|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH THÁI NGUYÊN**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: TOÁN (CHUYÊN)**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể giao đề* |

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn 

Tinh giá trị của biểu thức 

**Câu 2. (1,5 điểm)** Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt, khác không thoả mãn giá trị của biểu thức  là một số nguyên.

**Câu 3, (1,0 điểm)** Cho đa thức có tất cả các hệ số là các số nguyên. Biết rằng là ba số nguyên phân biệt thỏa mãn. Hỏi phương trình có nghiệm nguyên không? Vì sao?

**Câu 4. (1,0 điểm)** Tìm các số nguyên tố a,b,c sao cho: 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho  là một tập con của tập số tự nhiên N. Tập A có phần tử nhỏ nhất là 1, phần tử lớn nhất là 100 và mỗi phần tử x thuộc luôn biểu diễn được dưới dạng trong đó a,b thuộc A (a có thể bằng b). Hãy tìm một tập  có số phần tử nhỏ nhất. Giải thích cách tìm?

**Câu 6. (2,0 điểm)** Cho tam giác ABC (AB < AC) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ , B, C của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm cạnh BC, P là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC. Đường thẳng DF cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là K.

a) Chứng minh PB.PC=PE.PF và KE song song với BC;

b) Đường thẳng PH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là Q. Chúng minh tứ giác BIQF nội tiếp.

**Câu 7. (2,0 điểm)** Cho ba điểm A, B, C phân biệt theo thứ tự cùng nằm trên một đường thẳng. Qua điểm B kẻ đường thẳng d vuông góc với đường thẳng AC; D là một điểm di động trên đường thẳng d .Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt đường thẳng d tại điểm E khác D. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm B trên các đường thẳng AD và AE. Gọi R là giao điểm của hai đường thẳng BQ và CD, S là giao điểm của hai đường thẳng BP và CE. Chứng minh:

a) Tứ giác PQSR nội tiếp;

b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQSR luôn thuộc một đường thẳng cố định khi điểm D di động trên đường thẳng d .

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (1,5 điểm) Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn **

**Tinh giá trị của biểu thức **

Ta có : 

Tương tự : 

Thay vào Q ta được Q=1

**Câu 2. (1,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt, khác không thoả mãn giá trị của biểu thức  là một số nguyên.**

Ta có: 

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm ****phân biệt, khác 0 

Áp dụng định lý Vi-et ta có : 



Với nguyên dương, biểu thức 



Vậy thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Câu 3, (1,0 điểm) Cho đa thức có tất cả các hệ số là các số nguyên. Biết rằng là ba số nguyên phân biệt thỏa mãn. Hỏi phương trình có nghiệm nguyên không? Vì sao?**

Ta có 

Khi đó:  là 3 nghiệm phân biệt của đa thức.

Do đó, tồn tại đa thức Q(x) có các hệ số là các số nguyên sao cho:



Giả sử, phương trình có nghiệm nguyên.

Khi đó, 

Ta lại có, 

Vậy 

là 3 số nguyên phân biệt. là số nguyên.

Do đó, từ (\*) suy ra 

Theo nguyên lý Đi-rich-lê thì có ít nhất 2 trong ba số bằng nhau. Điều này mâu thuẫn với là 3 số nguyên phân biệt.

Vậy điều giả sử là sai.

Tóm lại: Phương trình không có nghiệm nguyên.

**Câu 4. (1,0 điểm) Tìm các số nguyên tố a,b,c sao cho: **

Th1: 

Vì là các số nguyên tố nên khi đó



Ta có hoặc 

Vậy trường hợp này không thỏa mãn

TH2: Trong 3 số có ít nhất một số bằng 3

Không mất tính tổng quát, giả sử . Ta có :



Vì 

Mặt khác là các số nguyên tố nên hoặc hoặc 

Vậy từ 

Do là các số nguyên tố nên 

Thayvào (\*) ta thấy thỏa mãn

Vậy 

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho  là một tập con của tập số tự nhiên N. Tập A có phần tử nhỏ nhất là 1, phần tử lớn nhất là 100 và mỗi phần tử x thuộc luôn biểu diễn được dưới dạng trong đó a,b thuộc A (a có thể bằng b). Hãy tìm một tập  có số phần tử nhỏ nhất. Giải thích cách tìm?**

Giả sử A có số phần tử là ta sắp xếp chúng theo thứ tự 

Suy ra với mỗi ta có , với 

Áp dụng kết quả ta thu được 

Suy ra tập phải có ít nhất 8 phần tử

Giả sử 

Vì 



Vì (mâu thuẫn)

Với ta có tập thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC (AB < AC) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ , B, C của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm cạnh BC, P là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC. Đường thẳng DF cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là K.**

****

**a) Chứng minh PB.PC=PE.PF và KE song song với BC**

Ta có: là tứ giác nội tiếp



Các tứ giác nội tiếp nên :



**b) Đường thẳng PH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là Q. Chúng minh tứ giác BIQF nội tiếp.**

Xét và có : 



Từ (1) và (2) suy ra 

Xét và có : 

là tứ giác nội tiếp

Khi đó 

Vậy tứ giác là tứ giác nội tiếp

**Câu 7. (2,0 điểm) Cho ba điểm A, B, C phân biệt theo thứ tự cùng nằm trên một đường thẳng. Qua điểm B kẻ đường thẳng d vuông góc với đường thẳng AC; D là một điểm di động trên đường thẳng d .Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt đường thẳng d tại điểm E khác D. Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm B trên các đường thẳng AD và AE. Gọi R là giao điểm của hai đường thẳng BQ và CD, S là giao điểm của hai đường thẳng BP và CE. Chứng minh:**

****

**a) Tứ giác PQSR nội tiếp**

Do tứ giác nội tiếp nên   
tương tự , ta có nên S là trung điểm CE

Cmtt R cũng là trung điểm CD

Do 

là tứ giác nội tiếp

**b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQSR luôn thuộc một đường thẳng cố định khi điểm D di động trên đường thẳng d .**

Gọi (I) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác , gọi L là trung điểm của AD

Ta có : 

Suy ra LS là đường kính của đường tròn (I)

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng 

Khi đó N là điểm cố định. Lại có và nên tứ giác là hình bình hành, suy ra là trung điểm MN

Mà nên 

Vậy I thuộc đường trung trực đoạn thẳng cố định