

PHẦN 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN VÀ THỰC TIỄN

1. Lý do chọn đề tài

Năm học 2016-2017, Bộ Giáo dục và Đào tạo thực hiện đổi mới trong kỳ thi Trung học Phổ thông Quốc gia (THPTQG). Trong đó môn toán được đổi từ hình thức thi tự luận sang hình thức thi trắc nghiệm. Việc thay đổi đã tạo nên nhiều bỡ ngỡ cũng như khó khăn cho cả giáo viên và học sinh trong việc ôn luyện. Hình thức thi trắc nghiệm môn toán đòi hỏi một số cách tiếp cận vấn đề mới so với hình thức thi tự luận. Hơn nữa nội dung của kỳ thi THPTQG năm học 2016-2017 môn toán, theo chủ trương của Bộ Giáo dục và Đào tạo, chủ yếu là kiến thức lớp 12 và dựa trên nền các kiến thức các lớp trước đó.

Phép biến hình trong mặt phẳng đã được đề cập ở các lớp trước lớp 12 và tập trung ở chương I hình học lớp 11 nên trong quá trình giải bài tập trắc nghiệm các em thường quên hoặc chưa nắm chắc cách vận dụng các phép biến hình vào giải bài tập.

Vì những lý do trên, cùng với sự giúp đỡ chỉ đạo của Ban Giám hiệu nhà trường và tổ chuyên môn, tôi thực hiện viết sáng kiến kinh nghiệm với tên: " Một số ứng dụng của phép biến hình vào giải toán trắc nghiệm lớp 12".

2. Cơ sở lý luận và thực tiễn

Lịch sử toán học cho thấy đại số được phát triển trên nền tảng hình học trước đó. Rất nhiều công trình của các nhà toán học lớn như Descartes, Fermat ...đã nghiên cứu về vấn đề này.

Trong khuôn khổ của sáng kiến kinh nghiệm tôi đề cập đến hai nội dung: Hàm số và số phức.

Trong nội dung hàm số, với mỗi hàm số $y = f(x)$ xác định trên D ta đơn ánh:

$$D \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$x \mapsto (x; f(x))$$

Suy ra:

$$D \rightarrow D_x f(D)$$

$$x \mapsto (x; f(x))$$

là một song ánh. Do đó thay vì thao tác trên các phép tính đại số ta có thể chuyển về các thao tác hình học trên đồ thị của hàm số.

Trong nội dung số phức ta đặt quy tắc mỗi số phức có dạng đại số $z = a + bi$ với một điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng Oxy . Dễ thấy quy tắc như trên là một song ánh. Do đó chúng ta có thể chuyển các phép toán đại số của số phức về các phép biến đổi hình học.

3. Mục đích đối tượng nghiên cứu

Nếu ứng dụng phép biến hình vào giải toán trắc nghiệm sẽ giúp học sinh hiểu bản chất hình học của bài toán và giải toán nhanh hơn.

4. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm.

5. Ứng dụng của đề tài

Dùng cho học sinh lớp 12 ôn thi THPT Quốc Gia.

PHẦN 2.

MỘT SỐ ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN HÌNH VÀO GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM LỚP 12

1. Ứng dụng phép biến hình vào nội dung hàm số

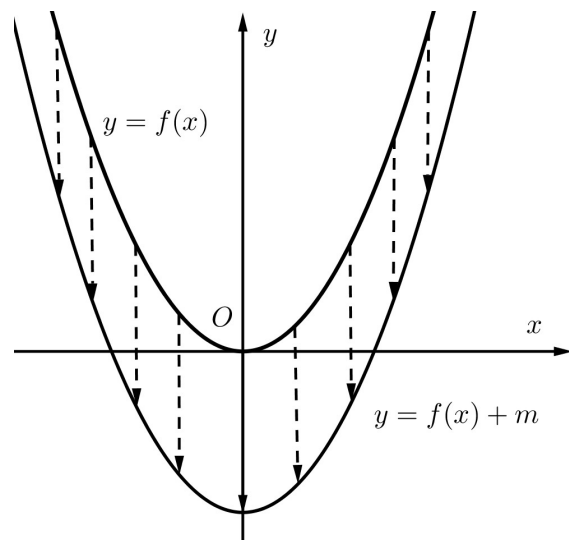
1.1. Dựng đồ thị của một hàm số thông qua các phép biến hình từ đồ thị của một hàm số đã cho

1.1.1. Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm

$M'(x; f(x) + m)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) + m$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.

Do đó, đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng phép tịnh tiến theo véc tơ $v = (0; m)$.



Hình 1.1.1

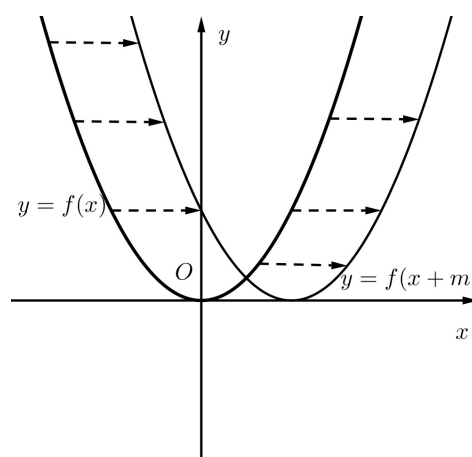
Từ đó ta thấy nếu $m > 0$ thì từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta “dịch lên” theo trục tung m đơn vị ta sẽ thu được đồ thị hàm số $y = f(x) + m$. Nếu $m < 0$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta “dịch xuống” theo trục tung $-m$ đơn vị ta sẽ thu được đồ thị hàm số $y = f(x) + m$. Hiển nhiên, $m = 0$ thì phép tịnh tiến trên trở thành phép đồng nhất.

Chú ý: Nếu $m \neq 0$ thì không có điểm bất động.

1.1.2. Đồ thị hàm số $y = f(x + m)$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(x - m; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x + m)$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.

