|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BẮC NINH**  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  Môn thi: **Toán (chuyên Toán và Tin)**  Thời gian làm bài: **150 phút** |

**Câu 1. (1,5 điểm)**

1. Trong mặt phẳng *Oxy*, cho 2 điểm *A*(2; −3); *B*(7; 7). Tìm điểm *M* thuộc trục *Ox* để *M, A, B* thẳng hàng.
2. Cho *a* là nghiệm phương trình . Tính giá trị của biểu thức

*T* = 12*a*4 − *a*2 + 2*a*.

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình sau: 
2. Giải hệ phương trình sau: 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

* 1. Tìm tất cả các nghiệm (*x*; *y*; *z*) của phương trình *x*(*x*2 + *x* + 1) = *zy* − 1 thỏa mãn *x*, *y* là các số nguyên và *z* là số nguyên tố.
  2. Tìm tất cả số thực *x* thỏa mãn  và đều là số nguyên.

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. Cho đường tròn *(O)* có đường kính *AB*. Lấy điểm *C* thuộc đoạn *AO* (*C* khác *A*, *O*). Vẽ đường tròn (*I*) đường kính *BC*. Vẽ tiếp tuyến *AD* và cát tuyến *AEF* với đường tròn (*I*) (*E* nằm giữa *A*, *F*) sao cho tia *AO* nằm giữa 2 tia *AD*, *AE*. Đường thẳng vuông góc với *AB* vẽtừ *C* cắt đường tròn (*O*) tại 2 điểm, gọi một trong hai giao điểm là *N* sao cho *N* và *D* thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AB. Gọi *S* là giao điểm của hai đường thẳng *DI* và *NB*. Gọi *R* là giao *DN* và *AS*. Gọi *J* là trung điểm *SD*.
   1. Chứng minh tam giác *AND* cân.
   2. Gọi L, T lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác SBC và SEF. Chứng minh ba điểm *J*, *L*, *T* thẳng hàng.
2. Cho hình vuông ABCD có diện tích là S. Tứ giác MNPQ có bốn đỉnh *M*, *N*, *P*, *Q* thuộc *AB*, *BC*, *CD*, *DA* và 4 đỉnh này không trùng 4 đỉnh hình vuông. Chứng minh rằng:



**Câu 5. (1,5điểm)**

1. Cho *x, y, z* là các số thực không âm thỏa mãn *x*3 + *y*3 + *z*3 = 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



1. Có 10 bạn học sinh tham gia thi đấu bóng bàn. Hai bạn bất kì đều phải đấu với nhau một trận, bạn nào cũng gặp 9 đối thủ của mình và không có trận nào hòa. Chứng minh rằng luôn xếp được 10 bạn thành một hàng dọc sao cho bạn đứng trước thắng bạn đứng kề sau.

