dây treo nghiêng góc  $60^\circ$  với phương thẳng đứng rồi buông cho quả cầu chuyển động tròn. Tính công của các lực tác dụng lên quả cầu từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc quả cầu xuống thấp nhất.





Lực tác dụng lên quả cầu khi chuyển động : trọng lực  $\vec{P}$  và lực căng của dây  $\vec{T}$ .

— Công của trọng lực :

$$A_p = mgh = m \cdot g \cdot HI$$

$$= mg (\overline{OI} - \overline{OH}) = mgl (1 - \cos \alpha) = 0,25J$$

— Vì  $\vec{T}$  luôn vuông góc với phương chuyển động ( $\vec{T} \perp \vec{v}$ ) nên công của lực căng của dây :  $A_T = 0$

H.21.4

29.2

Một người kéo một lực kế, số chỉ của lực kế là 400N, độ cứng của lò xo lực kế là 1000N/m. Tính công do người thực hiện.

GIẢI

Độ giãn của lò xo lực kế khi người kéo :

$$x = \frac{F}{k} = \frac{400}{1000} = 0,4(m)$$

Công của lực đàn hồi của lò xo :

$$A_{dh} = \frac{1}{2} k (x_1^2 - x_2^2)$$

với  $x_1 = 0, x_2 = 0,4(m) \rightarrow A_{dh} = -80J$

Công do người thực hiện :

$$A = -A_{dh} = +80J$$

29.3

Một chiếc xe khối lượng 120kg đang chuyển động với vận tốc 36km/h. Hỏi phải thực hiện một công là bao nhiêu để hãm xe dừng lại ?

Giả sử ta tác dụng lên xe một lực hãm  $\vec{F}_h$  ngược chiều chuyển động và không thay đổi trong suốt thời gian hãm xe.

Ta có :  $-F_h = ma$

Gia tốc chuyển động :  $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{-v_0^2}{2s}$   
(Vì  $v = 0$ )

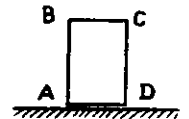
Công của lực hãm :  $A_h = -F_h \cdot s = ma \cdot s$

$$= m \left( -\frac{v_0^2}{2s} \right) \cdot s = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$= -6000J$$

29.4

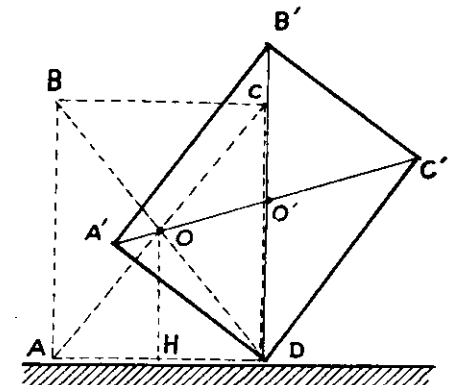
Một khối hộp chữ nhật như hình,  $AB=0,8m, BC=0,6m$ , khối lượng  $m=40kg$ . Tính công tối thiểu cần thiết để lật khối hộp quay quanh D. (H.21.5)



H.21.5

GIẢI

Lực kéo khối hộp quay quanh D chỉ cần nâng khối hộp đến vị trí đường chéo BD thẳng đứng. Trong giai đoạn này, trọng tâm O của khối hộp được nâng lên cao, lực kéo sinh công động để thắng công cản của trọng lực. Giai đoạn kế tiếp, trọng tâm của khối hộp hạ thấp, ta không cần tác dụng lực nữa, trọng lực sẽ sinh công động để tiếp tục làm quay khối hộp.



H.21.6

Công của trọng lực khi trọng tâm của khối hộp đi lên :

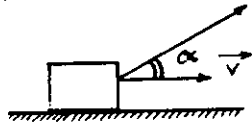
$$A_p = -mgh = -mg(O'D - OH) = -mg\left(\frac{DB'}{2} - \frac{AB}{2}\right) = 40J$$

Công tối thiểu của lực ngoài :

$$A = -A_p = +40J$$

29.5

Vật được kéo chuyển động thẳng đều trên mặt phẳng ngang nhờ lực  $F = 20N$ , góc  $\alpha = 60^\circ$  như hình 21.7. Tính công của lực kéo, công của trọng lực và lực đàn hồi của mặt sàn trên quãng đường  $s = 2m$ . Suy ra công của lực ma sát.



H.21.7

GIẢI

$$\text{Công của lực kéo : } A_F = F \cdot s \cdot \cos\alpha = 20J$$

$$\text{Công của trọng lực : } A_p = 0, \text{ vì } \vec{P} \perp \vec{v}$$

$$\text{Công của lực đàn hồi của mặt sàn : } A_N = 0 \text{ vì } \vec{N} \perp \vec{v}$$

Vì vật chuyển động thẳng đều :

$$A_F + A_p + A_N + A_{ms} = 0.$$

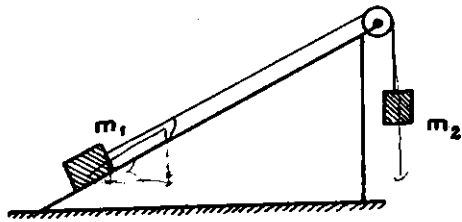
Ta suy ra công của lực ma sát :

$$A_{ms} = -A_F = -20J.$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

29.6 Vật  $m = 5kg$  được thả rơi từ độ cao  $h = 4m$  xuống một hồ nước sâu  $2m$ . Tính công của trọng lực khi vật rơi tới đáy hồ.

ĐS: 300J



H.21.8

29.7 Cho hệ thống như hình 21.8 :  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m_1 = 1kg$ ,  $m_2 = 2kg$ . Tính công của trọng lực của hệ thống khi  $m_1$  đi lên

không ma sát trên mặt phẳng nghiêng quãng đường  $1m$ .

ĐS: 15J

29.8

Lò xo độ cứng  $k = 50N/m$ . Tính công của lực đàn hồi của lò xo khi nó giãn thêm  $10cm$  từ :

- chiều dài tự nhiên,
- vị trí đã giãn  $10cm$ ,
- vị trí đang bị nén  $10cm$ .

ĐS: a)  $-0,25J$

b)  $-0,75J$

c)  $0,25J$

29.9

Khi một lò xo nhẹ, đầu trên cố định, đầu dưới treo một đĩa cân khối lượng  $100g$  thì lò xo có chiều dài  $10cm$ . Đặt thêm lên đĩa cân một vật khối lượng  $200g$ , lò xo giãn thêm và có chiều dài  $14cm$  khi ở vị trí cân bằng. Tính công của trọng lực và của lực đàn hồi khi lò xo giãn thêm.

ĐS:  $0,12J$  ;  $-0,08J$ .

29.10

Một vật  $m = 100kg$  trượt không vận tốc đầu từ đỉnh xuống chân mặt phẳng nghiêng chiều dài  $l = 2m$ , chiều cao  $h = 0,4m$ . Vận tốc vật ở chân mặt phẳng nghiêng là  $2m/s$ . Tính công của lực ma sát.

ĐS:  $-0,2J$ .

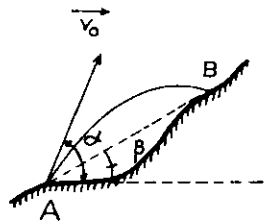
29.11

Súng khối lượng  $50kg$  bắn đạn ra theo phương ngang. Khối lượng đạn là  $2kg$ , vận tốc lúc rời nòng là  $500m/s$ . Sau khi bắn, súng giật lùi một đoạn  $50cm$ . Tính lực hãm trung bình đặt lên súng và công của lực hãm.

ĐS:  $20.000N$ ,  $-10.000J$

29.12

Vật khối lượng  $m = 50g$  được bắn xiên góc  $\alpha = 37^\circ$  với vận tốc đầu  $v_0$  từ A như hình 21.9. Sau khi bắn 1 giây, vật chạm vào điểm B. AB hợp với phương ngang góc  $\beta = 14^\circ$ . Tính công của trọng lực tác dụng lên vật trong thời gian bay.

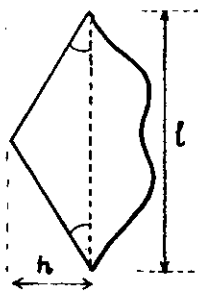


H.21.9

Cho  $\sin 37^\circ = 0,6$  ;  $\cos 37^\circ = 0,8$  ;  $\operatorname{tg} 14^\circ = 0,25$ .

ĐS: -1,25J

- 29.13** Một mũi tên được bắn từ một cái cung có chiều dài dây cung  $l = 1\text{m}$ . Dây được kéo căng đoạn  $h = 5\text{cm}$ . Lực đàn hồi của dây cung coi như không đổi và bằng  $T = 300\text{N}$ . Biết khi  $\alpha$  nhỏ,  $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ . Tính công của lực đàn hồi từ lúc tên bắt đầu chuyển động đến lúc rời dây cung.

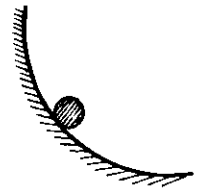


H.21.10

ĐS: 1,5J

- 29.14** Một vật nhỏ khối lượng  $m = 50\text{g}$  được kéo trượt thật chậm trên đoạn đường là  $1/4$  đường tròn bán kính  $R = 1\text{m}$ , hệ số ma sát  $k = 0,1$  như hình 21.11. Lực kéo luôn hướng tiếp tuyến với quỹ đạo. Tính công của lực ma sát.

ĐS: -0,05J



H.21.11

- 29.15** Người ta kéo đều một chiếc xe khối lượng  $m = 200\text{kg}$  lên một dốc dài  $20\text{m}$ , cao  $5\text{m}$ . Tính công do người thực hiện được, biết lực ma sát bằng  $0,05$  trọng lượng xe.

ĐS: 12kJ

- 29.16** Trục kéo có bán kính trục  $r = 20\text{cm}$ , tay quay dài  $60\text{cm}$ . Dùng định luật bảo toàn công để tính lực cần tác dụng vào tay quay để kéo một vật khối lượng  $45\text{kg}$  từ dưới lên.

ĐS: 150N.

- 29.17** Tìm công cần để nâng một sợi xích khối lượng  $5\text{kg}$ , chiều dài  $1\text{m}$  ban đầu nằm trên mặt đất, nếu người cầm một đầu xích nâng lên độ cao  $2\text{m}$ .

ĐS: 75J.

- 29.18** Hòn đá mài bán kính  $20\text{cm}$  quay với tần số  $180$  vòng/phút. Người ta dùng một lực  $20\text{N}$  để ấn một vật lên vành đá mài. Tính công do đá mài thực hiện trong  $2$  phút, biết hệ số ma sát giữa vật và đá mài là  $0,3$ .

ĐS: 2713J

- 29.19** a) Tìm quãng đường xe đạp đi được khi đạp một vòng bàn đạp biết số răng của đĩa gấp 2 số răng của líp và đường kính vỏ xe là  $700\text{mm}$ .

b) Đạp lên bàn đạp lực  $56\text{N}$  (Theo phương tiếp tuyến quỹ đạo) thì lực truyền đến điểm tiếp xúc M của vỏ xe và mặt đất bằng bao nhiêu? Biết đùi đĩa xe đạp dài  $20\text{cm}$  và gấp 2 bán kính đĩa; các bán kính của đĩa và líp tỉ lệ với số răng; xích truyền nguyên vẹn lực. Bỏ qua ma sát. Kiểm chứng lại định luật bảo toàn công từ các kết quả trên.

ĐS: a) 4,4m

b) 16N

- 29.20** Một cần trục nâng đều một vật khối lượng  $1$  tấn lên cao  $10\text{m}$  trong thời gian  $30\text{s}$ .

a) Tính công của lực nâng.

b) Biết hiệu suất của động cơ là  $60\%$ . Tính công suất của động cơ cần trục.

c) Nếu phải nâng đều một vật khối lượng  $2$  tấn cũng lên cao  $10\text{m}$  thì thời gian nâng là bao nhiêu?

ĐS: a) 100kJ

b) 5,6kW

c) 60s

**29.21**

Thác nước cao  $30\text{m}$ , mỗi giây đổ xuống  $300\text{m}^3$  nước. Lợi dụng thác nước, có thể xây dựng trạm thủy điện công suất bao nhiêu? Biết hiệu suất trạm thủy điện là  $75\%$ .

ĐS: 67500kW.

**29.22**

Một thang cuốn có độ cao  $h$  và nghiêng góc  $\alpha$  với mặt ngang. Thang cuốn đi xuống đều với vận tốc  $v$ . Tính công do người, khối lượng  $m$ , thực hiện khi đi lên thang cuốn trong thời gian  $t$ . Xét trong hệ quy chiếu:

a) gắn với đất,

b) gắn với thang.

ĐS: a)  $mg$

b)  $mg(h + vtsin\alpha)$

## § 22. NĂNG LƯỢNG - ĐỘNG NĂNG - THỂ NĂNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Năng lượng.

— Năng lượng là đại lượng đặc trưng cho *khả năng thực hiện công* của một vật hoặc một hệ vật.

— Giá trị năng lượng của một vật (hoặc hệ vật) ở một trạng thái xác định nào đó bằng *công lớn nhất* mà vật (hoặc hệ vật) thực hiện được trong những điều kiện nhất định.

— Đơn vị năng lượng là *đơn vị của công*.

#### II. Động năng

##### • 1. Định nghĩa :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

##### Chú ý

- $W_d$  có giá trị lớn hơn hoặc bằng 0.
- $W_d$  phụ thuộc hệ quy chiếu

##### • 2. Định lí về động năng.

$$\Delta W_d = W_{d2} - W_{d1} = \Sigma A$$

( $\Sigma A$  : tổng các công của các *lực* tác dụng vào vật)

#### III. Thế năng

##### • 1. Khái niệm

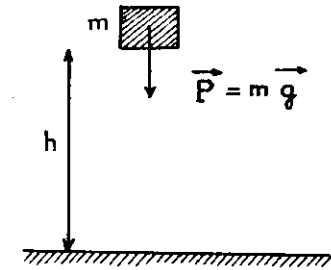
Thế năng là năng lượng có được do tương tác giữa các vật của hệ hay giữa các phần của vật thông qua các *lực thế*.

Thế năng phụ thuộc vào vị trí tương đối giữa các vật hay các phần của vật.

##### • 2. Thế năng trọng trường.

$$W_t = mgh$$

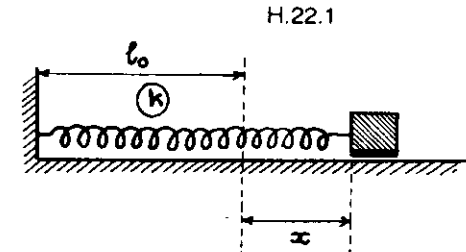
(Gốc thế năng ở mặt đất).



##### • 3. Thế năng đàn hồi

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

(Gốc thế năng ứng với trạng thái lò xo *không biến dạng*)



##### Chú ý :

- Đối với cả hai loại lực thế kể trên, ta có :

$$A = W_{t1} - W_{t2} = -\Delta W_t$$

- Giá trị thế năng của một hệ với các gốc thế năng khác nhau sẽ chênh lệch nhau một *hằng số*

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 30

Tính năng lượng.  
Áp dụng định lí động năng

— Động năng :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

( $v$  : vận tốc của vật trong hệ quy chiếu đang khảo sát)

— Thế năng trọng trường

$$W_t = mgh$$

- Ở vị trí cao hơn gốc :  $W_t > 0$
- Ở vị trí thấp hơn gốc :  $W_t < 0$

— Thế năng đàn hồi :

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

(x : Độ biến dạng từ vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên).

— Thế năng toàn phần :

$$(W_t)_{tp} = \Sigma W_t$$

— Áp dụng định lí động năng :

$$\Delta W_d = W_{d2} - W_{d1} = \Sigma A$$

( $\Sigma A$  : tổng các công của ngoại lực tác dụng lên vật)

Định lí động năng thường được dùng để :

- \* tính công ;
- \* giải bài toán cơ học không thông qua các định luật Niuton.

## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

30.1

Dùng búa có khối lượng  $m = 2\text{kg}$  đóng một chiếc đinh vào gỗ. Vận tốc của búa lúc chạm đinh là  $10\text{m/s}$ . Sau mỗi lần đóng, đinh ngập sâu vào gỗ  $1\text{cm}$ . coi lực cản của gỗ lên đinh là không đổi ; bỏ qua tác dụng của trọng lực so với lực cản và bỏ qua khối lượng của đinh so với búa.

a) Tính thời gian của mỗi lần va chạm giữa búa và đinh (thời gian đinh ngập vào gỗ  $1\text{cm}$ ).

b) Dùng định lí động năng, tính lực cản của gỗ tác dụng lên đinh.

GIẢI

— Vì đinh có khối lượng nhỏ nên khi búa bắt đầu va chạm với đinh, vận tốc ban đầu của đinh và búa khi đinh bắt đầu ngập vào gỗ là  $10\text{m/s}$ . Lực tác dụng lên hệ đinh và búa khi đinh di chuyển trong gỗ coi như chỉ có lực cản  $\vec{F}_c$  của gỗ. Chuyển động của đinh và búa lúc này được coi như là chậm dần đều với vận tốc cuối bằng không ( $v = 0$ ).

a) Thời gian :

Thời gian đinh di chuyển trong gỗ :

$$t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{s}{\frac{(v + v_0)}{2}} = \frac{0,01}{\frac{(0 + 10)}{2}} = 0,002(\text{s})$$

b) Lực cản :

Áp dụng định lí động năng cho hệ búa và đinh khi đinh di chuyển trong gỗ :

$$W_d - W_{d0} = A_c$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -F_c \cdot s$$

$$\Rightarrow F_c = -\frac{m(v^2 - v_0^2)}{2s} = \frac{mv_0^2}{2s} = 10.000\text{N}$$

30.2

Thang máy, khối lượng  $m = 1$  tấn, chuyển động thẳng từ dưới lên. Động cơ thang máy có thể kéo hoặc hãm thang.

a) Ban đầu thang chuyển động nhanh dần không vận tốc đầu. Tính công do động cơ thực hiện sau khi đi được quãng đường  $5\text{m}$  và đạt vận tốc  $18\text{km/h}$ .

b) Giai đoạn kế tiếp, thang máy chuyển động thẳng đều. Tính công suất của động cơ.

c) Cuối cùng, thang máy chuyển động chậm dần và dừng lại sau khi đi thêm quãng đường  $2\text{m}$ . Tính công của động cơ và lực tác dụng trung bình của động cơ lên thang trong giai đoạn này.

GIẢI

Trong giai đoạn I và III của chuyển động, đề bài chỉ cho biết thang chuyển động biến đổi nhưng không khẳng định chuyển động có là biến đổi đều hay không. Do đó, để thuận tiện, ta nên giải bài toán bằng định lí động năng.

Lực tác dụng lên thang khi chuyển động là lực  $\vec{F}$  của động cơ và trọng lực  $\vec{P}$ .

a) Giai đoạn thang chuyển động nhanh dần

Theo định lí động năng :

$$W_{d_1} - W_{d_0} = A_{F_1} + A_{P_1}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = A_{F_1} - P s_1$$

$$\Rightarrow A_{F_1} = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg \cdot s_1$$

$$A_{F_1} = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 + 1000 \cdot 10 \cdot 5 = 62.500 \text{ J}$$

b) Giai đoạn thang chuyển động thẳng đều

$$A_{F_2} + A_{P_2} = 0$$

$$\Rightarrow A_{F_2} = -A_{P_2} = -(-mgs_2) = mgs_2$$

Công suất của động cơ :

$$N_2 = \frac{A_{F_2}}{t_2} = \frac{mgs_2}{t_2} = mgv_2 = mgv_1$$

$$N_2 = 1000 \cdot 10 \cdot 5 = 50000 \text{ (W)}$$

c) Giai đoạn thang chuyển động chậm dần

Theo định lí động năng :

$$W_{d_3} - W_{d_2} = A_{F_3} + A_{P_3}$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_2^2 = A_{F_3} - mgs_3$$

$$\Rightarrow A_{F_3} = mgs_3 - \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$A_{F_3} = 1000 \cdot 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 5^2 = 7500 \text{ (J)}$$

Lực tác dụng trung bình của động cơ :

$$\bar{F}_3 = \frac{A_{F_3}}{s_3} = 3750 \text{ N.}$$

30.3

Một chiếc xe đang chuyển động với vận tốc 6m/s. Một vật m = 50g trên xe được ném ra phía trước với vận tốc 6m/s đối với xe. Bỏ qua khối lượng của vật m đối với xe.

a) Tính động năng của m đối với xe và đối với đất trước và sau khi ném.

b) Dùng định lí động năng, tính công của lực ném trong hai hệ quy chiếu (gắn với đất, với xe). So sánh công tính được trong hai hệ quy chiếu và giải thích tại sao chúng bằng nhau hoặc khác nhau.

GIẢI

a) Động năng :

\* Vận tốc và động năng của m đối với xe :

$$\text{— Trước khi ném : } v_0 = 0 ; W_{d_0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0$$

— Sau khi ném :  $v = 6\text{m/s}$  ;  $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = 0,9\text{J}$

\* Vận tốc và động năng của m đối với đất :

Vận tốc :  $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{v}_{xe}$

Vi  $\vec{v}$  và  $\vec{v}_{xe}$  cùng chiều :  $v' = v + v_{xe}$

— Trước khi ném :  $v'_0 = v_0 + v_{xe} = 6\text{m/s}$

$$W_{d_0} = \frac{1}{2}mv_0'^2 = 0,9\text{J}$$

— Sau khi ném :  $v' = v + v_{xe} = 12\text{m/s}$

$$W'_d = \frac{1}{2}mv'^2 = 3,6\text{J}$$

b) Công lực ném :

Theo định lí động năng, công của lực ném vật m :

— Trong hệ quy chiếu gắn với xe :

$$A = W_d - W_{d_0} = 0,9 - 0 = 0,9 (\text{J})$$

— Trong hệ quy chiếu gắn với đất :

$$A' = W'_d - W'_{d_0} = 3,6 - 0,9 = 2,7 (\text{J})$$

Nhận xét :  $A' \neq A$

Giải thích : trong hai hệ quy chiếu, lực ném  $\vec{F}$  tác dụng lên vật m là như nhau, thời gian tác dụng của lực  $\vec{F}$  cũng giống nhau, gia tốc của m trong thời gian chịu tác dụng lực  $\vec{F}$  là như nhau.

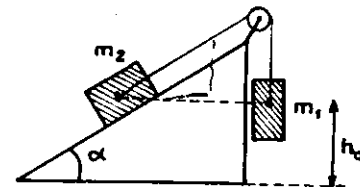
Tuy nhiên quãng đường di chuyển của m khi chịu lực tác dụng  $\vec{F}$  trong hai hệ quy chiếu là khác nhau (Nếu  $\vec{F}$  không đổi :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Do đó công của lực  $\vec{F}$  trong hai hệ quy chiếu (A, A') sẽ khác nhau.

30.4

Hai vật  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$  nối với nhau bằng một sợi dây qua ròng rọc trên mặt phẳng nghiêng như hình 22.3,  $\alpha = 30^\circ$ . Ban đầu  $m_1$  và  $m_2$  ở ngang nhau và cách chân mặt phẳng nghiêng một đoạn  $h_0 = 3\text{m}$ . Tính thế năng và độ biến thiên thế năng của hệ hai vật ở vị trí ban đầu và vị trí  $m_1$  đi xuống được một đoạn 1m, nếu :



H.22.3

- Chọn gốc thế năng ở chân mặt phẳng nghiêng.
- Chọn gốc thế năng ở độ cao ban đầu của hai vật.

GIẢI

a) Chọn gốc thế năng ở chân mặt phẳng nghiêng

— Thế năng của hệ hai vật :

Ban đầu :  $h_{01} = h_{02} = h_0 = 3\text{m}$

$$W_{t_0} = W_{t_{01}} + W_{t_{02}} = m_1gh_{01} + m_2gh_{02} = 150\text{J}$$

Lúc sau :  $h_1 = h_0 - s = 2\text{m}$

$$h_2 = h_0 + s.\sin\alpha = 3,5\text{m}$$

$$W_t = W_{t_1} + W_{t_2} = m_1gh_1 + m_2gh_2 = 145\text{J}$$

— Độ biến thiên thế năng của hệ :

$$\Delta W_t = W_t - W_{t_0} = -5\text{J}$$

b) Chọn gốc thế năng ở độ cao ban đầu của hai vật

— Thế năng của hệ hai vật :

Ban đầu :  $h_{01} = h_{02} = 0$

$$W_{t_0} = m_1gh_{01} + m_2gh_{02} = 0$$

Lúc sau :  $h_1 = -s = -1\text{m}$

$$h_2 = s.\sin\alpha = 0,5\text{m}$$

$$W_t = W_{t_1} + W_{t_2} = m_1gh_1 + m_2gh_2 = -5J$$

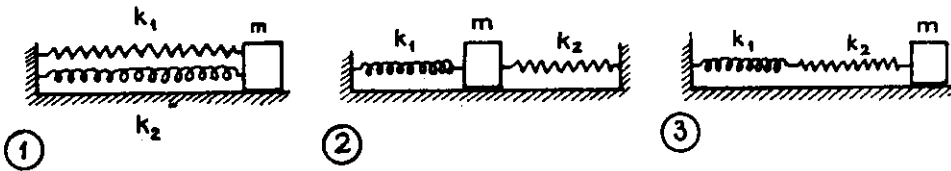
— Độ biến thiên thế năng của hệ :

$$\Delta W_t = W_t - W_{t_0} = -5J$$

*Nhận xét :* Trong cùng một hệ quy chiếu, giá trị của thế năng của một hệ phụ thuộc vào việc chọn gốc thế năng nhưng độ biến thiên thế năng của hệ không phụ thuộc vào gốc thế năng.

30.5

Cho hệ thống gồm vật  $m$  nối với hai lò xo  $k_1 = 1,5N/cm$ ,  $k_2 = 3N/cm$  như hình 22.4. Ban đầu  $m$  nằm ở vị trí cân bằng và các lò xo không biến dạng. Kéo  $m$  khỏi vị trí cân bằng theo phương dọc theo các lò xo một đoạn  $x = 3cm$ . Trong từng trường hợp, hãy tính thế năng đàn hồi của hệ thống hai lò xo.



H.22.4

GIẢI

a) Trường hợp 1 và 2 :

Độ biến dạng của mỗi lò xo :  $x_1 = x_2 = x = 3cm$ .

Thế năng đàn hồi của hệ :

$$W_t = W_{t_1} + W_{t_2} = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot (0,03)^2 + \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot (0,03)^2 = 0,2025 (J)$$

b) Trường hợp 3 :

Gọi độ biến dạng của mỗi lò xo là  $x_1, x_2$ . Lực đàn hồi của mỗi lò xo, theo định luật III Niuton :  $F_1 = F_2$ .

$$\text{Ta có : } \begin{cases} k_1x_1 = k_2x_2 \\ x_1 + x_2 = x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra : } x_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \cdot x = 2cm$$

$$x_2 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot x = 1cm$$

Thế năng đàn hồi của hệ :

$$W_t = W_{t_1} + W_{t_2} = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2x_2^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot (0,02)^2 + \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot (0,01)^2 = 0,045 (J)$$

30.6

Lò xo  $k = 50N/m$  đặt thẳng đứng, đầu trên của lò xo cố định, đầu dưới treo quả cầu  $m = 100g$ . Ban đầu quả cầu ở vị trí cân bằng, sau đó thả cho quả cầu chuyển động. Chọn gốc thế năng trọng trường và thế năng đàn hồi tại vị trí cân bằng.

a) Chứng minh rằng thế năng của hệ quả cầu và lò xo khi quả cầu ở cách vị trí cân bằng một đoạn  $x$  là

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

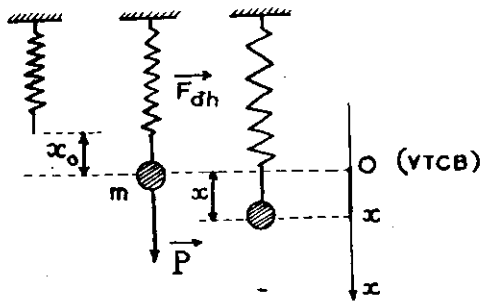
b) Tính thế năng của hệ tại vị trí ban đầu.

GIẢI

a) Khi  $m$  ở vị trí cân bằng ò:

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} = \vec{0}$$





H.22.5

$$\Rightarrow mg - kx_0 = 0 \quad (1)$$

trong đó  $x_0$  là độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng.

Xét khi m chuyển động, ở vị trí cách O một đoạn x. Thế năng của hệ sẽ bằng công do trọng lực và lực đàn hồi thực hiện khi m di chuyển từ vị trí đang xét về vị trí gốc (vị trí cân bằng O).

$$W_t = A_P + A_{dh} = -mgx + \frac{1}{2}k \left[ (x_0 + x)^2 - x_0^2 \right]$$

$$W_t = -mgx + \frac{1}{2}kx_0^2 + kxx_0 + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_0^2$$

Kết hợp với phương trình (1), ta suy ra điều phải chứng minh :

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

b) Tại vị trí ban đầu :

$$x = -x_0 = -\frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 g^2}{k} = 0,01J$$

*Chú ý:* Ta có thể sử dụng tính chất "thế năng của một hệ khi chọn các gốc khác nhau sẽ chênh lệch nhau một hằng số thế năng nào đó" để chứng minh câu a.

Học sinh hãy tự thực hiện điều này.

## ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

30.7 . Vật khối lượng  $m = 100g$  rơi tự do không vận tốc đầu.

Cho  $g = 10m/s^2$ .

a) Bao lâu sau khi bắt đầu rơi, vật có động năng là  $5J$  ?  $20J$  ?

b) Sau quãng đường rơi là bao nhiêu, vật có động năng là  $1J$  ?  $4J$  ?

ĐS: a)  $1s$  ;  $2s$

b)  $1m$  ;  $4m$

30.8

Đoàn tàu  $m = 5$  tấn đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 10m/s$  thì hãm phanh, lực hãm  $F = 5000N$ . Tàu đi thêm quãng đường  $s$  rồi dừng lại. Dùng định lí động năng, tính công của lực hãm, suy ra  $s$ .

ĐS:  $-2,5 \cdot 10^5 J$  ;  $50m$

30.9

Ô tô khối lượng  $m = 1$  tấn, ban đầu chuyển động trên đoạn đường  $AB = 100m$  nằm ngang, vận tốc xe tăng đều từ  $0$  đến  $36km/h$ . Biết lực cản trên đoạn đường  $AB$  bằng  $1\%$  trọng lượng xe.

a) Dùng định lí động năng tính công do động cơ thực hiện, suy ra công suất trung bình và lực kéo của động cơ trên đoạn đường  $AB$ .

b) Sau đó xe tắt máy, hãm phanh và đi xuống dốc  $BC$  dài  $100m$ , cao  $10m$ . Biết vận tốc xe ở chân dốc là  $7,2km/h$ .

Dùng định lí động năng tính công của lực cản và lực cản trung bình tác dụng lên xe trên đoạn đường  $BC$ .

ĐS: a)  $60kJ$  ;  $3kW$  ;  $600N$

b)  $-148kJ$  ;  $1480N$

30.10

Viên đạn khối lượng  $m = 60g$  bay ra khỏi nòng súng với vận tốc  $600m/s$ . Biết nòng súng dài  $0,8m$ .

a) Tính động năng viên đạn khi rời nòng súng, lực đẩy trung bình của thuốc súng và công suất trung bình của mỗi lần bắn.

b) Sau đó viên đạn xuyên qua tấm gỗ dày  $30cm$ , vận tốc

giảm còn 10m/s. Coi động năng đạn trước khi đâm vào gỗ là không đổi. Tính lực cản trung bình của gỗ.

c) Đạn ra khỏi tấm gỗ ở độ cao  $h = 15\text{m}$ . Tính vận tốc đạn khi chạm đất. Bỏ qua sức cản của không khí.

d) Sau khi chạm đất, đạn lún sâu vào đất 10cm. Tính lực cản trung bình của đất.

Bỏ qua tác dụng của trọng lực so với lực cản.

ĐS: a) 10,8 kJ ; 13500N ; 4050kV

b) 35990N ; c) 20m/s ; d) 120N

30.11 Giải lại bài 30.2 cho trường hợp thang máy chuyển động thẳng từ trên xuống.

30.12 Hai máy bay chuyển động cùng chiều trên cùng một đường thẳng với các vận tốc  $v_1 = 540\text{km/h}$ ,  $v_2 = 720\text{km/h}$ .

Máy bay II bay phía sau bắn một viên đạn  $m = 50\text{g}$  với vận tốc 900km/h (so với máy bay II) vào máy bay trước. Viên đạn cắm vào máy bay I và dừng lại sau khi đi được quãng đường 20cm (đối với máy bay I). Dùng định lý động năng và định luật III Niuton tính lực phá trung bình của viên đạn lên máy bay I.

ĐS: 11250N

30.13 Hòn đá khối lượng  $m = 200\text{g}$  được ném từ mặt đất, xiên góc  $\alpha$  so với phương ngang và rơi chạm đất ở khoảng cách  $S=5\text{m}$  so với phương ngang sau thời gian chuyển động  $t=1\text{s}$ .

Tính công của lực ném, bỏ qua lực cản của không khí.

ĐS: 5,0J

30.14 Một người đặt súng theo phương ngang rồi lần lượt bắn hai phát vào một bức tường cách đầu súng khoảng  $x = 60\text{m}$  theo phương ngang. Sau phát đạn 1, người ta đặt trước mũi súng một tấm gỗ mỏng thì thấy viên đạn II chạm tường ở điểm thấp hơn viên đạn I khoảng  $l = 1\text{m}$ . Biết vận tốc ban đầu của đạn là  $v_0 = 300\text{m/s}$  và khối lượng đạn  $m = 20\text{g}$ . Tính công do đạn thực hiện khi xuyên qua miếng gỗ.

ĐS: 750J

30.15 Một ô tô chuyển động nhanh dần đều không vận tốc đầu trên đường nằm ngang.

Sau khi đi được quãng đường  $S_1$ , xe đạt vận tốc  $v$ . Ở cuối đoạn đường  $S_2$  kế tiếp, xe đạt vận tốc  $2v$ .

Biết lực ma sát giữa xe và mặt đường là không đổi.

Hãy so sánh công của động cơ xe trên hai đoạn đường, so sánh  $S_1$ ,  $S_2$  và cho biết công suất của động cơ xe có thay đổi không ?

ĐS:  $A_2 = 3A_1$  ;  $S_2 = 3S_1$  ; thay đổi

30.16 Một người đứng trên xe đứng yên và ném theo phương ngang một quả tạ khối lượng  $m = 5\text{kg}$ , với vận tốc  $v_1 = 4\text{m/s}$  đối với Trái đất. Tính công do người thực hiện nếu khối lượng xe và người là  $M = 100\text{kg}$ . Bỏ qua ma sát.

ĐS: 42J

30.17 Vật nặng khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$  nằm trên tấm ván dài nằm ngang khối lượng  $m_2 = 3\text{kg}$ . Người ta truyền cho vật nặng vận tốc ban đầu  $v_0 = 2\text{m/s}$ .

Hệ số ma sát giữa vật và ván là  $k = 0,2$ , ma sát giữa ván và sàn không đáng kể.

Dùng định luật bảo toàn động lượng và định lý động năng, tính quãng đường đi của vật nặng đối với tấm ván.

ĐS: 0,75m

30.18 Tấm ván khối lượng  $M$  đang chuyển động đều trên mặt phẳng ngang không ma sát với vận tốc  $v_0$ . Đặt nhẹ nhàng

lên tấm ván một vật khối lượng  $m = \frac{M}{2}$

Hệ số ma sát giữa vật và ván là  $k$ .

Hỏi vật sẽ trượt trên ván một khoảng bao nhiêu nếu khi tiếp xúc với ván, vật có vận tốc ban đầu :

a) Bằng không.

b) Bằng  $2v_0$ , cùng chiều chuyển động của ván.

c) Bằng  $2v_0$ , ngược chiều chuyển động của ván.

ĐS: a)  $v_0^2 / 3\text{kg}$  ; b)  $v_0^2 / 3\text{kg}$  ; c)  $3v_0^2 / \text{kg}$

**30.19\*** Hệ quy chiếu gắn với khối tâm G của hai chất điểm  $m_1, m_2$  (có vận tốc  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ ) và có phương không đổi gọi là hệ quy chiếu khối tâm (hệ G). Chứng minh :

- a) Vận tốc của G là  $\vec{v}_G = (m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2)/(m_1 + m_2)$   
 b) Tổng động lượng của hai chất điểm trong hệ G bằng 0.  
 c) Động năng  $W_{dG}$  của chúng trong hệ G liên hệ với động năng  $W_d$  trong hệ cũ bởi :

$$W_d = W_{dG} + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2$$

d) Suy rộng các kết quả trên cho n chất điểm.

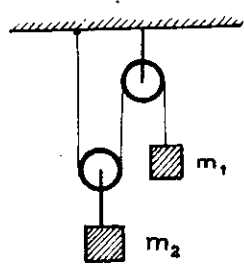
**30.20** Tính thế năng của một khối nước có thể tích  $0,5m^3$  ở đỉnh một ngọn thác cao 10m so với chân thác. Bỏ qua kích thước của khối nước.

ĐS: 50kJ

**30.21** Treo một vật nặng vào một lò xo lực kế, kim lực kế chỉ số 4. Tính thế năng của lò xo lực kế lúc này, biết lực kế chia độ ra Niutơn và khoảng cách giữa hai độ chia liên nhau là 5mm.

ĐS: 40mJ

**30.22** Cho hệ thống như hình :  $m_1 = 1kg, m_2 = 1,5kg$ . Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc. Thả cho hệ chuyển động vật  $m_1$  khi đi lên hay đi xuống ? Khi vật  $m_1$  đi chuyển 1m, tìm độ biến thiên thế năng của hệ, suy ra công của trọng lực. Cho  $g = 10m/s^2$ .



H.22.6

ĐS: 2,5J

**30.23** Lò xo  $k = 100N/m$  đầu trên cố định, đầu dưới treo quả cầu  $m=100g$ . Quả cầu chuyển động theo phương thẳng đứng và có thể rời xa vị trí cân bằng một khoảng lớn nhất là  $A = 2cm$ .