Do đó, đồ thị hàm số $y = f(x + m)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng phép tịnh tiến theo véc tơ $v = (-m; 0)$.

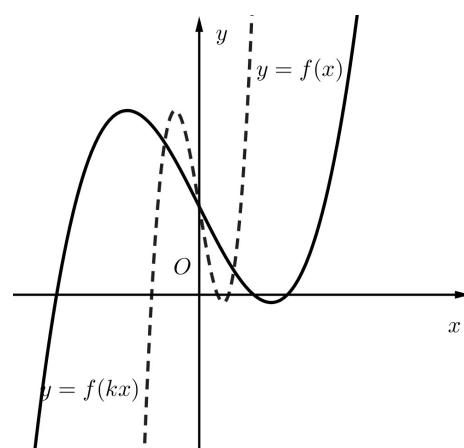


Hình 1.1.2

Từ đó ta thấy nếu $m > 0$ thì từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta “dịch sang trái” theo trục hoành m đơn vị ta sẽ thu được đồ thị hàm số $y = f(x + m)$. Nếu $m < 0$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta “dịch sang phải” theo trục hoành $-m$ đơn vị ta sẽ thu được đồ thị hàm số $y = f(x + m)$. Hiển nhiên, $m = 0$ thì phép tịnh tiến trên trở thành phép đồng nhất.

1.1.3. Đồ thị hàm số $y = f(kx), k \neq 0$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(\frac{x}{k}; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(kx)$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.



Do đó, đồ thị hàm số $y = f(kx)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng phép co dẫn theo trục hoành.

Hình 1.1.3

Nếu $k > 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{k} < 1$ do đó là phép co với hệ số co $\frac{1}{k}$.

Nếu $0 < k < 1 \Rightarrow \frac{1}{k} > 1$ do đó là phép dẫn với hệ số dẫn $\frac{1}{k}$.

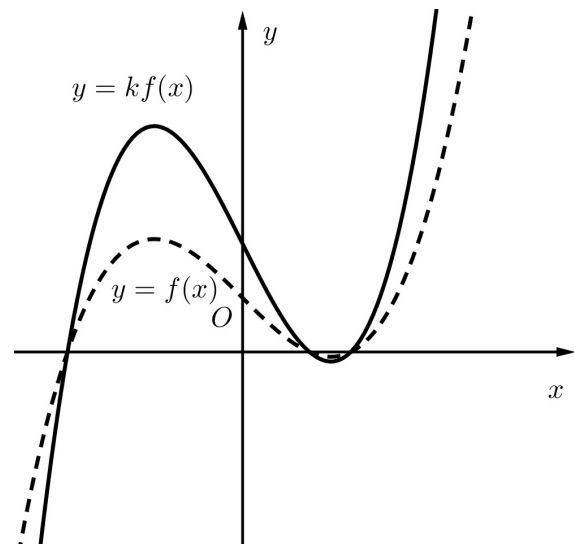
Nếu $k < 0$ thì ta dựng đồ thị hàm số $y = f(-kx)$ sau đó lấy đối xứng qua trục tung.

Điểm bất động là những điểm nằm trên trục tung.

1.1.4. Đồ thị hàm số $y = kf(x), k \neq 0$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(x; kf(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = kf(x)$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.

Do đó, đồ thị hàm số $y = kf(x)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng phép co dẫn theo trục tung.



Hình 1.1.4

Nếu $k > 1$ do đó là phép dẫn với hệ số dẫn k .

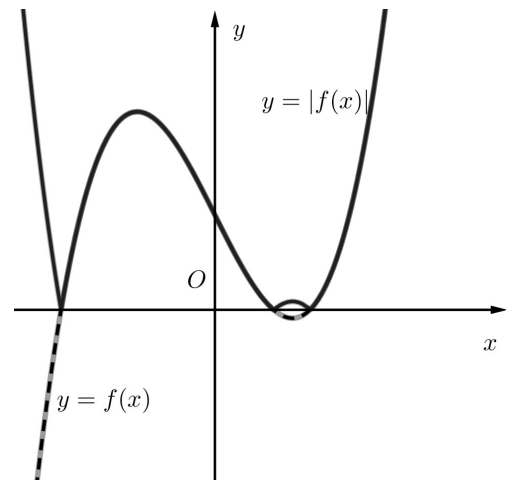
Nếu $0 < k < 1$ đó đó là phép co với hệ số co k .

Nếu $k < 0$ thì ta dựng đồ thị hàm số $y = -kf(x)$ sau đó lấy đối xứng qua trục hoành.

Điểm bất động là những điểm nằm trên trục hoành.

1.1.5. Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(x; |f(x)|)$ thuộc đồ thị hàm số $y = |f(x)|$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.



Hình 1.1.5

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(x; |f(x)|)$ thuộc đồ thị hàm số $y = |f(x)|$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.

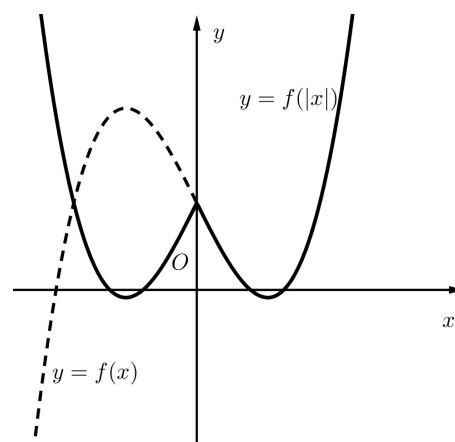
Vì $|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) > 0 \\ 0, & f(x) = 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được

suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách giữ nguyên phần bên trên trục hoành (kể cả các điểm nằm trên trục hoành), lấy đối xứng phần bên dưới trục hoành qua trục hoành, sau đó bỏ phần bên dưới trục hoành.

Những điểm nằm trên trục hoành là những điểm bất động.