………**HẾT**………

|  |  |
| --- | --- |
| **UBND TỈNH BẮC NINH**  **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐÁP ÁN VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC: 2022-2023**  Môn thi: **Toán (chuyên Toán và Tin)**  Thời gian làm bài: **150 phút** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **1.1** | Trong mặt phẳng *Oxy*, cho 2 điểm *A*(2; −3); *B*(7; 7). Tìm điểm *M* thuộc trục *Ox* để *M, A, B* thẳng hàng. | 1 |
|  | Gọi  là đường thẳng đi qua *A*(2; −3); *B*(7; 7) | 0,5 |
| Do *A, M, B* thẳng hàng nên *M* là giao điểm của *(d)* với trục *Ox* nên | 0,5 |
| **1.2** | Cho *a* là nghiệm phương trình . Tính giá trị của biểu thức  *T* = 12*a*4 − *a*2 + 2*a*. | **0,5** |
|  | Từ giả thiết, suy ra      Vậy *T=1* | 0,5 |
| **2.1** | Giải phương trình sau: (1) | **1** |
|  | ĐKXĐ:        Đặt  với  Khi đó phương trình trở thành:    +) Nếu  +) Nếu  Vậy phương trình (1) có nghiệm là x=3. | 0,5  0,5 |
| **2.2** | Giải hệ phương trình sau: | **1** |
|  | Dễ thấy *x.y.z=0* nên |  |
|  | 0,25 |
| Xét phương trình | 0,25 |
| +) Với  thì  +) Với  thì  +) Với  thì  là hoán vị của  Vậy hệ phương trình có 6 nghiệm là hoán vị của | 0,5 |
| **3.1** | Tìm tất cả các nghiệm (*x*; *y*; *z*) của phương trình *x*(*x*2 + *x* + 1) = *zy* − 1 thỏa mãn *x*, *y* là các số nguyên và *z* là số nguyên tố. | **1** |
|  | Ta có *x*(*x*2 + *x* + 1) = *zy* − 1  Vì *z* là số nguyên tố nên  và      Mà:  +) Nếu là số nguyên tố bất kỳ  +) Nếu (thỏa mãn)  Vậy với *p* là số nguyên tố bất kỳ | 0,5  0,5 |
| **3.2** | Tìm tất cả số thực *x* thỏa mãn  và đều là số nguyên. | **1** |
|  | Đặt |  |
| Khi đó        Khi đó  là số vô tỷ | 0,5 |
| +Nếu  thỏa mãn  +Nếu  thỏa mãn | 0,5 |
| Vậy  thỏa mãn bài |  |
| **4.1** | Cho đường tròn *(O)* có đường kính *AB*. Lấy điểm *C* thuộc đoạn *AO* (*C* khác *A*, *O*). Vẽ đường tròn (*I*) đường kính *BC*. Vẽ tiếp tuyến *AD* và cát tuyến *AEF* với đường tròn (*I*) (*E* nằm giữa *A*, *F*) sao cho tia *AO* nằm giữa 2 tia *AD*, *AE*. Đường thẳng vuông góc với *AB* vẽtừ *C* cắt đường tròn (*O*) tại 2 điểm, gọi một trong hai giao điểm là *N* sao cho *N* và *D* thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ AB. Gọi *S* là giao điểm của hai đường thẳng *DI* và *NB*. Gọi *R* là giao *DN* và *AS*. Gọi *J* là trung điểm *SD*.   * 1. Chứng minh tam giác *AND* cân.   2. Gọi L, T lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác SBC và SEF. Chứng minh ba điểm *J*, *L*, *T* thẳng hàng. |  |
| **4.1a** |  | 0,25 |
| 1. Xét  và   Có  là góc chung      ⇒*AD2 = AC.AB*  Tam giác ANB vuông tại N có NC là đường cao nên  *AN2 = AC.AB* (hệ thức lượng)  Từ đó *AD=AN.* Nên tam giác *AND* cân tại *A* | 0,75 |
| **4.1b** | Gọi L, T lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác SBC và SEF. Chứng minh ba điểm *J*, *L*, *T* thẳng hàng. | 1 |
|  | Ta có:  Tam giác *AND* cân tại *A* nên  Suy ra tam giác *SDN* cân tại *S* nên *S* thuộc trung trực *ND*  Hay *AS* ⊥ *ND* tại *S*  Chính vì vậy nên *AD*2 = *AR*.*AS* = *AE*.*AF* = *AC*.*AB*  Hay 2 tứ giác *ERSF* và *CRSB* nội tiếp nên *L*, *T* cùng nằm trên trung trực *RS* (1) | 0,5 |
| Tam giác *RSD* vuông tại *R* có *J* là trung điểm *SD* nên *JR* = *JS*  Hay *J* thuộc trung trực *RS* (2)  Từ (1),(2) ⇒ J,L,T thẳng hàng. | 0,5 |
| **4.2** | Cho hình vuông ABCD có diện tích là S. Tứ giác MNPQ có bốn đỉnh *M*, *N*, *P*, *Q* thuộc *AB*, *BC*, *CD*, *DA* và 4 đỉnh này không trùng 4 đỉnh hình vuông. Chứng minh rằng | **1** |
|  |  |  |
| Ta có      Dễ có  Hay  Tương tự      Cộng vế với vế ta được đpcm |  |
| **5.1** | Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn *x*3 + *y*3 + *z*3 = 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức | **1** |
|  | **.** Áp dụng bất đẳng thức Cô si có:  *x*3 + 2 = *x*3 + 1 + 1 ≥ 3 *x*  *y*3 + 2= *y*3 + 1 + 1 ≥ 3 *y*  *z*3 + 2= *z*3 + 1 + 1 ≥ 3 *z*  Cộng vế với vế ta được    Lại có      Suy ra  Mặt khác  Hay  Từ (1), (2), (3) ta có:  dấu “=” xảy ra khi  Vậy  dấu “=” xảy ra khi . |  |
| **5.2** | Có 10 bạn học sinh tham gia thi đấu bóng bàn. Hai bạn bất kì đều phải đấu với nhau một trận, bạn nào cũng gặp 9 đối thủ của mình và không có trận nào hòa. Chứng minh rằng luôn xếp được 10 bạn thành một hàng dọc sao cho bạn đứng trước thắng bạn đứng kề sau. | 0,5 |
|  | **.** Xét tất cả các cách sắp xếp một số bạn thành một hàng dọc sao cho bạn đứng trước thắng bạn đứng kề sau. Cách sắp xếp này bao giờ cũng tồn tại và số cách sắp xếp là hữu hạn, nên tồn tại cách sắp xếp có nhiều bạn nhất.  Gọi  là cách sắp xếp có nhiều bạn nhất (1), với  Giả sử . Khi đó tồn tại bạn B không thuộc vào hàng trên  Theo luật thi đấu, B phải đấu với các bạn  +) Nếu B thắng thì  là cách sắp xếp có  bạn và thỏa mãn yêu cầu bài toán, mâu thuẫn với (1). Như vậy B phải thua  +) Nếu B thắng thì  là cách sắp xếp có  bạn và thỏa mãn yêu cầu bài toán, mâu thuẫn với (1). Như vậy B phải thua  +) Lập luận tương tự như trên, ta thấy B phải thua . Khi đó ta lại có cách sắp xếp  có  bạn và thỏa mãn yêu cầu bài toán, mâu thuẫn với (1).  Như vậy điều giả sử trên là sai. Vậy |  |