Bỏ qua sức cản của không khí.

- a) Tính độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng.  
 b) Tính thế năng của hệ quả cầu, lò xo khi quả cầu ở vị trí cân bằng, vị trí thấp nhất, vị trí cao nhất, nếu :  
 — Chọn gốc thế năng trọng lực tại vị trí quả cầu ở thấp nhất, gốc thế năng đàn hồi khi lò xo không biến dạng.  
 — Chọn gốc thế năng trọng lực và đàn hồi đều ở vị trí cân bằng của quả cầu.

ĐS: a) 1cm ;

b) 0,025J ; 0,045J ; 0,045J và 0 ; 0,02J.

**30.24**

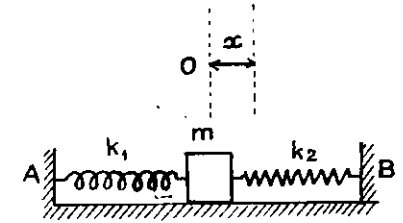
Hai lò xo  $k_1 = 10N/m, k_2 = 15N/m$ , chiều dài tự do  $l_1 = l_2 = 20cm$ . Các lò xo một đầu gắn cố định tại A, B, một đầu nối với m.

Biết  $AB = 50cm$ .

Bỏ qua kích thước của m. Bỏ qua ma sát.

a) Tính độ giãn của mỗi lò xo tại vị trí cân bằng O.

b) Kéo m lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn  $x = 2cm$ . Tính thế năng đàn hồi của hệ hai lò xo tại vị trí x. Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng.



H. 22.7

ĐS: a) 6cm ; 4cm

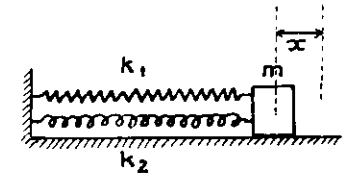
b) 5mJ

**30.25**

Hai lò xo  $k_1 = 10N/m, k_2 = 20N/m$ , chiều dài tự do  $l_1 = 24cm, l_2 = 15cm$ .

Các lò xo một đầu gắn cố định tại A, một đầu nối với m. Bỏ qua kích thước của m.

a) Tính độ biến dạng của mỗi lò xo tại vị trí cân bằng O.



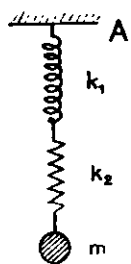
H. 22.8

b) Kéo m lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn  $x = 2\text{cm}$ . Tính thế năng đàn hồi của hệ hai lò xo tại vị trí  $x$ . Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng.

ĐS: a)  $6\text{cm}$ ;  $3\text{cm}$   
b)  $6\text{mJ}$

30.26

Hai lò xo  $k_1 = 0,2\text{N/cm}$ ,  $k_2 = 0,6\text{N/cm}$  nối với nhau và nối với điểm cố định A. Vật  $m = 150\text{g}$  treo ở đầu hai lò xo (H. 22.9).



H.22.9

a) Tính độ biến dạng của mỗi lò xo tại vị trí cân bằng O.

b) Kéo m lệch khỏi vị trí cân bằng đoạn  $x = 2\text{cm}$ . Tính thế năng của hệ tại vị trí  $x$ . Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng.

ĐS: a)  $7,5\text{cm}$ ;  $2,5\text{cm}$   
b)  $3\text{mJ}$

## § 23. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Định luật bảo toàn cơ năng

• 1. Cơ năng

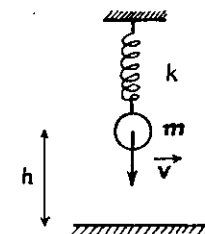
— Định nghĩa:

$$W = W_d + W_t$$

— Các thí dụ:

• Hệ gồm vật nặng + lò xo nhẹ + Trái Đất:

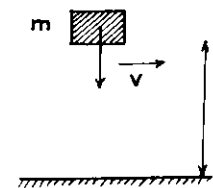
$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + mgh$$



H. 23.1

• Hệ gồm vật nặng + Trái Đất:

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$



H.23.2

2. Sự bảo toàn:

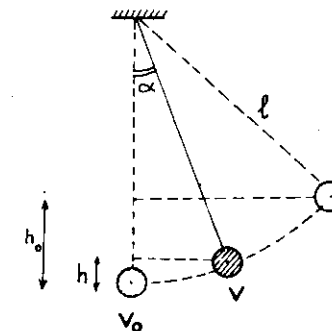
Hệ kín, không ma sát:

$$W_2 = W_1 \Leftrightarrow W_{d2} + W_{t2} = W_{d1} + W_{t1} \Leftrightarrow \Delta W = 0$$

II. Áp dụng vào con lắc đơn:

Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2$$



H.23.3

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 31

Giải bài toán cơ học bằng định luật bảo toàn cơ năng.

- Công thức tổng quát :

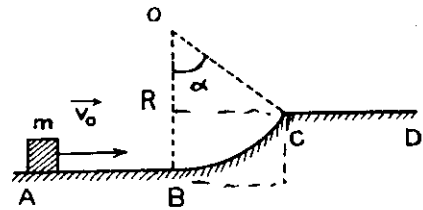
$$W_2 = W_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kx_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

- Trường hợp áp dụng :

- Chỉ có  $\vec{P} = m\vec{g}$ ,  $\vec{F} = -k\vec{x}$  tác dụng lên vật.
- Lực thay đổi.
- Định luật bảo toàn động lượng không áp dụng được hoặc không đủ để giải bài toán.

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

31.1 Vật nhỏ m được truyền vận tốc ban đầu theo phương ngang  $v_0 = 10\text{m/s}$  từ A. Sau đó m đi lên theo đoạn đường tròn BC tâm O, bán kính  $R = 2\text{m}$ , phương OB thẳng đứng, góc  $\alpha = \widehat{BOC} = 60^\circ$  và m rơi xuống tại D. Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí. Tính vận tốc của m tại C, độ cao cực đại của m (kể từ C) và chiều dài CD.



H. 23.4

GIẢI

a) Tính vận tốc của m tại C

Do không có ma sát, chuyển động của m tuân theo định luật bảo toàn cơ năng.

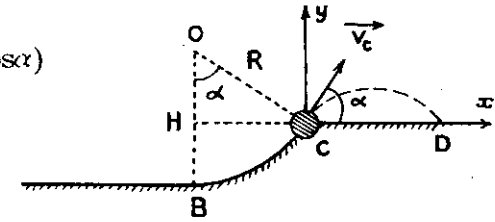
Chọn gốc thế năng trọng trường ở B.

$$W_B = W_C$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_c^2 + mg(R - R\cos\alpha)$$

$$v_c = \sqrt{v_0^2 - 2gR(1 - \cos\alpha)}$$

$$v_c = \sqrt{80} \approx 8,9 \text{ (m/s)}$$



H. 23.5

Sau khi rời C, m chuyển động như vật được ném xiên với vận tốc đầu  $v_c$ ,  $\vec{v}_c$  hợp với phương ngang góc

$$\alpha = \widehat{BOC} = 60^\circ.$$

b) Tính độ cao và tầm xa trong chuyển động ném xiên :  
Trong hệ tọa độ Cxy ;

$$* \quad v_y^2 - v_{cy}^2 = -2g \cdot y$$

Tại nơi m đạt độ cao cực đại :  $v_y = 0$

$$\Rightarrow y_{\max} = \frac{v_{cy}^2}{2g} = \frac{v_c^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 3\text{m}$$

$$* \quad y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{cy} \cdot t$$

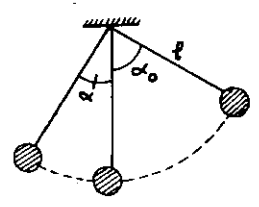
$$\text{Tại D : } y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_{cy}}{g} = \frac{2v_c \sin \alpha}{g}$$

$$\Rightarrow CD = v_{c,x} \cdot t = \frac{2v_c^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = 40\sqrt{3}\text{m}$$

$$CD \approx 6,9\text{m}$$

Chú ý : Nếu nhớ, bạn đọc có thể sử dụng các công thức tính độ cao và tầm xa của chuyển động ném xiên.

31.2 Quả cầu nhỏ khối lượng  $m$  treo ở đầu một sợi dây chiều dài  $l$ , đầu trên của dây cố định. Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng để dây treo lệch góc  $\alpha_0$  với phương thẳng đứng rồi buông tay. Bỏ qua sức cản của không khí.



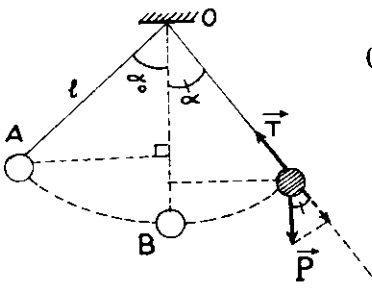
H. 23.6

- a) Tính vận tốc quả cầu khi dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  và vận tốc cực đại của quả cầu khi chuyển động.  
 b) Tính lực căng của dây khi dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  và lực căng cực đại của dây treo khi quả cầu chuyển động.

GIẢI

a) Tính vận tốc của  $m$

Chuyển động của  $m$  tuân theo định luật bảo toàn cơ năng.  
 Chọn gốc thế năng trọng trường tại B (điểm thấp nhất trên quỹ đạo chuyển động của  $m$ ).



H.23.7

Vận tốc  $v$  sẽ đạt cực đại khi  $\cos \alpha = 1$  hay  $\alpha = 0$  (vị trí thấp nhất B của  $m$  khi chuyển động).

$$v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$$

$$W_A = W_M$$

$$0 + mg(l - l \cos \alpha_0) = \frac{1}{2}mv^2 + mg(l - l \cos \alpha)$$

Vận tốc của  $m$  tại một điểm trên quỹ đạo :

$$v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)}$$

b) Tính lực căng của dây

Phương trình chuyển động của  $m$ , theo định luật II Niuton

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Chiếu phương trình lên trục hướng tâm tại M :

$$-P \cos \alpha + T = m \frac{v^2}{l}$$

$$\Rightarrow T = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{l}$$

Thay giá trị của  $v$  từ phần trên vào phương trình và rút gọn, ta suy ra :

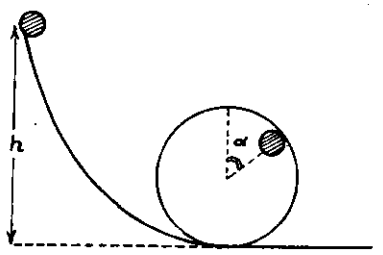
$$T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0)$$

Lực căng  $T$  sẽ đạt cực đại khi  $\cos \alpha = 1$  hay  $\alpha = 0$  (vị trí thấp nhất B của  $m$  khi chuyển động).

$$T = mg(3 - 2 \cos \alpha_0)$$

31.3

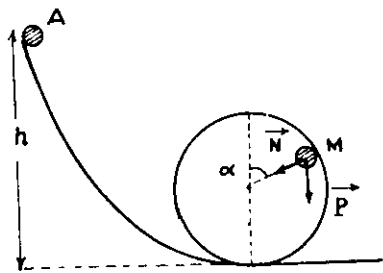
Quả cầu nhỏ khối lượng  $m$  lăn không vận tốc đầu từ nơi có độ cao  $h$ , qua một vòng xiếc bán kính  $R$ . Bỏ qua ma sát.



H.23.8

a) Tính lực do quả cầu nén lên vòng xiếc ở vị trí M, xác định bởi góc  $\alpha$  như hình 23.8.

b) Tìm  $h$  nhỏ nhất để quả cầu có thể vượt qua hết vòng xiếc.



H. 23.9

a) Lực nén :

Để xác định lực tác dụng lên m tại vị trí M, ta cần xác định vận tốc của m tại vị trí M.

Ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho m ở hai vị trí A, M :

$$W_A = W_M$$

$$mgh = mgR(1 + \cos\alpha) + \frac{1}{2}mv^2$$

Vận tốc của m tại M :  $v = \sqrt{2g[h - R(1 + \cos\alpha)]}$

Phương trình chuyển động của m trong vòng xiếc :

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

Chiếu phương trình lên trục hướng tâm tại M :

$$P\cos\alpha + N = m\frac{v^2}{R}$$

Lực do quả cầu nén lên vòng xiếc có độ lớn bằng lực đàn hồi của vòng xiếc tác dụng lên quả cầu :

$$N = m\frac{v^2}{R} - mg\cos\alpha$$

$$N = \frac{m}{R} \cdot 2g[h - R(1 + \cos\alpha)] - mg \cdot \cos\alpha$$

$$N = mg\left(\frac{2h}{R} - 2 - 3\cos\alpha\right)$$

b) Độ cao  $h_{\min}$

Để có thể vượt qua hết vòng xiếc, quả cầu phải luôn nén lên vòng xiếc khi chuyển động, nghĩa là  $N > 0$  với mọi vị trí góc  $\alpha$ .

Từ biểu thức N, ta thấy N nhỏ nhất khi  $\cos\alpha = 1, \alpha = 0$  (vị trí quả cầu ở cao nhất trong vòng xiếc).

Điều kiện để quả cầu qua hết vòng xiếc :

$$N_{\min} = mg\left(\frac{2h}{R} - 5\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow h \geq 2,5R$$

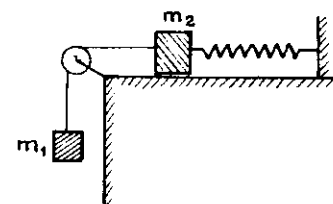
Trong thực tế, do ma sát và sức cản của không khí nên h sẽ phải có giá trị lớn hơn 2,5R.

31.4

Cho hệ như hình 23.10,  $m_1 = m_2 = 200g$ ,  $k = 0,5N/cm$ . Bỏ qua độ giãn của dây, ma sát, khối lượng dây và ròng rọc ;  $g = 10m/s^2$ .

a) Tìm độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng.

b) Từ vị trí cân bằng, kéo  $m_1$  xuống 6cm theo phương thẳng đứng rồi buông tay. Tính vận tốc các vật khi chúng đi qua vị trí cân bằng và khi lò xo có chiều dài tự nhiên.



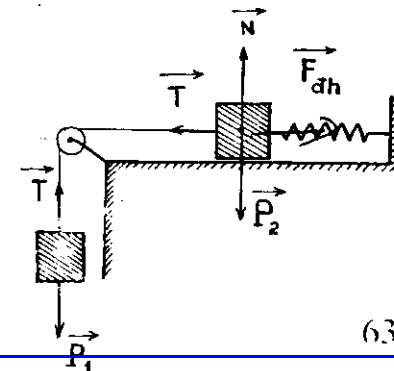
H. 23.10

GIẢI

a) Độ giãn :

Khi  $m_2$  ở vị trí cân bằng :

$$\vec{P}_2 + \vec{N} + \vec{F}_{dh} + \vec{T} = \vec{0}$$



Chiếu phương trình lên phương ngang :  $F_{dh} - T = 0$ .

trong đó :  $T = P_1 = m_1g$

$F_{dh} = kx_0$  ;  $x_0$  là độ giãn của lò xo ở vị trí cân bằng.

$$\Rightarrow x_0 = \frac{m_1g}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{50} = 0,04(m) = 4(cm)$$

b) Vận tốc :

\* Cách 1 : chọn gốc thế năng trọng trường ở vị trí cân bằng của các vật, gốc thế năng đàn hồi khi lò xo không biến dạng.

• Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ ở vị trí các vật bắt đầu chuyển động và khi chúng qua vị trí cân bằng :

$$W_1 = W_2$$

$$m_1gh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = m_1gh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2$$

$$0,2 \cdot 10(-0,06) + \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (0,1)^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 50(0,04)^2 + \frac{1}{2}(0,2 + 0,2)v_2^2$$

Ta tính được vận tốc các vật ở vị trí cân bằng :

$$v_2 = \sqrt{0,45} \approx 0,67 (m/s)$$

• Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho hệ, ở vị trí các vật bắt đầu chuyển động và vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên :

$$W_1 = W_3$$

$$m_1gh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = m_1gh_3 + \frac{1}{2}kx_3^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_3^2$$

$$0,2 \cdot 10(-0,06) + \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (0,1)^2 + 0 = 0,2 \cdot 10 \cdot (0,04) + 0 + \frac{1}{2}(0,2 + 0,2)v_3^2$$

Ta tính được vận tốc các vật khi lò xo có chiều dài tự nhiên :

$$v_3 = \sqrt{0,25} = 0,5 (m/s)$$

\* Cách 2 : chọn gốc thế năng khi hệ ở vị trí cân bằng, ta chứng minh được thế năng của hệ là :

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

trong đó,  $x$  là độ biến dạng của lò xo, tính từ vị trí cân bằng.

$$\bullet W_1 = W_2$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 50(0,06)^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}(0,2 + 0,2)v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{0,45} \approx 0,67 (m/s)$$

$$\bullet W_1 = W_3$$

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 = \frac{1}{2}kx_3^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_3^2$$

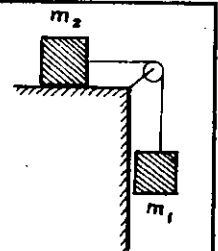
$$\frac{1}{2} \cdot 50(0,06)^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot 50(0,04)^2 + \frac{1}{2}(0,2 + 0,2)v_3^2$$

$$\Rightarrow v_3 = \sqrt{0,25} \approx 0,5 (m/s)$$

31.5

Cho hệ như hình 23.12,  $m_1 = 2kg$ ,  $m_2 = 3kg$ ,  $g = 10m/s^2$ ,  $v_0 = 0$ . Bỏ qua ma sát, khối lượng dây và ròng rọc. Dây không giãn. Tính gia tốc chuyển động của hai vật ; giải bằng :

- định lý động năng.
- định luật bảo toàn cơ năng.



H. 23.12

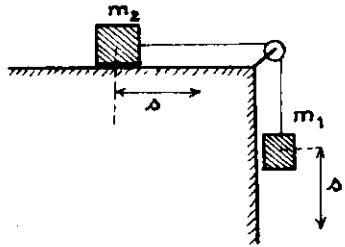
GIẢI

Gọi vận tốc của  $m_1$  và  $m_2$  sau khi đi được một đoạn đường là  $v$ .



a) Sử dụng định lý động năng.

Độ biến thiên động năng của hệ  $(m_1 + m_2 + \text{dây})$  sẽ bằng công của trọng lực  $P_1$



H. 23.13

$$W_d - W_{d_0} = A_{P_1}$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 - 0 = +m_1 g \cdot s$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \cdot s$$

Biểu thức có dạng :  $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s$

Vậy gia tốc chuyển động của các vật trong hệ là :

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$$

b) Sử dụng định luật bảo toàn cơ năng.

Chọn gốc thế năng của hệ ở vị trí ban đầu của mỗi vật.

Ta có :

$$W_{t_0} + W_{d_0} = W_t + W_d$$

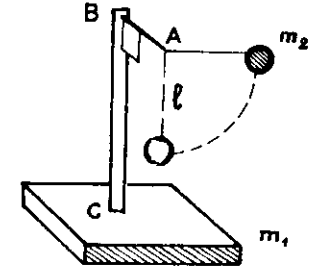
$$0 + 0 = m_1 g(-s) + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g s$$

Tương tự câu a, ta suy ra  $a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$

31.6

Một giá ABC nhẹ gắn trên một đế có khối lượng  $m_1$  như hình 23.14. Tại A, người ta buộc một dây nhẹ chiều dài  $l = 1,2\text{m}$ , đầu dây treo một quả cầu khối lượng  $m_2$ . Để có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Ban đầu để nằm yên còn quả cầu được nâng lên đến vị trí dây treo nằm ngang rồi buông không vận tốc đầu. Tính vận tốc của đế lúc quả cầu xuống đến vị trí thấp nhất, biết chiều dài  $l < BC$  và  $m_1 = 2m_2$ .



H. 23.14

GIẢI

Hệ thống gồm quả cầu và đế sẽ tương tác với nhau (qua dây nối) và cùng chuyển động. Để xác định vận tốc của quả cầu và của đế, ta phải sử dụng đồng thời định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng.

Gọi vận tốc quả cầu và đế khi dây treo thẳng đứng lần lượt là  $v_2$ ,  $v_1$ .

Ngoại lực  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$  tác dụng lên hệ đều có phương thẳng đứng nên xét trên phương ngang Ox, theo định luật bảo toàn động lượng, ta có :

$$0 = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}$$

$$\Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \quad (1)$$

Chọn gốc thế năng trọng trường tại vị trí thấp nhất của quả cầu, theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có :

$$W_0 = W$$

$$m_2 g l = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Từ (1), ta suy ra  $v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$ , thay vào (2) ta tính được  $v_1$ :

$$v_1^2 = \frac{2m_2^2}{m_1(m_1 + m_2)} \cdot gl$$

Thay  $m_1 = 2m_2$  và giá trị  $g, l$  vào, ta được:

$$v_1 = 2\text{m/s}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**31.7** Vật khối lượng  $m = 100\text{g}$  được ném thẳng đứng từ dưới lên với  $v_0 = 20\text{m/s}$ . Sử dụng các phương trình chuyển động của vật ném đứng, tính thế năng, động năng và cơ năng toàn phần của vật:

- Lúc bắt đầu ném.
- Khi vật lên cao nhất.
- 3s sau khi ném.
- Khi vật vừa chạm đất.

So sánh các kết quả và kết luận.  
Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- DS: a) 0 ; 20J ; 20J  
b) 20J ; 0 ; 20J  
c) 15J ; 5J ; 20J  
d) 0 ; 20J ; 20J

**31.8** Một vật được ném thẳng đứng lên cao với vận tốc  $7\text{m/s}$ . Bỏ qua sức cản của không khí. Cho  $g = 9,8\text{m/s}^2$

- Tính độ cao cực đại mà vật lên tới.
- Ở độ cao nào thì thế năng bằng động năng? Thế năng gấp 4 lần động năng?

- DS: a) 2,5m  
b) 1,25m ; 2m

**31.9** Một vật được ném xiên góc  $\alpha$  với phương ngang. Tìm liên hệ giữa thế năng và động năng của vật ở điểm cao nhất. Khi nào thì chúng bằng nhau?

$$DS: \frac{W_t}{W_d} = \text{tg}^2 \alpha ; \alpha = 45^\circ$$

**31.10** Một quả cầu nhỏ lăn trên mặt phẳng nghiêng,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $v_A = 0$ ,  $AB = 1,6\text{m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ . Bỏ qua ảnh hưởng do ma sát.

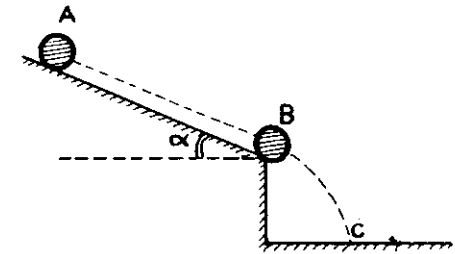
- Tính vận tốc quả cầu ở B.
- Tới B quả cầu rơi trong không khí. Tính vận tốc quả cầu khi sắp chạm đất biết B ở cách mặt đất  $h = 0,45\text{m}$ .

- DS: a) 4 m/s  
b) 6,08 m/s

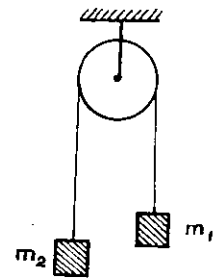
**31.11** Hai vật có khối lượng tổng cộng  $m_1 + m_2 = 3\text{kg}$  được nối bằng dây qua một ròng rọc nhẹ. Buồng cho các vật chuyển động, sau khi đi được quãng đường  $s = 1,2\text{m}$  mỗi vật có vận tốc  $v = 2\text{m/s}$ . Bỏ qua ma sát. Dùng định luật bảo toàn cơ năng, tính  $m_1$  và  $m_2$ .  
Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- DS: 1,25kg ; 1,75kg

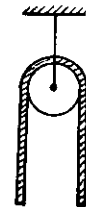
**31.12** Dây đồng chất chiều dài  $l = 1,6\text{m}$  có trọng lượng, vắt qua một ròng rọc nhỏ không ma sát và nằm yên. Sau đó dây bắt đầu trượt khỏi ròng rọc với vận tốc đầu  $v_0 = 1\text{m/s}$ .



H.23.15



H.23.16



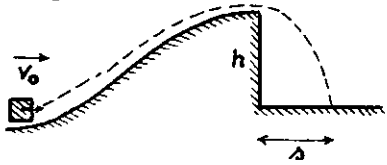
H.23.17

Tính vận tốc dây khi dây vừa rời khỏi ròng rọc.

ĐS: 3m/s

31.13

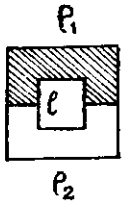
Vật nặng trượt trên một sàn nhẵn với vận tốc  $v_0 = 12\text{m/s}$  đi lên một cầu nhảy đến nơi cao nhất nằm ngang và rời khỏi cầu nhảy. Độ cao  $h$  của cầu nhảy phải là bao nhiêu để tầm bay xa  $s$  đạt cực đại? Tầm xa này là bao nhiêu?



ĐS: 3,6m ; 7,2m

H.23.18

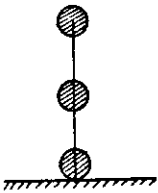
31.14\* Ống hẹp kín tiết diện đều hình vuông cạnh  $l$ , nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Ống chứa đầy hai loại chất lỏng thể tích bằng nhau và không trộn lẫn được vào nhau, khối lượng riêng  $\rho_1$  và  $\rho_2$  ( $\rho_1 > \rho_2$ ). Ban đầu khối chất lỏng  $\rho_1$  chiếm phần trên của ống. Tại một thời điểm nào đó, các khối chất lỏng bắt đầu chuyển động trong ống không vận tốc đầu. Tìm vận tốc cực đại của chúng. Bỏ qua ma sát.



H.23.19

$$ĐS: v_{\max} = \sqrt{3lg(\rho_1 - \rho_2)/2(\rho_1 + \rho_2)}$$

31.15\* Ba quả cầu nhỏ giống nhau được gắn chặt vào chính giữa và hai đầu thanh nhẹ chiều dài  $l$ . Dựng thanh thẳng đứng và buông tay. Bỏ qua ma sát. Tìm vận tốc quả cầu trên khi nó sắp va chạm với mặt phẳng ngang nếu:



- quả cầu dưới có một trục quay vuông góc với mặt phẳng hình vẽ và gắn chặt với mặt đất.
- hệ chuyển động tự do.

ĐS: a)  $2\sqrt{3gl/5}$

H.23.20

31.16 Viên đạn  $m_1 = 50\text{g}$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_0 = 20\text{m/s}$  đến cắm vào vật  $m_2 = 450\text{g}$  treo ở đầu sợi dây dài  $l = 2\text{m}$ . Tính góc  $\alpha$  lớn nhất mà dây treo lệch so với phương thẳng đứng sau khi viên đạn cắm vào  $m_2$ .

ĐS:  $26^\circ$

31.17

Dây treo vật nặng được kéo nghiêng một góc bao nhiêu để khi qua vị trí cân bằng lực căng của dây lớn gấp đôi trọng lực vật nặng.

ĐS:  $60^\circ$

31.18

Treo vật  $m = 1\text{kg}$  vào đầu một sợi dây rồi kéo vật khỏi vị trí cân bằng để dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0$ . Định  $\alpha_0$  để khi buông tay, dây không bị đứt trong quá trình vật chuyển động. Biết dây chịu lực căng tối đa  $16\text{N} \approx 10(3 - \sqrt{2})\text{N}$  và  $\alpha_0 \leq 90^\circ$ .

ĐS:  $\alpha_0 \leq 45^\circ$

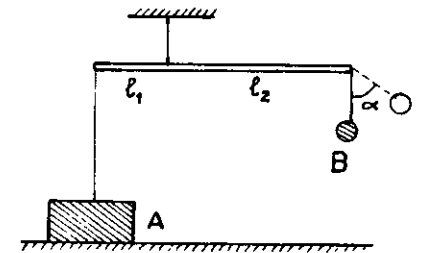
31.19

Hòn đá  $m = 0,5\text{kg}$  buộc vào một dây dài  $l = 0,5\text{m}$  quay trong mặt phẳng thẳng đứng. Biết lực căng của dây ở điểm thấp nhất của quỹ đạo là  $T = 45\text{N}$ . Biết tại vị trí vận tốc hòn đá có phương thẳng đứng hướng lên thì dây đứt. Hỏi hòn đá sẽ lên tới độ cao bao nhiêu sau khi dây đứt (tính từ nơi dây bắt đầu đứt)?

ĐS: 1,5m

31.20

Hai vật A có  $m_1 = 1,5\text{kg}$  và B có  $m_2 = 0,45\text{kg}$  buộc vào các sợi dây treo trên một thanh đòn nhẹ, chiều dài hai nhánh tay đòn  $l_1 = 0,6\text{m}$ ,  $l_2 = 1\text{m}$ . A đặt trên sàn. Cân đưa dây treo B nghiêng góc  $\alpha$  (so với phương thẳng đứng) nhỏ nhất bao nhiêu để sau khi buông tay, A có thể nhấc khỏi bàn?



H.23.21

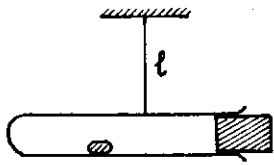
ĐS:  $60^\circ$

31.21

Dây nhẹ không giãn chiều dài  $l = 50\text{cm}$  treo vật nặng nhỏ. Ban đầu vật nặng đứng yên ở vị trí cân bằng. Hỏi phải truyền cho vật nặng vận tốc tối thiểu bao nhiêu theo phương ngang để nó có thể chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng.

ĐS: 5m/s

- 31.22 Một ống khối lượng  $M$  chứa vài giọt ête được nút kín bằng một nút khối lượng  $m$  và treo bằng dây chiều dài  $l$ . Khi đốt nóng ống, hơi ête sẽ đẩy nút bật ra. Tính vận tốc tối thiểu của nút để ống có thể quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh điểm treo.



H.23.22

$$DS: v = \frac{M}{m} \sqrt{5gl}$$

- 31.23 Quả cầu  $m$  treo ở đầu một thanh nhẹ, cứng và mảnh, chiều dài thanh  $l = 0,9m$ , thanh có thể quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng quanh trục qua đầu trên của thanh. Cần truyền cho  $m$  vận tốc tối thiểu tại vị trí cân bằng theo phương ngang là bao nhiêu để  $m$  có thể chuyển động hết vòng tròn trong mặt phẳng thẳng đứng?

$$DS: 6m/s$$

- 31.24 Quả cầu khối lượng  $m$  treo ở đầu một sợi dây chiều dài  $l$  đầu trên của dây cố định. Quả cầu nhận được vận tốc ban đầu  $v_0$  theo phương ngang tại vị trí cân bằng. Bỏ qua sức cản của không khí.

a) Tính vận tốc và lực căng của dây tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ .

b) Biết  $v_0^2 = 3gl$ . Tìm độ cao cực đại  $h_0$  mà quả cầu đạt tới (tính từ vị trí cân bằng) trong chuyển động tròn. Độ cao cực đại  $H_0$  mà quả cầu đạt tới trong suốt quá trình chuyển động là bao nhiêu?

$$DS: a) v = \sqrt{v_0^2 - 2gl(1 - \cos\alpha)}$$

$$T = \frac{mv_0^2}{l} + mg(3\cos\alpha - 2)$$

$$b) \frac{4l}{3}; \frac{40l}{27}$$

- 31.25 Vật nặng  $m$  treo vào điểm cố định  $O$  bởi một dây dài  $l = 1m$ . Tại vị trí ban đầu  $M_0$  dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha_0 = 60^\circ$ , người ta truyền cho vật vận tốc  $v_0 = 5m/s$  theo phương vuông góc với dây, hướng xuống,  $\vec{v}_0$  nằm trong mặt phẳng thẳng đứng.

a) Định vị trí  $M$  tại đó lực căng của dây bằng không và vận tốc  $v$  của vật tại đó.

b) Tìm phương trình quỹ đạo của giai đoạn chuyển động kế tiếp của vật cho đến khi dây căng trở lại. Chứng tỏ rằng quỹ đạo này đi qua điểm thấp nhất của chuyển động tròn. Suy ra thời gian vật vạch quỹ đạo nói trên.

$$DS: a) \alpha = 120^\circ; v \approx 2,24m/s$$

$$b) y = -4x^2 + \sqrt{3}x$$

$$t \approx 0,77s.$$

- 31.26 Quả cầu nhỏ  $M$  khối lượng  $m = 100g$  được treo tại  $A$  bởi một dây chiều dài  $l = 81cm$ . Tại  $O$  thấp hơn  $A$  khoảng  $l/2$  có một chiếc đinh,  $AO$  có phương thẳng đứng. Kéo quả cầu đến vị trí dây  $AM$  nằm ngang và buông tay.

a) Tính lực căng của dây ngay trước và sau khi vướng đinh.

b) Hỏi ở điểm nào trên quỹ đạo, lực căng của dây treo bằng 0? Sau đó quả cầu chuyển động thế nào, lên tới độ cao lớn nhất bao nhiêu?

$$DS: a) 3mg; 5mg$$

$$b) \frac{5l}{6}; \text{parabol}; \frac{25l}{27}$$

- 31.27 Quả cầu treo ở đầu một sợi dây. Truyền cho quả cầu ở vị trí cân bằng một vận tốc đầu theo phương ngang. Khi dây treo nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương thẳng đứng, gia tốc quả cầu có hướng nằm ngang. Tìm góc nghiêng cực đại của dây.

$$DS: \alpha = 43^\circ$$

- 31.28 Quả cầu khối lượng  $m$  treo ở đầu sợi dây, chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng trên một thang máy. Thang đang đi xuống nhanh dần đều với gia tốc  $2g$ . Ở vị trí thấp

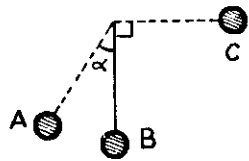
nhất của quả cầu trong thang máy, lực căng dây bằng 0. Tính lực căng dây khi quả cầu ở vị trí cao nhất của quỹ đạo.

$$DS: T = 6mg$$

**31.29** Quả cầu nhỏ treo ở đầu một dây nhẹ. Kéo quả cầu khỏi phương thẳng đứng để dây treo nghiêng góc  $90^\circ$  rồi buông tay. Tại thời điểm quả cầu qua vị trí cân bằng, điểm treo của nó chuyển động từ dưới lên với gia tốc  $a$ . Hỏi dây sẽ lệch khỏi phương thẳng đứng góc lớn nhất bao nhiêu?

$$DS: \alpha = \arccos\left(\frac{a}{a+g}\right)$$

**31.30** Quả cầu treo ở đầu dây có thể chuyển động tròn trong mặt phẳng thẳng đứng. Kéo quả cầu cho dây treo lệch góc  $\alpha$  rồi buông tay. Khi quả cầu qua vị trí cân bằng B thì điểm treo rơi tự do. Tính  $\alpha$  để khi quả cầu đến C, vận tốc của quả cầu đối với mặt đất bằng 0.



H.23.23

$$DS: \alpha = \arccos\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \approx 78^\circ$$

**31.31** Vật nhỏ khối lượng  $m$  trượt từ độ cao  $h$  qua vòng xiếc bán kính  $R$ . Bỏ qua ma sát.

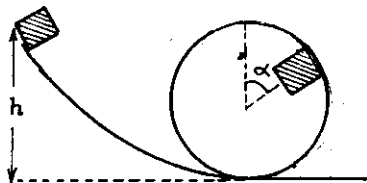
a) Tính lực nén của vật lên vòng xiếc tại vị trí  $\alpha$ . H.23.24.

b) Tính  $h$  để vật có thể vượt qua hết vòng xiếc.

c) Khi vật không qua hết vòng xiếc, định vị trí  $\alpha$  nơi vật bắt đầu rời vòng xiếc hoặc trượt trở xuống.

$$DS: a) N = mg\left(\frac{2h}{R} - 2 - 3\cos\alpha\right)$$

$$b) h \geq 2,5R; c) \alpha = \arccos\left(\frac{2h}{3R} - \frac{2}{3}\right)$$

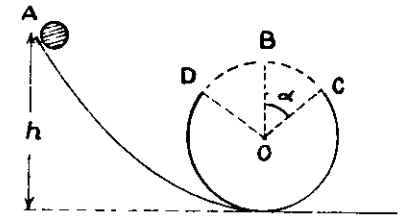


H.23.24

**31.32** Vật nhỏ bắt đầu trượt từ A có độ cao  $h$  xuống một vòng xiếc bán kính  $R$  không vận tốc đầu. Vòng xiếc có một đoạn CD hở với  $\widehat{COB} = \widehat{BOD} = \alpha$ , OB thẳng đứng.

a) Định h để vật có thể đi hết vòng xiếc.

b) Trong điều kiện ở câu a, góc  $\alpha$  là bao nhiêu thì độ cao  $h$  có giá trị cực tiểu?



H.23.25

$$DS: a) h = R\left(1 + \cos\alpha + \frac{1}{2\cos\alpha}\right)$$

$$b) \alpha = 45^\circ$$

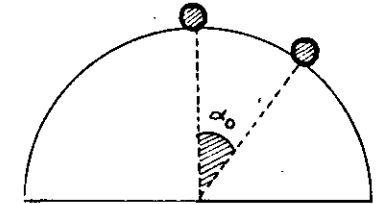
**31.33** Vật nhỏ nằm trên đỉnh của bán cầu nhẵn cố định bán kính  $R$ , vật được truyền vận tốc đầu  $\vec{v}_0$  theo phương ngang.

a) Định  $v_0$  để vật không rời khỏi bán cầu ngay tại thời điểm ban đầu.

b) Khi  $v_0$  thỏa điều kiện trong câu a, định vị trí  $\alpha$  nơi vật bắt đầu rời khỏi bán cầu.

$$DS: a) v_0 \leq \sqrt{gR}$$

$$b) \alpha = \arccos\left(\frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR}\right)$$

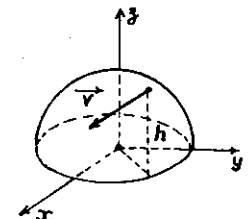


H.23.26

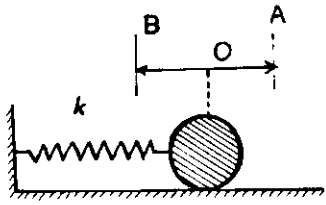
**31.34** Vật nhỏ khối lượng  $m$  trượt trên mặt bán cầu nhẵn bán kính  $R$ . Tại thời điểm ban đầu vật ở độ cao  $h_0$  so với đáy bán cầu và có vận tốc  $v_0$ . Tính lực nén của vật lên bán cầu khi nó ở độ cao  $h < h_0$  và chưa rời bán cầu.

$$DS: N = mg\left(3h - 2h_0 - \frac{v_0^2}{g}\right)/R$$

H.23.27



**31.35** Quả cầu khối lượng  $m = 100\text{g}$  gắn ở đầu một lò xo nằm ngang, đầu kia của lò xo cố định, độ cứng của lò xo  $k = 0,4\text{N/cm}$ . Quả cầu có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng  $O$ , người ta kéo quả cầu cho lò xo giãn ra đoạn  $OA = 5\text{cm}$  rồi buông tay. Quả cầu chuyển động dao động trên đoạn đường  $AB$ .