1.1.6. Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$

Giả sử $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ đặt tương ứng với điểm $M'(x; f(|x|))$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(|x|)$. Dễ thấy qui tắc trên là một đơn ánh.



Hình 1.1.6

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x), & x > 0 \\ f(0), & x = 0 \\ f(-x), & x < 0 \end{cases}$$

Vì nên đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách bỏ phần bên trái trục tung, lấy đối xứng phần bên phải trục tung qua trục tung.

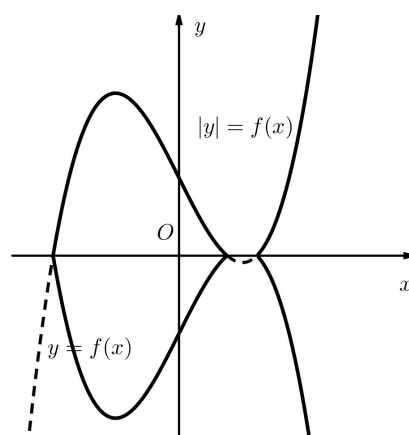
Những điểm nằm trên trục tung là những điểm bất động.

1.1.7. Đồ thị của $|y| = f(x)$

$$|y| = f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ y = f(x) \\ y = -f(x) \end{cases}$$

Ta có đó

đồ thị của $|y| = f(x)$ được suy ra từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ bằng cách bỏ phần bên dưới trục hoành, lấy đối xứng phần bên trên trục



Hình 1.1.7

hoành qua trục hoành.

1.2. Ứng dụng vào giải một số bài toán

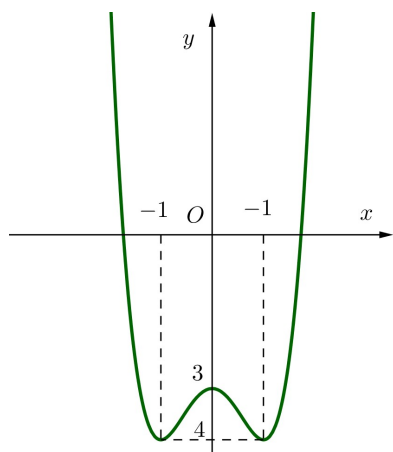
Bài 1. (Chuyên Vĩnh Phúc) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên (Hình 1.2.1). Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 4; m = 0$

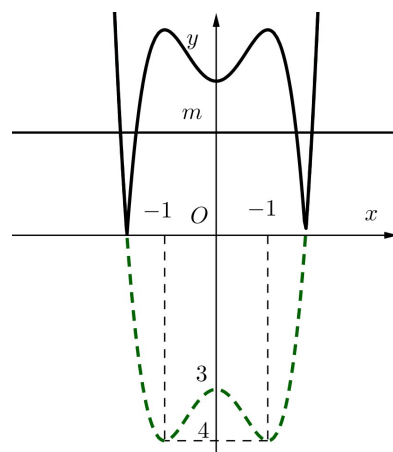
B. $3 < m < 4$

C. $0 < m < 3$

D. $-4 < m < 0$



Hình 1.2.1



Hình 1.2.2

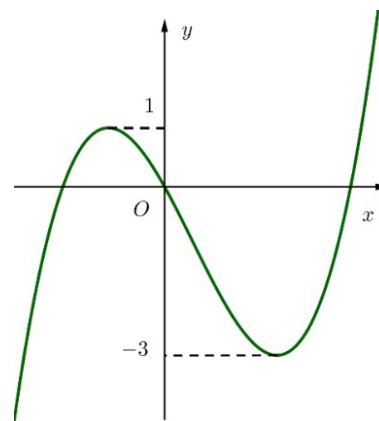
Hướng dẫn:

Theo 1.1.5 ta dễ dàng dựng được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ (Hình 1.2.2). Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị ta có: $m > 4; m = 0$. Do đó chọn A.

Bài 2. (Chuyên ĐH Vinh)

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (Hình 1.2.3). Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là

- A. $m \leq -1; m \geq 3$. B. $m \leq -3; m \geq 1$.
C. $m = -1; m = 3$. D. $1 \leq m \leq 3$.

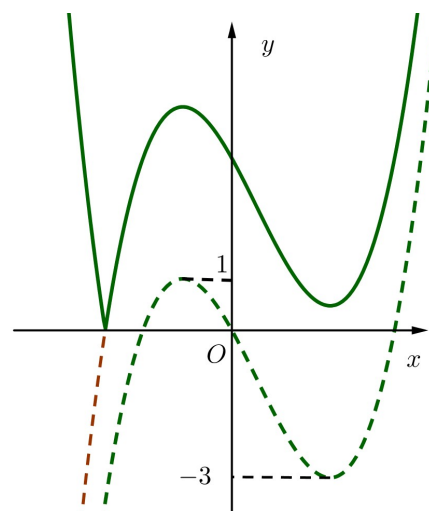
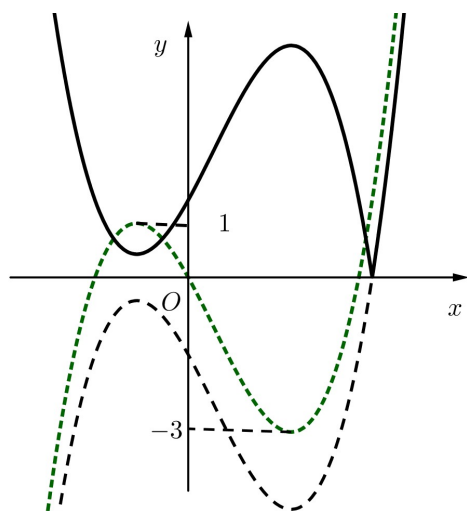


Hình 1.2.3

Hướng dẫn:

Theo 1.1.1 và 1.1.5 thì đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách thực hiện phép tịnh tiến theo $v(0; m)$ sau đó dựng đồ thị hàm trị tuyệt đối.

