|  |  |
| --- | --- |
|  | **Giải chi tiết đề CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA**  **TỈNH ĐỒNG THÁP NĂm 2019**  **MÔN TOÁN**  **Time: 180 Phút** |

1. **(4 điểm)**

a) Cho các số thực  thỏa mãn

.

Tính giá trị biểu thức .

b) Cho các số thực dương  thỏa mãn . Chứng minh .

1. **(4 điểm)** Giải hệ phương trình:



1. **(4 điểm)** Xét phương trình .

a) Chứng minh rằng tồn tại vô số bộ ba số nguyên  thỏa mãn phương trình trên.

b) Có tồn tại hay không bộ ba số nguyên dương  thỏa mãn phương trình trên?

1. **(6 điểm)** Cho đường thẳng  và điểm  cố định không thuộc   là hình chiếu của  trên  Các điểm  thay đổi trên  sao cho  Đường tròn đường kính  cắt  lần lượt tại 

a) Chứng minh đường thẳng  đi qua một điểm cố định.

b) Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  Chứng minh  chạy trên một đường thẳng cố định.

1. **(2,0 điểm)** Cho bảng ô vuông gồm  hàng và  cột. Tại ô góc trên bên trái của bảng người ta đặt một quân cờ. Hai người chơi luân phiên di chuyển quân cờ, mỗi lượt di chuyển chỉ di chuyển quân cờ sang phải một ô hoặc xuống dưới một ô. Người chơi nào đến lượt mình không di chuyển được quân cờ thì thua. Xác định điều kiện của  để người thực hiện lượt chơi đầu tiên luôn là người thắng.

**Giải chi tiết đề CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA**

**TỈNH ĐỒNG THÁP NĂm 2019**

**MÔN TOÁN**

**Time: 180 Phút**

1. **(4 điểm)**

a) Cho các số thực  thỏa mãn

.

Tính giá trị biểu thức .

b) Cho các số thực dương  thỏa mãn . Chứng minh .

**Lời giải**

***Tác giả: Võ Quang Anh; Fb:Anh Võ Quang.***

a) Từ giả thiết suy ra: . Do đó, .

Hàm số  là hàm số nghịch biến trên khoảng .

Nếu (vô lí)

Suy ra: . Chứng minh tương tự, ta suy ra .

Thay  vào giả thiết ta được: .

Lúc đó, .

b) .

Với  thì . Do đó, .

Giả sử, . Từ giả thiết ta suy ra

 (vô lí).

Vậy .

1. **(4 điểm)** Giải hệ phương trình:



**Lời giải**

Nếu 

Nếu 

Nếu . Hệ phương trình tương đương với 

Trừ theo từng vế hai phương trình của hệ ta được: 

TH1:  thế vào phương trình (1) ta được:

( vì )

TH2:  thế vào phương trình (1) ta được



(thỏa mãn các điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ là: 

1. **(4 điểm)** Xét phương trình .

a) Chứng minh rằng tồn tại vô số bộ ba số nguyên  thỏa mãn phương trình trên.

b) Có tồn tại hay không bộ ba số nguyên dương  thỏa mãn phương trình trên?

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Nương; Fb: Cô giáo Nương***

a) Chứng minh rằng tồn tại vô số bộ ba số nguyên  thỏa mãn phương trình trên.

Cho  phương trình trở thành .

Cho  ( là số nguyên tùy ý). Suy ra .

Khi đó  thỏa mãn phương trình.

Vì  là số nguyên tùy ý nên tồn tai vô số bộ ba  nguyên thỏa mãn phương trình.

b) Có tồn tại hay không bộ ba số nguyên dương  thỏa mãn phương trình trên?

Có tồn tại bộ ba số nguyên dương  thỏa mãn phương trình trên.

Vì: Xét . Khi đó: .

Mà theo đề bài ta có:  nên ta cần chọn  sao cho: .

Khi đó: . Từ  suy ra:  chia hết cho 

Hay:  chia hết cho .

Đặt: . Suy ra:  chia hết cho . Hay  chia hết cho .

Do đó:  chia hết cho .

Đặt: .Từ đó suy ra: .

Như vậy  đều là nghiệm của phương trình đã cho.

[***ntnghia.c3hq@yenbai.edu.vn***](mailto:ntnghia.c3hq@yenbai.edu.vn)

1. **(6 điểm)** Cho đường thẳng  và điểm  cố định không thuộc   là hình chiếu của  trên  Các điểm  thay đổi trên  sao cho  Đường tròn đường kính  cắt  lần lượt tại 

a) Chứng minh đường thẳng  đi qua một điểm cố định.

b) Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  Chứng minh  chạy trên một đường thẳng cố định.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trọng Nghĩa; Fb: Nghĩa Nguyễn***

a)



Gọi  là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác  với đường thẳng 

Ta có 

Do đó  cố định (Vì  cố định).

Gọi  là giao điểm của  với AH. Ta có tứ giác  nội tiếp nên 

Suy ra tứ giác  nội tiếp. Do đó  cố định. Vậy đường thẳng  đi qua một điểm cố định.

b) Do  nên tứ giác  nội tiếp. Do đó,  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác 

Giả sử đường tròn  cắt đường thẳng  tại  Ta có 



Do đó  cố định. Vậy  thuộc trung trực của  cố định.



**Anhltk85@gmail.com**

1. **(2,0 điểm)** Cho bảng ô vuông gồm  hàng và  cột. Tại ô góc trên bên trái của bảng người ta đặt một quân cờ. Hai người chơi luân phiên di chuyển quân cờ, mỗi lượt di chuyển chỉ di chuyển quân cờ sang phải một ô hoặc xuống dưới một ô. Người chơi nào đến lượt mình không di chuyển được quân cờ thì thua. Xác định điều kiện của  để người thực hiện lượt chơi đầu tiên luôn là người thắng.

**Lời giải**

Trước hết, ta gọi người thứ nhất là người chơi đầu tiên, người còn lại là người thứ hai.

Ta dùng hai màu trắng, đen tô lần lượt các ô vuông trong bảng (tô đan xen như bàn cờ), với ô trên cùng bên trái tô màu trắng.

Quy ước: ô thuộc hàng, cột  gọi là ô .

Khi đó:

+ Nếu cùng tính chẵn, lẻ thì ô cùng màu với ô .

+ Nếu khác tính chẵn, lẻ thì ô khác màu với ô .

Từ giả thiết bài toán, người chơi chỉ có thể di chuyển quân cờ sang phải hoặc xuống dưới một ô, ta nhận thấy cả hai người chơi đều phải di chuyển quân cờ sang ô khác màu với ô đang đứng.

Ở lượt di chuyển đầu tiên, người thứ nhất sẽ di chuyển quân cờ sang ô màu đen, và người thứ hai sẽ di chuyển quân cờ sang ô màu trắng. Cờ luôn được đưa về ô .

Để người thứ nhất thắng thì quân cờ phải được di chuyển vào ô và ô phải được tô màu đen (trùng với màu mà người thứ nhất di chuyển lượt đầu tiên). Điều này xảy ra khi khác tính chẵn, lẻ.

Ngược lại, nếu cùng tính chẵn, lẻ thì lập luận tương tự như trên, người thứ hai luôn thắng.

Vậy khác tính chẵn, lẻ thì người thứ nhất luôn thắng.