H.23.28

a) Tính chiều dài quỹ đạo  $AB$ .  
b) Tính vận tốc cực đại của quả cầu trong quá trình chuyển động. Vận tốc này đạt ở vị trí nào ?

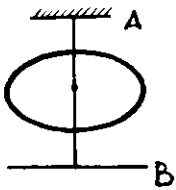
ĐS: a)  $10\text{cm}$   
b)  $1\text{m/s}$

**31.36** Quả cầu  $m = 50\text{g}$  gắn ở đầu lò xo thẳng đứng, đầu trên của lò xo cố định, độ cứng  $k = 0,2\text{N/cm}$ . Ban đầu  $m$  được giữ ở vị trí lò xo thẳng đứng và có chiều dài tự nhiên. Buông  $m$  không vận tốc đầu.

a) Tính vận tốc của quả cầu tại vị trí cân bằng.  
b) Tìm độ giãn cực đại của lò xo trong quá trình chuyển động.

ĐS: a)  $v = 0,5\text{m/s}$   
b)  $5\text{cm}$

**31.37** Dây nhẹ đàn hồi chiều dài  $l$ , một đầu cố định ở  $A$ . Từ  $A$ , một chiếc vòng nhỏ khối lượng  $m$ , lồng ngoài sợi dây và rơi xuống không ma sát, không vận tốc đầu. Khi rơi đến đầu  $B$  của dây, vòng tiếp tục chuyển động và kéo dây giãn thêm một đoạn  $\Delta l$ . Tìm hệ số đàn hồi  $k$  của dây.



H.23.29

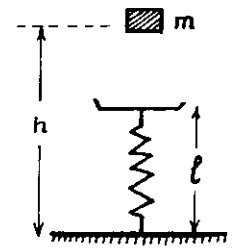
**31.38** Nếu đặt quả cân lên đầu trên của một lò xo đặt thẳng đứng trên mặt phẳng ngang, lò xo sẽ bị nén lại một đoạn  $x_0 = 1\text{cm}$ . Nếu ném quả cân đó từ độ cao  $17,5\text{cm}$  (đối với đầu trên của lò xo) theo phương

thẳng đứng xuống dưới với vận tốc đầu  $v_0 = 1\text{m/s}$ , lò xo sẽ bị nén lại một đoạn tối đa là bao nhiêu ?

ĐS:  $x = 7,8\text{cm}$

**31.39** Vật  $m = 100\text{g}$  rơi từ độ cao  $h$  lên một lò xo nhẹ, độ cứng  $k = 80\text{N/m}$ . Biết lực nén cực đại của lò xo lên sàn là  $N = 10\text{N}$ , chiều dài lò xo khi tự do là  $l = 20\text{cm}$ . Tính  $h$ .

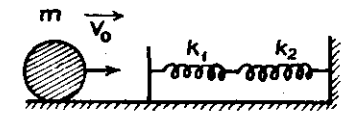
ĐS:  $70\text{cm}$



H.23.30

**31.40** Vật  $m$  bắn vào hai lò xo nhẹ mắc nối tiếp, độ cứng  $k_1, k_2$  với vận tốc đầu  $v_0$  như hình 23.31. Biết năng lượng cực đại của lò xo II khi bị biến dạng là  $E_2$ . Tính  $v_0$ .

$$\text{ĐS: } v_0 = \sqrt{\frac{2E_2(k_1 + k_2)}{mk_1}}$$



H.23.31

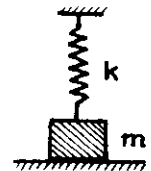
**31.41** Một vật khối lượng  $m$  treo vào một lò xo có độ cứng  $k$  và đặt trên một giá đỡ như hình 23.32. Ở thời điểm ban đầu lò xo không biến dạng. Cho giá đỡ chuyển động đi xuống với gia tốc  $a$  ( $a < g$ ).

a) Sau bao lâu vật rời giá đỡ ? Khi này vận tốc vật là bao nhiêu ?

b) Độ giãn cực đại của lò xo là bao nhiêu ?

$$\text{ĐS: a) } t = \sqrt{2m(g - a) / ka}$$

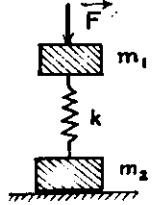
$$v = a\sqrt{2m(g - a) / ka}$$



H.23.32

$$\text{b) } x_0 = \frac{mg}{k} + \frac{m}{k}\sqrt{a(2g - a)}$$

**31.42** Hai vật khối lượng  $m_1, m_2$  nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng  $k$  như hình 23.33. Tác dụng lên  $m_1$  lực nén  $\vec{F}$

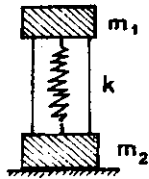


H.23.33

thẳng đứng hướng xuống. Định  $F$  để sau khi ngưng tác dụng lực, hệ chuyển động và  $m_2$  bị nhấc khỏi mặt đất.

ĐS:  $F > (m_1 + m_2)g$

31.43



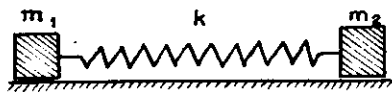
H.23.34

Hai vật khối lượng  $m_1, m_2$  nối với nhau bằng lò xo độ cứng  $k$ . Ban đầu  $m_1$  và  $m_2$  được nối bằng dây sao cho lò xo bị nén lại đoạn  $l$ .

Định  $l$  để sau khi cắt dây, hệ chuyển động và  $m_2$  bị nhấc khỏi mặt đất.

ĐS:  $l > (2m_1 + m_2)g/k$

31.44



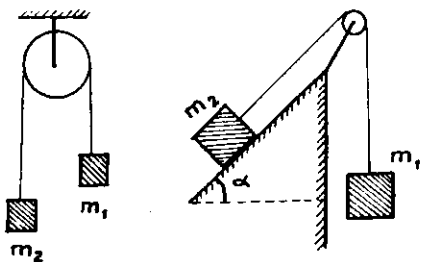
H.23.35

Một lò xo bị nén giữa hai khối hộp khối lượng  $m_1, m_2$  (lò xo không gắn liền với hai vật). Nếu giữ chặt  $m_1$  và buông  $m_2, m_2$  sẽ bị đẩy đi với vận tốc  $v$ .

Tìm vận tốc  $m_2$  nếu cả hai vật đều được buông cho chuyển động cùng lúc. Bỏ qua ma sát.

ĐS:  $v\sqrt{m_1} / (m_1 + m_2)$

31.45 Cho hệ như hình 23.36. Bỏ qua ma sát, độ giãn của dây, khối lượng dây và ròng rọc. Biết  $v_0 = 0$  và  $m_1$  chuyển động đi xuống. Trong từng trường hợp, dùng định luật bảo toàn cơ năng, tính gia tốc chuyển động của mỗi vật.

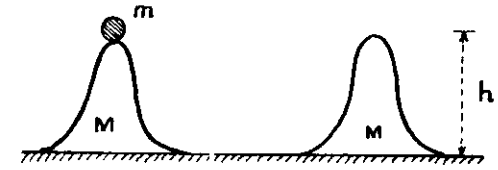


H.23.36

ĐS:  $a_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$   
 $a_2 = \frac{m_1 - m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2} g$   
 $a_3 = \frac{m_1 + m_2 \sin \alpha}{m_1 + m_2} g$

31.46

Hai ụ dốc cao đáy phẳng giống nhau, mỗi ụ có khối lượng  $M$ , chiều cao  $H$ , có thể trượt trên một sàn nằm ngang. Trên đỉnh ụ I đặt vật



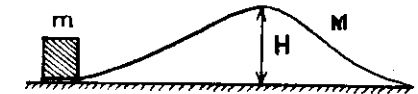
H.23.37

nhỏ khối lượng  $m$ ,  $m$  trượt khỏi ụ I không vận tốc đầu và đi lên trên ụ II. Tìm độ cao cực đại  $h$  mà  $m$  đạt được trên sườn ụ II. Bỏ qua ma sát. Biết tiếp tuyến với mặt dốc tại chân dốc hướng nằm ngang.

ĐS:  $\frac{H}{\left(1 + \frac{m}{M}\right)^2}$

31.47\*

Vật  $m = 1\text{kg}$  trượt trên mặt ngang với  $v_0 = 5\text{m/s}$  rồi trượt lên một nêm như hình 23.38. Nêm ban đầu đứng yên, khối lượng  $M=5\text{kg}$ , chiều cao của đỉnh là  $H$ , nêm có thể trượt trên mặt ngang.



H.23.38

Bỏ qua mọi ma sát và mất mát động năng khi va chạm.

a) Tính vận tốc cuối cùng của vật và nêm trong hai trường hợp  $H = 1\text{m}$  hoặc  $H = 1,2\text{m}$ .

b) Tính  $v_{0\text{min}}$  để với  $v_0 > v_{0\text{min}}$ , vật vượt qua nêm cao  $H=1,2\text{m}$ . Lấy:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

ĐS: a)  $1,67\text{ m/s}$ ;  $-3,33\text{m/s}$ ;  $5\text{m/s}$ ;  $0$   
 b)  $5,37\text{m/s}$

## § 24. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN NĂNG LƯỢNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Định luật bảo toàn năng lượng

— Cơ năng có thể biến đổi, chuyển hóa sang các dạng năng lượng khác và ngược lại.

— Năng lượng chỉ biến đổi thông qua *tương tác* giữa các vật. *Hệ kín* không tương tác với môi trường ngoài, có năng lượng tổng cộng *không đổi*.

$$E_2 = E_1 \Leftrightarrow \Delta E = 0$$

#### Chú ý:

Công là số đo phần năng lượng biến đổi.

#### II. Hiệu suất của máy

$$\mathcal{H}(\%) = \frac{E_r}{E_v} < 1$$

- $E_r$  : năng lượng do máy thực hiện (năng lượng ra)
- $E_v$  : năng lượng cung cấp cho máy (năng lượng vào)

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 32

Giải bài toán cơ học bằng định luật bảo toàn năng lượng

Khi có sự chuyển hóa giữa cơ năng và các dạng năng lượng khác, các lực không phải là lực thế đã thực hiện công.

— Công thức :

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \sum A$$

( $\sum A$  : tổng các công của những lực khác lực thế)

— Hiệu suất :

$$E_{\text{có ích}} = \mathcal{H} E_{\text{cung cấp}}$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

32.1

Búa máy nâng vật nặng  $m_1 = 50\text{kg}$  lên độ cao  $7\text{m}$  so với một đầu cọc và thả rơi xuống nện vào đầu cọc. Cọc có khối lượng  $m_2 = 10\text{kg}$ . Bỏ qua lực cản của không khí.

a) Mỗi lần nện vào đầu cọc,  $m_1$  nảy lên  $1\text{m}$  (so với vị trí đầu cọc trước va chạm). Biết khi va chạm  $20\%$  cơ năng ban đầu biến thành nhiệt và làm biến dạng các vật. Tính động năng vật  $m_1$  truyền cho cọc.

b) Mỗi lần nện, cọc lún xuống  $10\text{cm}$ . Tính lực cản trung bình của đất.

c) Búa máy được vận chuyển bởi một động cơ có công suất  $1,75\text{kW}$ . Động cơ nâng  $m_1$  từ đầu cọc lên độ cao  $7\text{m}$  mất  $5\text{s}$ . Tính hiệu suất của động cơ.

GIẢI

a) Động năng

Khi vật nặng  $m_1$  rơi, thế năng sẽ chuyển hóa thành động năng. Khi vật  $m_1$  va chạm với cọc, động năng của  $m_1$  sẽ biến thành nhiệt và nội năng biến dạng, thành động năng của cọc và của  $m_1$  sau va chạm. Động năng của  $m_1$  lại biến thành thế năng khi nảy lên.

$$W_{t_1} = Q + W_{d_2} + W'_{t_1}$$



Vận động năng  $m_1$  truyền cho cọc là :

$$\begin{aligned} W_{d_2} &= W_{t_1} - Q - W_{t_1}' \\ &= m_1gh_0 - 0,2m_1gh_0 - m_1gh \\ &= 0,8.50.10.7 - 50.10.1. = 2300(J) \end{aligned}$$

b) Lực cản trung bình

Khi cọc lún xuống, động năng và thế năng giảm, biến thành nội năng của cọc và đất (nhiệt và biến dạng), độ tăng nội năng này bằng với công của lực cản của đất.

$$\begin{aligned} W_{t_2} + W_{d_2} &= A_C \\ m_2g.s + W_{d_2} &= \bar{F}_c . s \\ 10.10.0,1 + 2300 &= \bar{F}_c . 0,1 \end{aligned}$$

Vậy lực cản trung bình của đất là  $\bar{F}_c = 23100N$

c) Hiệu suất

Công có ích của động cơ là công kéo  $m_1$  lên độ cao 7m kể từ đầu cọc, công này biến thành thế năng của  $m_1$ .

Hiệu suất của động cơ :

$$H = \frac{A_{\text{ích}}}{A_{\text{toàn phần}}} = \frac{m_1g \cdot h_0}{N.t} = \frac{50 \cdot 10 \cdot 7}{1750.5} = 40\%$$

32.2

Ô tô khối lượng  $m = 2$  tấn đang chuyển động với vận tốc  $v_0 = 36\text{km/h}$  thì tắt máy và xuống dốc, đi hết dốc trong thời gian  $t = 10\text{s}$ . Góc nghiêng của dốc  $\alpha = 18^\circ$ , hệ số ma sát lăn giữa dốc và xe  $k = 0,01$ . Dùng định luật bảo toàn năng lượng, tính gia tốc của xe trên dốc, suy ra chiều dài của dốc.  
Cho  $\sin 18^\circ = 0,309$ ;  $\cos 18^\circ = 0,951$ ;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

**GIẢI**

Khi xe xuống dốc, một phần cơ năng của xe sẽ biến thành nội năng do ma sát, được tính qua công của lực ma sát.

$$\text{Ta có : } \Delta W = A_{ms}$$

$$\text{hay : } \Delta W_t + \Delta W_d = A_{ms}$$

$$-mgh + \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -F_{ms}.s$$

$$-mg.s.\sin\alpha + \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = -k.mg.\cos\alpha.s$$

$$\Rightarrow v^2 - v_0^2 = 2.g(\sin\alpha - k.\cos\alpha).s$$

$$\text{Biểu thức có dạng : } v^2 - v_0^2 = 2.a.s$$

Vậy gia tốc của xe trên dốc :

$$a = g(\sin\alpha - k.\cos\alpha) \approx 3\text{m/s}^2$$

Chiều dài dốc :

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = 250\text{m}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

32.3 Một trạm thủy điện nhỏ hoạt động nhờ một thác nước cao 5m, lưu lượng 20lít/giây. Công suất điện do máy phát ra là 800W. Tính hiệu suất của trạm thủy điện. Khi trạm phát điện hoạt động, năng lượng đã được chuyển hóa từ dạng nào sang dạng nào ?

ĐS: 0,8

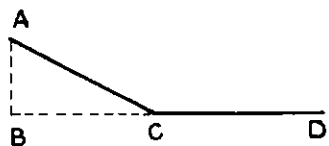
32.4 Búa máy khối lượng 500kg rơi từ độ cao 2m và đóng vào cọc làm cọc ngập thêm vào đất 0,1m. Lực đóng cọc trung bình là 80 000N. Tính hiệu suất của máy.

ĐS: 0,8

- 32.5** Một lò xo có chiều dài tự nhiên 15cm. Lò xo được nén lại tới lúc chỉ còn dài 5cm. Độ cứng của lò xo  $k = 100\text{N/m}$ .
- a) Một viên bi khối lượng 40g, dùng làm đạn, được cho tiếp xúc với lò xo bị nén. Khi bắn, lò xo truyền toàn bộ thế năng cho đạn. Tính vận tốc lúc bắn.
- b) Đạn bắn theo phương nằm ngang và lăn trên một mặt ngang nhẵn, sau đó đi lên một mặt nghiêng, góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$ . Tính chiều dài lớn nhất mà đạn lăn được trên mặt nghiêng.
- c) Thực ra đạn chỉ lăn được trên mặt nghiêng 1/2 chiều dài tính được ở trên. Tính hệ số ma sát của mặt phẳng nghiêng.

DS: a) 5m/s  
b) 2,5m  
c)  $k = 0,58$

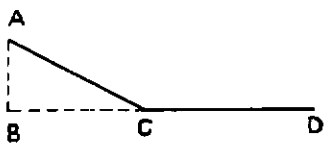
- 32.6** Một vật nhỏ tại D được truyền vận tốc đầu theo hướng DC. Biết vật đến A thì dừng lại,  $AB = 1\text{m}$ ,  $BD = 20\text{m}$ , hệ số ma sát  $k = 0,2$ . Tính  $v_0$ .



H.24.1

DS:  $v_0 = 10\text{m/s}$

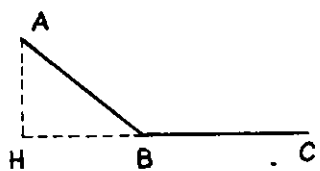
- 32.7** Một chiếc xe tắt máy thả lăn không vận tốc đầu từ A xuống dốc AC và chạy đến D thì dừng lại. Từ D xe mở máy và chạy ngược lại theo đường DCA và dừng lại khi lên đến A. Tính công của lực kéo của động cơ xe biết  $AB = 10\text{m}$ , khối lượng xe  $m = 500\text{kg}$ .



H.24.2

DS: 100kJ

- 32.8** Một vật nặng trượt không vận tốc đầu xuống mặt phẳng nghiêng AB rồi tiếp tục đi thêm một đoạn BC trên mặt phẳng ngang. Biết:  $AH = h$ ,  $BH = l$ ,  $BC = x$ , hệ số ma sát trên cả hai đoạn đường là  $k$ . Dùng định luật bảo toàn



H.24.3

năng lượng, tính  $x$ . Cho biết điều kiện để bài toán có nghiệm.

$$DS: x = \frac{h}{k} - l; k < \frac{h}{l}$$

- 32.9** Vật trượt không vận tốc đầu đi xuống theo một mặt phẳng nghiêng, góc nghiêng  $\alpha = 45^\circ$ . Ở chân mặt phẳng nghiêng, vật va chạm với một tường chắn vuông góc với hướng chuyển động khiến vận tốc vật đổi chiều nhưng giữ nguyên độ lớn. Sau đó, vật đi lên trên mặt nghiêng được một nửa độ cao ban đầu. Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng.

DS:  $k = 0,33$

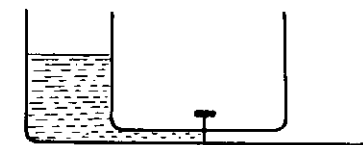
- 32.10** Vật  $m = 1\text{kg}$  ở độ cao  $h = 24\text{m}$  được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới với vận tốc  $v_0 = 14\text{m/s}$ . Khi chạm đất vật đào sâu xuống một đoạn  $s = 0,2\text{m}$ . Bỏ qua lực cản của không khí. Tìm lực cản trung bình của đất.

DS:  $\bar{F}_c = 1700\text{N}$

- 32.11** Quả cầu khối lượng  $m$  treo dưới một dây chiều dài  $l$ . Nâng quả cầu lên để dây treo nằm ngang rồi buông tay. Biết vận tốc quả cầu ở vị trí cân bằng là  $v$ . Tìm lực cản trung bình của không khí lên quả cầu.

DS:  $\bar{F}_c = \frac{m}{\pi} \left( 2g - \frac{v^2}{l} \right)$

- 32.12** Hai bình hình trụ giống nhau được nối bằng ống có khóa. Ban đầu khóa đóng và bình bên trái có một khối nước khối lượng  $m$ , mặt thoáng có độ cao  $h$ . Mở khóa cho hai bình thông nhau và mặt thoáng ở hai bình có độ cao  $\frac{h}{2}$  (bỏ qua

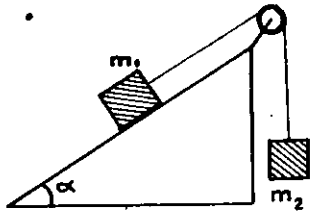


H.24.4

thể tích của ống thông). Tìm độ biến thiên thế năng của khối nước. Cho biết sự chuyển hóa năng lượng trong hiện tượng trên.

DS:  $-\frac{mgh}{4}$

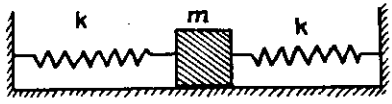
- 32.13 Cho hệ như hình 24.5,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m_1 = 150g$ ,  $m_2 = 100g$ , hệ chuyển động không vận tốc đầu. Hệ số ma sát giữa  $m_1$  và mặt phẳng nghiêng là  $k = 0,15$ . Dùng định luật bảo toàn năng lượng tính gia tốc mỗi vật, suy ra vận tốc mỗi vật sau khi chuyển động một thời gian  $t = 4s$ .



H.24.5

ĐS:  $a \approx 0,22m/s^2$   
 $v = 0,88m/s$

- 32.14 Vật  $m = 0,5kg$  gắn vào các vách thẳng đứng bởi hai lò xo giống nhau và chuyển động dao động theo phương dọc theo hai lò xo. Tại một thời điểm nào đó, độ lệch cực đại liên tiếp của vật khỏi vị trí cân bằng ở bên phải và bên trái là  $s_1 = 10cm$  và  $s_2 = 7cm$ . Biết độ cứng mỗi lò xo  $k = 15N/m$ . Tìm hệ số ma sát  $k'$  giữa vật và mặt phẳng.



H.24.6

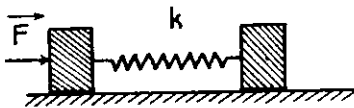
ĐS:  $k' = 0,09$

- 32.15 Vật  $m = 1kg$  đang đặt trên sàn xe nằm ngang đứng yên thì được truyền vận tốc  $v_0 = 10m/s$ . Xe có khối lượng  $M = 100kg$  và có thể chuyển động trên mặt phẳng ngang nhẵn. Do ma sát, vật chuyển động một đoạn trên sàn xe rồi dừng lại. Tính nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình vật chuyển động đối với xe.

ĐS:  $Q = 49,5J$

- 32.16\* Trên mặt bàn nhẵn nằm ngang có hai khối hộp giống nhau, nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng  $k$ . Chiều dài lò xo ở

trạng thái chưa biến dạng là  $l_0$ . Tác dụng lực  $\vec{F}$  không đổi nằm ngang dọc theo lò xo vào khối hộp bên trái. Tìm khoảng cách cực đại và cực tiểu giữa các khối khi hệ chuyển động.



H.24.7

ĐS:  $l_0; l_0 - \frac{F}{k}$

- 32.17\* Tính công tối thiểu cần thực hiện để đưa một vật khối lượng  $m = 1000kg$  từ bề mặt Trái Đất hạ nhẹ nhàng lên bề mặt Mặt Trăng. Giả thiết trong khi vật chuyển động, vị trí tương đối giữa Mặt Trăng và Trái Đất không đổi; khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng; khoảng cách giữa hai tâm Trái Đất và Mặt Trăng bằng 60 lần bán kính Trái Đất; bán kính Mặt Trăng bằng 1/4 bán kính Trái Đất.

ĐS:  $3,0 \cdot 10^9 J$

## § 25. SỰ VA CHẠM CỦA CÁC VẬT

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Định luật về va chạm

- Nếu ngoại lực triệt tiêu nhau hoặc rất nhỏ so với nội lực tương tác, hệ vật va chạm *bảo toàn động lượng*.
- Đặc biệt, va chạm đàn hồi còn có sự *bảo toàn động năng*.

#### II. Một số trường hợp va chạm

##### 1. Va chạm đàn hồi, xuyên tâm:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

##### 2. Va chạm đàn hồi của quả cầu với mặt phẳng cố định ( $m_2 \rightarrow \infty; v_2 = 0$ )

- Va chạm xuyên tâm:

$$v_1' = -v_1$$

— Va chạm xiên :

$$\begin{cases} v_t' = v_t \\ v_n' = -v_n \end{cases}$$

$v_t, v_t'$  : các thành phần tiếp tuyến.

$v_n, v_n'$  : các thành phần pháp tuyến.

3. Va chạm không đàn hồi, xuyên tâm ( $v_1' = v_2' = v'$ )

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 33

Tính toán các đại lượng liên quan đến hiện tượng va chạm.

— Lập phương trình bảo toàn động lượng.

Nếu va chạm đàn hồi, lập thêm phương trình bảo toàn động năng.

— Áp dụng các công thức về vận tốc của các vật sau va chạm.

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

33.1

Quả cầu khối lượng  $m_1 = 3\text{kg}$  chuyển động với vận tốc  $1\text{m/s}$  và va chạm xuyên tâm với quả cầu thứ hai  $m_2 = 2\text{kg}$  đang chuyển động ngược chiều với vận tốc  $3\text{m/s}$ . Tìm vận tốc các quả cầu sau va chạm, nếu va chạm là :

a) hoàn toàn đàn hồi.

b) hoàn toàn không đàn hồi (va chạm mềm). Tính nhiệt lượng tỏa ra trong va chạm, coi rằng toàn bộ độ tăng nội năng của hệ đều biến thành nhiệt.

## GIẢI

a) Va chạm đàn hồi, xuyên tâm.

Chọn chiều dương trên pháp tuyến va chạm theo hướng  $\vec{v}_1$ , ta có vận tốc các quả cầu sau va chạm là :

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{(3 - 2) \cdot (1) + 2 \cdot 2 \cdot (-3)}{3 + 2} = -2,2 \text{ (m/s)}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow v_2' = \frac{(2 - 3) \cdot (-3) + 2 \cdot 3 \cdot (1)}{3 + 2} = 1,8 \text{ (m/s)}$$

Quả cầu I dội ngược trở lại, còn quả cầu II tiếp tục đi tới.

b) Va chạm mềm, xuyên tâm.

Vận tốc các quả cầu sau va chạm :

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot (1) + 2 \cdot (-3)}{3 + 2} = -0,6 \text{ (m/s)}$$

Sau va chạm, hai quả cầu chuyển động theo hướng ban đầu của quả cầu II. Nhiệt lượng tỏa ra trong va chạm :

$$Q = W_d - W_d' = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot (v_1 - v_2)^2 = 9,6\text{J}$$

33.2

Quả cầu có vận tốc  $v_1$  đến va chạm đàn hồi không xuyên tâm (va chạm đàn hồi xiên) với quả cầu thứ hai cùng khối lượng đang đứng yên. Chứng minh rằng sau va chạm vận tốc của hai quả cầu có hướng vuông góc nhau.

GIẢI

Hệ va chạm có sự bảo toàn động lượng và động năng :

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

Vì  $m_1 = m_2$ ,  $v_2 = 0$  ta suy ra :

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2 & (1) \\ v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow (\vec{v}_1)^2 = (\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2)^2 = (\vec{v}'_1)^2 + (\vec{v}'_2)^2 + 2 \cdot \vec{v}'_1 \cdot \vec{v}'_2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2v_1' \cdot v_2' \cdot \cos \alpha \quad (1')$$

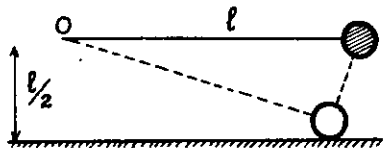
trong đó  $\alpha$  là góc hợp bởi  $\vec{v}'_1$  và  $\vec{v}'_2$

Từ (1') và (2) ta suy ra  $\cos \alpha = 0$  hay  $\alpha = 90^\circ$ .

Vậy  $\vec{v}'_1$  và  $\vec{v}'_2$  vuông góc nhau.

33.3

Quả cầu treo ở đầu sợi dây chiều dài  $l = 1,2\text{m}$ . Người ta kéo quả cầu sao cho dây nằm theo phương ngang rồi buông tay. Quả cầu rơi và va chạm đàn hồi với một mặt phẳng ngang đặt dưới điểm treo quả cầu một khoảng  $l/2$ . Hỏi sau va chạm quả cầu sẽ nảy lên đến độ cao cực đại bao nhiêu ?



H.25.1

GIẢI

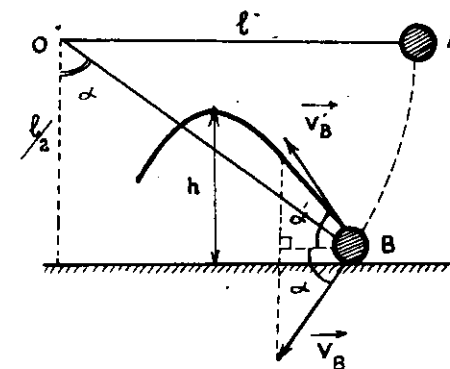
— Xét giai đoạn quả cầu chuyển động tròn ở đầu sợi dây, từ A đến B.

Ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (góc thế năng ở B) :

$$W_A = W_B$$

$$mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{gl}$$

Tại B, m va chạm đàn hồi với mặt phẳng ngang cố định, vận tốc sau va chạm  $\vec{v}'_B$  sẽ đối xứng với  $\vec{v}_B$  qua mặt phẳng ngang.



H.25.2

$$v'_B = v_B = \sqrt{gl}; \alpha' = \alpha \text{ với } \cos \alpha = \frac{\frac{l}{2}}{l} = \frac{1}{2} \text{ hay } \alpha = 60^\circ$$

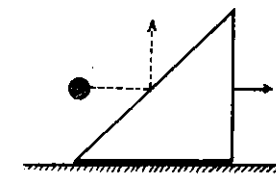
— Sau va chạm, quả cầu chuyển động như vật ném xiên, vận tốc đầu  $v_0 = v'_B = \sqrt{gl}$ , góc xiên (hợp bởi  $v_0$  với mặt phẳng ngang)  $\alpha' = \alpha = 60^\circ$ .

Độ cao cực đại mà quả cầu đạt tới sau va chạm :

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{g \cdot l \cdot (\sqrt{3/2})^2}{2g} = \frac{3l}{4}$$

33.4

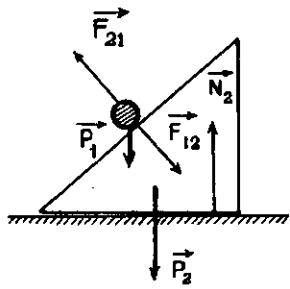
Một viên đạn khối lượng  $m_1$  bay ngang, đập vào mặt nghiêng của một chiếc nêm. Nêm có khối lượng  $m_2$  ban đầu đứng yên trên một mặt phẳng ngang nhẵn. Sau va chạm (tuyệt đối đàn hồi) đạn nảy lên theo phương thẳng đứng còn nêm chuyển động theo hướng cũ của  $m_1$  với vận tốc  $v_2$ . Tính độ cao cực đại (từ vị trí va chạm) mà viên đạn lên được.



H.25.3

GIẢI

Trong va chạm giữa  $m_1$  và  $m_2$ , ngoại lực  $\vec{P}_2 + \vec{N}_2$  không bù trừ và cũng không thể bỏ qua so với nội lực tương tác  $\vec{F}$ .



H.25.4

Nếu  $\vec{F}$  lớn, nêm sẽ nén mạnh lên mặt phẳng đỡ và  $N_2$  cũng sẽ khá lớn.

$$(N_2 > P_1 + P_2).$$

Tuy nhiên, vì  $\vec{P}$  và  $\vec{N}_2$  đều có phương thẳng đứng nên ta vẫn có thể áp dụng định luật bảo toàn cho thành phần động lượng của  $m_1, m_2$  trên phương ngang Ox.

$$m_1 v_{0x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}$$

$$\Rightarrow m_1 v_0 = 0 + m_2 v_2 \quad (1)$$

Đồng thời, do va chạm là tuyệt đối đàn hồi nên động năng của hệ sẽ bảo toàn.

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2)$$

Từ (1), ta suy ra vận tốc  $m_1$  trước va chạm  $v_0 = \frac{m_2}{m_1} \cdot v_2$ ;

Thay vào (2) ta tính được vận tốc  $v_1$  của  $m_1$  ngay sau va chạm :

$$v_1^2 = \frac{m_2(m_2 - m_1)}{m_1^2} \cdot v_2^2$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho chuyển động của  $m_1$  ngay sau va chạm và khi lên cao nhất.

$$W_1 = W'_1$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 \cdot g \cdot h$$

Vậy, độ cao cực đại mà  $m_1$  đạt được sau va chạm là :

$$h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{m_2(m_2 - m_1)}{2 \cdot m_1^2 \cdot g} \cdot v_2^2$$

Điều kiện để bài toán giải được :  $m_2 > m_1$ .

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

\* Va chạm tuyệt đối đàn hồi, xuyên tâm

- 33.5 Quả cầu I chuyển động trên mặt phẳng ngang trơn, với vận tốc không đổi đến đập vào quả cầu II đang đứng yên. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm vận tốc hai quả cầu ngược chiều, cùng độ lớn. Tính tỉ số các khối lượng của hai quả cầu.

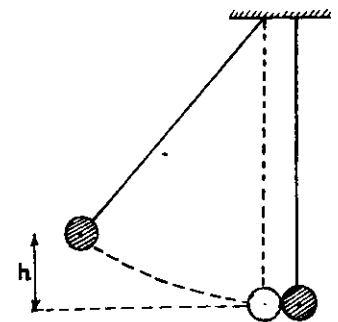
$$DS: \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$

- 33.6 Quả cầu khối lượng  $M = 1\text{kg}$  treo ở đầu một dây mảnh nhẹ chiều dài  $l = 1,5\text{m}$ . Một quả cầu  $m = 20\text{g}$  bay ngang đến đập vào  $M$  với  $v = 50\text{m/s}$ . Coi va chạm là đàn hồi xuyên tâm. Tính góc lệch cực đại của dây treo  $M$ .

$$DS: 30^\circ$$

33.7

- Hai quả cầu  $m_1 = 200\text{g}$ ,  $m_2 = 100\text{g}$  treo cạnh nhau bởi hai dây song song bằng nhau



H.25.5

như hình 25.5. Nâng quả cầu I lên độ cao  $h = 4,5\text{cm}$  rồi buông tay.

Hỏi sau va chạm, các quả cầu được nâng lên độ cao bao nhiêu, nếu va chạm là hoàn toàn đàn hồi?

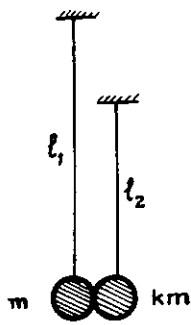
ĐS:  $0,5\text{cm}; 8\text{cm}$

**33.8** Hai quả cầu giống nhau treo cạnh nhau bằng hai dây song song bằng nhau. Kéo lệch hai quả cầu khỏi phương thẳng đứng về hai phía với cùng góc  $\alpha$  rồi thả cùng lúc. Coi va chạm giữa hai quả cầu là hoàn toàn đàn hồi.

Tính lực tác dụng lên giá treo:

- tại lúc bắt đầu thả các quả cầu.
- tại các thời điểm đầu, cuối của quá trình va chạm giữa các quả cầu.
- tại thời điểm các quả cầu bị biến dạng nhiều nhất.

ĐS: a)  $2mg\cos^2\alpha$   
 b)  $2mg(3 - 2\cos\alpha)$   
 c)  $2mg$



H. 25.6

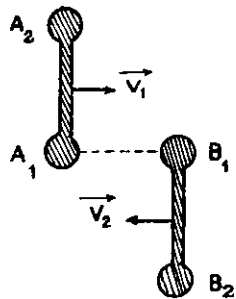
**33.9.** Hai quả cầu khối lượng  $m$  và  $km$  treo cạnh nhau trên hai dây song song chiều dài  $l_1$  và  $l_2$ . Kéo dây treo  $m$  lệch góc  $\alpha$  rồi buông tay.

Tìm góc lệch cực đại của hai dây treo sau va chạm lần I.

Coi va chạm là tuyệt đối đàn hồi và bỏ qua ma sát.

$$\text{ĐS: } \cos\alpha_1 = 1 - \frac{(1-k)^2}{(1+k)^2} (1 - \cos\alpha)$$

$$\cos\alpha_2 = 1 - \frac{4l_1}{l_2(1+k)^2} (1 - \cos\alpha)$$



H. 25.7

**33.10\*** Hai quả tạ giống nhau bay ngược chiều về phía nhau với cùng vận tốc  $v_1 = v_2 = v$ . Chúng sẽ chuyển động thế nào sau các va chạm? Coi kích thước các quả

cầu ở hai đầu tạ là nhỏ so với kích thước tạ và va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Biết  $A_1B_1$  vuông góc với tạ.

ĐS: Sau 2 va chạm, các quả tạ chuyển động theo hướng cũ, độ lớn vận tốc như cũ.

**33.11\***

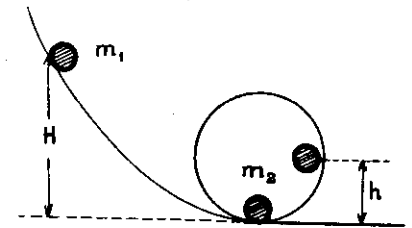
Vật khối lượng  $m_1$  được thả không vận tốc đầu và trượt xuống một vòng xiếc bán kính  $R$ .

Tại điểm thấp nhất nó va chạm đàn hồi với vật khối lượng  $m_2$  đang đứng yên.