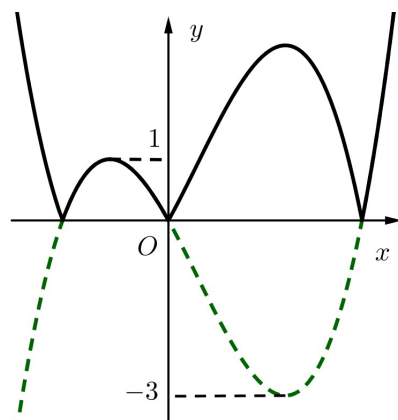
Dễ thấy nếu $m \leq -1; m \geq 3$ thì 2 cực trị của hàm số $y = f(x) + m$ nằm hoàn toàn bên dưới hoặc bên trên trục hoành. Do đó khi dựng đồ thị hàm trị tuyệt đối $y = |f(x) + m|$ sẽ thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Hình 1.2.4

Nếu hai cực trị hàm số $y = f(x) + m$ nằm về hai phía trục hoành thì khi dựng đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ sẽ có 5 cực trị.
(Hình 1.2.6)

Hình 1.2.5



Hình 1.2.6

Vậy chọn A.

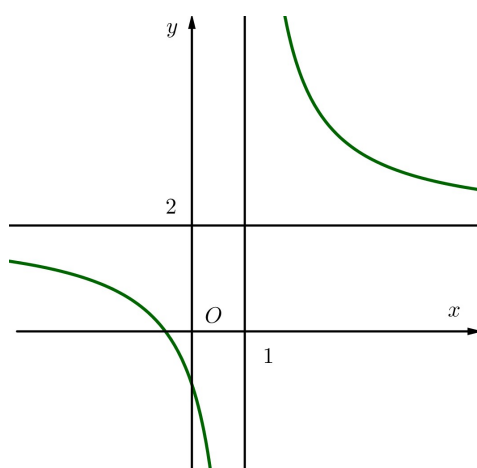
Bài 3. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ (Hình 1.2.7). Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu đường tiệm cận gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

A. 0

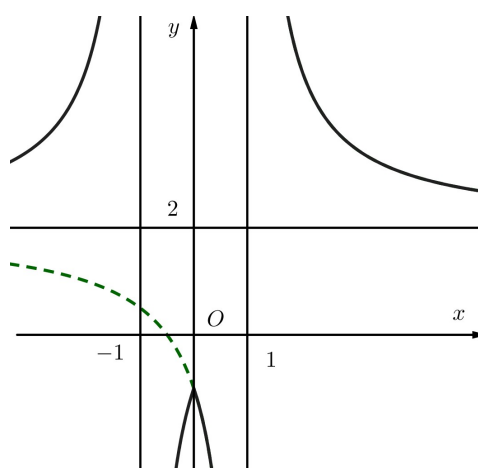
B. 1

C. 2

D. 3



Hình 1.2.7



Hình 1.2.8

Hướng dẫn:

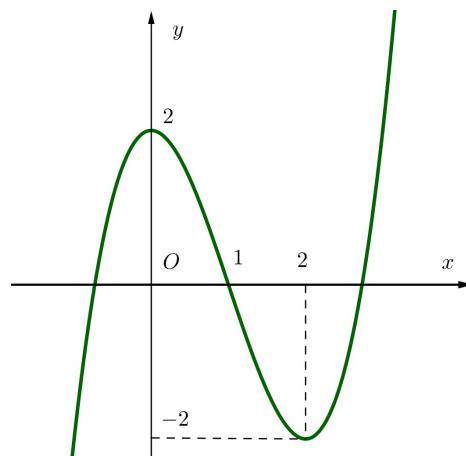
Theo 1.1.6. thì đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ được dựng như hình 1.2.8. Do đó đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 3 đường tiệm cận gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Chọn C.

Bài 4.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình (Hình 1.2.9). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

của hàm số $y = \frac{3}{2}f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó $M + m$ là

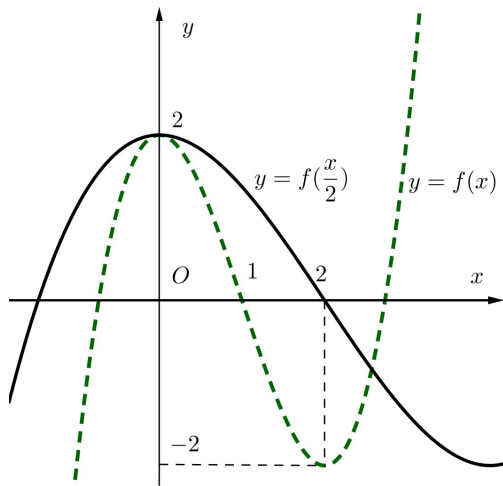
- A. 0
B. 2
C. 1
D. 3



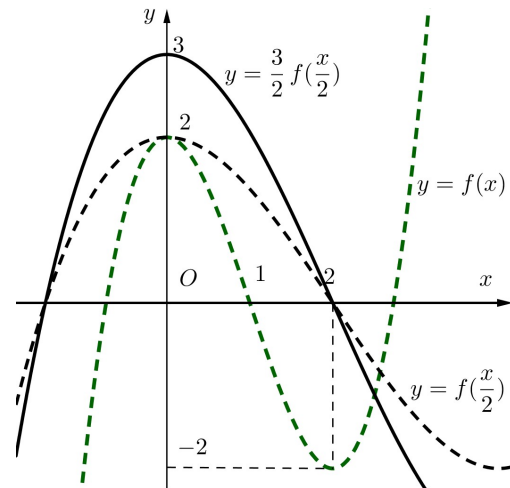
Hình 1.2.9

Hướng dẫn:

Theo 1.1.3 và 1.1.4 ta suy ra đồ thị hàm số $y = 3f\left(\frac{x}{2}\right)$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách thực hiện phép dẫn theo trục hoành với hệ số dẫn 2 (Hình 1.2.10) sau đó thực hiện phép dẫn theo trục tung với hệ số dẫn $\frac{3}{2}$ (Hình 1.2.11).



Hình 1.2.10



Hình 1.2.11

Vậy $M=3, m=0 \Rightarrow M+m=3$. Chọn D.

Bài 5. Tìm m để hệ phương trình sau có ba nghiệm phân biệt

$$x^3 - 2x + 1 - |m| = 0.$$

A. $-\frac{9+4\sqrt{6}}{9} < m < \frac{9+4\sqrt{6}}{9}$

B. $0 < m < \frac{9+4\sqrt{6}}{9}$

C. $-\frac{9+4\sqrt{6}}{9} < m < 0$

D. $-\frac{9+4\sqrt{6}}{9} \leq m \leq \frac{9+4\sqrt{6}}{9}$

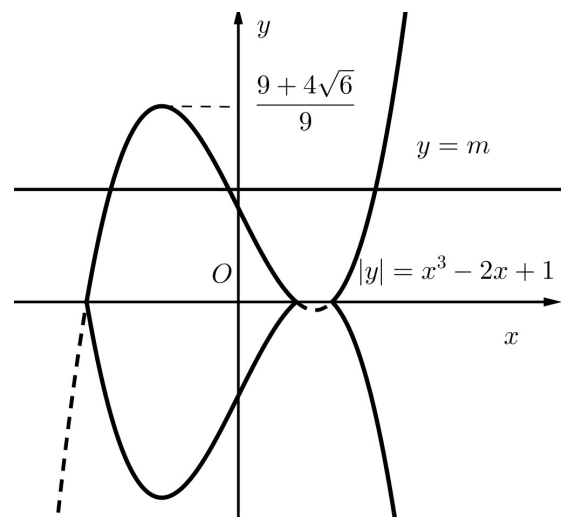
Hướng dẫn:

Ta có:

$$x^3 - 2x + 1 - |m| = 0 \Leftrightarrow |m| = x^3 - 2x + 1 \quad (1)$$

Theo 1.1.7 thì số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $|y| = x^3 - 2x + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào đồ thị của $|y| = x^3 - 2x + 1$



và $y = m$ suy ra để phương trình
đã cho có 3 nghiệm phân biệt
thì

Hình 1.2.12

$$-\frac{9+4\sqrt{6}}{9} < m < \frac{9+4\sqrt{6}}{9}$$

Chọn A.

1.3. Bài tập đề nghị

Bài 1. Giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2|$ trên $[-3; 1]$ lần lượt là M, m . Tính $M + m$.

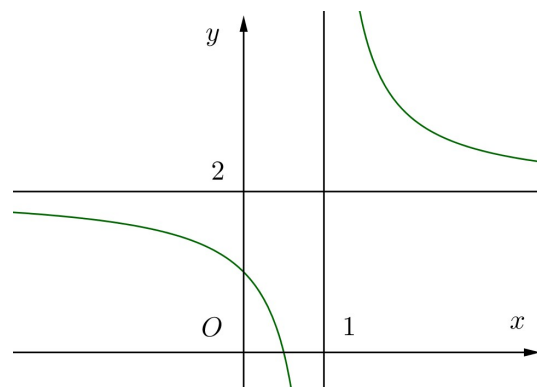
- A. 56 B. 54 C. 2 D. 52

Bài 2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất
 $(x - 4)^3 - 2x + 8 - m = 0$.

- A. $|m| > \frac{4\sqrt{6}}{9}$ B. $|m| \geq \frac{4\sqrt{6}}{9}$ C. $|m| < \frac{4\sqrt{6}}{9}$ D. $|m| \leq \frac{4\sqrt{6}}{9}$

Bài 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị
như hình bên (Hình 1.3.1). Số
cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$ là
A. 1 B. 2
C. 3 D. 5



Hình 1.3.1

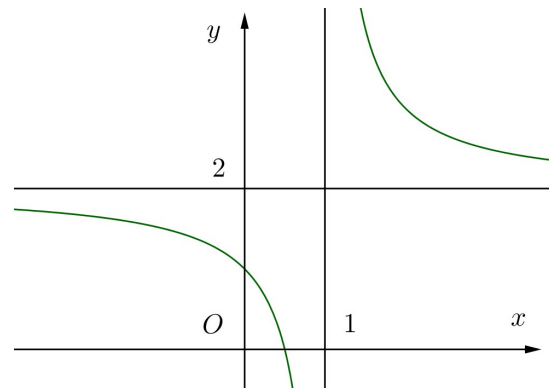
Bài 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên (Hình 1.3.2). Số đường tiệm cận của hàm số

$y = |f(|x|)|$ là

- A. 1
C. 3

- B. 2
D. 5



Hình 1.3.2

Bài 5. Giá trị của m để phương trình $\left| \frac{|x|+1}{|x|-1} \right| = |m|$ có 4 nghiệm phân biệt là

A. $|m| > 1$

B. $|m| \geq 1$

C. $|m| < 1$

$|m| \leq 1$

2. Ứng dụng phép biến hình vào nội dung số phức

2.1. Các phép biến hình ứng với các phép toán trên tập số phức

2.1.1. Phép cộng hai số phức

Dựa trên định nghĩa phép cộng hai số phức ta có nhận xét sau:

Giả sử số phức z được biểu diễn bởi điểm M , số phức z' được biểu diễn bởi điểm M' . Khi đó điểm A biểu diễn số phức $w = z + z'$ có được bằng cách tịnh tiến điểm M theo $\overrightarrow{OM'}$.

2.1.2. Phép trừ hai số phức

Dựa trên định nghĩa phép trừ hai số phức ta có nhận xét sau:

Giả sử số phức z được biểu diễn bởi điểm M , số phức z' được biểu diễn bởi điểm M' . Khi đó điểm A biểu diễn số phức $w = z - z'$ có được bằng cách tịnh tiến điểm M theo $\overrightarrow{M'O}$.