Sau va chạm,  $m_2$  trượt theo vòng xiếc đến độ cao  $h$  thì rời khỏi chiếc vòng xiếc ( $h > R$ ).

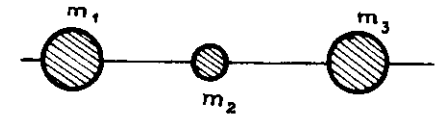
Vật  $m_1$  giạt lùi lên máng nghiêng rồi lại trượt xuống lên đến độ cao  $H$  của vòng xiếc thì cũng rời vòng xiếc.

Tính độ cao ban đầu  $H$  của  $m_1$  và tính các khối lượng. Bỏ qua ma sát.



H.25.8

$$\text{ĐS: } H = 2(3h - R); \frac{m_2}{m_1} = 3$$



H.25.9

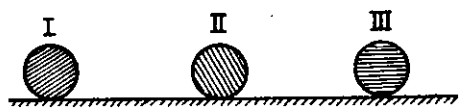
**33.12.\*** Ba vật khối lượng  $m_1, m_2, m_3$  có thể trượt không ma sát theo một

trục nằm ngang và  $m_1, m_3 \gg m_2$ . Ban đầu  $m_1, m_3$  đứng yên còn  $m_2$  có vận tốc  $v$ . Va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

Tìm vận tốc cực đại của  $m_1, m_3$  sau đó.

$$\text{ĐS: } v_1 = v \sqrt{\frac{m_2 m_3}{m_1 m_3 + m_1^2}}; v_3 = v \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 m_3 + m_3^2}}$$

**33.13.\*** Ba quả cầu khối lượng  $m_1, m_2, m_3$  đặt thẳng hàng trên sàn trơn. Quả cầu I chuyển động đến quả cầu II với vận tốc nào đó còn quả cầu II và III đang đứng yên. Tính  $m_2$  theo  $m_1,$

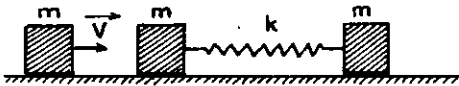


H.25.10

$m_3$  để sau va chạm (tuyệt đối đàn hồi), quả cầu III có vận tốc lớn nhất.

DS :  $m_2 = \sqrt{m_1 m_3}$

33.14\* Cho hệ như hình 25.11. Hai vật cùng khối lượng  $m$  đặt trên sàn nhẵn và nối bằng lò xo độ cứng  $k$ . Vật thứ ba cùng khối lượng  $m$  đến đập vào một trong hai vật với vận tốc  $v$  theo phương dọc theo lò xo. Coi va chạm là tuyệt đối đàn hồi.



H.25.11

a) Chứng minh rằng hai vật nối

bằng lò xo luôn chuyển động cùng hướng.

b) Tính vận tốc mỗi vật khi lò xo giãn tối đa.

DS : b)  $v'_1 = v'_2 = \frac{v}{2}$

\* Va chạm tuyệt đối không đàn hồi, xuyên tâm.

33.15 Một viên đạn khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$  bay với vận tốc  $v_1 = 100\text{m/s}$  đến cắm vào một toa xe chở cát có khối lượng  $m_2 = 1000\text{kg}$  đang chuyển động với vận tốc  $v_2 = 10\text{m/s}$ .

Tính nhiệt tỏa ra trong hai trường hợp :

- a) Xe và đạn chuyển động cùng chiều.
- b) Xe và đạn chuyển động ngược chiều.

DS : a) 4046J  
b) 6044J

33.16 Búa máy khối lượng  $m_1 = 1000\text{kg}$  rơi từ độ cao 3,2m vào một cái cọc khối lượng  $m_2$ , va chạm là mềm. Tính :

- vận tốc của búa và cọc sau va chạm.
- tỉ số (phần trăm) giữa nhiệt tỏa ra và động năng của búa trước va chạm.

Xét hai trường hợp :

- a)  $m_2 = 100\text{kg}$
- b)  $m_2 = 5000\text{kg}$ .

DS : a) 7,3m/s ; 9%  
b) 1,3m/s ; 83%

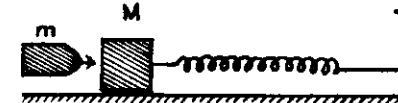
33.17 Hai quả cầu nhỏ giống nhau được nối với nhau bằng một dây ngắn thẳng đứng. Quả cầu ở trên được truyền vận tốc  $v$  hướng lên. Hệ sẽ đạt độ cao cực đại bao nhiêu ? Biết tương tác của hai quả cầu khi dây bị căng ra giống như một va chạm mềm.

DS :  $h = \frac{v^2}{8g}$

~~33.18~~

Khối gỗ  $M = 4\text{kg}$  nằm trên mặt phẳng ngang trơn, nối với tường bằng lò xo  $k = 1\text{N/cm}$ .

Viên đạn  $m = 10\text{g}$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_0$  song song với lò xo đến đập vào khối gỗ và dính trong gỗ.



H.25.12

Tim  $v_0$ . Biết sau va chạm, lò xo bị nén một đoạn tối đa là  $\Delta l = 30\text{cm}$ .

DS :  $v_0 = \frac{\Delta l}{m} \sqrt{k(m+M)} = 600\text{m/s}$

33.19 Đĩa cân của một cân lò xo có khối lượng  $m_1 = 120\text{g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 20\text{N/m}$ . Vật khối lượng  $m = 60\text{g}$  rơi xuống đĩa từ độ cao  $h = 8\text{cm}$  (so với đĩa) không vận tốc đầu.

Coi va chạm là hoàn toàn không đàn hồi. Hỏi vật dời xa nhất đến đâu so với vị trí ban đầu ? Bỏ qua sức cản của không khí.

DS : 16cm



**33.20** Vật nặng của búa máy có trọng lượng  $P_1 = 900\text{N}$  được dùng để đóng một chiếc cọc  $P_2 = 300\text{N}$  vào đất. Mỗi lần đóng cọc lún sâu  $h = 5\text{cm}$ .

a) Búa rơi từ độ cao  $H = 2\text{m}$  xuống đầu cọc và lực cản của không khí vào búa khi rơi  $F = 0,1P_1$ .

Coi va chạm là tuyệt đối không đàn hồi.

Tìm lực cản của đất.

b) Tính phần năng lượng của búa bị tiêu hao để làm nóng và biến dạng trong va chạm giữa búa, cọc.

c) Tính phần năng lượng tiêu hao để thắng lực cản của đất.

ĐS: a) 25500N

b) 405J

c) 1275J

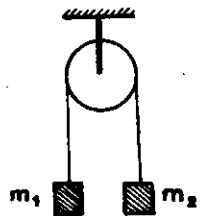
**33.21** Hòn bi thép khối lượng  $M$  và hòn bi sáp khối lượng  $m$  treo cạnh nhau ở đầu hai sợi dây song song bằng nhau.

Kéo dây treo  $M$  lệch góc  $\alpha$  rồi buông tay, sau va chạm (tuyệt đối không đàn hồi), góc lệch cực đại của hai dây treo là  $\beta$ .

Tìm khối lượng hòn bi sáp và độ tiêu hao cơ năng của hệ. Bỏ qua sức cản của không khí.

$$\text{ĐS: } m = M \cdot \frac{\sin \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\beta}{2}}{\sin \frac{\beta}{2}}; |\Delta W| = 2gl \left[ M \sin \frac{2\alpha}{2} - (m + M) \sin \frac{2\beta}{2} \right]$$

**33.22** Cho hệ như hình 25.13,  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$ ,  $v_0 = 0$ , ban đầu  $m_1, m_2$  cách mặt đất  $1\text{m}$ . Coi va chạm giữa  $m_2$  với đất và tương tác giữa  $m_1$  và  $m_2$  khi dây bắt đầu căng là va chạm mềm.



H. 25.13

a) Trong quá trình chuyển động,  $m_1$  có thể đi xuống cách mặt đất một khoảng thấp nhất là bao nhiêu?

b) Khi  $m_1$  ở vị trí thấp nhất trong câu a, tính lượng cơ năng đã biến

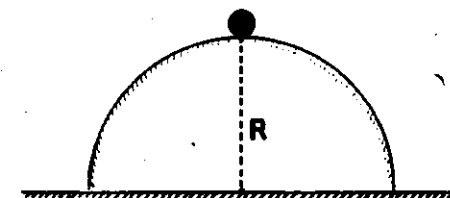
thành nội năng của  $m_1, m_2$ , mặt đất.

ĐS: a) 1,84m

b) 8,4J

\* Va chạm với một mặt phẳng cố định

**33.23** Vật nhỏ trượt không ma sát với  $v_0 = 0$  từ đỉnh bán cầu bán kính  $R$  đặt cố định trên sàn ngang. Đến một nơi nào đó trên bán cầu, vật rời bán cầu, rơi xuống sàn và nảy lên.



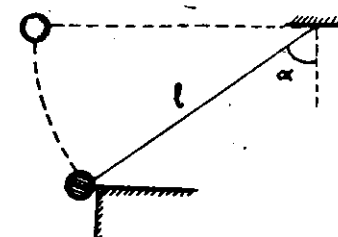
H. 25.14

Biết va chạm của vật và sàn là hoàn toàn đàn hồi. Tìm độ cao  $H$  mà vật đạt tới sau va chạm.

ĐS:  $\frac{23R}{27}$

**33.24**

Hòn bi sắt treo vào dây chiều dài  $l = 1,2\text{m}$  được kéo cho dây nằm ngang rồi thả rơi. Khi dây hợp góc  $\alpha = 30^\circ$  với đường thẳng đứng, bi va chạm đàn hồi với bề mặt thẳng đứng của một tấm sắt lớn cố định. Hòn bi sẽ nảy lên đến độ cao bao nhiêu?



H. 25.15

$$\text{ĐS: } h = l \cos \alpha \cdot \cos^2 2\alpha = \frac{l\sqrt{3}}{8}$$

**33.25.\*** Thang máy lên cao với gia tốc  $\vec{a}$ , vận tốc đầu  $v_0 = 0$ . Từ độ cao  $H$  so với sàn, ngay khi thang máy bắt đầu chuyển động, người ta thả một quả cầu. Sau  $t$  giây, gia tốc thang máy đổi chiều và triệt tiêu sau  $t$

giày nữa, sau đó quả cầu va chạm với sàn thang máy.  
 Tìm độ cao  $h$  (so với sàn thang máy) mà quả cầu đạt tới sau va chạm.

$$DS: h = H - at^2$$

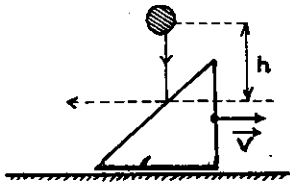
- 33.26.\*** Một hòn bi được thả rơi với  $v_0 = 0$  từ độ cao  $h_0 = 5\text{m}$ . Khi chạm đất bi mất  $1/2$  động năng và nảy lên thẳng đứng.  
 a) Tính độ cao bi nảy lên sau va chạm thứ 1, 2, ...,  $n$ .  
 b) Tính đoạn đường tổng cộng bi vạch được cho đến lúc dừng.

$$DS: a) \frac{h_0}{2^n}$$

$$b) 3h_0$$

\* Va chạm khi ngoại lực chỉ triệt tiêu trên một phương nào đó.

- 33.27** Quả cầu khối lượng  $m$  rơi từ độ cao  $h$  xuống, đập vào mặt nghiêng của một cái nêm khối lượng  $M$  đứng yên trên sàn nhẵn. Sau va chạm (tuyệt đối đàn hồi) đạn nảy ra theo phương ngang còn nêm chuyển động với vận tốc  $v$ .



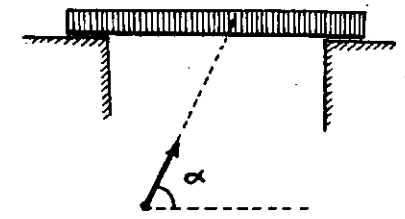
H.25.16

$$DS: v = m \sqrt{\frac{2gh}{M(m+M)}}$$

\* Va chạm xuyên tâm, đàn hồi một phần

- 33.28** Viên đạn khối lượng  $m$  bay theo phương ngang với vận tốc  $v_1$  và đâm xuyên qua một quả cầu khối lượng  $M$  đặt trên sàn nhẵn.  
 Sau khi xuyên qua  $M$ ,  $m$  chuyển động theo chiều cũ với vận tốc  $v_2$ . Tìm nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình trên.

$$DS: Q = \frac{1}{2}(v_2 - v_1) \left[ \frac{m^2(v_2 - v_1)}{M} + m(v_2 + v_1) \right]$$



H. 25.17

- 33.29** Đạn khối lượng  $m_1 = 9\text{g}$  bay với vận tốc  $v_0 = 160\text{m/s}$  theo hướng hợp với phương ngang góc  $\alpha = 30^\circ$ , xuyên qua giữa một bệ ván  $m_2 = 0,3\text{kg}$ ; sau đó đạn lên đến độ cao cực đại  $H = 45\text{m}$  tính từ vị trí ban đầu của bệ ván.  
 Hỏi tấm ván sẽ được nâng lên đến độ cao nào?  
 Bỏ qua lực cản của không khí, coi lực tương tác giữa đạn và bệ ván là rất lớn.

$$DS: h \approx 0,11\text{m}$$

- 33.30** Bàn khối lượng  $M$  treo ở đầu một dây dài. Đạn khối lượng  $m$  bay theo phương ngang đến đập vuông góc vào mặt bàn. Nếu đạn có vận tốc  $v_0$ , nó dừng lại ở mặt sau của bàn.  
 Tìm vận tốc bàn sau khi đạn có vận tốc  $v_1$  và bay xuyên qua bàn ( $v_1 > v_0$ ).  
 Coi ma sát giữa đạn và bàn không phụ thuộc vận tốc đạn.

$$DS: \frac{m}{m+M} \left( v_1 - \sqrt{v_1^2 - v_0^2} \right)$$

- 33.31** Hai quả cầu nhỏ A, B có khối lượng lần lượt là  $m_1 = 100\text{g}$ ,  $m_2 = 200\text{g}$  treo sát nhau bởi hai dây song song có cùng chiều dài  $l = 1\text{m}$ .  
 Kéo A lên đến vị trí dây treo nghiêng góc  $\alpha = 60^\circ$  với phương thẳng đứng rồi buông tay.  
 a) Tính vận tốc B sau va chạm và độ cao B đạt tới.  
 Biết sau va chạm (xuyên tâm), A dừng lại.  
 b) Va chạm trên có là hoàn toàn đàn hồi không? Tại sao?  
 Tính vận tốc A, B sau va chạm nếu va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

$$DS: a) \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ m/s} ; 0,125\text{m}$$

$$b) -\frac{\sqrt{10}}{3} \text{ m/s} ; \frac{2\sqrt{10}}{3} \text{ m/s}$$

**33.32.\*** Hai quả cầu khối lượng  $M$  và  $m$  treo cạnh nhau bằng các dây song song dài bằng nhau.

Kéo  $M$  để dây treo lệch góc  $\alpha$  rồi thả ra. Sau va chạm,  $M$  dừng lại còn  $m$  đi lên, dây treo lệch góc tối đa là  $\beta$ .

Hỏi sau va chạm lần II, dây treo  $M$  sẽ lệch góc cực đại bao nhiêu? Biết trong mỗi lần va chạm, có cùng một tỉ lệ thế năng biến dạng cực đại của các quả cầu chuyển thành nhiệt.

$$DS: \alpha = \beta.$$

\* Va chạm tuyệt đối đàn hồi, không xuyên tâm

**33.33.\*** Hạt khối lượng  $M$  va chạm đàn hồi (có thể không xuyên tâm) vào một hạt đứng yên khối lượng  $m$ .

a) Chứng minh rằng trong hệ khối tâm độ lớn vận tốc mỗi hạt không đổi vì va chạm.

b) Giả sử  $M > m$ , tìm góc lệch cực đại của  $M$  trong hệ phòng thí nghiệm.

$$DS: b) \alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{m}{M}\right)$$

\* Va chạm tuyệt đối không đàn hồi, không xuyên tâm

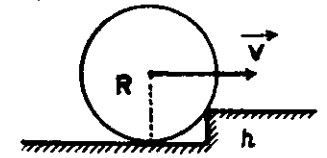
**33.34.\*** Quả cầu khối lượng  $m_1$  chuyển động với vận tốc  $v$ , gặp quả cầu đứng yên khối lượng  $m_2$  sao cho khi va chạm vận tốc  $v_1$  hợp với đường nối hai tâm một góc  $\alpha$ . Tính vận tốc quả cầu  $m_1$  sau va chạm, biết va chạm tuyệt đối không đàn hồi.

$$DS: v'_1 = v_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \cos^2 \alpha}$$

**33.35.\*** Vòng bán kính  $R$  lăn với vận tốc  $v$  trên mặt phẳng ngang đến va chạm hoàn toàn không đàn hồi với một cái bệ có độ cao  $h > R$ .

Hỏi ngay sau khi nhảy lên bệ, vòng có vận tốc bao nhiêu?

Tính  $v$  cực tiểu để vòng có thể nhảy lên khỏi bệ.



H.25.18

$$DS: v \geq \frac{\sqrt{2gh}}{1 - \frac{h}{R}}$$

## § 26. CHUYỂN ĐỘNG ỔN ĐỊNH CỦA CHẤT LỎNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Phương trình liên tục

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

\*  $v_1, S_1$ : vận tốc chảy và diện tích tiết diện ống ở vị trí thứ nhất,

\*  $v_2, S_2$ : vận tốc chảy và diện tích tiết diện ống ở vị trí thứ hai.

## II. Định luật Becnuli (Bernoulli)

### 1. Trường hợp tổng quát :

$$\rho gh_2 + p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho gh_1 + p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

Hay :

$$\rho gh + p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const}$$

\*  $p$  : áp suất tĩnh,

\*  $\frac{1}{2}\rho v^2$  : áp suất động,

\*  $\rho gh$  : áp suất trọng lực.

### 2. Trường hợp đặc biệt :

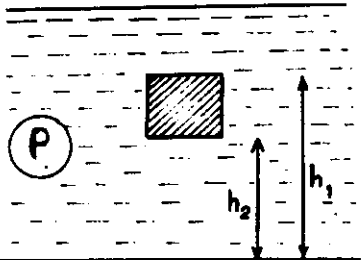
• Ống nằm ngang :

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const}$$

• Chất lỏng yên tĩnh :

$$p_2 = p_1 + \rho g(h_1 - h_2)$$

## III. Định luật Acsimet (Archimède)



H.26.1

$$f_A = (p_2 - p_1)S = \rho gS(h_1 - h_2) = \rho Vg$$

\*  $h_1, p_1$  : độ cao từ đáy và áp suất ngang mặt trên của vật chìm,

\*  $h_2, p_2$  : độ cao từ đáy và áp suất ngang mặt dưới của vật chìm,

\*  $S$  : tiết diện ngang của vật,

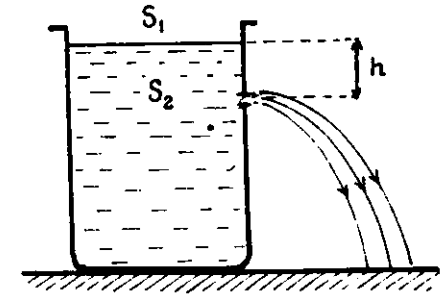
\*  $V$  : thể tích của vật.

## IV. Công thức Torixenli (Torricelli)

$$v = \sqrt{2gh} \quad (S_2 \ll S_1)$$

\*  $v$  : vận tốc phun của chất lỏng qua lỗ nhỏ.

\*  $h$  : khoảng cách giữa mặt thoáng và lỗ.



H.26.2

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 34

Tính toán các đại lượng liên quan đến chất lỏng.

— Chất lỏng chuyển động :

Áp dụng : • Phương trình liên tục

• Công thức của định luật Becnuli

• Công thức Torixenli.

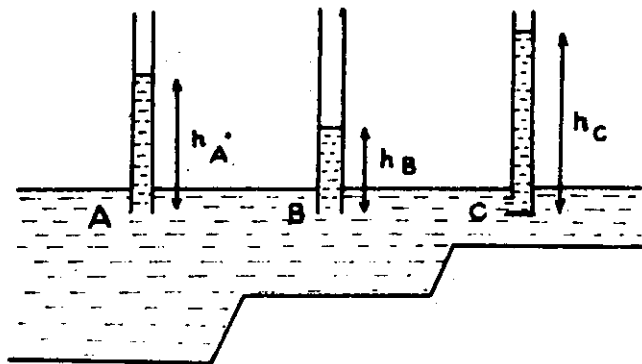
— Chất lỏng yên tĩnh :

Áp dụng : • Công thức về áp suất thủy tĩnh

• Công thức của định luật Ac-si-met

## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

34.1 Một ống hình trụ nằm ngang có cấu tạo như trong hình 26.3.



H.26.3

được  $h_B = 3\text{cm}$ ;  $h_C = 8\text{cm}$ . Tìm vận tốc nước chảy ở B.

b) Đặt tại A một ống áp kế. Người ta đo được  $h_A = 6,75\text{cm}$ .

Cho  $S_A = 20\text{cm}^2$ ;  $S_B = 10\text{cm}^2$ .

Tính lại vận tốc của nước ở B.

*Chú ý:* Trong cả bài, coi đường kính tiết diện các ống là nhỏ so với

$h_A, h_B, h_C$ .

Trong ống có nước chảy từ A đến C. Các tiết diện  $S_A, S_B, S_C$  của ống ở A, B, C đều khác nhau.

a) Đặt tại B một ống áp kế, tại C một ống Pitô (Pitot). Người ta đo

GIẢI

a) Vận tốc chảy  $v_B$  theo cách đo thứ nhất :

Gọi áp suất khí quyển là  $p_0$ .

Xét hai điểm ở đầu và cuối cột chất lỏng trong ống B, vận tốc của chúng bằng 0, ta có liên hệ :

$$p_B = p_0 + \rho gh_B \quad (1)$$

Xét hai điểm ở đầu và cuối cột chất lỏng trong ống C, ta cũng có :

$$p_C = p_0 + \rho gh_C \quad (2)$$

Xét các điểm trong dòng chất lỏng chuyển động trong ống, tại C vận tốc chất lỏng  $v_C = 0$ , tại B vận tốc chất lỏng là  $v_B$ , ta có liên hệ :

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_C \quad (3)$$

Thay (1), (2) vào (3), ta có :

$$p_0 + \rho gh_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_0 + \rho gh_C$$

$$\text{Suy ra : } v_B = \sqrt{2g(h_C - h_B)} = 1 \text{ m/s}$$

b) Vận tốc chảy  $v_B$  theo cách đo thứ hai :

Xét hai điểm ở đầu và cuối cột chất lỏng trong ống A, ta có liên hệ :

$$p_A = p_0 + \rho gh_A \quad (4)$$

Xét hai điểm A, B trong dòng chất lỏng chuyển động trong ống, ta có liên hệ :

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 \quad (5)$$

Đồng thời, theo phương trình liên tục :

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{S_B}{S_A} \Rightarrow v_A = \frac{S_B}{S_A} \cdot v_B \quad (6)$$

Thay (1), (5), (6) vào (4), ta có :

$$p_0 + \rho gh_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_0 + \rho gh_A + \frac{1}{2}\rho \cdot \frac{S_B^2}{S_A^2} \cdot v_B^2$$

Suy ra :

$$\left(1 - \frac{S_B^2}{S_A^2}\right) v_B^2 = 2g(h_A - h_B)$$

$$v_B = S_A \cdot \sqrt{\frac{2g(h_A - h_B)}{S_A^2 - S_B^2}} = 1 \text{ m/s}$$

**34.2** Một thanh đồng chất AB, đầu A được giữ bằng một bản lề, đầu B được thả vào trong dầu hỏa. Ở trạng thái cân bằng, một nửa thanh chìm trong dầu, đầu B không chạm đáy mà lơ lửng trong dầu. Biết khối lượng riêng của dầu hỏa là  $\rho_0 = 800\text{kg/m}^3$  Tính khối lượng riêng  $\rho$  của thanh AB.

H.26.4

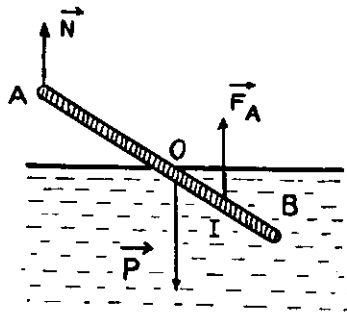
GIẢI

Lực tác dụng lên thanh khi thanh cân bằng gồm có :

- Trọng lực  $\vec{P}$  của thanh đặt tại trọng tâm O (trung điểm AB).

$$P = mg = \rho Vg \quad (V \text{ là thể tích của thanh}).$$

- Lực đẩy Acsimet  $\vec{F}_A$  của dầu, đặt tại điểm giữa của phần thanh chìm trong dầu (điểm I, trung điểm OB), có độ lớn bằng trọng lượng dầu bị thanh chiếm chỗ :



H. 26.5

$$F_A = m_0 g = \rho_0 \cdot \frac{V}{2} g$$

- Lực đàn hồi  $\vec{N}$  của bản lề.

Ta áp dụng quy tắc momen đối với trục A :

$$M_{\vec{P}} = M_{\vec{F}_A}$$

$$P \cdot AO = F_A \cdot AI$$

$$\rho Vg \cdot \frac{AB}{2} = \rho_0 \frac{V}{2} \cdot \frac{3 \cdot AB}{4}$$

$$\text{Suy ra : } \rho = \frac{3}{4} \rho_0 = 600\text{kg/m}^3$$

**34.3** Bình đựng nước hình trụ đặt trên mặt bàn nằm ngang và được đục một số lỗ nhỏ trên một đường thẳng đứng trên thành bình. Chiều cao cột nước trong bình là H. a) Chứng minh rằng vận tốc các tia nước khi rơi chạm mặt bàn đều có cùng độ lớn. b) Chứng minh rằng muốn hai tia nước từ hai lỗ khác nhau có độ cao  $h_1$  và  $h_2$  rơi chạm bàn ở cùng một điểm thì  $h_1 + h_2 = H$  c) Tìm h để tia nước đi xa nhất.

H.26.6

GIẢI

- a) Vận tốc các tia nước

Gọi độ cao của một lỗ thủng trên thành bình là h. Theo công thức Torixenli, vận tốc của tia nước khi vừa mới phun ra khỏi lỗ là :

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h)}$$

Xét chuyển động của một giọt nước khi vừa bắn ra khỏi lỗ cho đến lúc chạm bàn. Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có :

$$W_0 = W$$

$$mgh + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m \cdot 2g(H - h) = \frac{1}{2} m v^2$$

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2$$

Vận tốc của nước khi vừa chạm bàn :

$$v = \sqrt{2gH}$$

Giá trị này không phụ thuộc h, nghĩa là mọi tia nước khi rơi chạm bàn đều có cùng một độ lớn vận tốc.

b) Hệ thức liên lạc giữa các độ cao

Chuyển động của giọt nước sau khi rời thành bình tương đương với chuyển động của một vật ném ngang và được phân tích ra hai thành phần chuyển động : chuyển động thẳng đều theo phương ngang với vận tốc  $v_0 = \sqrt{2g(H-h)}$  và chuyển động rơi tự do theo phương thẳng đứng.

Gọi thời gian chuyển động của giọt nước là t.

$$\text{Ta có : } h = \frac{1}{2}gt^2 = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \frac{2h}{g} = 2\sqrt{h(H-h)}$$

Tầm xa mà giọt nước đi được trên mặt bàn (theo phương ngang).

$$s = v_0 \cdot t = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \frac{2h}{g} = 2\sqrt{h(H-h)}$$

Xét hai tia nước phun ra từ hai lỗ có độ cao  $h_1, h_2$ .

Ta có :

$$s_1 = 2\sqrt{h_1(H-h_1)}$$

$$s_2 = 2\sqrt{h_2(H-h_2)}$$

Để cho  $s_1 = s_2$ , phải có :

$$h_1(H-h_1) = h_2(H-h_2)$$

$$\Rightarrow h_2^2 - h_1^2 = (h_2 - h_1)H$$

$$\Rightarrow (h_2 - h_1)(h_2 + h_1) = (h_2 - h_1)H$$

$$\text{Vì } h_1 \neq h_2 \Rightarrow \boxed{h_1 + h_2 = H}$$

c) Điều kiện về h.

Tầm xa của tia nước là :

$$s = 2\sqrt{h(H-h)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi (Cauchy) cho h và (H-h), ta có :

$$s = 2\sqrt{h(H-h)} \leq h + (H-h) = H.$$

Vậy :

$$s_{\max} = H \Leftrightarrow h = H-h$$

hay :

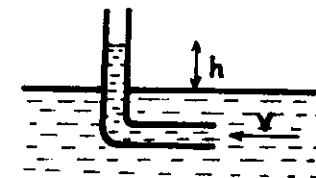
$$\boxed{h = \frac{H}{2}}$$

## ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• Chuyển động của chất lỏng - Phương trình Bernoulli (Bernoulli)

34.4 Một ống Pitô đặt trong một dòng nước chảy với vận tốc v như hình vẽ. Biết  $h = 20\text{cm}$ , miệng ống Pitô đặt gần sát mặt nước. Tính v.

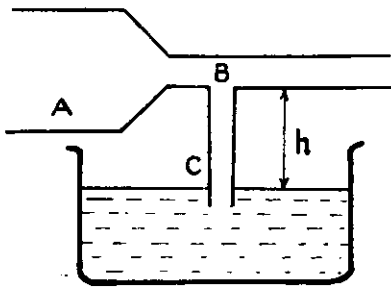
$$\text{ĐS: } v = \sqrt{2gh} = 2\text{m/s}$$



34.5 Một ống tiêm có đường kính  $d_1 = 1\text{cm}$  lắp với kim tiêm có đường kính  $d_2 = 1\text{mm}$ . Ấn vào pittông với lực  $F = 10\text{N}$  thì nước trong ống tiêm phụt ra với vận tốc là bao nhiêu ? Bỏ qua ma sát và trọng lực.

H.26.7

$$\text{ĐS: } v = 16\text{m/s}$$

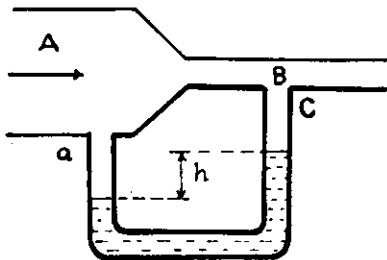


H.26.8

34.6 Sơ đồ cấu tạo của một máy phun được vẽ như hình 26.8. Biết tiết diện tại A, B là  $S_A, S_B$ , vận tốc và áp suất khí tại A là  $v_A, P_A$  khối lượng riêng của chất lỏng trong chậu là  $\rho$  và của luồng khí là  $\rho'$ ; áp suất khí quyển trên mặt thoáng trong chậu là  $p_0$ . Tìm giá trị cực đại của h để máy có thể hoạt động được.

$$DS: h = \left[ p_0 - p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 \left( \frac{S_A^2 - S_B^2}{S_B^2} \right) \right] / \rho g$$

34.7 Không khí chuyển động qua ống AB với lưu lượng  $Q = 10$  lít/phút, diện tích tiết diện ống  $S_A = 2\text{cm}^2, S_B = 0,5\text{cm}^2$ , khối lượng riêng của không khí là  $\rho = 1,32\text{kg/m}^3$ , của nước trong ống ac là  $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ . Tính độ chênh lệch h của hai mực nước.



H. 26.9

$$DS: h = 0,69\text{mm}$$

34.8 Một ống dẫn nước có đoạn cong  $90^\circ$ . Tính lực tác dụng của thành ống lên nước tại chỗ uốn cong nếu tiết diện ống là đều và có diện tích  $S = 4\text{cm}^2$ , lưu lượng nước  $Q = 24$  lít/phút.

$$DS: F \approx 0,57\text{N}$$

34.9 Trong một bình chứa hai chất lỏng không trộn lẫn vào nhau có khối lượng riêng  $\rho_1$  và  $\rho_2$ , chiều dày tương ứng là  $h_1, h_2$ . Từ bề mặt chất lỏng trong bình người ta thả rơi một vật nhỏ, nó chạm đáy bình đúng lúc vận tốc bằng 0. Tính khối lượng riêng của vật. Bỏ qua lực cản của môi trường.

$$DS: \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}$$

• Định luật Acsimet

34.10 Bình hình trụ diện tích đáy  $S = 10\text{cm}^2$  chứa nước có khối lượng riêng  $\rho = 1\text{g/cm}^3$ . Thả vào bình vật khối lượng  $m = 50\text{g}$ . Vật có hình dáng bất kì, không đồng nhất, bên trong rỗng và không chìm cũng như không làm nước tràn khỏi bình.

Hỏi mức chất lỏng trong bình sẽ tăng thêm bao nhiêu ?

$$DS: \Delta h = 5\text{cm}$$

34.11 Một chiếc thuyền sắt đang nổi trên một bể nước. Hỏi mực nước trong bể sẽ thay đổi thế nào nếu :

- Ném từ thuyền lên bờ một hòn đá ?
- Thả từ thuyền xuống nước một hòn đá ?
- Thả khỏi thuyền một khúc gỗ cho nổi trên mặt nước ?
- Mức nước đổ vào thuyền nhưng thuyền vẫn còn nổi ?
- Thuyền bị chìm xuống đáy bể.

34.12 Một chiếc bè cấu tạo từ  $n = 20$  thân gỗ tròn giống nhau, thể tích mỗi thân gỗ là  $0,3\text{m}^3$ , khối lượng riêng  $700\text{kg/m}^3$ . Hỏi bè có thể chở một vật nặng khối lượng tối đa bao nhiêu ?

Khối lượng riêng của nước là  $1000\text{kg/m}^3$ .

$$DS: 1800\text{kg}$$



- 34.13 Để sửa chữa một thuyền đáy bằng, người ta trám ở ngoài đáy thuyền một lớp chất nhựa chiều dày  $d = 3\text{cm}$ . Sau đó độ cao của phần thuyền nổi trên mặt nước giảm đi một khoảng  $h = 1,8\text{cm}$ . Tính khối lượng riêng của nhựa.

$$DS: 1600\text{kg/m}^3$$

- 34.14 Quả cầu gỗ nằm trong một bình nước, một nửa quả cầu ngập nước và chạm vào đáy bình. Tìm lực do quả cầu nén lên đáy bình nếu trọng lượng quả cầu trong không khí là  $6\text{N}$ , khối lượng riêng của gỗ là  $800\text{kg/m}^3$ , của nước là  $1000\text{kg/m}^3$ .

$$DS: F = 2,25\text{N}$$

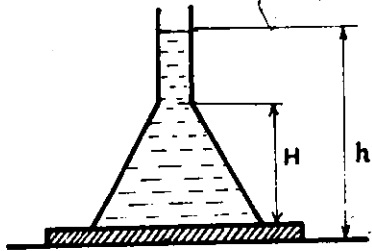
- 34.15 Hai quả cầu khối lượng  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 1,6\text{kg}$  cùng bán kính, nối với nhau bằng một sợi dây thẳng đứng và hạ xuống đều trong một chất lỏng. Tính lực căng của dây nối. Bỏ qua lực cản của chất lỏng.

$$DS: 2\text{N}$$

- 34.16 Vật khối lượng  $M = 2\text{kg}$  thể tích  $V = 10^{-3}\text{m}^3$  chìm trong hồ nước, ở độ sâu  $h_0 = 5\text{m}$ . Hỏi phải thực hiện một công bao nhiêu để nâng nó lên độ cao  $H = 5\text{m}$  trên mặt nước?

$$DS: 150\text{J}$$

- 34.17.\* Một cái phễu hình nón úp ngược lên một mặt sàn nằm ngang, phía trên có một tấm cao su mỏng ép sát miệng phễu. Cống phễu là một ống hình trụ có tiết diện rất nhỏ để rót nước vào phễu. Nước sẽ chảy ra từ miệng dưới của phễu khi mực nước ở cống phễu cách mặt sàn một độ cao  $h$ . Tìm khối lượng  $m$  của phễu. Biết diện tích miệng phễu là  $S$ , chiều cao thân phễu là  $H$  và thể

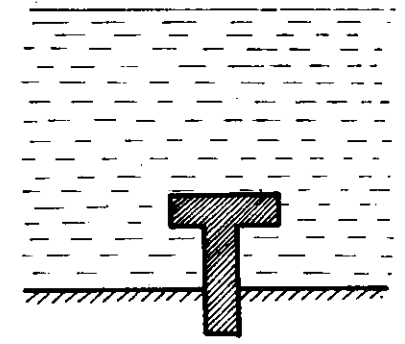


H.26.10

tích hình nón là:  $V = \frac{1}{3}SH$

$$DS: \rho S(h - \frac{H}{3})$$

- 34.18.\* Một cái đế được đóng vào đất dưới đáy hồ nước có chiều sâu  $3\text{m}$ , như hình 26.11. Diện tích phần chân đế đóng vào đất  $S = 1\text{m}^2$ , thể tích phần đế đặt trong nước  $V = 4\text{m}^3$ , khối lượng riêng của nước  $\rho = 1\text{g/cm}^3$ , áp suất khí quyển  $p_0 = 105\text{N/m}^2$ . Tìm lực do nước tác dụng lên đế.



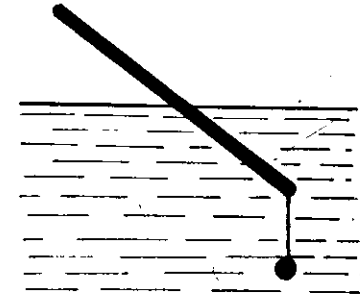
H.26.11

$$DS: 90.000\text{N}$$

- 34.19.\* Quả cầu thép nổi trên mặt một chậu thủy ngân. Nếu đổ nước lên bề mặt thủy ngân đến khi vừa ngập quả cầu thì thể tích phần quả cầu ngập trong thủy ngân giảm đi bao nhiêu so với thể tích quả cầu? Cho khối lượng riêng của thép  $\rho = 7880\text{kg/m}^3$ , của thủy ngân  $\rho_1 = 13.600\text{kg/m}^3$ , của nước  $\rho_2 = 1000\text{kg/m}^3$ .

$$DS: 3,3\%$$

- 34.20.\* Một thanh không đồng chất, chiều dài  $l$ , tiết diện  $S$ , khối lượng  $m$  và được buộc một vật nặng ở một đầu thanh. Thanh được thả vào một hồ nước và nằm nghiêng cân bằng như hình 26.12. Phần nhô khỏi mặt nước chiếm  $1/n$  chiều dài thanh. Tìm trọng tâm của thanh và tính  $1/n$ . Biết lực căng của dây buộc vật nặng là  $T$ . Tìm các điều kiện để bài toán có nghiệm.