2.1.3. Phép nhân hai số phức

Giả sử hai số phức z, z' có biểu diễn dạng mũ lần lượt là $z = re^{i\varphi}$, $z' = r'e^{i\varphi'}$. Khi đó: $w = zz' = rr'e^{i(\varphi+\varphi')}$. Do đó nếu M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z, w thì điểm N được suy ra từ điểm M bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay φ' và phép vị tự tâm O tỉ số r' .

2.1.4. Phép chia hai số phức

Giả sử hai số phức z, z' có biểu diễn dạng mũ lần lượt là

$z = re^{i\varphi}, z' = r'e^{i\varphi'}$. Khi đó: $w = \frac{z}{z'} = \frac{r}{r'} e^{i(\varphi - \varphi')}$. Do đó nếu M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z, w thì điểm N được suy ra từ điểm M bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay $-\varphi$ và phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{1}{r'}$.

2.1.5. Phép lấy số phức liên hợp

Dựa trên định nghĩa số phức liên hợp ta có nhận xét sau:

Nếu M biểu diễn cho số phức z và M' biểu diễn cho số phức $\bar{z}$ thì M và M' đối xứng với nhau qua trục Ox .

2.1.6. Phép lấy mô đun

Giả sử điểm M biểu diễn số phức z khi đó $OM = |z|$. Giả sử điểm M biểu diễn số phức z_1 , điểm N biểu diễn số phức z_2 . Khi đó $MN = |z_2 - z_1|$.

2.2. Một số biểu diễn hình học của số phức thường gặp

2.2.1. Đường thẳng

Phương trình $A \operatorname{Re} z + B \operatorname{Im} z + C = 0, A^2 + B^2 > 0$ biểu diễn cho đường thẳng. Đường thẳng còn có thể được biểu diễn bởi phương trình $|z - a_1 - b_1 i|^2 + |z - a_2 - b_2 i|^2 = k^2$.

2.2.2. Đường tròn, hình tròn

Phương trình $|z - (a + bi)| = R$ biểu diễn đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R . Phương trình $|z - (a + bi)| \leq R$ biểu diễn hình tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R .

2.2.3. Đường Elip

Phương trình $|z - (a_1 + b_1 i)| + |z - (a_2 + b_2 i)| = 2a$, $a > 0$,
 $2a > \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$ biểu diễn cho Elip có tiêu điểm $F_1(a_1; b_1), F_2(a_2; b_2)$ và độ dài trục lớn là $2a$.

Nếu $F_1 \equiv F_2$ thì Elip suy biến thành đường tròn.

Nếu $2a = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$ thì Elip suy biến thành đoạn thẳng $F_1 F_2$.

2.2.4. Đường Hyperbol

Phương trình $||z - (a_1 + b_1 i)| - |z - (a_2 + b_2 i)|| = 2a, a > 0$,
 $2a < \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$ biểu diễn cho đường hyperbol có tiêu điểm $F_1(a_1; b_1), F_2(a_2; b_2)$ và độ dài trục thực là $2a$.

Nếu $2a = \sqrt{(a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2}$ thì hyperbol suy biến thành đường thẳng $F_1 F_2$ bỏ đi đoạn thẳng $F_1 F_2$.

2.2.5. Đường Parabol

Cho Parabol có đường chuẩn $\Delta: A \operatorname{Re} z + B \operatorname{Im} z + C = 0, A^2 + B^2 > 0$ và tiêu điểm $F(a; b)$. Khi đó phương trình của Parabol có dạng:

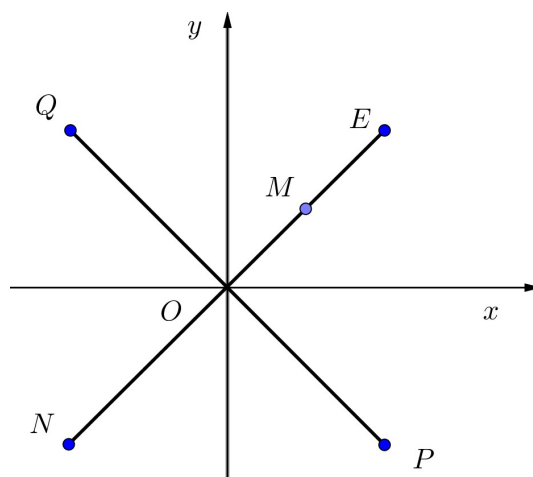
$$|z - (a + bi)| = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2.3. Ứng dụng vào giải toán

Bài 1. (Đề minh họa lần 3 năm 2017-BGD)

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z như hình vẽ bên. Điểm nào trong các điểm sau là điểm biểu diễn của số phức $2z$.

- A. Điểm N B. Điểm Q
C. Điểm E D. Điểm P



Hình 2.3.1

Hướng dẫn:

Theo 2.1.3, để biểu diễn số phức $2z$ ta thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc quay $\text{Arg} 2 = 0^\circ$ (Đây là phép đồng nhất) và phép vị tự tâm O tỉ số $|2| = 2$. Do đó chọn C.

Bài 2. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 1$. Biết rằng các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i)z + 5 - 2i$ là một đường tròn. Tìm tâm và bán kính đường tròn đó.

Hướng dẫn:

Vì $|z - 1 + 2i| = 1$ nên các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 1$.

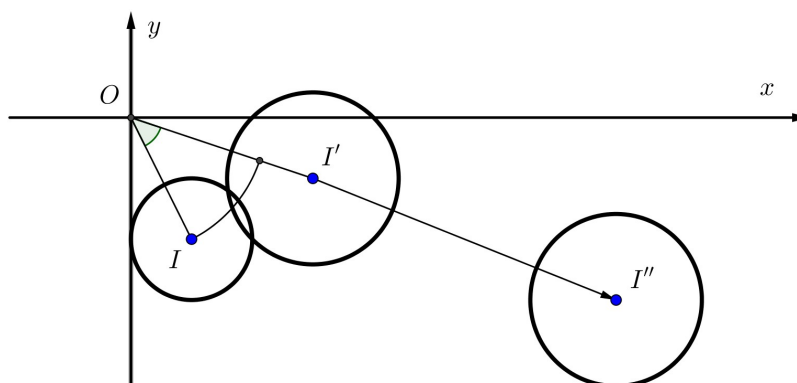
Chú ý rằng:

Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính, biến tâm thành tâm. Phép vị tự tỉ số k biến đường tròn thành đường tròn có bán kính $|k|R$, biến tâm thành tâm.

Do đó theo 2.1.3, các điểm biểu diễn số phức $(1+i)z$ là đường tròn (C') . Vì $(1+i)(1-2i)=3-i$ nên tâm của (C') là $I'(3;-1)$. Bán kính của (C') là $R'=|1+i|.1=\sqrt{2}$.

Theo 2.1.1, các điểm biểu diễn số phức $w=(1+i)z+5-2i$ là đường tròn (C'') . Vì $(1+i)(1-2i)+5-2i=3-i+5-2i=8-3i$ nên tâm của (C'') là $I''(8;-3)$. Phép tịnh tiến không làm thay đổi bán kính nên bán kính của (C'') là $R''=R'=\sqrt{2}$.

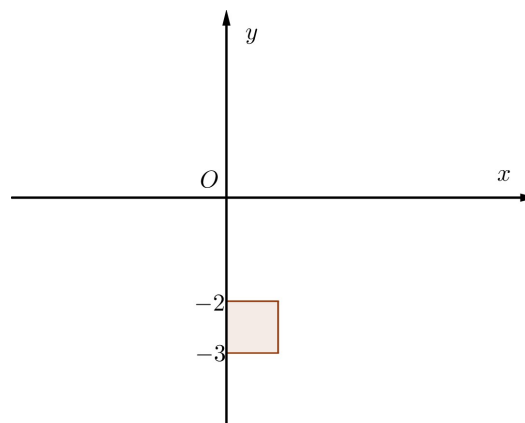
Vậy tâm là $(8;-3)$, bán kính là $\sqrt{2}$.



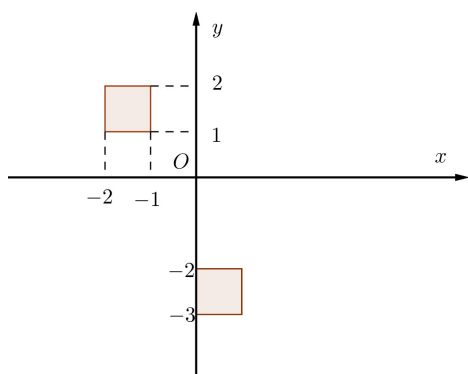
Hình 2.3.2

Bài 3.

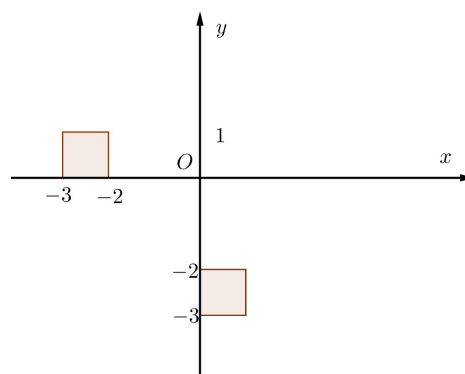
Cho các số phức z được biểu diễn bởi hình vuông như hình bên (Hình 2.3.2). Trong các hình vuông sau không kể hình vuông biểu diễn z hình nào biểu diễn cho các số phức $w = i\bar{z} + 1 + i$.



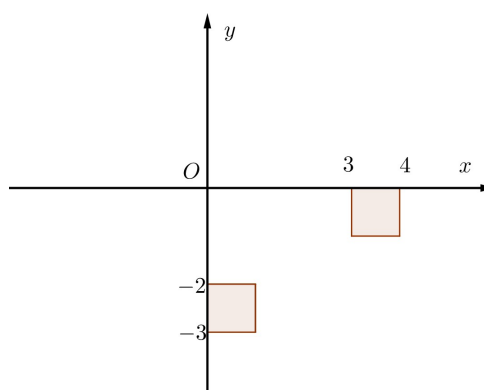
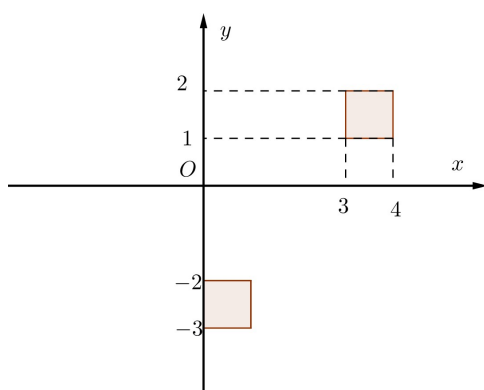
Hình 2.3.3



A.



B.



C.

D.

Hướng dẫn:

Để tìm hình biểu diễn cho số phức w ta thực hiện lần lượt các phép biến hình sau:

– Phép đối xứng trục Ox .

– Phép quay tâm O góc quay 90° .

– Phép tịnh tiến theo $v = (1; 1)$.

Do đó chọn A.

Bài 4. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| + |z + 3 - i| = 20$, w_1, w_2 là hai số phức thỏa mãn phương trình $w = (3 + 4i)z + 1 - 2i$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w_1 - w_2|$.