H.26.12

• Công thức Torixenli (Torricelli)

34.21 Ở đáy một bình hình trụ đường kính  $D$  có một lỗ tròn nhỏ đường kính  $d$  ( $d \ll D$ ).

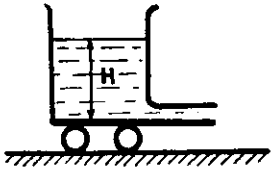
Tìm sự phụ thuộc của vận tốc hạ thấp của mực nước trong bình vào chiều cao  $H$  của mực nước.

$$DS: \frac{d^2 \sqrt{2gh}}{D^2}$$

34.22 Trong một giây người ta rót được 0,2 lít nước vào bình. Hỏi ở đáy bình phải có một lỗ đường kính bao nhiêu để mực nước trong bình không đổi và có độ cao  $H = 1\text{m}$ .

$$DS: 0,75\text{cm}$$

34.23 Bình nhẹ chứa nước, có một lỗ nhỏ ở sát đáy, có thể chuyển động không ma sát trên sàn ngang. Diện tích tiết diện của bình là  $S_1$ , của lỗ là  $S_2$ . Tính gia tốc tức thời của bình khi bình bắt đầu chuyển động.



$$DS: \frac{2S_2 g}{S_1}$$

H.26.13

34.24 Giữa đáy một thùng nước hình trụ có một lỗ thùng nhỏ. Mực nước trong thùng cách đáy  $H = 30\text{cm}$ . Hỏi nước chảy qua lỗ với vận tốc bao nhiêu nếu :

- a) Thùng nước đứng yên ?
- b) Thùng nước nâng lên đều ?
- c) Thùng chuyển động nhanh dần đều đi lên với gia tốc  $1,2\text{m/s}^2$  ?
- d) Thùng chuyển động ngang với gia tốc  $1,2\text{m/s}^2$  ?

- DS: a) 0,24m/s  
 b) 0,24m/s  
 c) 2,57m/s  
 d) 0,24m/s

PHẦN THỨ NĂM

**NHIỆT HỌC**

**§ 27. CÁC ĐỊNH LUẬT VỀ KHÍ LÍ TƯƠNG**

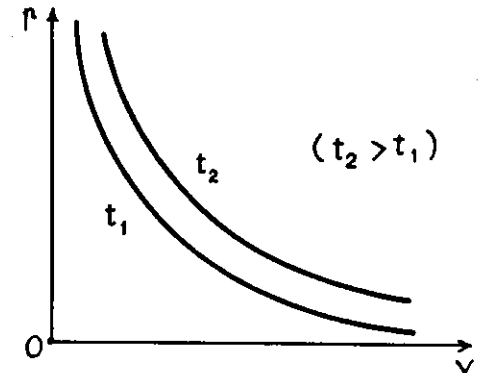
**A. TÓM TẮT GIÁO KHOA**

**I. Định luật Bôi – Mariôt (Boyle–Mariotte)**

1. Công thức :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} \Leftrightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2 \Leftrightarrow pV = \text{const}$$

2. Đồ thị (đường đẳng nhiệt)



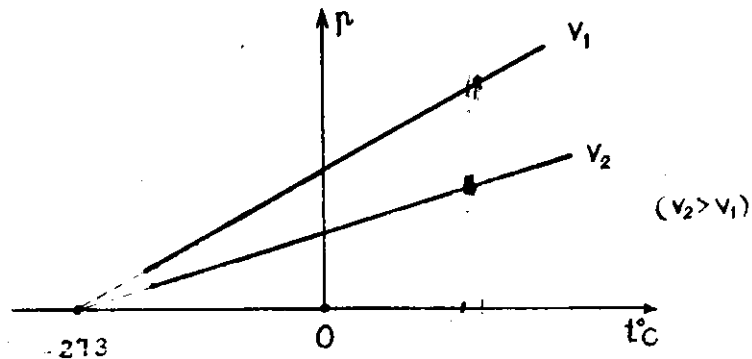
H.27.1

## II. Định luật Saclơ (Charles)

### 1. Công thức

$$\gamma = \frac{p - p_0}{p_0 t} = \frac{1}{273} \Leftrightarrow p = p_0(1 + \gamma t)$$

### 2. Đồ thị (đường đẳng tích)



H.27.2

### 3. Nhiệt giai tuyệt đối

— Định nghĩa nhiệt độ tuyệt đối

$$T(K) = t(^{\circ}C) + 273$$

— Định luật Saclơ :

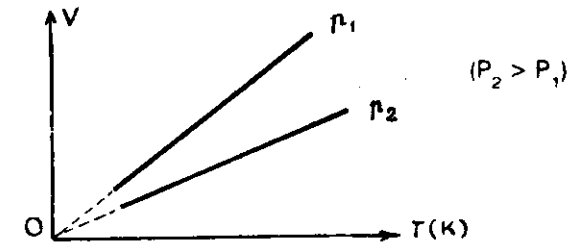
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

## III. Định luật Gay Luytxác (Gay Lussac)

### 1. Công thức

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

### 2. Đồ thị (đường đẳng áp)



H.27.3

## IV. Định luật Đalton (Dalton)

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_1^n p_i$$

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 35

### Các bài toán về quá trình đẳng nhiệt

— Định luật Bôi-Mariôt được áp dụng cho khối khí :

- cô lập (có khối lượng không đổi), không có biến đổi hóa học.
- không thay đổi nhiệt độ, chỉ thay đổi thể tích, áp suất.

— Về áp suất, cần chú ý :

• Công thức tính áp suất :

$$p = \frac{F}{S}$$

• Các đơn vị thường dùng :

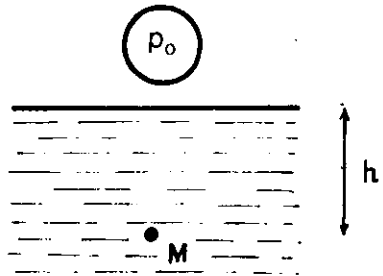
\*  $N/m^2$  hay Pa (hệ SI)

\* Atmôtphe vật lí ( $1\text{atm} \approx 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ )

\* Atmôtphe kĩ thuật ( $1\text{at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ )

\* Milimet Hg ( $1\text{mm Hg} \approx 133 \text{ Pa} = 1 \text{ tor}$ ).

• Áp suất của chất lỏng tại điểm M ở độ sâu h trong lòng chất lỏng :



H.27.4

$$p_M = p_0 + p_h$$

$p_0$  : áp suất *khí quyển* bên trên mặt thoáng,

$p_h$  : áp suất do *trọng lượng cột* chất lỏng có độ cao h.

Chú ý:

Trong một khoảng không gian nhỏ, áp suất khí quyển có thể coi là không đổi, không phụ thuộc độ cao.

## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

35.1

Bơm không khí có áp suất  $p_1 = 1\text{at}$  vào một quả bóng da. Mỗi lần bơm, ta đưa được  $125\text{cm}^3$  không khí vào bóng.

Hỏi sau khi bơm 12 lần, áp suất bên trong quả bóng là bao nhiêu ? Cho biết :

— Dung tích bóng không đổi là  $V = 2,5$  lít

— Trước khi bơm, bóng chứa không khí ở áp suất  $1\text{at}$ .

— Nhiệt độ không khí không đổi.

GIẢI

Xét khối không khí trong bóng sau 12 lần bơm. Trước khi được đưa vào bóng, thể tích khí là :

$$V_1 = 12 \cdot 0,125 + 2,5 = 4,0(\text{lít})$$

Sau khi được bơm vào bóng, khí có thể tích :

$$V_2 = 2,5 \text{ lít.}$$

Do nhiệt độ của khí không đổi, ta áp dụng định luật Bôi–Mariôt cho khí.

$$p_2 V_2 = p_1 V_1$$

$$\text{Suy ra : } p_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot p_1 = \frac{4,0}{2,5} \cdot 1,0$$

$$= 1,6(\text{at})$$

35.2

Một bọt khí có thể tích tăng gấp rưỡi khi nổi từ đáy hồ lên mặt nước. Giả sử nhiệt độ ở đáy hồ và mặt hồ như nhau, hãy tính độ sâu của hồ. Cho biết áp suất khí quyển là  $p_0 = 75\text{cm Hg}$ .

GIẢI

Xét khối khí trong bọt nước.

— Ở đáy hồ khí có :

- thể tích :  $V_1$
- áp suất :  $p_1 = p_0 + \frac{h}{13,6}$  (cmHg)

— Ở mặt hồ khí có :

- thể tích :  $V_2 = 1,5V_1$
- áp suất :  $p_2 = p_0$

Áp dụng định luật Bôi-Mariôt ta có :

$$\left(p_0 + \frac{h}{13,6}\right)V_1 = p_0 \cdot 1,5V_1$$

$$\Rightarrow h = \frac{13,6}{2} p_0$$

$$= 510\text{cm}$$

$$= \boxed{5,1\text{m}}$$

35.3

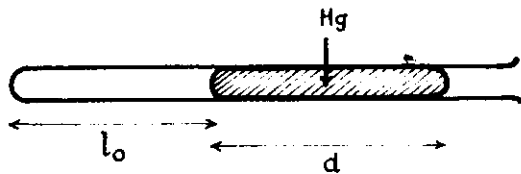
Một cột không khí chứa trong một ống nhỏ, dài, tiết diện đều. Cột không khí được ngăn cách với khí quyển bởi một cột thủy ngân có chiều dài  $d = 150\text{mm}$ .

Áp suất khí quyển là  $p_0 = 750\text{ mm Hg}$ .

Chiều dài cột không khí khi ống nằm ngang là  $l_0 = 144\text{mm}$ .

Hãy tính chiều dài cột không khí nếu :

a) ống thẳng đứng, miệng ống ở trên ;



H.27.5

- b) ống thẳng đứng, miệng ống ở dưới ;  
 c) ống đặt nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang, miệng ống ở dưới ;  
 d) ống đặt nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương ngang, miệng ống ở trên.  
 (Giả sử ống đủ dài để cột thủy ngân luôn ở trong ống và nhiệt độ là không đổi.)

GIẢI

Xét khối không khí trong ống, ngăn cách với khí quyển bởi cột thủy ngân.

Khi ống nằm ngang, cột không khí trong ống có :

- thể tích :  $V_0 = Sl_0$  (S : tiết diện ống)
- áp suất :  $p_0$

a) Ống thẳng đứng, miệng ống ở trên :

Lúc này, cột không khí trong ống có :

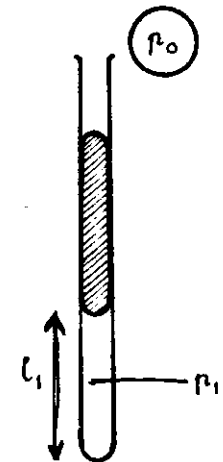
- thể tích :  $V_1 = Sl_1$
- áp suất :  $p_1 = p_0 + d$

Theo định luật Bôi-Mariôt :

$$p_1 V_1 = p_0 V_0$$

$$\text{Suy ra : } l_1 = \frac{p_0}{p_1} \cdot l_0 = \frac{750}{900} \cdot 144$$

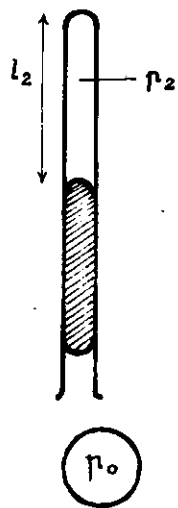
$$= \boxed{120(\text{mm})}$$



H.27.6

b) Ống thẳng đứng, miệng ống ở dưới :

Lúc này, cột không khí trong ống có :



- thể tích :  $V_2 = Sl_2$
  - áp suất :  $p_2 = p_0 - d$
- Tương tự trường hợp trên :

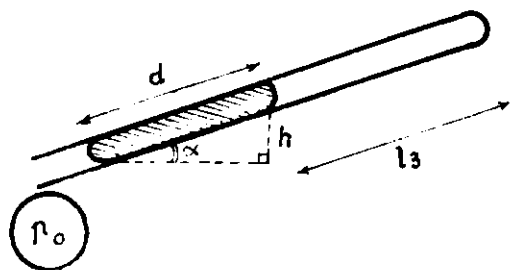
$$p_2 V_2 = p_0 V_0$$

$$\text{Suy ra : } l_2 = \frac{p_0}{p_2} \cdot l_0 = \frac{750}{600} \cdot 144$$

$$= \boxed{180(\text{mm})}$$

H.27.7

c) Ống nghiêng góc  $\alpha$ , miệng ống ở dưới :



H.27.8

Lúc này, cột không khí trong ống có :

- thể tích :  $V_3 = Sl_3$
- áp suất :  $p_3 = p_0 - d \sin \alpha$

Ta có :

$$p_3 V_3 = p_0 V_0$$

Suy ra :

$$l_3 = \frac{p_0}{p_3} \cdot l_0 = \frac{750}{675} \cdot 144$$

$$= \boxed{160(\text{mm})}$$

d) Ống nghiêng góc  $\alpha$ , miệng ống ở trên

Lúc này, cột không khí trong ống có :

- thể tích :  $V_4 = Sl_4$

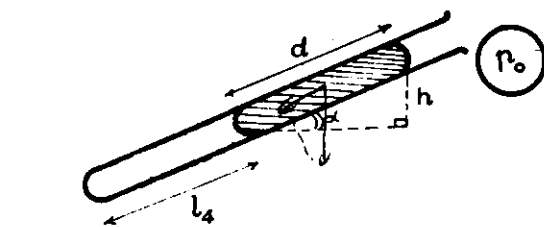
- áp suất :

$$p_4 = p_0 + d \sin \alpha$$

$$\text{Ta có : } p_4 V_4 = p_0 V_0$$

$$\text{Suy ra : } l_4 = \frac{p_0}{p_4} \cdot l_0$$

$$= \frac{750}{825} \cdot 144$$



H.27.9

$$= \boxed{131(\text{mm})}$$

#### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 35.4 Khi được nén đẳng nhiệt từ thể tích 6 lít đến 4 lít, áp suất khí tăng thêm 0,75at. Tìm áp suất ban đầu của khí.

ĐS: 1,5at

- 35.5 Nếu áp suất của một lượng khí biến đổi  $2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  thì thể tích biến đổi 3 lít, nếu áp suất biến đổi  $5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  thì thể tích biến đổi 5 lít. Tính áp suất và thể tích ban đầu của khí biết nhiệt độ khí không đổi.

ĐS: 9 lít ;  $4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

35.6

Mỗi lần bơm đưa được  $V_0 = 80 \text{ cm}^3$  không khí vào ruột xe. Sau khi bơm diện tích tiếp xúc của các vỏ xe với mặt đường là  $30 \text{ cm}^2$ . Thể tích các ruột xe sau khi bơm là  $2000 \text{ cm}^3$ . Áp suất khí quyển  $p_0 = 1 \text{ atm}$ . Trọng lượng xe là 600N. Coi nhiệt độ là không đổi. Tìm số lần bơm.

ĐS: 50

35.7\*

Một xi lanh chứa khí được đẩy bằng pittông. Pittông có thể trượt không ma sát dọc theo thành xi lanh. Pittông có khối lượng m, diện tích tiết diện S. Khí có thể tích ban đầu V.

Áp suất khí quyển là  $p_0$ .

Tìm thể tích khí nếu xi lanh chuyển động thẳng đứng với gia tốc  $a$ . Coi nhiệt độ khí không đổi.

$$DS: V = \frac{mg + p_0 S}{m(g \pm a) + p_0 S} V$$

- 35.8\*** Một xilanh nằm ngang kín hai đầu, có thể tích  $V = 1,2$  lít và chứa không khí ở áp suất  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ . Xilanh được chia thành 2 phần bằng nhau bởi pittông mỏng khối lượng  $m = 100\text{g}$  đặt thẳng đứng. Chiều dài xilanh  $2l = 0,4\text{m}$ . Xilanh được quay với vận tốc góc  $\omega$  quanh trục thẳng đứng ở giữa xilanh. Tính  $\omega$  nếu pittông nằm cách trục quay đoạn  $r = 0,1\text{m}$  khi có cân bằng tương đối.

DS: 200rd/s.

- 35.9\*** Một bơm hút khí dung tích  $\Delta V$ . Phải bơm bao nhiêu lần để hút khí trong bình có thể tích  $V$  từ áp suất  $p_0$  đến áp suất  $p$ ? Coi nhiệt độ của khí là không đổi.

$$DS: n = \lg \frac{p}{p_0} / \lg \frac{V}{V + \Delta V}$$

- 35.10** Ở độ sâu  $h_1 = 1\text{m}$  dưới mặt nước có một bọt không khí hình cầu. Hỏi ở độ sâu nào, bọt khí có bán kính nhỏ đi 2 lần. Cho khối lượng riêng của nước  $D = 10^3 \text{ kg/m}^3$ , áp suất khí quyển  $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ ; nhiệt độ nước không đổi theo độ sâu.

DS: 78m

- 35.11** Một ống nhỏ tiết diện đều, một đầu kín. Một cột thủy ngân cao 75mm đứng cân bằng, cách đáy 180mm khi ống thẳng đứng miệng ống ở trên và cách đáy 220mm khi ống thẳng đứng miệng ống ở dưới. Tìm áp suất khí quyển và độ dài cột không khí trong ống khi ống nằm ngang.

DS: 750 mmHg; 198mm

- 35.12** Một ống thủy tinh một đầu kín, dài 57cm chứa không khí có áp suất bằng áp suất không khí (76 cmHg). Ấn ống vào

chậu thủy ngân theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới. Tìm độ cao cột thủy ngân đi vào ống khi đáy ống ngang mặt thoáng thủy ngân.

DS: 19cm

**35.13**

Ống thủy tinh một đầu kín dài 112,2cm, chứa không khí ở áp suất khí quyển  $p_0 = 75 \text{ cmHg}$ . Ấn ống xuống một chậu nước theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới. Tìm độ cao cột nước đi vào ống khi đáy ống ngang với mặt nước.

DS: 10,2cm

**35.14**

Ống thủy tinh một đầu kín dài 80cm chứa không khí ở áp suất bằng áp suất khí quyển  $p_0 = 75 \text{ cmHg}$ . Ấn ống vào chậu thủy ngân theo phương thẳng đứng, miệng ống ở dưới (thấp hơn) mặt thủy ngân 45cm. Tìm độ cao cột thủy ngân đi vào ống.

DS: 20cm

**35.15**

Ống thủy tinh dài 60cm, thẳng đứng, đầu kín ở dưới, đầu hở ở trên. Cột không khí cao 20cm trong ống bị giam bởi cột thủy ngân cao 40cm. Áp suất khí quyển  $p_0 = 80 \text{ cmHg}$ . Nhiệt độ không đổi. Khi ống bị lật ngược, hãy:  
a) tìm độ cao cột thủy ngân còn lại trong ống;  
b) tìm chiều dài ống để toàn bộ cột thủy ngân không chảy ra ngoài.

DS: a) 20cm

b)  $\geq 100\text{cm}$

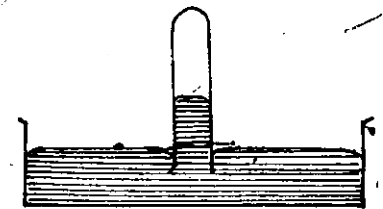
**35.16**

Một ống hình trụ hẹp, kín hai đầu, dài  $l = 105\text{cm}$ , đặt nằm ngang. Giữa ống có một cột thủy ngân dài  $h = 21\text{cm}$ , phần còn lại của ống chứa không khí ở áp suất  $p_0 = 72 \text{ cmHg}$ . Tìm độ di chuyển của cột thủy ngân khi ống thẳng đứng.

DS: 6cm

**35.17**

Trong khoảng chân không của một phong vũ biểu thủy ngân, có lọt vào một ít không khí nên phong vũ biểu có số chỉ



H27.10

nhỏ hơn áp suất thực của khí quyển. Khi áp suất khí quyển là 768 mmHg, phong vũ biểu chỉ 748 mmHg, chiều dài khoảng chân không là 56mm.

Tìm áp suất của khí quyển khi phong vũ biểu này chỉ 734 mmHg. Coi nhiệt độ không đổi.

ĐS: 750 mmHg

**35.18** Một phong vũ biểu chỉ sai vì có một ít không khí lọt vào ống. Ở áp suất khí quyển  $p_0 = 755$  mmHg phong vũ biểu này chỉ  $p_1 = 748$  mmHg.

Khi áp suất khí quyển là  $p_0' = 740$  mmHg phong vũ biểu chỉ  $p_2 = 736$  mmHg.

Coi diện tích mặt thủy ngân trong chậu là lớn, tiết diện ống nhỏ, nhiệt độ không đổi. Hãy tìm chiều dài  $l$  của ống phong vũ biểu.

ĐS: 764mm

**35.19** Một ống thủy tinh có chiều dài  $l = 50$ cm, tiết diện  $S = 0,5$ cm<sup>2</sup>, được hàn kín một đầu và chứa đầy không khí. Ấn ống chìm vào trong nước theo phương thẳng đứng, đầu kín ở trên. Tính lực  $F$  cần đặt lên ống để giữ ống trong nước sao cho đầu trên của ống thấp hơn mặt nước đoạn  $h = 10$ cm. Biết khối lượng ống  $m = 15$ g áp suất khí quyển  $p_0 = 760$  mmHg.

HD : Áp dụng định luật Bôi-Mariôt để tính lực đẩy Acsimet  $F = F_A - P$

ĐS :  $F = 0,087$ N

— Thường nên áp dụng công thức theo nhiệt độ tuyệt đối :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

**36.1**

Một bóng đèn dây tóc chứa khí trơ ở 27°C và dưới áp suất 0,6at. Khi đèn cháy sáng, áp suất khí trong đèn là 1,0at và không làm vỡ bóng đèn. Tính nhiệt độ khí trong đèn khi cháy sáng. Coi dung tích của bóng đèn không đổi.

GIẢI

Khối lượng và thể tích của khí trong bóng đèn không đổi. Ta có thể áp dụng định luật Saclơ (Charles) :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1 = \frac{1,0}{0,6} \cdot 300$$

$$= \boxed{500(K)}$$

Chú ý : Nếu dùng nhiệt độ theo nhiệt giai C ta có :

— Khí đèn chưa cháy sáng :  $p_1 = p_0(1 + \gamma t_1)$

— Khí đèn cháy sáng :  $p_2 = p_0(1 + \gamma t_2)$

$$\text{Suy ra : } \frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma t_2}{1 + \gamma t_1}$$

### Bài toán 36

### Các bài toán về quá trình đẳng tích

— Định luật Saclơ (Charles) được áp dụng cho khối khí :

- Cô lập (khối lượng không đổi), không có biến đổi hóa học.

- Không thay đổi thể tích (chứa trong bình hàn kín) nhưng thay đổi *nhiệt độ* và *áp suất*.



$$\Rightarrow \frac{1,0}{0,6} = \frac{273 + t_2}{273 + t_1}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{300}{0,6} - 273 = 227 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

**36.2** Áp suất khí trong bóng đèn tăng bao nhiêu lần khi đèn sáng nếu nhiệt độ đèn khi tắt là  $25^\circ\text{C}$ , khi sáng là  $323^\circ\text{C}$  ?

ĐS: 2

**36.3** Khi đun nóng đẳng tích một khối khí thêm  $1^\circ\text{C}$  thì áp suất khí tăng thêm  $1/360$  áp suất ban đầu. Tính nhiệt độ đầu của khí.

ĐS:  $87^\circ\text{C}$

**36.4** Một bình đây không khí ở điều kiện chuẩn, được dẩy bằng một vật có khối lượng  $m = 2\text{kg}$ . Tiết diện của miệng bình là  $10\text{cm}^2$ . Tìm nhiệt độ cực đại của không khí trong bình để không khí không đẩy nắp bình lên và thoát ra ngoài. Biết áp suất khí quyển là  $p_0 = 1\text{atm}$ .

ĐS:  $54,6^\circ\text{C}$

### Bài toán 37

### Các bài toán về quá trình đẳng áp

— Định luật Gay Luytxac (Gay Lussac) được áp dụng cho khối khí :

- Cô lập (khối lượng không đổi), không có biến đổi hóa học ;
- Không thay đổi áp suất (thường là do cân bằng với áp suất khí quyển) nhưng thay đổi *nhiệt độ* và *thể tích*.

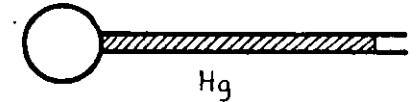
— Công thức :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

37.1

Một bình dung tích  $V = 15\text{cm}^3$  chứa không khí ở nhiệt độ  $t_1 = 177^\circ\text{C}$ , nối với một ống nằm ngang chứa đây thủy ngân, đầu kia của ống thông với khí quyển. Tính khối lượng thủy ngân chảy vào bình khi không khí trong bình được làm lạnh đến nhiệt độ  $t_2 = 27^\circ\text{C}$ .



H.27.11

Dung tích coi như không đổi, khối lượng riêng của thủy ngân là  $D = 13,6\text{g/cm}^3$ .

GIẢI

Xét khối không khí chứa trong bình.

Ban đầu, cột thủy ngân trong bình nằm ngang, cân bằng. Áp suất trong bình bằng áp suất khí quyển.

Khi nhiệt độ khí trong bình giảm, áp suất khí trong bình cũng giảm, nhỏ hơn áp suất khí quyển, một phần thủy ngân sẽ bị khí quyển đẩy vào chiếm một phần thể tích bình chứa ; thể tích khí trong bình giảm và áp suất khí lại tăng lên. Khi áp suất trong bình tăng bằng áp suất khí quyển, cột thủy ngân sẽ nằm yên cân bằng không chảy vào bình nữa.

Do áp suất khí trong bình trước và sau khi thủy ngân chảy vào bằng nhau (bằng áp suất khí quyển) nên ta có thể áp dụng định luật Gay Luytxac cho khối khí.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Ta suy ra thể tích khí sau khi thủy ngân chảy vào :

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = \frac{27 + 273}{177 + 273} \cdot 15 = 10 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích thủy ngân chảy vào bình :  $V = V_1 - V_2 = 5 \text{ (cm}^3\text{)}$

Khối lượng thủy ngân chảy vào bình :  $m = D.V = 68 \text{ (g)}$

### ■ BÀI LUYỆN TẬP

**37.2** Ở nhiệt độ  $273^\circ\text{C}$  thể tích của một lượng khí là 10 lít. Tính thể tích lượng khí đó ở  $546^\circ\text{C}$  khi áp suất khí không đổi.

ĐS: 15l

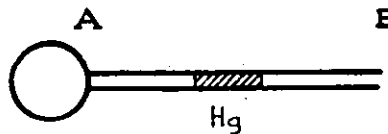
**37.3** 12g khí chiếm thể tích 4 lít ở  $7^\circ\text{C}$ . Sau khi nung nóng đẳng áp khối lượng riêng của khí là 1,2g/lít. Tìm nhiệt độ của khí sau khi nung.

ĐS:  $427^\circ\text{C}$

**37.4** Khối lượng riêng của không khí trong phòng ( $27^\circ\text{C}$ ) lớn hơn khối lượng riêng của không khí ngoài sân nắng ( $42^\circ\text{C}$ ) bao nhiêu lần? Biết áp suất không khí trong và ngoài phòng là như nhau.

ĐS: 1,05

**37.5** Một áp kế khí gồm một bình cầu thủy tinh có thể tích  $270\text{cm}^3$  gắn với một ống nhỏ AB nằm ngang có tiết diện  $0,1\text{cm}^2$ . Trong ống có một giọt thủy ngân. Ở  $0^\circ\text{C}$  giọt thủy ngân cách A 30cm. Tìm khoảng di chuyển của giọt thủy ngân khi nung bình cầu đến  $10^\circ\text{C}$ . Coi dung tích bình là không đổi.



H.27.12

ĐS: 100cm

**37.6**

Một áp kế khí có hình dạng giống như bài trên, tiết diện ống  $0,1\text{cm}^2$ . Biết ở  $0^\circ\text{C}$ , giọt thủy ngân cách A 30cm, ở  $5^\circ\text{C}$  cách A 50cm. Tính dung tích bình. Coi dung tích bình là không đổi.

ĐS:  $106,2\text{cm}^3$

**37.7**

Khí ở lò thoát ra theo ống khói hình trụ. Ở đầu dưới, khí có nhiệt độ  $727^\circ\text{C}$  và chuyển động với vận tốc 5m/s. Hỏi vận tốc của khí ở đầu trên của ống (có nhiệt độ  $227^\circ\text{C}$ ). Áp suất khí coi như không đổi.

ĐS: 2,5m/s

### Bài toán 38

### Các bài toán về hỗn hợp khí

— Định luật Đantôn (Dalton) được áp dụng cho hỗn hợp của nhiều khí lí tưởng.

— Công thức :

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_1^n p_i$$

( $p_i$  : áp suất riêng phần của khí)

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

**38.1**

Bình A có dung tích  $V_1 = 3\text{lít}$ , chứa một chất khí ở áp suất  $p_1 = 2\text{at}$ . Bình B dung tích  $V_2 = 4\text{lít}$ , chứa một chất khí ở áp suất  $p_2 = 1\text{at}$ . Nhiệt độ trong hai bình là như nhau. Nối hai bình A, B thông với nhau bằng một ống dẫn nhỏ. Biết không có phản ứng hóa học xảy ra giữa khí trong các bình. Tính áp suất của hỗn hợp khí.

**GIẢI**

Gọi áp suất riêng phần của mỗi khí trong hỗn hợp khí hai bình thông với nhau là  $p'_1, p'_2$ .

Do quá trình biến đổi là đẳng nhiệt, ta áp dụng định luật Bôi-Mariôt (Boyle - Mariotte) cho khí trong mỗi bình khi chúng chiếm thể tích của cả hai bình :

$$p_1 V_1 = p'_1 (V_1 + V_2) \Rightarrow p'_1 = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \cdot p_1$$

$$p_2 V_2 = p'_2 (V_1 + V_2) \Rightarrow p'_2 = \frac{V_2}{V_1 + V_2} \cdot p_2$$

Áp dụng định luật Đantôn (Dalton) ta tính được áp suất của hỗn hợp khí như sau :

$$p = p'_1 + p'_2 = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}$$
$$= \frac{10}{7}(\text{at}) \approx \boxed{1,43(\text{at})}$$

**■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP**

**38.2** Hai bình cầu, được nối với nhau bằng một ống có khóa, chứa hai chất khí không tác dụng hóa học với nhau, ở cùng nhiệt độ. Áp suất khí trong hai bình là  $p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  và  $p_2 = 10^6 \text{ N/m}^2$ . Mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông với nhau sao cho nhiệt độ không đổi. Khi cân bằng xảy ra, áp suất ở hai bình là  $p = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Tính tỉ số thể tích của hai bình cầu.

$$\text{DS: } \frac{V_1}{V_2} = 3$$

**38.3** Trong một bình kín có 1 hỗn hợp mêtan và ôxi ở nhiệt độ phòng và áp suất  $p_0 = 760 \text{ mmHg}$ . Áp suất riêng phần của mêtan và ôxi bằng nhau. Sau khi xảy ra sự nổ trong bình kín, người ta làm lạnh để hơi nước ngưng tụ và được dẫn ra ngoài. Sau đó người ta lại đưa bình về nhiệt độ ban đầu. Tính áp suất khí trong bình sau đó.

*DS: 380 mmHg.*

**38.4** Một hỗn hợp không khí gồm 23,6g ôxi và 76,4g nitơ. Tính :  
a) Khối lượng của 1 mol hỗn hợp.  
b) Thể tích hỗn hợp ở áp suất 750 mmHg, nhiệt độ 27°C.  
c) Khối lượng riêng của hỗn hợp ở điều kiện trên.  
d) Áp suất riêng phần của ôxi và nitơ ở điều kiện trên.

*DS: a) 29g/mol*

*b) 86l*

*c) 1,16g/l*

*d) 160 mmHg ; 590 mmHg*

**38.5** Một hỗn hợp khí hêli và argon ở áp suất  $p = 152 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$  và nhiệt độ  $T = 300\text{K}$ , khối lượng riêng  $\rho = 2\text{kg/m}^3$ . Tính mật độ phân tử hêli và argon trong hỗn hợp. Biết  $\text{He} = 4$ ,  $\text{Ar} = 40$ .

*DS: 9,4 \cdot 10^{22}/\text{m}^3 ; 3 \cdot 10^{25}/\text{m}^3*

## § 28. PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA KHÍ LÍ TƯỞNG. PHƯƠNG TRÌNH MENĐÊLÊEP – CLAPÂYRÔN (MENDELEEV-CLAPEYRON)

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Phương trình trạng thái

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \text{hay} \quad \frac{pV}{T} = \text{const}$$

#### II. Phương trình Mendêlêep-Clapâyron

##### 1. Trường hợp 1 mol khí :

$$p_{\mu} V_{\mu} = RT$$

(R : hằng số khí lí tưởng)

$$R = 8,31 \text{ J/mol.K}$$

$$R = 0,082 \text{ atm. lít/mol.K}$$

$$R = 0,084 \text{ at.lít/mol.K}$$

##### 2. Trường hợp khối khí bất kì

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = nRT$$

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN :

#### Bài toán 39

Các bài toán về thông số trạng thái và khối lượng của khí.

— Phương trình trạng thái được áp dụng cho *biên đổi bất kì* của một khối lượng khí xác định.

— Phương trình Mendêlêep – Clapâyron (Mendeleev – Clapeyron) được áp dụng đối với các bài toán liên quan đến *khối lượng* của khối khí.

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ :

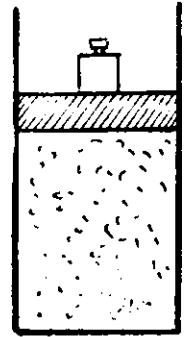
39.1

Một xilanh đặt thẳng đứng, diện tích tiết diện là  $S = 100\text{cm}^2$ , chứa không khí ở nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ . Ban đầu xilanh được đậy bằng một pittông cách đáy  $h = 50\text{cm}$ .

Pittông có thể trượt không ma sát dọc theo mặt trong của xilanh.

Đặt lên trên pittông một quả cân có trọng lượng  $P = 500\text{N}$ . Pittông dịch chuyển xuống đoạn  $l = 10\text{cm}$  rồi dừng lại.

Tính nhiệt độ của khí trong xilanh sau khi pittông dừng lại. Biết áp suất khí quyển là  $p_0 = 10^5\text{N/m}^2$ . Bỏ qua khối lượng của pittông.



H.28.1

GIẢI

Ban đầu khi pittông cân bằng, áp lực khí trong xi lanh và áp lực của khí quyển bằng nhau. Ta suy ra :

$$p_1 = p_0$$

Khi đặt quả cân lên pittông và pittông lại cân bằng, áp lực của khí trong xilanh bằng áp lực khí quyển và trọng lượng quả cân :

$$p_2 = p_0 + \frac{P}{S}$$

Áp dụng phương trình trạng thái, ta có :

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{p_0 S h}{T_1} = \frac{\left(p_0 + \frac{P}{S}\right) S (h-l)}{T_2^*}$$

$$\text{Do đó : } T_2 = \frac{\left(p_0 + \frac{P}{S}\right) (h-l)}{p_0 h}$$

$$= \frac{\left(10^5 + \frac{500}{100 \cdot 10^{-4}}\right) (0,5 - 0,1)}{10^5 \cdot 0,5}$$

$$= \boxed{360(\text{K})}$$

(hay :  $t_2 = 360 - 273 = 87(^{\circ}\text{C})$ ).

**39.2.** Ở nhiệt độ  $T_1$ , áp suất  $p_1$ , khối lượng riêng của một chất khí là  $D_1$ .  
Lập biểu thức của khối lượng riêng chất khí ở nhiệt độ  $T_2$ , áp suất  $p_2$ .

*GIẢI*

Đặt  $m$  là khối lượng của khối khí.

Theo phương trình Mendêlêep - Clapâyron (Mendeleev - Clapeyron) ta suy ra :

$$D = \frac{m}{V} = \frac{p}{RT} \mu$$

— Vậy ở trạng thái (1) ta có :

$$D_1 = \frac{m}{V_1} = \frac{p_1}{RT_1} \mu$$

— Ở trạng thái (2) ta có :

$$D_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{p_2}{RT_2} \mu$$

Do đó :

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{D_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot D_1}$$

**39.3** Một xilanh kín được chia làm hai phần bằng nhau bởi một pittông cách nhiệt. Mỗi phần có chiều dài  $l_0 = 30\text{cm}$ , chứa một lượng khí giống nhau ở  $27^{\circ}\text{C}$ . Nung nóng một phần thêm  $10^{\circ}\text{C}$  và làm lạnh phần kia đi  $10^{\circ}\text{C}$ . Hỏi pittông di chuyển một đoạn bao nhiêu ?

*GIẢI*

Khi pittông đứng yên (trước và sau khi di chuyển), áp suất của khí hai bên pittông bằng nhau. Ta áp dụng phương trình trạng thái cho khí trong mỗi phần của xilanh.

— Phân bị nung nóng :

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_1}{T_1}$$

— Phân bị làm lạnh :

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V_2}{T_2}$$

Suy ra :

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Đặt khoảng dịch chuyển của pittông là x. Ta có :

$$\begin{aligned} \frac{l_0 + x}{T_1} &= \frac{l_0 - x}{T_2} \\ \Rightarrow x &= \frac{l_0(T_1 - T_2)}{T_1 + T_2} \\ &= \frac{20}{600} \cdot 30 \\ &= \boxed{1(\text{cm})} \end{aligned}$$

39.4

Một bình chứa khí hiđrô nén, thể tích 10 lít, nhiệt độ  $7^\circ\text{C}$ , áp suất 50at. Khi nung nóng bình, vì bình hở nên một phần khí thoát ra ; phần khí còn lại có nhiệt độ  $17^\circ\text{C}$  còn áp suất vẫn như cũ. Tính khối lượng hiđrô đã thoát ra.