Hướng dẫn:

Theo 2.2.3 thì $|z - 1 + 2i| + |z + 3 - i| = 20$ là một đường elip có độ dài trục lớn là 20. Theo 2.1.1 và 2.1.3 thì $w = (3 + 4i)z + 1 - 2i$ cũng là elip có độ dài trục lớn là $|(3 + 4i)20| = 100$. Do đó $\max |w_1 - w_2| = 100$.

Bài 5. (Đề minh họa lần 3 năm 2017-BGD)

Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

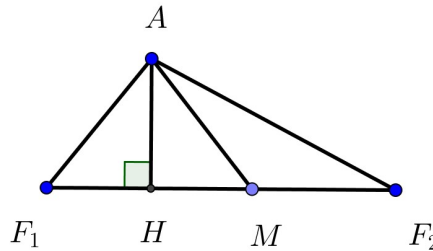
A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$.

B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

C. $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$.

D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Hướng dẫn: Theo 2.2.3, dễ thấy $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ là phương trình đoạn thẳng F_1F_2 với $F_1(-2;1)$ và $F_2(4;7)$.



Hình 2.3.4

Giả sử $A(1; -1)$. Do đó $T = |z - 1 + i|$ là độ dài đoạn AM .

Ta có phương trình đường thẳng F_1F_2 là $x - y + 3 = 0$.

$$AH = d(A, F_1F_2) = \frac{|1 - (-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

$$AF_1 = \sqrt{13}, \quad AF_2 = \sqrt{73}$$

Vậy $\max T = \sqrt{73}, \quad \min T = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

2.4. Bài tập đề nghị

Bài 1. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1| = 2$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 5| = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là M, m . Khi đó Mm là

A. 16

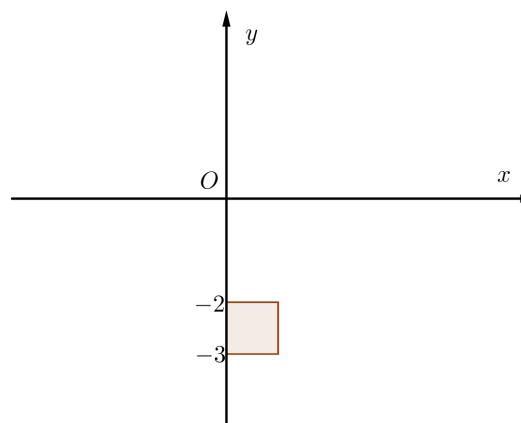
B. 8

C. 2

D. 4

Bài 2.

Cho số phức z có miền biểu diễn là miền trong kể cả biên của hình vuông như hình vẽ (Hình 2.4.1). Diện tích miền biểu diễn số phức $w = (4 - i)(z - 2 + 3i) + 5 - 3i$ là.



Hình 2.4.1

A. 17

B. $\sqrt{17}$

C. 1

C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$

Bài 3. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 + |z_1 + i|^2 = 1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Bài 4. Cho số phức $z = 1 + i$. Khi đó z^{100} bằng

A. $2^{50}(-1 - i)$ B. $(-1 - i)$ C. 2^{50}

D.

 $2^{100}(-1 - i)$

Bài 5. Trong mặt phẳng phức cho elip có phương trình

$|z - 1| + |z + 1| = 4$. Biết rằng số phức $w = (1 + 2i)\bar{z} + 1 - i$ được biểu diễn bởi một elip. Tính diện tích elip đó.

A. $5\pi\sqrt{3}$ B. $10\pi\sqrt{3}$ C. $10\sqrt{3}$ D. $\pi\sqrt{5}$

PHẦN 3. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Tiến hành kiểm tra một bài trắc nghiệm với bài tập trong đề tài này cho lớp 12A1. Sau đó tiến hành dạy chuyên đề “Một số ứng dụng của phép biến hình vào giải toán trắc nghiệm lớp 12” và tiến hành kiểm tra bài thứ hai với bài tập kiến nghị trong đề tài này. Kết quả thu được như sau:

	Trung bình	Khá	Giỏi	Thời gian
Lần 1	5/26	15/26	6/26	
Lần 2	1/26	16/26	9/26	Nhanh hơn

Các em làm bài nhanh với kết quả chính xác hơn sau khi tiếp cận thêm một phương pháp làm bài mới.

PHẦN 4. KẾT LUẬN

1. Kết luận chung

Đề tài bước đầu đã có những kết quả khả quan giúp các em học sinh hiểu rõ bản chất hình học của đại số trong một số vấn đề về hàm số và số phức. Giúp các em tư duy tốt hơn trong giải toán cũng như giải tốt các bài toán có thể ứng dụng hình học vào giải toán.

2. Hướng phát triển

Vì thời gian và kinh nghiệm còn hạn chế nên đề tài vẫn chưa đầy đủ. Vì vậy trong thời gian tới tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu mối liên hệ giữa hình học và đại số ở các chủ đề khác, cũng như đào sâu mở rộng hơn ở hai chủ đề hàm số và số phức.

3. Đề xuất, kiến nghị

Hiểu được bản chất hình học của đại số sẽ giúp các em tránh được máy móc trong tư duy vì vậy tôi đề xuất trong chương trình giảng dạy và đổi mới sách giáo khoa sắp tới cần làm rõ vấn đề mối liên hệ giữa hình học và đại số hơn, đặc biệt là làm rõ ý nghĩa và ứng dụng của các phép biến hình trong mặt phẳng.

Người thực hiện đề tài

Hoàng Xuân Định

ĐÁNH GIÁ CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC NHÀ TRƯỜNG

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ĐÁNH GIÁ CỦA HỘI ĐỒNG KHOA HỌC CẤP SỞ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Giải bài toán như thế nào, G-Polya, NXB Giáo Dục, 1997.
2. Hình học lớp 11, Trần Văn Hạo (Chủ biên), NXB Giáo Dục, 2007.
3. Sách giáo khoa toán lớp 12 (Bộ cơ bản)
4. Phương pháp dạy học môn Toán, Nguyễn Bá Kim, NXB Đại Học Sư Phạm, 2011.