Đặt khối lượng khí trong bình trước và sau khi nung là  $m_1, m_2$ . Áp dụng phương trình Mendêlêep - Clapâyron (Mendeleev - Clapeyron) ta có :

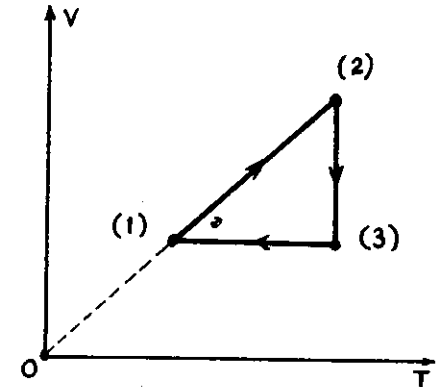
$$\begin{cases} pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1 \Rightarrow m_1 = \frac{pV}{RT_1} \cdot \mu \\ pV = \frac{m_2}{\mu} RT_2 \Rightarrow m_2 = \frac{pV}{RT_2} \cdot \mu \end{cases}$$

Suy ra độ biến thiên khối lượng khí trong bình là :

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_2 - m_1 = \frac{pV}{R} \mu \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \\ &= \frac{50 \cdot 10 \cdot 2}{0,084} \left( \frac{1}{290} - \frac{1}{280} \right) \\ &\approx \boxed{-1,47(\text{g})} \quad (\text{khí thoát bớt ra khỏi bình}). \end{aligned}$$

39.5

Đồ thị bên cho biết một chu trình biến đổi trạng thái của một khối khí lý tưởng, biểu diễn trong hệ tọa độ (V, T). Hãy biểu diễn chu trình biến đổi này trong các hệ tọa độ (p, V) và (p, T)

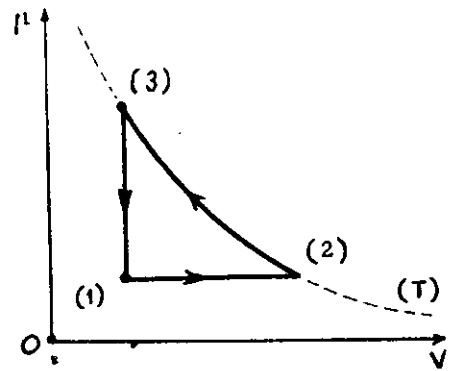


H. 28.2

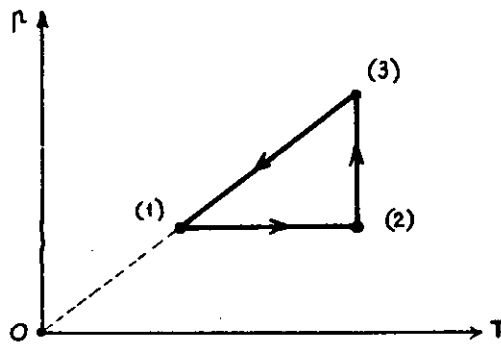
— Ta có các nhận xét :

- Quá trình (1) – (2) : V tỉ lệ thuận theo T  $\Rightarrow$  đẳng áp  
(T tăng ; V tăng)
- Quá trình (2) – (3) : T không đổi  $\Rightarrow$  đẳng nhiệt.  
(V giảm ; p tăng)
- Quá trình (3) – (1) : V không đổi  $\Rightarrow$  đẳng tích.  
(T giảm, p giảm)

— Ta vẽ được các đồ thị sau :



H. 28.3



H.28.4

39.6

Một khối khí lí tưởng có đồ thị biểu diễn cho hai quá trình đẳng nhiệt ở hai nhiệt độ  $T_1$  và  $T_2$  khác nhau như hình vẽ.  
Hãy so sánh  $T_1$  và  $T_2$ .

H. 28.5

Ta vẽ một đường đẳng tích ứng với thể tích V. Đường này cắt hai đồ thị đẳng nhiệt tại A và B ứng với các áp suất  $p_1, p_2$ .

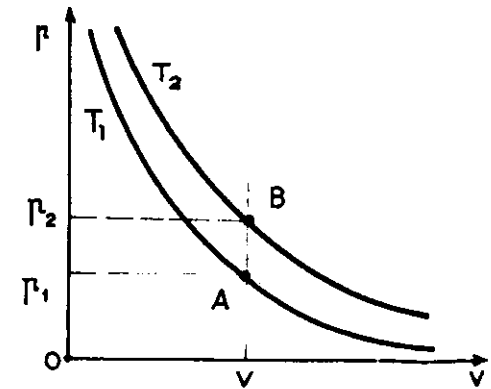
Ta áp dụng định luật Saclơ (Charles) cho quá trình đẳng tích

$$A \rightarrow B :$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Trên đồ thị ta có :

$$p_2 > p_1 \Rightarrow T_2 > T_1$$



H. 28.6

39.7

Một khối khí lí tưởng có thể tích 10 lít, nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , áp suất 1atm biến đổi qua hai quá trình :

- \* Quá trình (1) : đẳng tích, áp suất tăng gấp 2.
- \* Quá trình (2) : đẳng áp, thể tích sau cùng là 15 lít.

a) Tìm nhiệt độ sau cùng của khí.  
b) Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình biến đổi của khí trong các hệ tọa độ (p, V) ; (V, T) ; (p, T).

a) Nhiệt độ sau cùng

Các quá trình biến đổi trạng thái của khí có thể tóm tắt như sau :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_1 = 1 \text{ atm} \\ V_1 = 10\text{l} \\ T_1 = 300\text{K} \end{array} \right. \quad \underbrace{V = \text{const}} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_2 = 2p_1 \\ V_2 = V_1 \\ T_2 \end{array} \right. \quad \underbrace{p = \text{const}} \quad \left\{ \begin{array}{l} p_3 = p_2 \\ V_3 = 15\text{l} \\ T_3 \end{array} \right.$$

Áp dụng định luật Saclơ (Charles) cho quá trình đẳng tích, ta có :

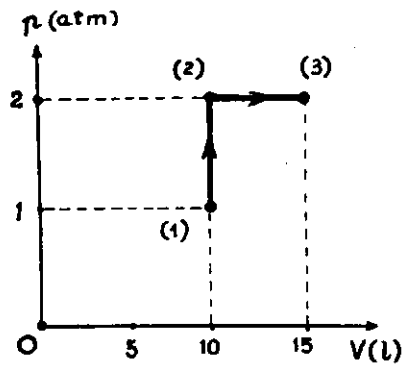
$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} \cdot T_1 = 2T_1 = 600K$$

Áp dụng định luật Gay Luytxác (Gay Lussac) cho quá trình đẳng áp, ta có :

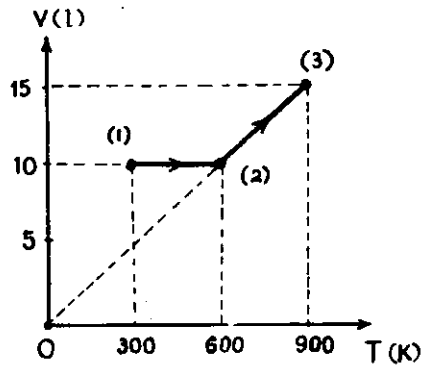
$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 = \frac{15}{10} \cdot 600 = \boxed{900(K)}$$

b) Đồ thị biểu diễn các quá trình

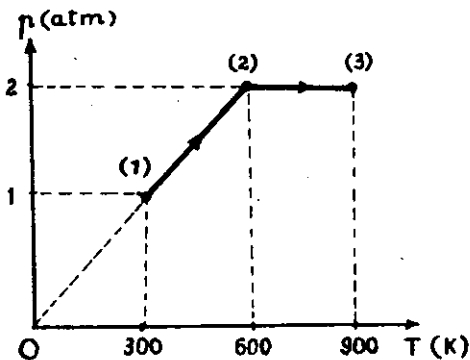
Theo các số liệu cho trong đề và tìm được ở câu trên ta có :



H.28.7



H.28.8



H.28.9

## ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

• Quan hệ giữa các đại lượng p, V, T.

**39.8** Trong xilanh của một động cơ đốt trong, hỗn hợp khí ở áp suất 1at, nhiệt độ  $47^\circ C$ , có thể tích  $40dm^3$ . Nén hỗn hợp khí đến thể tích  $5dm^3$ , áp suất 15at. Tính nhiệt độ của khí sau khi nén.

ĐS:  $327^\circ C$

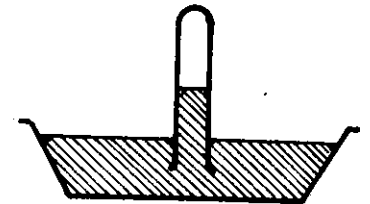
**39.9** Trước khi nén, hỗn hợp khí trong xilanh của một động cơ có áp suất 0,8at, nhiệt độ  $50^\circ C$ . Sau khi nén, thể tích giảm 5 lần, áp suất là 8 at. Tìm nhiệt độ khí sau khi nén.

ĐS:  $373^\circ C$

**39.10** Một lượng khí có áp suất 750 mmHg, nhiệt độ  $27^\circ C$  và thể tích  $76cm^3$ . Tìm thể tích khí ở điều kiện chuẩn ( $0^\circ C$ , 760 mmHg.).

ĐS:  $68,25cm^3$

**39.11** Một ống thủy tinh một đầu kín, chứa một lượng khí. Ấn miệng ống thẳng đứng vào chậu thủy ngân, chiều cao ống còn lại là 10cm. Ở  $0^\circ C$  mực thủy ngân trong ống cao hơn trong chậu 5cm. Hỏi phải tăng nhiệt độ lên bao nhiêu để mực Hg trong ống bằng trong chậu ? Biết áp suất khí quyển  $p_0 = 750$  mmHg. Mực thủy ngân trong chậu dâng lên không đáng kể.



H.28.10

ĐS:  $312^\circ C$

**39.12** Một cột không khí được chứa trong một ống nghiệm hình trụ thẳng đứng, ngăn cách với bên ngoài bằng 1 cột thủy ngân. Ban đầu cột thủy ngân đây tới miệng ống và có chiều cao  $h = 75cm$ , cột không khí trong ống có chiều cao



$l = 100\text{cm}$ , nhiệt độ  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ . Biết áp suất khí quyển  $p_0 = 75\text{ cmHg}$ . Hỏi phải đun không khí trong ống đến nhiệt độ nào để thủy ngân trong ống có thể tràn hết ra ngoài ?

ĐS:  $39,5^\circ\text{C}$

• Quan hệ giữa các đại lượng  $p, V, T, m, \mu$

**39.13** Một bình dung tích 10 lít chứa 2g hiđrô ở  $27^\circ\text{C}$ . Tính áp suất khí trong bình.

ĐS:  $2,46\text{ atm}$

**39.14** Tính thể tích của 10g khí ôxi ở áp suất 738 mmHg và nhiệt độ  $15^\circ\text{C}$ .

ĐS:  $7,6\text{ lít}$

**39.15** Một chất khí có khối lượng 1,0g ở  $27^\circ\text{C}$  dưới áp suất 0,5 at và có thể tích 1,8 lít. Hỏi khí đó là khí gì ? Biết rằng đó là một đơn chất.

ĐS:  $\text{N}_2$

**39.16** Bình dung tích 22 lít chứa 0,5kg khí  $\text{O}_2$ . Bình chỉ chịu được áp suất không quá 21 at. Hỏi có thể đưa khí trong bình tới đa tới nhiệt độ nào để bình không vỡ ?

ĐS:  $79^\circ\text{C}$

**39.17** Bình chứa được 4,0g hiđrô ở  $53^\circ\text{C}$  dưới áp suất  $44,4 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ . Thay hiđrô bởi khí khác thì bình chứa được 8,0g khí mới ở  $27^\circ\text{C}$  dưới áp suất  $5,0 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ . Khí thay hiđrô là khí gì ? Biết khí này là đơn chất.

ĐS:  $\text{O}_2$

**39.18** Một lượng khí hiđrô ở  $27^\circ\text{C}$  dưới áp suất  $99720\text{ N/m}^2$ . Tìm khối lượng riêng của khí.

ĐS:  $0,08\text{kg/m}^3$

**39.19** Ở độ cao  $h$  không khí có áp suất 230 mmHg nhiệt độ  $-43^\circ\text{C}$ . Tìm khối lượng riêng của không khí ở độ cao nói

trên. Biết rằng ở mặt đất không khí có áp suất 760 mmHg,  $15^\circ\text{C}$ , khối lượng riêng là  $1,22\text{ kg/m}^3$ .

ĐS:  $0,46\text{ kg/m}^3$

**39.20** Khí cầu có dung tích  $328\text{ m}^3$  được bơm khí hiđrô. Khi bơm xong, hiđrô trong khí cầu có nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , áp suất 0,9 atm. Hỏi phải bơm bao nhiêu lâu nếu mỗi giây bơm được 2,5g  $\text{H}_2$  vào khí cầu ?

ĐS:  $2\text{h}40\text{ph}$

**39.21** Trong một ống dẫn khí tiết diện đều  $S = 5\text{cm}^2$  có khí  $\text{CO}_2$  chảy qua ở nhiệt độ  $35^\circ\text{C}$  và áp suất  $3 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$ . Tính vận tốc của dòng khí biết trong thời gian 10 phút có  $m = 3\text{kg}$  khí  $\text{CO}_2$  qua tiết diện ống.

ĐS:  $1,939\text{m/s}$

**39.22** Có 10g khí ôxi ở  $47^\circ\text{C}$ , áp suất 2,1 at. Sau khi đun nóng đẳng áp thể tích khí là 10 lít. Tìm :

- Thể tích khí trước khi đun,
- Nhiệt độ sau khi đun,
- Khối lượng riêng của khí trước và sau khi đun.

ĐS: a)  $4\text{ l}$

b)  $527^\circ\text{C}$

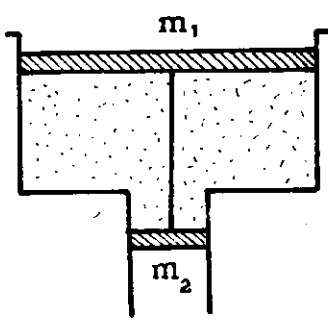
c)  $2,5\text{ g/l}$ ;  $1\text{ g/l}$

**39.23** Một bình cầu thủy tinh được cân 3 lần trong các điều kiện :

- dã hút chân không,
- chứa đầy không khí ở điều kiện chuẩn,
- chứa đầy một lượng khí nào đó ở áp suất  $p = 1,5\text{ atm}$ . Khối lượng tương ứng trong từng lần cân là  $m_1 = 200\text{g}$ ,  $m_2 = 204\text{g}$ ,  $m_3 = 210\text{g}$ . Nhiệt độ coi như không đổi. Tính khối lượng mol của khí trong lần cân thứ ba.

ĐS:  $48,3\text{ g/mol}$

**39.24\*** Một xilanh đặt thẳng đứng có tiết diện thay đổi như hình vẽ. Giữa hai pittông có  $n$  mol không khí. Khối lượng và diện tích tiết diện các pittông lần lượt là  $m_1, m_2, S_1, S_2$ . Các pittông được nối với nhau bằng một thanh nhẹ có chiều



H.28.11

dài  $l$  và cách đều chỗ nối của hai đầu xilanh.

Hồi khi tăng nhiệt độ khí trong xilanh thêm  $\Delta T$  thì các pittông dịch chuyển bao nhiêu? Cho biết áp suất khí quyển là  $p_0$ .

ĐS:  $x = nR\Delta T / [p_0(S_1 - S_2) + (m_1 + m_2)g]$

- Tương tác của hai khối khí trong xilanh qua vách ngăn

**39.25** Xilanh kín chia làm hai phần, mỗi phần dài 52cm và ngăn cách nhau bằng pittông cách nhiệt. Mỗi phần chứa một lượng khí giống nhau ở  $27^\circ\text{C}$ , 750 mmHg. Khi nung nóng một phần lên thêm  $50^\circ\text{C}$  thì pittông di chuyển một đoạn bao nhiêu? Tìm áp suất khí sau khi nung.

ĐS: 4cm ; 812,5 mmHg

**39.26** Xilanh kín hai đầu chia làm hai phần, mỗi phần dài 42cm và ngăn cách nhau bởi một pittông cách nhiệt. Mỗi phần xilanh chứa cùng một khối lượng khí, giống nhau, ở  $27^\circ\text{C}$  dưới áp suất 1,0 at. Cần phải nung nóng khí ở một phần của xilanh lên bao nhiêu độ để pittông dịch chuyển 2cm? Tính áp suất của khí sau khi nung.

ĐS:  $57^\circ\text{C}$  ; 1,05at

**39.27** Hai bình chứa cùng một lượng khí nối với nhau bằng một ống nằm ngang tiết diện  $0,4\text{ cm}^2$ , ngăn cách nhau bằng một giọt thủy ngân trong ống. Ban đầu mỗi phần có nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ , thể tích 0,3 lít. Tính khoảng di chuyển của giọt thủy ngân khi nhiệt độ bình I tăng thêm  $2^\circ\text{C}$ , bình II giảm  $2^\circ\text{C}$ . Coi bình giãn nở không đáng kể.

ĐS: 5cm

**39.28** Hai bình giống nhau chứa một chất khí nào đó, nối với nhau bằng ống ngang, chính giữa ống có một giọt thủy ngân. Bình I có nhiệt độ  $T_1$ , bình II có nhiệt độ  $T_2$  ( $T_2 > T_1$ ). Giọt thủy ngân sẽ di chuyển thế nào nếu:

- a) nhiệt độ tuyệt đối mỗi bình tăng gấp đôi?
- b) nhiệt độ mỗi bình tăng một lượng  $\Delta T$  như nhau?

- ĐS: a) Đứng yên  
b) Sang phải

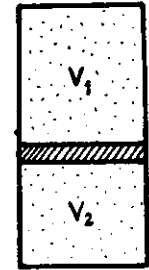


H.28.12

**39.29\*** Một pittông chuyển động không ma sát trong một xilanh kín thẳng đứng. Phía trên và dưới pittông có hai khối lượng bằng nhau của cùng một khí lí tưởng. Toàn thể xilanh có nhiệt độ  $T$ . Khi đó, tỉ số các thể tích của hai khối khí là  $\frac{V_1}{V_2} = n > 1$ . Tính tỉ số này khi nhiệt độ xilanh có giá trị  $T' > T$ . Bỏ qua sự giãn nở vì nhiệt của pittông và xilanh.

khí là  $\frac{V_1}{V_2} = n > 1$ . Tính tỉ số này

khí nhiệt độ xilanh có giá trị  $T' > T$ . Bỏ qua sự giãn nở vì nhiệt của pittông và xilanh.



H.28.13

$$\text{ĐS: } \frac{1}{2} \left[ \frac{T \left( n - \frac{1}{n} \right)}{T'} + \sqrt{ \left[ \frac{T \left( n - \frac{1}{n} \right)}{T'} \right]^2 + 4 } \right]$$

- Thay đổi thông số trạng thái khi khối lượng khí thay đổi.

**39.30** Một căn phòng dung tích  $30\text{ m}^3$  có nhiệt độ tăng từ  $17^\circ\text{C}$  đến  $27^\circ\text{C}$ . Tính độ biến thiên khối lượng của không khí trong phòng.

Cho biết áp suất khí quyển là 1,0 at và khối lượng mol của không khí có thể lấy là 29g/mol.

ĐS: - 1,2kg.

**39.31** Bình chứa khí nén ở  $27^\circ\text{C}$ ,  $40\text{at}$ . Một nửa lượng khí trong bình thoát ra và nhiệt độ hạ xuống đến  $12^\circ\text{C}$ . Tìm áp suất của khí còn lại trong bình.

ĐS:  $19\text{at}$

**39.32** Một bình kín, thể tích  $0,4\text{m}^3$ , chứa khí ở  $27^\circ\text{C}$  và  $1,5\text{atm}$ . Khi mở nắp, áp suất khí còn  $1\text{atm}$ , nhiệt độ  $0^\circ\text{C}$ .

- a) Tìm thể tích khí thoát ra khỏi bình (ở  $0^\circ\text{C}$ ,  $1\text{atm}$ ).  
 b) Tìm khối lượng khí còn lại trong bình và khối lượng khí thoát ra khỏi bình, biết khối lượng riêng của khí ở điều kiện chuẩn là  $D_0 = 1,2\text{kg/m}^3$ .

ĐS: a)  $0,146\text{m}^3$   
 b)  $0,48\text{kg}$ ;  $0,1752\text{kg}$

**39.33** Một bình chứa  $m = 0,3\text{kg}$  hêli. Sau một thời gian, do bình bị hở, khí hêli thoát ra một phần. Nhiệt độ tuyệt đối của khí giảm  $10\%$ , áp suất giảm  $20\%$ . Tính số nguyên tử hêli đã thoát khỏi bình.

ĐS:  $5,02 \cdot 10^{24}$  nguyên tử.

**39.34** Bình dung tích  $V = 4$  lít chứa khí có áp suất  $p_1 = 840\text{mmHg}$ . Khối lượng tổng cộng của bình và khí là  $m_1 = 546\text{g}$ . Cho một phần khí thoát ra ngoài, áp suất giảm đến  $p_2 = 735\text{mmHg}$ , nhiệt độ như cũ, khối lượng của bình và khí còn lại là  $m_2 = 543\text{g}$ . Tìm khối lượng riêng của khí trước và sau thí nghiệm.

ĐS:  $6\text{g/l}$ ;  $5,25\text{g/l}$

**39.35\*** Hai bình giống nhau được nối với nhau bởi một ống nhỏ. Trong ống có một cái van. Van chỉ mở khi độ chênh lệch áp suất hai bên là  $\Delta p = 1,1\text{atm}$ .

Ban đầu, một bình chứa khí lí tưởng ở nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ\text{C}$ , áp suất  $p_1 = 1\text{atm}$ , còn trong bình kia là chân không. Sau đó, người ta nung nóng hai bình lên tới nhiệt độ  $t_2 = 107^\circ\text{C}$ . Hãy tính áp suất của khí trong mỗi bình lúc này.

ĐS:  $1,18\text{atm}$ ;  $0,08\text{atm}$ .

**39.36\*** Ba bình giống nhau được nối bằng các ống dẫn mỏng cách nhiệt. Mỗi bình chứa một lượng khí hêli nào đó ở cùng nhiệt độ  $T = 10\text{K}$ . Sau đó bình I được làm nóng đến nhiệt độ  $T_1 = 40\text{K}$ , bình II đến  $T_2 = 100\text{K}$ , bình III có nhiệt độ không đổi. Hỏi áp suất trong các bình thay đổi bao nhiêu lần?

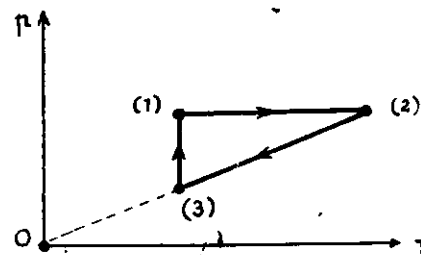
ĐS:  $2,2$

**39.37** Hai bình cầu có thể tích  $V_1 = 100\text{cm}^3$ ,  $V_2 = 200\text{cm}^3$  được nối bằng một ống nhỏ cách nhiệt. Ban đầu hệ có nhiệt độ  $t = 27^\circ\text{C}$  và chứa ôxi ở áp suất  $p = 760\text{mmHg}$ . Sau đó bình  $V_1$  giảm nhiệt độ xuống đến  $0^\circ\text{C}$  còn bình  $V_2$  tăng nhiệt độ lên đến  $100^\circ\text{C}$ . Tính áp suất khí trong các bình.

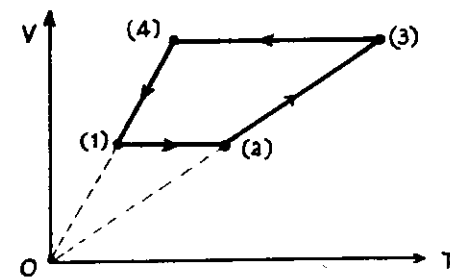
ĐS:  $84,2\text{cmHg}$

• Toán về đồ thị

**39.38** Hai hình sau đây là các đồ thị của hai chu trình biến đổi trong hệ tọa độ  $(p, T)$  và  $(V, T)$ .



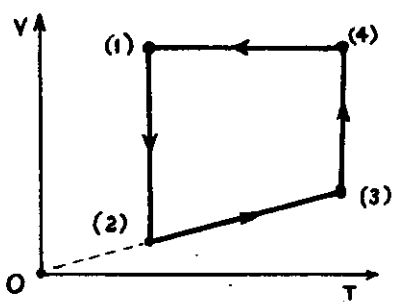
H.28.14



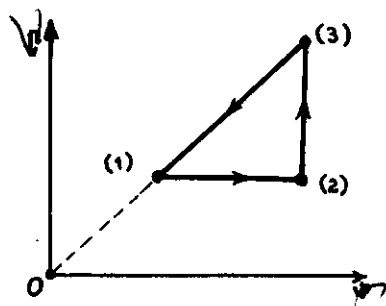
H.28.15

Hãy vẽ các đồ thị biểu diễn mỗi chu trình trong các hệ tọa độ còn lại.

**39.39** Giải lại bài toán 39.38 với các chu trình biểu diễn bởi hai đồ thị sau:

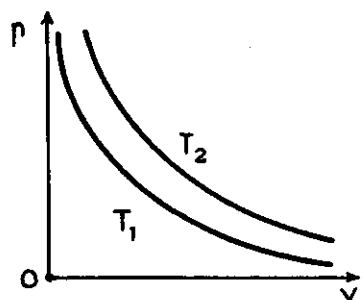


H.28.16

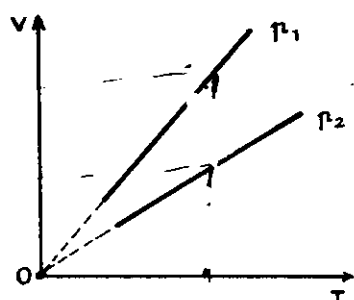


H.28.17

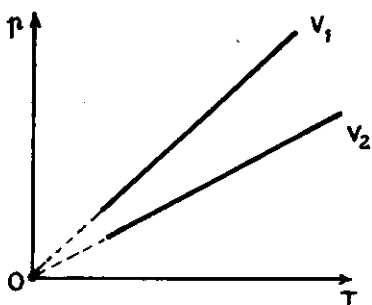
39.40 Cho các đồ thị sau đây :



(I)  
H.28.18



(II)  
H.28.19

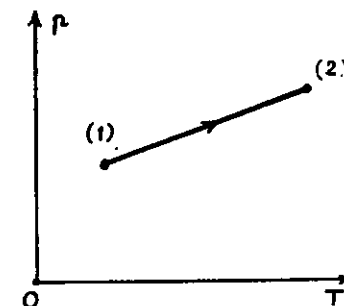


(III)  
H.28.20

Hãy chứng tỏ rằng :

- Ở đồ thị (I) :  $T_2 > T_1$
- Ở đồ thị (II) :  $p_2 > p_1$
- Ở đồ thị (III) :  $V_2 > V_1$

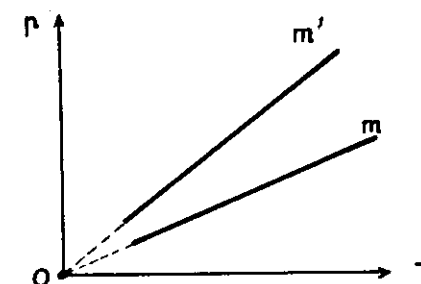
39.41 Khi nung nóng một khối khí, sự thay đổi của áp suất  $p$  theo nhiệt độ tuyệt đối  $T$  được cho bởi đồ thị sau đây :  
Hãy xác định là trong quá trình này khí bị nén hay giãn.



H.28.21

ĐS: Giãn

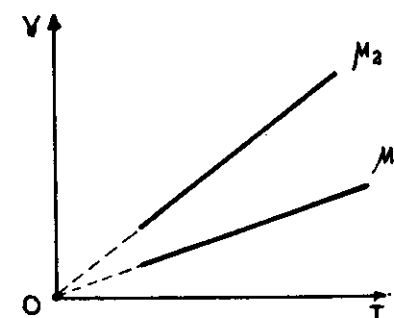
39.42 Hai bình có dung tích bằng nhau chứa cùng một loại khí. Khối lượng của khí lần lượt là  $m$  và  $m'$ .  
Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của  $p$  theo  $T$  của hai khối khí như hình vẽ.  
Hãy so sánh  $m$  và  $m'$ .



H.28.22

ĐS:  $m' > m$

39.43 Hai xilanh chứa hai loại khí có khối lượng mol là  $\mu_1, \mu_2$  khác nhau nhưng có cùng khối lượng  $m$ . Áp suất của hai khí cũng bằng nhau. Quá trình biến đổi đẳng áp được biểu diễn bởi các đồ thị như trong hình bên.  
Hãy so sánh các khối lượng mol.



H.28.23

ĐS:  $\mu_1 > \mu_2$

39.44. Một xilanh chứa khí bị hờ nên khí có thể ra hoặc vào chậm.

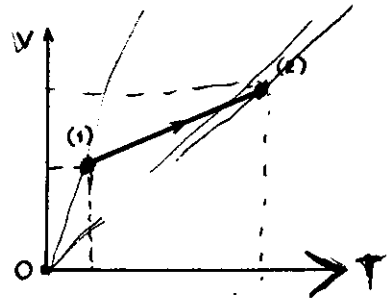
Khi áp suất  $p$  không đổi, thể tích  $V$  biến thiên theo nhiệt độ tuyệt đối  $T$  như đồ thị ở hình bên.

Hội lượng khí trong xilanh tăng hay giảm ?

ĐS: Giảm

• Khí biến đổi theo chu trình kín

39.45 Một lượng khí hêli ( $\mu=4$ ) có khối lượng  $m = 1,0g$ , nhiệt độ  $t_1 = 127^\circ C$  và thể tích  $V_1 = 4,0$



H.28.24

lít biến đổi qua hai giai đoạn :

— Đẳng nhiệt, thể tích tăng gấp hai lần.

— Đẳng áp, thể tích trở về giá trị ban đầu.

a) Vẽ đồ thị biểu diễn các quá trình biến đổi trong hệ tọa độ  $(p, T)$ .

b) Tìm nhiệt độ và áp suất thấp nhất trong quá trình biến đổi.

ĐS: b)  $1,05 \text{ at}$  ;  $-73^\circ C$

39.46 Một lượng khí ôxi ở  $130^\circ C$  dưới áp suất  $10^5 \text{ N/m}^2$  được nén đẳng nhiệt đến áp suất  $1,3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Cần làm lạnh đẳng tích khí đến nhiệt độ nào để áp suất giảm bằng lúc đầu ?

Biểu diễn quá trình biến đổi trên trong các hệ tọa độ  $(pV)$ ,  $(p, T)$ ,  $(V, T)$ .

ĐS:  $37^\circ C$

39.47 Một khối khí có áp suất  $p_0$ , thể tích  $V_0$ , được đun nóng đẳng áp, nhiệt độ tuyệt đối tăng gấp hai. Sau đó, khí được làm lạnh đẳng tích về nhiệt độ cũ. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình trong hệ tọa độ  $(pV)$ ,  $(pT)$ ,  $(VT)$ .

39.48 Một khối lượng  $m = 1g$  hêli trong xilanh, ban đầu có thể tích  $V_1 = 4,2$  lít, nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ C$ . Khí được biến đổi theo một chu trình kín gồm 3 giai đoạn :

— Giai đoạn 1 : Giãn nở đẳng áp, thể tích tăng lên đến  $6,3$

lít.

— Giai đoạn 2 : Nén đẳng nhiệt.

— Giai đoạn 3 : Làm lạnh đẳng tích.

a) Vẽ đồ thị biểu diễn chu trình trong các hệ tọa độ  $(V, T)$ ,  $(p, T)$ ,  $(p, V)$ .

b) Tìm nhiệt độ và áp suất (tính theo đơn vị  $\text{at}$ ) lớn nhất đạt được trong chu trình biến đổi.

ĐS: b)  $450K$  ;  $2,25 \text{ at}$

39.49 Một lượng khí biến đổi theo chu trình biểu diễn bởi đồ thị sau :

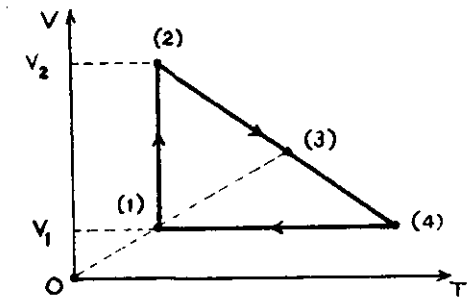
Cho biết :

$$p_1 = p_3 ;$$

$$V_1 = 1\text{m}^3 ; V_2 = 4\text{m}^3 ;$$

$$T_1 = 100K ; T_4 = 300K.$$

Hãy tìm  $V_3$ .



H.28.25

ĐS:  $V_3 = 2,2\text{m}^3$

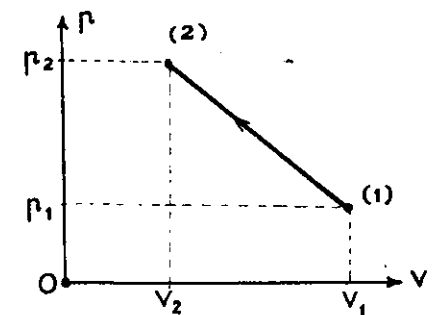
39.50\* Có 20g khí hêli chứa trong xilanh dầy kín bởi pittông biến đổi chậm từ (1)  $\rightarrow$  (2) theo đồ thị mô tả bởi hình bên.

Cho :  $V_1 = 30$  lít ;  $p_1 = 5\text{atm}$  ;

$V_2 = 10$  lít ;  $p_2 = 15\text{atm}$ .

Hãy tìm nhiệt độ cao nhất mà khí đạt được trong quá trình biến đổi.

ĐS:  $487,8K$



H.28.26

## § 29. PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA KHÍ LÝ TƯỞNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Phương trình cơ bản của khí lý tưởng

$$p = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2}$$

$p$  : áp suất của khí,

$n_0$  : mật độ phân tử khí,

$m$  : khối lượng của 1 phân tử khí,

$\overline{v^2}$  : Giá trị trung bình của bình phương vận tốc các phân tử khí.

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d}$$

$\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$  : động năng trung bình của các phân tử.

#### II. Nhiệt độ và động năng trung bình của phân tử khí

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} kT$$

$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-24} \text{JK}^{-1}$ : hằng số Bôndơman (Boltzmann)

#### III. Các hệ quả

$$\overline{v} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$$p = n_0 kT$$

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 40

Các bài toán về vận tốc, động năng và mật độ của phân tử khí

— Áp dụng phương trình cơ bản hoặc các hệ quả từ phương trình này.

— Chú ý :

- Tổng số phân tử trong bình chứa là :

$$N = n_0 V = n N_A \quad (n : \text{số mol})$$

- Khối lượng của 1 phân tử khí là :

$$m = \frac{M}{N} = \frac{\mu}{N_A} = \frac{D}{n_0}$$

#### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

40.1

Một bình dung tích 10 lít chứa 1 mol khí hêli ở áp suất 2,5atm. Tính động năng trung bình và vận tốc trung bình của phân tử khí trong bình.

GIẢI

— Ta áp dụng phương trình cơ bản của khí lý tưởng :

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{W_d}$$

Mặt khác ta cũng có :

$$N = n_0 V = n N_A$$

Do đó :

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{n N_A}{V} \cdot \bar{W}_d$$

Suy ra :

$$\bar{W}_d = \frac{3pV}{2nN_A}$$

$$= \frac{3 \cdot 2,5 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1 \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}$$
$$= \boxed{6,3 \cdot 10^{-21} \text{ (J)}}$$

Từ định nghĩa :

$$\bar{W}_d = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

Với  $m = \frac{\mu}{N_A}$  ta suy ra :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2\bar{W}_d \cdot N_A}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,3 \cdot 10^{-21} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}}}$$
$$\approx \boxed{1377 \text{ (m/s)}}$$

40.2

Hãy tính vận tốc trung bình của các phân tử khí ôxi ở nhiệt độ 27°C.

GIẢI

Ta áp dụng công thức :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

Với :

$$R = 8,31 \text{ J/mol.K}$$

$$T = 300\text{K}$$

$$\mu = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,31 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}}$$
$$\approx \boxed{483 \text{ (m/s)}}$$

40.3

Một căn phòng có thể tích 40m<sup>3</sup>. Không khí trong phòng có nhiệt độ 27°C và ở áp suất 1atm. Tính số phân tử chứa trong phòng.

GIẢI

Ta có công thức :

$$p = n_0 kT$$

Số phân tử không khí trong phòng có thể tính như sau :

$$N = n_0 V = \frac{pV}{kT}$$

$$= \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 40}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} =$$

$$9,76 \cdot 10^{26} \text{ (phân tử)}$$

## ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

40.4 Một bình dung tích 7,5 lít chứa 24g khí ôxi ở áp suất  $2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Tính động năng trung bình của các phân tử khí ôxi :

$$DS: 6,23 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

40.5 Bình có dung tích 2 lít chứa 10g khí ở áp suất 680mmHg. Tính vận tốc trung bình của khí.

$$DS: 233 \text{ m/s}$$

40.6 Tính vận tốc trung bình của khí có khối lượng riêng  $2 \text{ kg/m}^3$  ở áp suất 760 mmHg.

$$DS: 389 \text{ m/s}$$

40.7 Tính động năng trung bình và vận tốc trung bình của phân tử khí heli ở nhiệt độ  $0^\circ \text{C}$ .

$$DS: 5,65 \cdot 10^{-23} \text{ J}; 1304 \text{ m/s}$$

40.8 Một chất khí mà các phân tử có vận tốc trung bình là  $1760 \text{ m/s}$  ở  $0^\circ \text{C}$ .

Tính vận tốc trung bình của các phân tử khí này ở nhiệt độ  $1000^\circ \text{C}$ .

$$DS: 3800 \text{ m/s}$$

40.9 Ở nhiệt độ nào vận tốc trung bình của các phân tử khí ôxi đạt vận tốc vũ trụ cấp I ( $7,9 \text{ km/s}$ ) ?

$$DS: 8 \cdot 10^4 \text{ K}$$

40.10 Ở nhiệt độ nào vận tốc trung bình của phân tử  $\text{CO}_2$  là  $720 \text{ km/h}$  ?

$$DS: 70 \text{ K}$$

40.11 Bình có dung tích 2 lít chứa một loại khí ở nhiệt độ  $27^\circ \text{C}$  và áp suất  $10^{-6} \text{ mmHg}$ .

Tính mật độ phân tử và tổng số phân tử khí trong bình.

$$DS: 3,2 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}; 6,4 \cdot 10^{13}$$

40.12 Lượng khí hiđrô có  $T_1 = 200 \text{ K}$ ,  $p_1 = 400 \text{ N/m}^2$  được nung nóng đến  $T_2 = 10000 \text{ K}$ , khi đó các phân tử hiđrô bị phân li hoàn toàn thành nguyên tử hiđrô. Coi thể tích, khối lượng khí không đổi. Tìm áp suất  $p_2$  của khí hiđrô.

$$DS: 4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

40.13\* Khối lượng phân tử  $\text{H}_2$  là  $3,3 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ . Biết rằng trong 1 giây, có  $10^{23}$  phân tử  $\text{H}_2$  với vận tốc  $1000 \text{ m/s}$  đập vào  $1 \text{ cm}^2$  thành bình theo phương nghiêng  $30^\circ$  với thành bình. Tìm áp suất khí lên thành bình.

$$DS: 3,3 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$$

40.14\* Một vệ tinh có thể tích  $V = 100 \text{ m}^3$ , chứa không khí ở điều kiện thường. Thiên thạch đã làm thủng 1 lỗ nhỏ có diện tích  $S = 1 \text{ cm}^2$  trên vỏ vệ tinh. Tính khoảng thời gian để áp suất bên trong vệ tinh giảm đi 1%. Nhiệt độ khí không đổi và phân tử gam của không khí là  $29 \text{ g/mol}$ .

$$DS: 2 \text{ phút}$$

40.15\* Một bình đựng khí loãng được chia thành 2 phần bằng một vách mỏng có lỗ thủng. Kích thước lỗ khá nhỏ so với quãng đường tự do trung bình của phân tử khí trong bình. Tìm tỉ số áp suất của khí trong mỗi phần của bình nếu chúng được giữ ở những nhiệt độ khác nhau  $T_1$  và  $T_2$ .

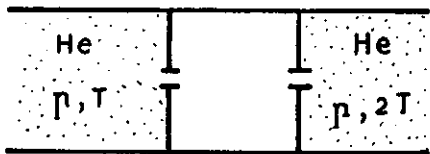
$$DS: \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

40.16\* Một bình thông với không gian xung quanh qua 1 lỗ nhỏ. Không gian bên ngoài có nhiệt độ  $T$ , áp suất  $p$ . Khí trong và ngoài bình là khá loãng sao cho các phân tử khí chuyển động trong bình và từ bình qua lỗ đều không va chạm với nhau. Khí trong bình được duy trì ở nhiệt độ  $4T$ . Tìm áp suất khí trong bình.

$$DS: 2p$$



40.17\* Một cái hốc cách nhiệt được nối với hai thể tích chứa khí hêli bằng các lỗ thủng nhỏ giống nhau (H.29.1) Các thể tích khí hêli được giữ ở áp suất  $p$ , nhiệt độ  $T$  và  $2T$  không đổi. Tính áp suất và nhiệt độ của khí trong hốc.



H.29.1

$$DS: T\sqrt{2} ; \frac{(\sqrt{2} + 1)p}{2^4\sqrt{2}}$$

## § 30. NỘI NĂNG VÀ SỰ BIẾN ĐỔI NỘI NĂNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Nội năng

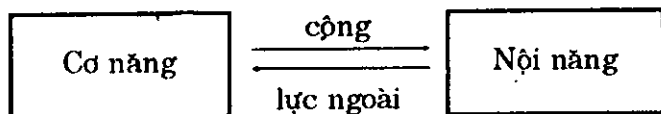
Động năng của phân tử + Thế năng tương tác giữa các phân tử = Nội năng của vật.

$$\Rightarrow U = f(T, V)$$

Chú ý: Với chất khí, nội năng  $U$  có thể coi là chỉ phụ thuộc nhiệt độ của khí.

#### II. Cách biến đổi nội năng

##### 1. Thực hiện công



##### 2. Truyền nhiệt lượng

— Công thức tính nhiệt lượng :

#### Bài toán 41

Tính toán các đại lượng về nhiệt

Áp dụng :

- Công thức tính nhiệt lượng
- Phương trình cân bằng nhiệt

#### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

41.1

Vật (A) có khối lượng  $0,10\text{kg}$  ở nhiệt độ  $100^\circ\text{C}$  được bỏ vào nhiệt lượng kế (B). Nhiệt lượng kế bằng đồng thau có khối lượng  $0,10\text{kg}$  chứa nước (C) ban đầu ở  $20^\circ\text{C}$ . Nhiệt độ của hệ khi có cân bằng nhiệt là  $24^\circ\text{C}$ . Tính nhiệt dung riêng  $c_1$  của vật A. Biết rằng nhiệt dung riêng của

$$Q = cm(t_2 - t_1)$$

$c$  : nhiệt dung riêng,

$m$  : khối lượng,

$t_1$  : nhiệt độ đầu,

$t_2$  : nhiệt độ sau.

— Phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

Quy ước :  $Q > 0$  : nhiệt lượng thu vào,

$Q < 0$  : nhiệt lượng tỏa ra.

đồng thau và nước lần lượt là :  $c_2 = 3,8.10^2 \text{J/kg. độ}$ ,  
 $c_3 = 4,2.10^3 \text{J/kg. độ}$ .

**GIẢI**

Ta có bảng tóm tắt dữ liệu sau :

	A	B	C
Khối lượng	$m_1 = 0,10 \text{kg}$	$m_2 = 0,10 \text{kg}$	$m_3 = 0,20 \text{kg}$
Nhiệt dung riêng	$c_1$	$c_2 = 3,8.10^2 \text{J/kg. độ}$	$c_3 = 4,2.10^3 \text{J/kg. độ}$
Nhiệt độ đầu	$t_1 = 100^\circ\text{C}$	$t_2 = 20^\circ\text{C}$	$t_3 = 20^\circ\text{C}$

Sau khi có cân bằng nhiệt, nhiệt độ của hệ là :

$$t = 24^\circ\text{C}$$

Áp dụng phương trình cân bằng nhiệt, ta có :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (t - t_1) + m_2 c_2 (t - t_2) + m_3 c_3 (t - t_3) = 0$$

Suy ra :

$$c_1 = \frac{m_2 c_2 (t - t_2) + m_3 c_3 (t - t_3)}{m_1 (t - t_1)}$$

$$\approx \boxed{4,6.10^2 \text{ (J/kg. độ)}}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

41.2

100g chì được truyền nhiệt lượng 260 J, thì tăng nhiệt độ từ  $15^\circ\text{C}$  đến  $35^\circ\text{C}$ . Tìm nhiệt dung và nhiệt dung riêng của chì.

ĐS: 13J/độ ; 130J/kg.độ

41.3

Thùng nhôm, khối lượng 1,2kg, đựng 4kg nước ở  $90^\circ\text{C}$ . Tìm nhiệt lượng tỏa ra khi nhiệt độ hạ còn  $30^\circ\text{C}$ . Cho biết : nhôm có  $c_1 = 0,92 \text{kJ/kg. độ}$ , nước có  $c_2 = 4,186 \text{kJ/kg. độ}$ .

ĐS:  $1,07.10^5 \text{J}$

41.4

Một nhiệt lượng kế chứa 2kg nước ở  $15^\circ\text{C}$ . Cho vào nhiệt lượng kế quả cân bằng thau có khối lượng 500g ở  $100^\circ\text{C}$ .

Tìm nhiệt độ cân bằng của hệ. Coi rằng vỏ nhiệt lượng kế không thu nhiệt. Cho các nhiệt dung riêng của thau và nước lần lượt là :  $c_1 = 3,68.10^2 \text{J/kg. độ}$ ,  $c_2 = 4,186 \text{kJ/kg. độ}$

ĐS:  $16,8^\circ\text{C}$

41.5

Nhiệt lượng kế bằng đồng ( $c_1 = 0,09 \text{cal/g. độ}$ ) chứa nước ( $c_2 = 1 \text{cal/g. độ}$ ) ở  $25^\circ\text{C}$ . Khối lượng tổng cộng của nhiệt lượng kế là 475g.

Bỏ vào nhiệt lượng kế một vật bằng thau ( $c_3 = 0,08 \text{cal/g. độ}$ ) có khối lượng 400g ở  $90^\circ\text{C}$ . Nhiệt độ sau cùng của hệ khi cân bằng nhiệt là  $30^\circ\text{C}$ .

Tính khối lượng của nhiệt lượng kế và của nước.

ĐS: 100g ; 375g

41.6

Một khối  $m = 50 \text{g}$  hợp kim chì kẽm ở  $136^\circ\text{C}$  được cho vào một nhiệt lượng kế, nhiệt dung 30J/độ, chứa 100g nước ở  $14^\circ\text{C}$ . Nhiệt độ cân bằng là  $18^\circ\text{C}$ . Tìm khối lượng chì, kẽm. Biết nhiệt dung riêng của nước là  $c_0 = 4,2 \text{kJ/kg. độ}$ , của chì là  $c_1 = 0,13 \text{kJ/kg. độ}$  và của kẽm là  $c_2 = 0,38 \text{kJ/kg. độ}$ .

ĐS: 15g ; 35g

41.7

Trộn ba chất lỏng không tác dụng hóa học lẫn nhau. Biết khối lượng lần lượt là  $m_1 = 1 \text{kg}$ ,  $m_2 = 10 \text{kg}$ ,  $m_3 = 5 \text{kg}$ , nhiệt độ và nhiệt dung riêng lần lượt là  $t_1 = 6^\circ\text{C}$ ,  $c_1 = 2 \text{kJ/kg. độ}$ ,  $t_2 = -40^\circ\text{C}$ ,  $c_2 = 4 \text{kJ/kg. độ}$ ,  $t_3 = 60^\circ\text{C}$ ,  $c_3 = 2 \text{kJ/kg. độ}$ . Tìm :

a) nhiệt độ cân bằng của hỗn hợp ;

b) nhiệt lượng cần để làm nóng hỗn hợp đến  $6^\circ\text{C}$ .

ĐS:  $-19^\circ\text{C}$  ; 1300kJ

41.8 Có hai bình cách nhiệt. Bình I chứa 5 lít nước ở  $60^{\circ}\text{C}$ , bình II chứa 1 lít nước ở  $20^{\circ}\text{C}$ . Đầu tiên, rót một phần nước ở bình I sang bình II. Sau khi bình II cân bằng nhiệt, người ta lại rót từ bình II sang bình I một lượng nước bằng với lần rót trước. Nhiệt độ sau cùng của nước trong bình I là  $59^{\circ}\text{C}$ . Tính lượng nước đã rót từ bình này sang bình kia.

$$DS: \frac{1}{7} \text{ lít}$$

41.9 Một bình cách nhiệt được ngăn làm hai phần bằng một vách ngăn cách nhiệt. Hai phần bình chứa 2 chất lỏng có nhiệt dung riêng  $c_1, c_2$  và nhiệt độ  $t_1, t_2$  khác nhau. Bỏ vách ngăn, hai khối chất lỏng không có tác dụng hóa học và có nhiệt độ cân bằng là  $t$ . Biết  $(t_1 - t) = \frac{1}{2}(t_1 - t_2)$ .

Tính tỉ số  $m_1 / m_2$ .

$$DS: \frac{m_1}{m_2} = \frac{c_2}{c_1}$$

41.10 Hai bình giống nhau nối bằng ống có khóa. Bình I chứa một lượng khí có  $p = 10^5 \text{ N/m}^2$ ,  $t_1 = 27^{\circ}\text{C}$ . Bình II chứa cùng loại khí, cùng áp suất nhưng có  $t_2 = 227^{\circ}\text{C}$ . Mở khóa cho hai bình thông nhau. Hỏi :

- nhiệt độ khí cân bằng ?
- áp suất khí sau khi cân bằng ?

$$DS: \text{a) } 102^{\circ}\text{C} \\ \text{b) } 10^5 \text{ N/m}^2$$

41.11\* Một bình cầu kín cách nhiệt, thể tích 100 lít, có 5g khí  $\text{H}_2$  và 12g khí  $\text{O}_2$ . Người ta đốt cháy hỗn hợp khí trong bình. Biết khi có một mol hơi nước được tạo thành trong phản ứng thì có một lượng nhiệt  $2,4 \cdot 10^5 \text{ J}$  tỏa ra. Nhiệt độ ban đầu của hỗn hợp khí là  $20^{\circ}\text{C}$ , nhiệt dung riêng đẳng tích của hiđrô là  $14,3 \text{ kJ/kg}\cdot\text{độ}$ , của hơi nước là  $2,1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{độ}$ . Sau phản ứng hơi nước không bị ngưng tụ. Tính áp suất trong bình sau phản ứng.

$$DS: 5,4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

## § 31. NGUYÊN LÝ I CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Thí nghiệm Jun (Joule)

— Ý nghĩa : Minh họa của định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng.

— Phương lượng cơ của nhiệt :

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

#### II. Nguyên lý I của nhiệt động lực học

$$Q = A + \Delta U$$

$Q$  : nhiệt lượng truyền cho vật.

$A$  : công do vật thực hiện.

$\Delta U$  : độ biến thiên nội năng của vật.

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 42

Tính toán liên quan đến nhiệt lượng, công và độ biến thiên nội năng.

— Áp dụng công thức của nguyên lý I của nhiệt động lực học.

— Các điểm cần lưu ý :

\*  $Q$  : nhiệt lượng trao đổi giữa hệ và môi trường ngoài.

$Q > 0$  : hệ thu nhiệt

$Q < 0$  : hệ tỏa nhiệt

\* $\Delta U$  : độ biến thiên nội năng của hệ. Nội năng biến thiên theo nhiệt độ, kích thước hoặc hình dạng của hệ.

$$\begin{cases} \Delta U > 0 : \text{nội năng tăng} \\ \Delta U < 0 : \text{nội năng giảm} \end{cases}$$

\* A : công do hệ thực hiện.

$$\begin{cases} A > 0 : \text{hệ sinh công dương (công phát động)} \\ A < 0 : \text{hệ sinh công âm (công cản)} \end{cases}$$

Nếu hệ chịu tác dụng của lực ngoài  $\vec{F}'$  sinh công  $A'$  trong quá trình biến đổi, ta có :

$$A = -A'$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

42.1

Quả bóng khối lượng 100g rơi từ độ cao 1,5m xuống đất và nảy lên đến độ cao 1,2m. Tại sao bóng không nảy lên đến độ cao ban đầu ? Tính độ tăng nội năng của bóng, đất và không khí. Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

GIẢI

Xét hệ gồm bóng, đất và không khí :

Khi bóng rơi, chạm đất và nảy lên, một phần cơ năng của bóng đã biến thành nội năng trong hệ.

Đặt cơ năng của bóng nơi bắt đầu rơi và nơi lên cao nhất sau va chạm là  $W_1, W_2$ . Ta có :

$$\begin{aligned} W_2 &< W_1 \\ \Rightarrow mgh_2 &< mgh_1 \end{aligned}$$

Suy ra :  $h_2 < h_1$

Do hệ là kín, theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học :

$$Q = U - A' = 0$$

Độ tăng nội năng của hệ là :

$$U = A' = mg(h_1 - h_2)$$

$$= \boxed{0,3\text{J}}$$

Độ tăng nội năng này làm tăng nhiệt độ của hệ và có thể làm biến dạng bóng, đất.

42.2

Viên đạn chì (nhiệt dung riêng  $c = 0,13\text{kJ/kg.độ}$ ) rơi không ma sát từ độ cao 130m xuống và va chạm mềm với đất. Hỏi đạn nóng thêm bao nhiêu độ khi chạm đất nếu giả sử 50% độ tăng nội năng của đạn được biến thành nhiệt làm nóng viên đạn ? Cho  $g = 10\text{m/s}^2$

GIẢI

Xét hệ gồm đạn đất và môi trường.

Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học :

$$Q = U - A' = 0$$

Độ tăng nội năng của hệ :

$$U = A' = mgh$$

Độ tăng nội năng này sẽ làm tăng nhiệt độ của hệ và biến dạng đạn, đất. Theo đề 50%  $\Delta U$  sẽ làm tăng nhiệt độ của đạn :

$$0,5\Delta U = mc \Delta t$$

$$0,5 mgh = mc \Delta t$$

Độ tăng nhiệt của đạn :

$$\Delta t = \frac{0,5gh}{c} = \frac{0,5 \cdot 10 \cdot 130}{130}$$

$$= \boxed{5(^{\circ}\text{C})}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

- 42.3 Viên đạn chì ( $m = 50\text{g}$ ,  $c = 0,12\text{kJ/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ ) bay với vận tốc  $v_0 = 360\text{km/h}$ . Sau khi xuyên qua một tấm thép, vận tốc viên đạn giảm còn  $72\text{km/h}$ .
- a) Tính lượng nội năng tăng thêm của đạn và thép.  
b) 60% lượng nội năng trên biến thành nhiệt làm nóng viên đạn. Tính độ tăng nhiệt độ của đạn.

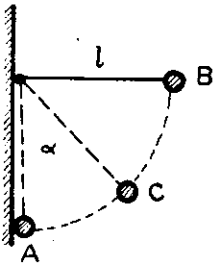
ĐS: a) 240J  
b)  $24^{\circ}\text{C}$

- 42.4 Búa máy 10 tấn rơi từ độ cao 2,3m xuống một cọc sắt ( $c = 0,46\text{kJ/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ ,  $m = 200\text{kg}$ ). Biết 40% động năng của búa biến thành nhiệt làm nóng cọc sắt. Hỏi búa rơi bao nhiêu lần thì cọc tăng nhiệt độ thêm  $20^{\circ}\text{C}$ . Cho rằng cọc không tỏa nhiệt cho môi trường.

ĐS: 20 lần

- 42.5 Quả cầu có nhiệt dung riêng  $c = 460\text{J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$  được treo bởi sợi dây có chiều dài  $l = 46\text{cm}$ . Quả cầu được nâng lên đến B rồi thả rơi. Sau khi chạm tường, nó bật lên đến C ( $\alpha = 60^{\circ}$ ). Biết rằng 60% độ giảm thế năng biến thành nhiệt làm nóng quả cầu. Tính độ tăng nhiệt độ của quả cầu. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

ĐS:  $\Delta t = 0,003^{\circ}\text{C}$



H.31.1

- 42.6\* Một quả bóng khối lượng  $m = 300\text{g}$  có dung tích  $V = 8$  lít được bơm không khí

đến áp suất  $p = 1,2$  atm. Quả bóng được ném lên cao 20m và rơi xuống đất rắn rồi lại nảy lên gần như tới vị trí cũ. Tính nhiệt độ cực

đại của không khí trong quả bóng vào lúc va chạm với đất rắn. Coi thể tích bóng thay đổi không đáng kể khi va chạm. Nhiệt độ môi trường là  $T = 300\text{K}$ , nhiệt dung riêng đẳng tích của không khí là  $c_v = 0,16\text{cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ .

ĐS: 306K

## § 32. ỨNG DỤNG NGUYÊN LÝ I CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC CHO KHÍ LÝ TƯỞNG

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Nội năng và công của khí lý tưởng

##### 1. Nội năng của khí lý tưởng

Trường hợp khí đơn nguyên tử:

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

( $n$ : số mol khí)

— Trường hợp tổng quát:

$$U = nc_v T$$

$c_v$ : nhiệt dung riêng đẳng tích.

Chú ý:

- Khí đơn nguyên tử:  $c_v = \frac{3}{2}R$
- Khí lưỡng nguyên tử:  $c_v = \frac{5}{2}R$

## 2. Biểu thức tính công :

a) Quá trình đẳng áp :

$$A = p \cdot \Delta V$$

— Khí giãn nở :  $\Delta V > 0 \Rightarrow A > 0$

— Khí bị nén :  $\Delta V < 0 \Rightarrow A < 0$

b) Quá trình bất kì :

— Áp dụng phương pháp vi phân :

$$A = \sum \Delta A_i = \sum p_i \Delta V_i$$

— Dùng giản đồ công (hệ tọa độ p, V) :

• Công tính bằng diện tích giới hạn bởi đường biểu diễn chu trình.

• Chiều biến đổi của chu trình thuận chiều kim đồng hồ  $\Rightarrow A > 0$  ; ngược lại  $\Rightarrow A < 0$ .

## II. Áp dụng nguyên lí I của nhiệt động lực học

1. Quá trình đẳng tích :

$$Q = \Delta U$$

2. Quá trình đẳng áp

$$Q = \Delta U + A$$

3. Quá trình đẳng nhiệt

$$Q = A$$

4. Quá trình đoạn nhiệt :

$$A = -\Delta U$$

## 5. Biến đổi theo chu trình kín

$$Q = A$$

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 43

Tính toán liên quan đến công, nhiệt lượng và độ biến thiên nội năng của khí lí tưởng.

— Áp dụng các công thức tính công và nội năng của khí lí tưởng.

— Áp dụng hệ thức liên lạc giữa A,  $\Delta U$ , Q theo mỗi quá trình biến đổi.

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

43.1

Một khối khí CO<sub>2</sub> có khối lượng m = 200g chứa trong một xilanh dưới pittông nặng. Pittông có thể di chuyển thẳng đứng theo thành của xilanh. Đun nóng xilanh cho nhiệt độ tăng dần từ t<sub>1</sub> = 20°C đến t<sub>2</sub> = 108°C. Tính công do khí thực hiện.

*GIẢI*

Khí được đun nóng, khí tác dụng áp lực  $\vec{F}$  lên pittông. Pittông di chuyển và khí thực hiện công.

Do nhiệt độ tăng dần và pittông nặng nên chuyển động của pittông chậm, coi như *thẳng đều*. Áp lực  $\vec{F}$  của khí cân bằng các lực cản (trọng lực của pittông ; áp lực của không khí). Do đó áp suất của khí trong xilanh không đổi. Khí giãn *đẳng áp*.

Công do khí thực hiện là :

$$A = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1$$

$$= \frac{m}{\mu}RT_2 - \frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{m}{\mu}R \cdot \Delta T$$

$$= \frac{200}{44} \cdot 8,31 \cdot 88$$

$$= \boxed{3324(J)}$$

43.2

Có 6,5g hiđrô ở 27°C được đun nóng đẳng áp để thể tích tăng gấp đôi. Tính :

- Công do khí thực hiện ;
- Nhiệt lượng truyền cho khí ;
- Độ biến thiên nội năng của khí.

Biết nhiệt dung riêng đẳng áp của hiđrô là

$$c_p = 14,3 \text{ kJ/kg.K.}$$

*GIẢI*

a) Công do khí thực hiện :

Ta có :

$$A = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1) = p(2V_1 - V_1)$$

$$= pV_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$$

$$= \frac{6,5}{2} \cdot 8,31 \cdot 300$$

$$\approx \boxed{8,10(kJ)}$$

b) Nhiệt lượng truyền cho khí :

Ta tính nhiệt lượng theo công thức :

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta t = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Định luật Gay Luytxác (Gay Lussac) cho :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1 = 2T_1$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = T_1$$

Vậy :

$$Q = m \cdot c_p T_1$$

$$= 6,5 \cdot 10^{-3} \cdot 14,3 \cdot 300$$

$$\approx \boxed{27,9(kJ)}$$

c) Độ biến thiên nội năng :

Theo nguyên lí I của Nhiệt động lực học ta suy ra :

$$\Delta U = Q - A$$

$$\approx \boxed{19,8kJ}$$

43.3

Một bình kín có dung tích 10,0 lít chứa một khối khí đơn nguyên tử ở áp suất  $p = 10^{-11}$  mmHg. Nhiệt độ của khí là 10,0°C. Hãy tính :

- Mật độ phân tử của khí ;
- Động năng trung bình của phân tử khí ;
- Nội năng của khí chứa trong bình.

GIẢI

a) Mật độ phân tử khí :

Ta có :  $p = n_0 kT$

Suy ra :  $n_0 = \frac{p}{kT}$

$$= \frac{10^{-11} \cdot 1,013 \cdot 10^5}{760 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 283}$$

$$\approx \boxed{3,4 \cdot 10^{11} \text{ (m}^{-3}\text{)}}$$

b) Động năng trung bình của phân tử khí :

Ta có :

$$\bar{W}_d = \frac{3}{2} kT$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 283$$

$$\approx \boxed{5,86 \cdot 10^{-21} \text{ (J)}}$$

c) Nội năng của khối khí :

Ta có :  $U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{10^{-11} \cdot 1,013 \cdot 10^5}{760} \cdot 10 \cdot 10^{-3}$$

$$\approx \boxed{2,00 \cdot 10^{-11} \text{ (J)}}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

43.4 Khối khí có  $p = 1 \text{at}$ ,  $V_1 = 10 \text{lít}$  được giãn nở đẳng áp, thể tích tăng gấp hai lần. Tìm công do khí thực hiện.

ĐS: 981J

43.5 20g khí oxi ở áp suất  $2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ , nhiệt độ  $31^\circ\text{C}$ , được đun nóng đẳng áp và giãn nở đến thể tích 25 lít. Tính công của khí.

ĐS: 3421,1 J

43.6 Một khối khí có  $p_1 = 1 \text{atm}$ ,  $V_1 = 12 \text{lít}$ ,  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  được đun nóng đẳng áp đến nhiệt độ  $t_2 = 77^\circ\text{C}$ . Tính công của khí.

ĐS: 202J

43.7 8 gam hiđrô ở  $27^\circ\text{C}$ , giãn nở đẳng áp thể tích tăng gấp 2 lần. Tính công của khí.

ĐS: 9972 J

43.8 Một khối khí có  $V = 7,5 \text{lít}$ ,  $p = 2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ ,  $t = 27^\circ\text{C}$ , bị nén đẳng áp và nhận một công 50J. Tính nhiệt độ của khí sau khi nén.

ĐS:  $17^\circ\text{C}$

43.9 Một khối khí có  $V = 3 \text{lít}$ ,  $p = 2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ ,  $t = 27^\circ\text{C}$  được đun nóng đẳng tích rồi cho giãn nở đẳng áp. Khi giãn nở nhiệt độ tăng thêm  $30^\circ\text{C}$ . Tính công khí đã thực hiện.

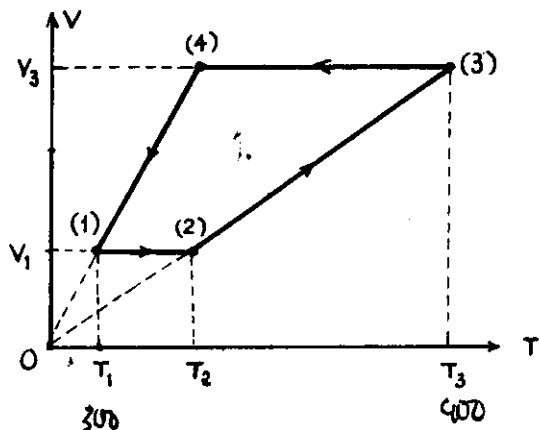
ĐS: 60J

43.10 Một khối lượng  $m$  của một chất khí có nhiệt độ  $T$  được làm lạnh đẳng tích, áp suất giảm đi  $n$  lần. Sau đó khí giãn nở đẳng áp đến khi nhiệt độ bằng lúc ban đầu. Tính công khí đã thực hiện. Biết phân tử gam của khí là  $\mu$ .

ĐS:  $(n - 1) \frac{mRT}{n\mu}$

43.11 Một lượng khí thực hiện chu trình biến đổi như đồ thị của hình bên. Cho biết :  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  ;  $V_1 = 5 \text{lít}$  ;  $t_3 = 127^\circ\text{C}$ ;





H. 32.1

$V_3 = 6$  lít.  
 Ở điều kiện tiêu chuẩn, khí có thể tích  $V_0 = 8,19$  lít. Tính công do khí thực hiện sau một chu trình biến đổi.

ĐS: 20,2J

43.12 Một xilanh thẳng đứng tiết diện  $100\text{cm}^2$  chứa khí ở  $27^\circ\text{C}$ , đáy bởi pittông nhẹ cách đáy 60cm. Trên pittông có đặt một vật khối lượng 100kg. Đốt nóng khí thêm  $50^\circ\text{C}$ . Tính công do khí thực hiện. Cho áp suất

khí quyển là  $1,01 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ ;  $g = 9,8 \text{m/s}^2$ .

ĐS: 199J

- 43.13 2,2 kg khí  $\text{CO}_2$  giãn nở đẳng áp, tăng nhiệt độ thêm  $\Delta t = 200^\circ\text{C}$ . Tính :
- công khí đã thực hiện ;
  - nhiệt lượng truyền cho khí ;
  - độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: a) 83,1kJ  
 b) 330kJ  
 c) 246,9kJ

- 43.14 12g hiđrô giãn nở đẳng áp ( $c_p = 14,6 \text{kJ/kg} \cdot \text{độ}$ ) thể tích tăng gấp ba lần và thực hiện công  $A = 29916 \text{J}$ . Tính :
- nhiệt độ ban đầu của khí ;
  - nhiệt lượng truyền cho khí ;
  - độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: a)  $27^\circ\text{C}$   
 b) 102960J  
 c) 73044J

- 43.15 10g ôxi ở  $15^\circ\text{C}$  và  $2,77 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$  giãn nở đẳng áp ( $c_p = 0,9 \text{kJ/kg} \cdot \text{độ}$ ) đến thể tích 6 lít. Tính :

- Công khí thực hiện và nhiệt lượng truyền cho khí ;
- Độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: a) 914,1J ; 3168J  
 b) 2253,9J

- 43.16 160g ôxi được đun nóng đẳng tích ( $c_v = 0,65 \text{kJ/kg} \cdot \text{độ}$ ) tăng nhiệt độ từ  $50^\circ\text{C}$  đến  $60^\circ\text{C}$ . Tìm nhiệt lượng truyền cho khí và độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: 1040J

- 43.17 Bình kín không dẫn nở, chứa 14g nitơ ở 1 at và  $27^\circ\text{C}$ , được đun nóng ( $c_v = 0,74 \text{kJ/kg} \cdot \text{độ}$ ), áp suất tăng lên đến 5 at. Hỏi độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: 12432J

- 43.18 Bình kín không dẫn nở, thể tích 6 lít, chứa 12g nitơ ở  $27^\circ\text{C}$ . Sau khi đun nóng, áp suất trong bình là 4,2 at. Tìm nhiệt lượng truyền cho khí và độ biến thiên nội năng của khí.

ĐS: 3552 J

- 43.19 Trong xilanh có một lượng khí. Pittông và khí quyển gây ra áp suất bằng  $2 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$  lên lượng khí ấy. Do nhận được nhiệt lượng 2,8 kcal, khí giãn nở đẳng áp. Cho biết  $c_p = 7 \text{kcal/kmol} \cdot \text{độ}$ . Tính :
- độ biến thiên nội năng của khí ;
  - độ tăng thể tích của khí (Cho 1 cal = 4,19J).

ĐS: a) 8,408kJ  
 b) 16,62l

- 43.20 Bình thể tích 10 lít chứa khí đơn nguyên tử có mật độ  $n_0 = 3 \cdot 10^{24} \text{m}^{-3}$ . Động năng trung bình của nguyên tử là  $\bar{W}_d = 5 \cdot 10^{-21} \text{J}$ . Tính nội năng của khí trong bình.

ĐS: 150J

- 43.21 Khí hêli đựng trong bình kín thể tích là 2 lít ở  $27^\circ\text{C}$ , áp suất  $10^5 \text{N/m}^2$ . Tính :
- nhiệt lượng cung cấp để tăng nhiệt độ khí lên  $127^\circ\text{C}$  ;
  - vận tốc trung bình của nguyên tử ở trạng thái đầu và

trạng thái cuối.

c) nội năng của khí ở đầu, cuối quá trình.

ĐS: a) 100J

b) 1367m/s ; 1579m/s

c) 300J ; 400J

**43.22** Một khối khí He chứa trong bình có thể tích 5 lít, áp suất  $1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , nhiệt độ  $27^\circ\text{C}$ .

a) Tính động năng trung bình của phân tử và mật độ phân tử.

b) Nén đẳng áp khối khí để mật độ phân tử tăng gấp hai lần. Tính nhiệt độ và thể tích khí sau khi nén.

c) Tính nhiệt lượng khí truyền cho bên ngoài.

ĐS: a)  $6,21 \cdot 10^{-21} \text{ J}$  ;  $3,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$

b)  $-123^\circ\text{C}$  ; 2,5l

c)  $-937,5 \text{ J}$

**43.23** Khối lượng  $m = 8 \text{ g}$  heli chứa trong xilanh, đẩy bởi pittông nặng. Khí được đun nóng đẳng áp từ nhiệt độ  $t_1 = 27^\circ\text{C}$  đến  $127^\circ\text{C}$ . Tìm nhiệt lượng truyền cho khí.

ĐS: 4155J

**43.24** Khối  $m = 40 \text{ g}$  khí neon ( $\mu = 20$ ) ở  $27^\circ\text{C}$ , thể tích ban đầu 6 lít.

a) Nén đẳng nhiệt, công lực ngoài là 6750J, thể tích giảm 4 lần. Tính nhiệt lượng khí tỏa ra.

b) Hơ nóng đẳng áp để thể tích khí tăng lên như cũ. Tính nhiệt lượng khí hấp thụ.

c) Vẽ đồ thị biến đổi trạng thái khí trong hệ (V, T), (p, T), (p, V).

ĐS: a)  $-6750 \text{ J}$

b) 37395J

**43.25** Xilanh cách nhiệt được chia làm hai phần thể tích  $V_1, V_2$  bằng vách ngăn cách nhiệt. Phần I có khí ở nhiệt độ  $T_1$ , áp suất  $p_1$ . Phần II chứa cùng loại khí ở nhiệt độ  $T_2$ , áp suất

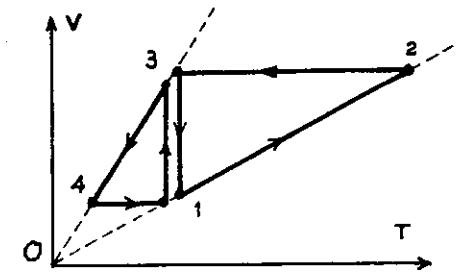
$p_2$ . Bỏ vách ngăn đi. Do hệ kín nên nội năng khí bảo toàn. Tìm nhiệt độ cân bằng.

$$\text{ĐS: } T = \frac{T_1 T_2 (p_1 V_1 + p_2 V_2)}{p_1 V_1 T_2 + p_2 V_2 T_1}$$

**43.26** Khí lí tưởng có  $\mu = 28 \text{ g/mol}$ . Để làm nóng đẳng áp khối khí thêm  $\Delta T = 14 \text{ K}$ , cần truyền cho khí nhiệt lượng  $Q_1 = 10 \text{ J}$ . Để làm lạnh đẳng tích khối khí trở về nhiệt độ ban đầu, cần thu nhiệt của khí một nhiệt lượng  $Q_2 = 8 \text{ J}$ . Tìm khối lượng khí.

ĐS: 0,48g

**43.27** Hình bên cho biết đồ thị (V, T) của hai chu trình biến đổi của khí lí tưởng. Ở chu trình nào công thực hiện lớn hơn ? Nhiệt lượng thu vào (hay tỏa ra) lớn hơn ?

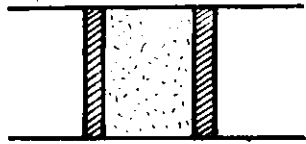


H. 32.2

**43.28\*** Một xilanh cách nhiệt kín hai đầu có khối lượng  $m_1$ . Xilanh được ngăn đôi bởi một pittông có thể trượt dọc theo thành xilanh. Pittông có khối lượng  $m_2$ . Ở mỗi phần của xilanh chứa cùng 1 mol khí lí tưởng có nội năng  $U = c \cdot T$  (c là 1 hằng số) và có thể trao đổi nhiệt cho nhau. Ta va chạm rất nhanh để truyền cho xilanh vận tốc  $v$  dọc theo trục của xilanh. Tìm độ tăng nhiệt độ của khí sau khi pittông ngừng dao động. Bỏ qua ma sát giữa pittông với xilanh và giữa xilanh với sàn. Cho rằng pittông không thu nhiệt (nhiệt dung nhỏ).

$$\text{ĐS: } \Delta T = \frac{m_1 m_2 v^2}{4c(m_1 + m_2)}$$

**43.29\*** Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử bị giam trong một ống hình trụ đặt nằm ngang và ngăn cách với bên ngoài bằng



H.32.3

hai pittông. Mỗi pittông có khối lượng  $m$  và có thể trượt không ma sát dọc theo thành xilanh. Truyền cho pittông các vận tốc ban đầu  $v$  và  $3v$  theo cùng một chiều. Nhiệt độ ban đầu của khí là  $T_0$ . Coi xilanh là rất dài. Tìm nhiệt độ cực đại mà khí đạt được. Cho rằng xilanh và pittông cách nhiệt.

ĐS:  $T_0 + 2/3.mv^2/R$

43.30\* Để đốt nóng 1kg một chất khí chưa biết, ở áp suất không đổi, tăng thêm 1K thì cần 912J ; còn để đốt nóng khối khí đó ở thể tích không đổi tăng thêm 1K thì cần 649J. Đó là chất khí gì ?

ĐS: Khí  $O_2$

43.31\* Một bình cách nhiệt, bên trong là chân không. Môi trường xung quanh là chất khí đơn nguyên tử ở nhiệt độ  $T_0$ . Tại một thời điểm nào đó, người ta mở nắp cho khí vào đây bình. Hỏi sau khi chiếm đầy bình, khí có nhiệt độ  $T$  là bao nhiêu ?

ĐS:  $\frac{5}{3}T_0$

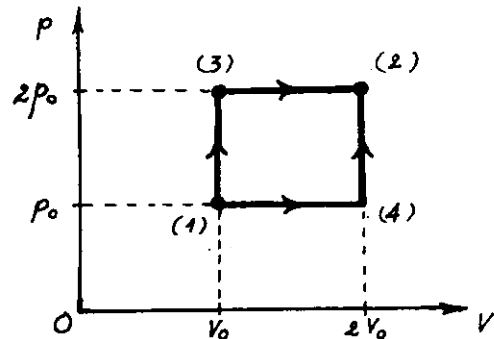
43.32 Một khí lí tưởng đơn nguyên tử chuyển từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) bằng hai cách :

\* (1) → (3) → (2).

\* (1) → (4) → (2).

Hãy tìm tỉ số các nhiệt lượng cần truyền cho khí trong hai quá trình đó.

ĐS:  $\frac{13}{11}$

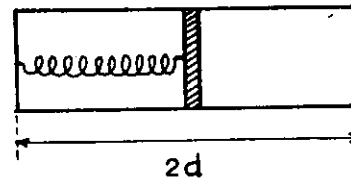


H.32.4

43.33\* Một bình hình trụ nằm ngang chiều dài  $2d$  được chia bởi hai pittông mỏng không dẫn nhiệt thành hai phần bằng nhau. Trong mỗi phần có chứa  $n$  mol khí lí tưởng đơn nguyên tử ở nhiệt độ  $T$ . Pittông được nối với thành bình bên trái bằng một lò xo có chiều dài  $d$ , độ cứng  $k$ . Truyền cho khí bên phải nhiệt lượng  $Q$ .

a) Nếu bình cách nhiệt thì nhiệt độ ở phần khí bên trái cũng tăng. Tại sao ?

b) Thật ra khối khí bên trái luôn giữ ở nhiệt độ  $T$  và tiếp xúc nhiệt với bên ngoài, do đó pittông dịch chuyển về bên trái một khoảng  $x = d/2$ . Hãy tính độ biến thiên nhiệt độ của khối khí bên phải và nhiệt lượng  $Q'$  mà khối khí bên trái đã trao đổi với bên ngoài.



H.32.5

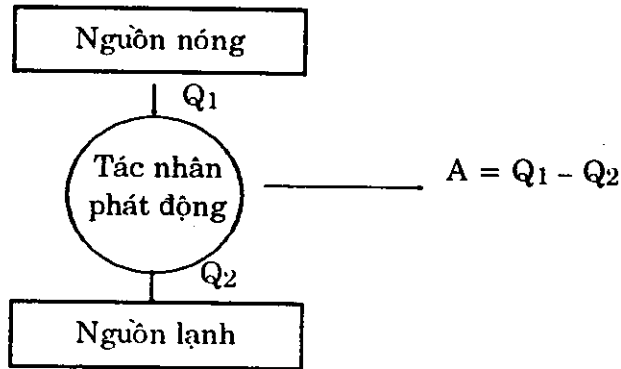
ĐS: b)  $\Delta T = 2T + \frac{3kd^2}{4nR}$

$Q' = Q - \frac{kd^2}{8} - \frac{3}{2}nR \left( 2T + \frac{3kd^2}{4nR} \right)$

## § 33. ĐỘNG CƠ NHIỆT

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Nguyên tắc hoạt động



#### II. Hiệu suất của động cơ nhiệt

1. Định nghĩa :

$$\mathcal{H} = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

2. Định lí Carnô (Carnot)

$$\mathcal{H} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\mathcal{H}_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} : \text{hiệu suất của động cơ nhiệt lí tưởng}$$

#### III. Nguyên lí II của nhiệt động lực học

— Phát biểu của Clao-diuyt (Clausius)

Nhiệt không thể tự động truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn.

— Phát biểu của Kervin (Kelvin) :

Không thể thực hiện được một quá trình tuần hoàn mà kết quả duy nhất là sinh công chỉ do một nguồn nhiệt.

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 44

#### Các bài toán về động cơ nhiệt

— Áp dụng các công thức về hiệu suất (thường là *hiệu suất lí tưởng*).

$$\mathcal{H} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

— Có thể tính công dựa vào diện tích giới hạn trên giản đồ (p, V).

#### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

44.1

Tính hiệu suất của một động cơ nhiệt lí tưởng thực hiện được một công 5kJ đồng thời truyền cho nguồn lạnh nhiệt lượng 15kJ.

GIẢI

Hiệu suất của động cơ lí tưởng được tính theo công thức :

$$\mathcal{H} = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{Q_2 + A}$$

$$= \frac{5}{15 + 5} = 0,25$$

$$= \boxed{25\%}$$

44.2

Một động cơ nhiệt li tưởng hoạt động giữa hai nguồn nhiệt  $100,0^\circ\text{C}$  và  $25,4^\circ\text{C}$ , thực hiện một công  $2\text{kJ}$ .

a) Tính hiệu suất của động cơ, nhiệt lượng mà động cơ nhận từ nguồn nóng và nhiệt lượng nó truyền cho nguồn lạnh.

b) Phải tăng nhiệt độ của nguồn nóng lên bao nhiêu để hiệu suất của động cơ đạt  $25\%$  ?

GIẢI

a) Hiệu suất của động cơ

Ta có:  $\mathcal{H} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

$$= \frac{373 - 298,4}{373} \approx 0,2$$

$$\approx \boxed{20\%}$$

Suy ra nhiệt lượng mà động cơ nhận từ nguồn nóng :

$$Q_1 = \frac{A}{\mathcal{H}} = \boxed{10\text{kJ}}$$

Nhiệt lượng mà động cơ truyền cho nguồn lạnh là :

$$Q_2 = Q_1 - A = \boxed{8\text{kJ}}$$

b) Nhiệt độ của nguồn nóng để có hiệu suất  $25\%$ .

Ta có :

$$\mathcal{H}' = 1 - \frac{T_2}{T'_1}$$

$$\Rightarrow T'_1 = \frac{T_2}{1 - \mathcal{H}'}$$

$$= \frac{298,4}{1 - 0,25} \approx 398(\text{K})$$

Do đó :

$$t'_1 = T'_1 - 273 = \boxed{125^\circ\text{C}}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

44.3 Động cơ nhiệt li tưởng làm việc giữa hai nguồn nhiệt  $27^\circ\text{C}$  và  $127^\circ\text{C}$ . Nhiệt lượng tác nhân nhận của nguồn nóng trong một chu trình là  $2400\text{J}$ . Tính :

a) hiệu suất của động cơ

b) công thực hiện trong một chu trình ;

c) nhiệt lượng truyền cho nguồn lạnh trong một chu trình.

ĐS: a) 25%

b) 600J

c) 1800J

44.4 Động cơ nhiệt li tưởng mỗi chu trình truyền  $80\%$  nhiệt lượng nhận được cho nguồn lạnh. Biết nhiệt độ nguồn lạnh là  $30^\circ\text{C}$ . Tìm nhiệt độ nguồn nóng.

ĐS:  $105,75^\circ\text{C}$

44.5 Máy hơi nước công suất  $10\text{kW}$  tiêu thụ  $10\text{kg}$  than đá trong 1 giờ. Biết hơi nước vào và ra xilanh có nhiệt độ  $227^\circ\text{C}$  và  $100^\circ\text{C}$ . Năng suất tỏa nhiệt của than đá là  $3,6 \cdot 10^7 \text{J/kg}$ .

Tính hiệu suất thực của máy và của một động cơ nhiệt lí tưởng làm việc giữa hai nhiệt độ nói trên.

ĐS : 10% ; 25,4%

44.6 Trong xilanh có tiết diện  $200\text{cm}^2$ , pittông cách đáy  $30\text{cm}$ , có khí ở  $27^\circ\text{C}$  và  $10^6\text{ N/m}^2$ . Khi nhận nhiệt lượng do xăng bị cháy cung cấp, khí giãn nở đẳng áp, nhiệt độ tăng thêm  $150^\circ\text{C}$ .

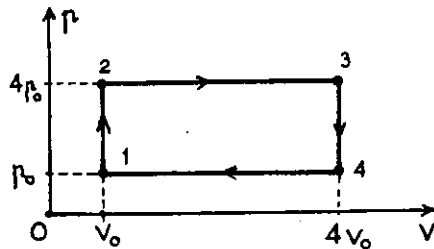
a) Tính công do khí thực hiện.

b) Tính hiệu suất của quá trình.

Biết khi cháy, 10% nhiệt lượng của xăng cung cấp cho khí. Năng suất tỏa nhiệt của xăng là  $4,8 \cdot 10^7\text{ J/kg}$ .

ĐS : a) 3000J  
b) 12,5%

44.7\* Hình bên là chu trình hoạt động của một động cơ nhiệt có tác nhân là một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử. Tính hiệu suất của động cơ.



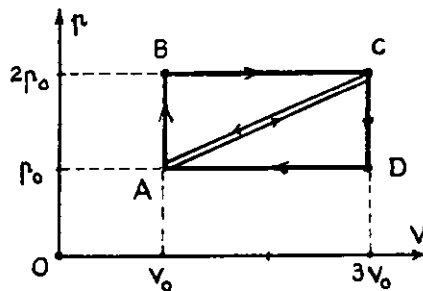
H.33.1

ĐS : 26%

44.8\* Hình bên biểu diễn hai chu trình ABCA và ACDA cả hai chu trình đều thực hiện với một khối khí lí tưởng đơn nguyên tử.

a) Hỏi trong những đoạn nào của chu trình thì khí thu nhiệt, tỏa nhiệt ?

b) Hiệu suất phản ứng của chu trình nào cao hơn và cao hơn bao nhiêu lần ?



H.33.2

ĐS : b)  $\frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_2} = \frac{21}{23}$

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Các loại biến dạng

- Biến dạng kéo và biến dạng nén.
- Biến dạng cắt (biến dạng trượt).
- Biến dạng uốn.

II. Hệ số đàn hồi – Suất đàn hồi

— Hệ số đàn hồi (độ cứng) :

$$k = \frac{F_{dh}}{x}$$

$F_{dh}$  : lực đàn hồi

$x$  : độ biến dạng

( $k$  : N/m)

— Suất đàn hồi [Suất Iâng (Young)]

$$E = \frac{kl_0}{S}$$

$k$  : hệ số đàn hồi

$l_0$  : chiều dài ban đầu

$S$  : diện tích tiết diện ngang

( $E$  : Pa)

III. Giới hạn bền – Hệ số an toàn

— Giới hạn bền của dây :

$$\sigma_b = \frac{F_b}{S}$$

$F_b$  : lực kéo làm dây đứt

$S$  : diện tích tiết diện ngang

( $\sigma_b$  :  $N/m^2$ )

— Lực đảm bảo an toàn :

với  $1,7 \leq n \leq 10$  người ta quy định :

$$F = \frac{\sigma_b}{n}$$

( $n$  : hệ số an toàn)

$F$  : lực mà mỗi đơn vị diện tích tiết diện ngang có thể chịu để đảm bảo an toàn.

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 45

Các bài toán về độ biến dạng của vật rắn.

Áp dụng các công thức về lực đàn hồi :

$$F_{dh} = kx = E \frac{S}{l_0} x$$

### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

45.1.

Dây đồng thau dài 1,80m có đường kính 0,8mm. Khi kéo dây với lực 25N thì dây dãn đoạn 1,0mm. Tính suất lãn (Young) của đồng thau.

GIẢI

Ta có tiết diện ngang của dây :

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,8^2 \cdot 10^{-6}}{4} \approx 0,5 \cdot 10^{-6} m^2$$

Do đó, ta suy ra :

$$E = \frac{F}{x} \cdot \frac{l_0}{S} = \frac{25}{1,0 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1,80}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 9 \cdot 10^{10} (Pa)$$

45.2

Một thanh đàn hồi đường kính 2,0cm bằng thép có suất lãn  $E = 2 \cdot 10^{11} Pa$ . Nếu nén thanh với lực  $F = 1,57 \cdot 10^5 N$  thì độ co tương đối của thanh là bao nhiêu ?

GIẢI

Độ co tương đối của thanh là  $\frac{x}{l_0}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } \frac{x}{l_0} &= \frac{F}{ES} = \frac{4F}{\pi E d^2} \\ &= \frac{4 \cdot 1,57 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 4,0 \cdot 10^{-4}} \\ &\approx 25\% \end{aligned}$$

## ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

45.3 Dây đồng thau có đường kính 6mm. Suất lãn (Young) của đồng thau là  $9,0 \cdot 10^{10}$  Pa. Tính lực kéo làm dãn 0,20% chiều dài của dây.

ĐS: 5,1 kN

45.4 Quả cầu thép có đường kính 10cm và khối lượng 4kg được gắn vào một dây thép dài 2,8m. Đường kính dây là 0,9mm và áp suất lãn (Young) là  $E = 1,86 \cdot 10^{11}$  Pa. Quả cầu chuyển động đu đưa. Vận tốc quả cầu lúc qua vị trí thấp nhất là 5m/s.

Hãy tính khoảng trống tối thiểu từ quả cầu đến sàn biết rằng khoảng cách từ điểm treo dây cách sàn 3m.

ĐS: 3,4cm

45.5 Một thang máy được kéo bởi 3 dây cáp bằng thép giống nhau có cùng đường kính 1cm và suất lãn (Young) là  $2,0 \cdot 10^{11}$  Pa. Khi sàn thang máy ở ngang với sàn tầng thứ nhất thì chiều dài mỗi dây cáp là 25m.

Một kiện hàng 700kg được đặt vào thang máy. Tính độ chênh lệch giữa sàn thang máy và sàn của tầng nhà. (Coi độ chênh lệch này chỉ do độ dãn các dây cáp.)

ĐS: 3,6mm

## § 35. SỰ NỞ VÌ NHIỆT CỦA VẬT RẮN

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Công thức nở dài

$$l = l_0(1 + \alpha t)$$

$l$  : chiều dài ở  $t^\circ\text{C}$

$l_0$  : chiều dài ở  $0^\circ\text{C}$

$\alpha$  : hệ số nở dài ( $10^{-6}\text{K}^{-1} \leq \alpha \leq 10^{-5}\text{K}^{-1}$ )

#### II. Công thức nở thể tích (nở khối)

$$V = V_0(1 + \beta t)$$

$V$  : thể tích ở  $t^\circ\text{C}$

$V_0$  : thể tích ở  $0^\circ\text{C}$

$\beta$  : hệ số nở thể tích (nở khối) ( $\beta \approx 3\alpha$ )

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 46

Các bài toán về nở dài và nở thể tích.

— Áp dụng các công thức dãn nở vì nhiệt :

$$l = l_0(1 + \alpha t)$$

;

$$V = V_0(1 + \beta t)$$

— Kết hợp với các công thức hình học và vật lí khác.



## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

46.1

Thanh đường ray dài 10m ráp lên đường sắt ở 20°C. Phải để hở một khe ở đầu thanh có bề rộng bao nhiêu để đảm bảo cho thanh nở tự do ?  
Biết rằng nhiệt độ cao nhất có thể tới là 40°C và hệ số nở dài của thép làm đường ray là  $15.10^{-6}K^{-1}$ .

GIẢI

Khoảng hở ở đầu thanh phải thỏa điều kiện :

$$x \geq \Delta l (\Delta l : \text{độ nở vì nhiệt tới } 40^\circ\text{C})$$

$$\text{Ta có : } \frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \approx 1 + \alpha(t_2 - t_1)$$

$$\Rightarrow \Delta l = l_2 - l_1 = l_1 \alpha(t_2 - t_1) \approx 3,0\text{mm}$$

Vậy :

$$x \geq 3,0\text{mm}$$

46.2

Một bình thủy tinh chứa đầy  $50,00\text{cm}^3$  thủy ngân ở 18°C. Hỏi khi nhiệt độ tăng tới 38°C thì thể tích thủy ngân tràn ra là bao nhiêu ? Cho biết :  
— Hệ số nở dài của thủy ngân là  $\alpha_1 = 9.10^{-6}K^{-1}$   
— Hệ số nở khối của thủy ngân là  $\beta_2 = 18.10^{-5}K^{-1}$

GIẢI

Độ tăng thể tích của thủy ngân là :

$$\Delta V_2 \approx \beta_2 V \cdot \Delta t$$

Độ tăng dung tích của bình chứa là :

$$\Delta V_1 \approx 3\alpha_1 V \cdot \Delta t$$

Thể tích thủy ngân tràn ra :

$$\begin{aligned} \Delta V &= \Delta V_2 - \Delta V_1 \\ &= (\beta_2 - 3\alpha_1) \cdot V \cdot \Delta t \\ &= \boxed{0,15\text{cm}^3} \end{aligned}$$

46.3

Khối lượng riêng của thủy ngân ở 0°C là  $D_0 = 1,360.10^4 \text{kg/m}^3$ . Hệ số nở thể tích của thủy ngân là  $1,82.10^{-4}K^{-1}$ .  
Tính khối lượng riêng của thủy ngân ở 50°C.

GIẢI

Thể tích của thủy ngân ở 50°C là :

$$V = V_0(1 + \beta t)$$

Các khối lượng riêng của thủy ngân được tính bởi :

$$D_0 = \frac{m}{V_0} ; D = \frac{m}{V}$$

Do đó ta suy ra :

$$\begin{aligned} D &= \frac{D_0}{1 + \beta t} \\ &= \frac{1,360 \cdot 10^4}{1 + 1,82 \cdot 10^{-4} \cdot 50} \\ &\approx \boxed{1,348.10^4 \text{kg/m}^3} \end{aligned}$$

■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

46.4 Một thước bằng nhôm có các độ chia đúng ở  $5^{\circ}\text{C}$ . Dùng thước này đo một chiều dài ở  $35^{\circ}\text{C}$ . Kết quả đọc được là 88,45cm. Tính sai số do ảnh hưởng của nhiệt độ và chiều dài đúng.

ĐS: 0,6mm ; 88,48cm

46.5 Ở  $30^{\circ}\text{C}$ , một quả cầu thép có đường kính 6cm và không qua lọt một lỗ tròn khoét trên một tấm đồng thau vì đường kính của lỗ kém hơn 0,01mm.

Hỏi phải đưa quả cầu thép và tấm đồng thau tới cùng nhiệt độ bao nhiêu thì quả cầu qua lọt lỗ tròn ? Biết các hệ số nở dài của thép và đồng thau lần lượt là  $12.10^{-6}\text{K}^{-1}$  và  $19.10^{-6}\text{K}^{-1}$

ĐS:  $54^{\circ}\text{C}$

46.6 Tiết diện thẳng của một thanh thép là  $1,3\text{cm}^2$ . Thanh này được giữ chặt giữa hai điểm cố định ở  $30^{\circ}\text{C}$ . Tính lực tác dụng vào thanh khi nhiệt độ giảm xuống còn  $20^{\circ}\text{C}$ . Cho biết.

— Hệ số nở dài của thép :  $\alpha = 11.10^{-6}\text{K}^{-1}$

— Suất lãn (Young) của thép :  $E = 2,28.10^{11}\text{Pa}$

ĐS: 3,26kN

46.7 Ở nhiệt độ  $t_0 = 0^{\circ}\text{C}$  bình thủy tinh chứa được khối lượng  $m_0$  thủy ngân. Khi nhiệt độ là  $t_1$  thì bình chứa được khối lượng  $m_1$  thủy ngân. Ở cả hai trường hợp, thủy ngân có cùng nhiệt độ với bình.

Hãy lập biểu thức tính hệ số nở dài  $\alpha$  của thủy tinh. Biết hệ số nở khối của thủy ngân là  $\beta$ .

$$\text{ĐS: } \alpha = \frac{m_1(1 + \beta t_1) - m_0}{3m_0 t_1}$$

§ 36. HIỆN TƯỢNG CĂNG MẶT NGOÀI.  
HIỆN TƯỢNG MAO DẪN

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. Lực căng mặt ngoài

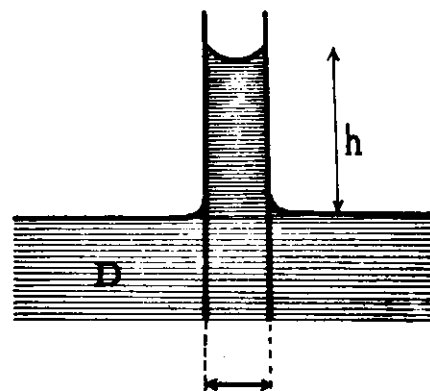
$$F = \sigma l$$

$l$  : chiều dài đường giới hạn mặt ngoài của chất lỏng.

$\sigma$  : hệ số căng mặt ngoài (N/m)

II. Hiện tượng mao dẫn

— Độ cao cột chất lỏng trong ống mao dẫn :



H.36.1

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

$\sigma$  : hệ số căng mặt ngoài.

$d$  : đường kính trong của ống.

$\rho$  : khối lượng riêng của chất lỏng

— Độ cao chất lỏng

trong khe hẹp giữa hai mặt phẳng song song thẳng đứng :

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g d}$$

$\sigma$  : hệ số căng mặt ngoài.

$d$  : bề rộng của khe.

$D$  : khối lượng riêng của chất lỏng.

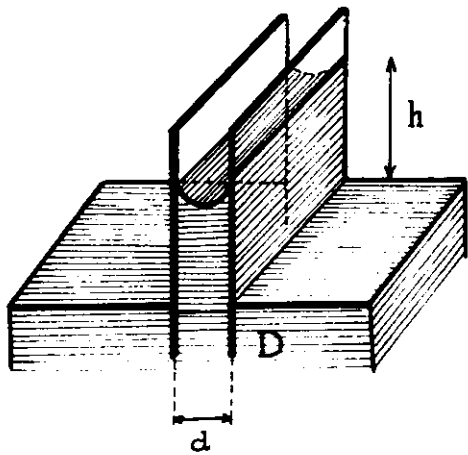
— Áp suất phụ :

$$p' = \frac{4\sigma}{h}$$

$p'$  : áp suất ngay dưới mặt thoáng trong ống mao dẫn

$h$  : độ dâng hay độ hạ của chất lỏng trong ống.

$\sigma$  : hệ số căng mặt ngoài



H.36.2

## B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

### Bài toán 47

Các bài toán về lực căng mặt ngoài và hiện tượng mao dẫn.

— Áp dụng các công thức về lực căng mặt ngoài hay độ cao chất lỏng trong ống mao dẫn :

$$F = \sigma l$$

$$h = \frac{4\sigma}{gdD}$$

— Chú ý :

• Khi xác định  $l$ , chỉ tính đường giới hạn có sự tiếp xúc giữa chất lỏng và chất rắn.

• Chất lỏng *dính ướt* sẽ dâng cao trong ống mao dẫn ; chất lỏng *không dính ướt* sẽ hạ thấp trong ống mao dẫn.

## ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

47.1

Một vòng dây đường kính 8,0cm được dim nằm ngang trong một mẫu dầu thô. Khi kéo vòng dây khỏi dầu, người ta đo được lực phải tác dụng thêm do lực căng mặt ngoài là  $9,2 \cdot 10^{-3}$ N. Tính hệ số căng mặt ngoài của dầu

GIẢI

Ta có chu vi của vòng dây :

$$l = \pi d = 3,14 \cdot 8,0 \approx 25,12 \text{ (cm)}$$

Hệ số căng mặt ngoài của dầu được tính như sau :

$$\sigma = \frac{F}{2l} = \frac{9,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,2512}$$

$$\approx 18,4 \cdot 10^{-3} \text{ (N/m)}$$

47.2

Tính công cần thiết để làm tăng đường kính của một bong bóng xà phòng từ 5cm tới 15cm. Biết hệ số căng mặt ngoài của nước xà phòng là  $\sigma = 0,04$ N/m.

GIẢI

Bong bóng xà phòng có hai mặt trong và ngoài có thể xem là cùng bán kính.

Công cần thiết được tính như sau :

$$A = \sigma \cdot \Delta S$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot 3,14 [0,075^2 - 0,025^2] \cdot 0,04$$

$$\approx \boxed{5\text{mJ}}$$

(Chú ý :  $\Delta S$  là độ tăng diện tích mặt cầu)

47.3

Ống mao dẫn thẳng đứng có bán kính  $r = 0,2\text{mm}$  nhúng trong Hg. Coi Hg hoàn toàn không làm dính ướt thành ống. Tính độ hạ mức Hg bên trong ống. Cho biết hệ số căng mặt ngoài của Hg là  $0,47\text{N/m}$ .

GIẢI

Độ hạ mức thủy ngân bên trong ống được tính theo công thức :

$$h = \frac{2\sigma}{\rho r D}$$

$$= \frac{2 \cdot 0,47}{9,8 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 13,6 \cdot 10^3}$$

$$\approx \boxed{35(\text{mm})}$$

### ■ BÀI TẬP LUYỆN TẬP

47.4

Một quả cầu nhỏ có mặt ngoài hoàn toàn không bị nước làm dính ướt. Tính lực căng mặt ngoài tác dụng lên quả cầu khi nó được đặt lên mặt nước.

Khối lượng quả cầu phải như thế nào thì nó không bị chìm ?

Cho biết :

— bán kính quả cầu là  $r = 0,1\text{mm}$

— suất căng mặt ngoài của nước là  $0,073\text{N/m}$

$$DS: 4,6 \cdot 10^{-5}; < 0,47\text{g}$$

47.5\*

Hãy thiết lập công thức tính độ cao của cột chất lỏng trong ống mao dẫn trong trường hợp chất lỏng làm dính ướt một phần thành ống.

$$DS: h = \frac{2\sigma}{\rho g l} \cdot \cos\alpha$$

47.6\*

Thiết lập biểu thức của độ chênh lệch áp suất bên trong và bên ngoài một giọt chất lỏng có hệ số căng mặt ngoài  $\sigma$ . Bán kính giọt chất lỏng hình cầu là  $r$ . Biểu thức này ra sao trong trường hợp bọt khí hình cầu chứa trong lớp mỏng chất lỏng ?

$$DS: \Delta p = \frac{2\sigma}{r}$$

47.7\*

Nước được phun thành sa mù coi như những giọt bằng nhau có kích thước  $3\mu\text{m}$  đường kính với tốc độ  $3\text{ lít/phút}$ . Tính công suất cần thiết để tạo bề mặt của các giọt sa mù. Cho suất căng mặt ngoài của nước là  $\sigma = 0,074\text{N/m}$ .

$$DS: P = 7,4\text{W}$$

47.8\*

Nhỏ  $1,0\text{g}$  Hg lên một tấm thủy tinh nằm ngang. Đặt lên trên Hg một tấm thủy tinh khác. Đặt lên trên tấm thủy tinh này một quả nặng có khối lượng  $M = 80\text{kg}$ .

Hai tấm thủy tinh song song nén Hg thành vệt tròn có bán kính  $R = 5,0\text{cm}$ .

Coi Hg không làm ướt thủy tinh. Tính hệ số căng mặt ngoài của Hg.

$$\text{Cho : } * D_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$* g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$DS: \sigma \approx 0,47$$

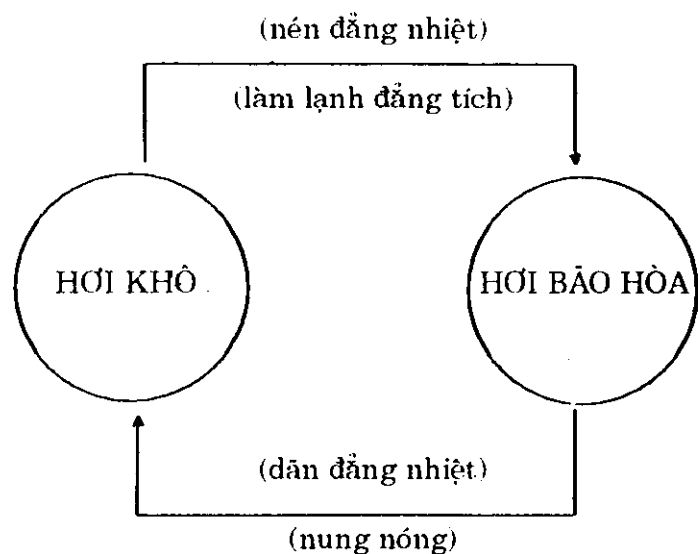
## § 37. HƠI BÃO HÒA. HƠI KHÔ. ĐỘ ẨM CỦA KHÔNG KHÍ

### A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

#### I. Hơi bão hòa – Hơi khô

— Hơi cân bằng động với chất lỏng của nó được gọi là *hơi bão hòa*.

— Hơi mà áp suất của nó nhỏ hơn áp suất hơi bão hòa được gọi là *hơi khô*.



#### II. Độ ẩm của không khí

Công thức tính *độ ẩm tương đối* :

$$f(\%) = \frac{a}{A}$$

$a$  : độ ẩm tuyệt đối

$A$  : độ ẩm cực đại.

### B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

#### Bài toán 48

Các bài toán về hơi bão hòa và về độ ẩm của không khí.

— Coi hơi bão hòa là khí li tưởng tuân theo phương trình trạng thái.

— Hệ thức liên lạc giữa độ ẩm và áp suất hơi nước :

$$p = \frac{a}{\mu}RT \quad ; \quad p_{bh} = \frac{A}{\mu}RT$$

$p$  : áp suất hơi nước trong không khí

$p_{bh}$  : áp suất hơi nước bão hòa

#### ■ BÀI TẬP THÍ DỤ

48.1

Nồi hơi có thể tích  $V = 5\text{m}^3$  chứa  $m = 20\text{kg}$  nước được đun đến  $180^\circ\text{C}$ . Hơi nước bão hòa ở  $180^\circ\text{C}$  có khối lượng riêng  $D = 5,05\text{kg/m}^3$ . Cho  $H_2O = 18\text{g/kmol}$ .

- Nước có hóa hơi hoàn toàn hay không ?
- Tìm áp suất hơi nước trong nồi.

GIẢI

Khối lượng hơi nước bão hòa chứa đựng trong  $5\text{m}^3$  bình là :

$$m_h = DV = 25,25\text{kg}$$

$m < m_h$  : nước hóa hơi hoàn toàn.

Áp dụng phương trình trạng thái ta có :

$$p = \frac{m}{\mu V}RT$$

$$= \frac{20}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 5} \cdot 8,31.453 = 8,36 \cdot 10^5 (\text{Pa})$$

8.2

Hơi nước bão hòa ở  $27,0^\circ\text{C}$  có áp suất  $27,0 \text{ mmHg}$ . Đun nóng đẳng tích lượng hơi nước này đến  $37,0^\circ\text{C}$ . Tính áp suất của hơi nước lúc đó.

GIẢI

Coi hơi nước bão hòa là khí lí tưởng, ta có :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Do đó :

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1$$

$$= \frac{310}{300} \cdot 27$$

$$\approx \boxed{27,9(\text{mmHg})}$$

48.3

Phòng có thể tích  $50\text{m}^3$ . Không khí trong phòng ở  $25^\circ\text{C}$ , có độ ẩm tương đối  $f = 80\%$ . Tính độ ẩm tuyệt đối và khối lượng hơi nước chứa trong phòng.  
Cho biết ở  $25^\circ\text{C}$ , khối lượng riêng hơi nước bão hòa là  $D_{\text{bh}} = 23\text{g/m}^3$

GIẢI

— Ta có :  $A = D_{\text{bh}} \cdot f = 23\text{g/m}^3$

Do đó :  $a = fA = 0,8 \cdot 23 = 18,4(\text{g/m}^3)$

— Khối lượng hơi nước trong phòng :

$$m = aV = 18,4 \cdot 50 = \boxed{0,92(\text{kg})}$$

48.4

Phòng có thể tích  $40\text{m}^3$ . Không khí trong phòng có độ ẩm  $f = 40\%$ . Muốn tăng độ ẩm tới  $60\%$  phải làm bay hơi bao nhiêu nước ?  
Coi nhiệt độ không đổi là  $20^\circ\text{C}$  và  $D_{\text{bh}} = 17,3\text{g/m}^3$ .

GIẢI

Độ ẩm tuyệt đối của không khí trong phòng lúc đầu và lúc sau :

$$a_1 = f_1 A = f_1 D_{\text{bh}} = 0,4 \cdot 17,3 = 6,92\text{g/m}^3$$

$$a_2 = f_2 A = f_2 D_{\text{bh}} = 0,6 \cdot 17,3 = 10,38\text{g/m}^3$$

Lượng nước cần thiết là :

$$m = (a_2 - a_1)V = (10,38 - 6,92)$$

$$= \boxed{138,4(\text{g})}$$

### ■ BÀI LUYỆN TẬP

48.5 Bình kín, thể tích  $10 \text{ lít}$ , ban đầu không có nước và hơi nước. Cho vào bình  $10\text{g}$  nước rồi đưa nhiệt độ tới  $100^\circ\text{C}$ . Hơi nước bão hòa ở  $100^\circ\text{C}$  có khối lượng riêng  $D = 0,6\text{kg/m}^3$ .

Tính áp suất hơi nước trong bình sau khi đun.

ĐS:  $1,03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

48.6 Bình có thể tích  $10 \text{ lít}$ , chứa đầy không khí khô ở áp suất  $10^5 \text{ Pa}$  và  $273\text{K}$ . Cho vào bình  $3\text{g}$  nước và đun tới  $373\text{K}$ . Áp suất không khí ẩm trong bình là bao nhiêu ?

ĐS:  $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

18.7 Ban ngày nhiệt độ là  $28^{\circ}\text{C}$  và độ ẩm tương đối đo được 80%. Hỏi về đêm, ở nhiệt độ nào sẽ có sương mù? Coi độ ẩm cực đại là không đổi.

$$DS: t \approx 24^{\circ}\text{C}$$

18.8\* Lò sưởi đưa không khí ở  $18^{\circ}\text{C}$ , độ ẩm tương đối  $f_1 = 60\%$  vào phòng có thể tích  $V = 500\text{m}^3$ . Không khí ngoài trời ở  $10^{\circ}\text{C}$ , độ ẩm tương đối  $f_2 = 80\%$ . Hỏi lò sưởi đã đưa thêm vào không khí một lượng nước hóa hơi là bao nhiêu?  
Biết rằng ở  $18^{\circ}\text{C}$ :  $D_{01} = 15\text{g/m}^3$ , ở  $10^{\circ}\text{C}$ :  $D_{02} = 9,4\text{g/m}^3$ .

$$DS: (f_1 D_{01} - f_2 D_{02})V \approx 0,86\text{kg}$$

48.9 Một vùng không khí có thể tích  $V = 1,4 \cdot 10^{10}\text{m}^3$  chứa hơi nước bão hòa ở  $20^{\circ}\text{C}$ .

Hỏi có bao nhiêu mưa rơi xuống qua quá trình tạo thành mây nếu nhiệt độ hạ xuống còn  $11^{\circ}\text{C}$ ?

HD: Tính lượng hơi nước chứa trong thể tích  $V$  ở  $20^{\circ}\text{C}$  và  $11^{\circ}\text{C}$ .

## THUẬT NGỮ VIỆT ANH

(Vietnamese – English Terminology)

— Áp suất	: Pressure
Áp suất động	: Kinetic pressure
Áp suất riêng phần	: Partial pressure
Áp suất tĩnh	: Static pressure
Áp suất tiêu chuẩn	: Standard pressure
Áp suất toàn phần	: Total pressure
Ẩm kế	: Hygrometer
— Bán cầu	: Hemisphere
Biến dạng	: Deformation
Biến dạng kéo	: Deformation by stretching force
Biến dạng nén	: Deformation by compression
Biến dạng cắt	: Deformation by shearing force
— Cân bằng	: Equilibrium
Cân bằng động	: Dynamic equilibrium
Cân bằng nhiệt	: Thermal equilibrium
Chất lỏng	: Liquid
Chuyển động nhiệt	: Thermal motion
Con lắc	: Pendulum
Con lắc đơn	: Simple pendulum
Con lắc toán học	: Mathematical pendulum
Công thức Torricelli	: Torricelli's equation
— Dãn	: (to) expand
Dãn nở vì nhiệt	: Thermal expansion
— Đa biến	: Polytropic
Đẳng áp	: Isobaric ; At constant pressure
Đẳng nhiệt	: Isothermal ; At constant temperature
Đẳng tích	: Isochoric ; Isovolumic ; At constant volume
Điểm đông đặc	: Freezing point (FP)
Điểm nóng chảy	: Melting point (MP)
Điểm sôi	: Boiling point (BP)

Điểm sương	: Dew point
Điều kiện tiêu chuẩn nhiệt độ và áp suất	: Standard temperature and pressure (STP)
Định luật Archimède	: Archimedes principle
Định luật bảo toàn cơ năng	: Law of conservation of mechanical energy
Định lí động năng	: Kinetic energy theorem
Đoạn nhiệt	: Adiabatic
Độ ẩm	: Humidity
Độ ẩm tuyệt đối	: Absolute humidity
Độ ẩm tương đối	: Relative humidity
Động cơ	: Engine
Động cơ nhiệt	: Heat engine
Động cơ điện	: Electric engine
Đường đẳng nhiệt	: Isothermal line
Hệ số	: Coefficient
Hệ số căng mặt ngoài	: surface tension
Hệ số nở dài	: Coefficient of linear (lateral) expansion
Hệ số nở khối	: Coefficient of volume expansion (expansivity)
Hằng số	: Constant
Hằng số khí lí tưởng	: Universal gas constant
Hiện tượng mao dẫn	: Capilarity
Hiệu suất	: Efficiency
Hiệu suất nhiệt	: Thermal efficiency
Hơi bão hòa	: Saturated vapor
Hơi khô	: Dry vapor
Hơi nấu quá	: Superheated vapor
Khí lí tưởng	: Ideal (perfect) gas
Khí thực	: Real gas
Lực thế (lực bảo toàn)	: Potential force (Conservative force)
Mạng tinh thể	: Crystal lattice
Máy phát điện	: Electrical generator
Nhiệt	: Heat
Nhiệt dung riêng	: Specific heat

Nhiệt nóng chảy	: Latent heat of fusion
Nhiệt hóa hơi	: Latent heat of vaporization
Nhiệt độ tuyệt đối	: Absolute (thermodynamic) temperature
— Phương trình trạng thái	: Equation of state
— Quá trình	: Process
Quá trình tỏa nhiệt	: Exothermic process
Quá trình thu nhiệt	: Endothermic process
— Tác nhân	: Working substance
Thông số trạng thái	: State parameters
Thuyết động học phân tử	: Molecular kinetic theory
— Vận tốc toàn phương trung bình	: Root-mean-square speed (RMS speed)