

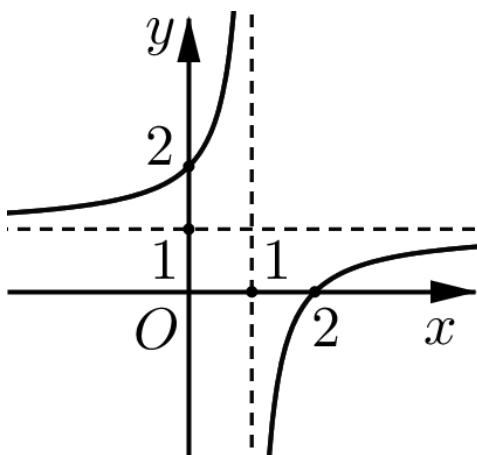
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $[-2; 3]$ là?

x	-2	-1	1	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	1	-3	7	

- A. 0. B. 1. C. - 2. D. - 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là?



- A. (1;1). B. (1;2). C. (2;1). D. (2;2).

Câu 3: Cho tích phân $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α) là?

- A. $n = (2; 3; -4)$. B. $n = (2; -3; 4)$. C. $n = (-2; 3; 4)$. D. $n = (-2; 3; 1)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng?

A. 9 B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Câu 7: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng?

A. $\frac{3}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 8: Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	$[1,5; 2,5)$	$[2,5; 3,5)$	$[3,5; 4,5)$	$[4,5; 5,5)$	$[5,5; 6,5)$
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là?

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Câu 9: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

- A. Phương sai luôn luôn là số không âm.
- B. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- C. Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.
- D. Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

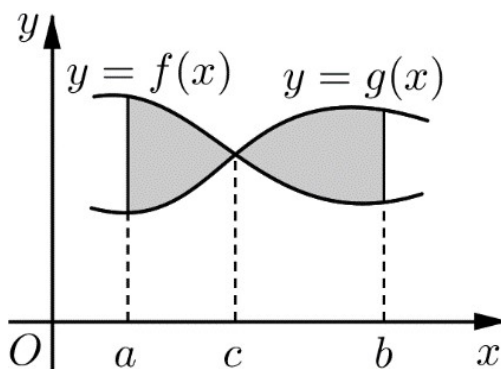
Câu 10: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14; 15)$	$[15; 16)$	$[16; 17)$	$[17; 18)$	$[18; 19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Số đặc trưng nào **không** sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A. Khoảng biến thiên.
- B. Khoảng tứ phân vị.
- C. Phương sai.
- D. Độ lệch chuẩn.

Câu 11: Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên).



A. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \right|.$

D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

Câu 12: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{4x} dx$.

B. $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$.

C. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$.

D. $\int_0^1 e^{8x} dx$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $(1; 2; -1)$.

b) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(2; 1; -2)$.

c) Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $(3; 2; -1)$.

d) Một đường thẳng vuông góc với đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là $(4; 2; -3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

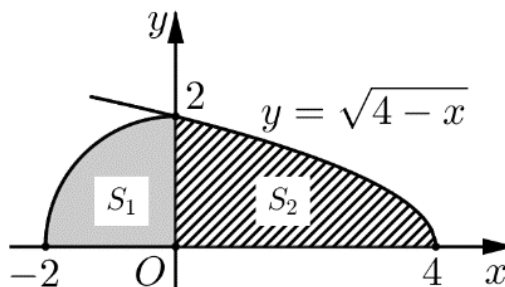
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

b) Giá trị cực đại của hàm số là 2.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 5]$ bằng -2.

d) Đồ thị của hàm số không có tâm đối xứng.

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R=2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm).



a) Diện tích $S_1 = 2\pi$.

b) Diện tích $S_2 = \frac{16}{3}$.

c) Thể tích vật thể khi quay phần S_2 quanh trục hoành là $\pi \int_0^4 (4-x) dx = 8\pi$.

d) Thể tích của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành là $\frac{28\pi}{3}$.

Câu 4: Năm 2020, dịch COVID-19 bùng phát trên toàn thế giới. Các nhà khoa học đã phát triển một loại test nhanh để phát hiện virus SARS-CoV-2 gây bệnh COVID-19. Theo thống kê, khi một người nhiễm virus SARS-CoV-2 thì xác suất để test nhanh có kết quả dương tính là 90%. Tuy nhiên, khi

một người không nhiễm virus, xác suất để test nhanh vẫn cho kết quả dương tính là 5%. Biết rằng tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 ở một quốc gia là 2% trong dân số.

Gọi X là biến cố "một người nhiễm virus SARS-CoV-2" và Y là biến cố "một người có kết quả test nhanh dương tính".

a) $P(X) = 0,02$.

b) $P(Y|X) = 0,9$.

c) $P(X|Y) = 0,567$.

d) $P(Y \setminus X) = 0,06$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một phần đường ray của tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang. Trục Oy mô tả chiều cao của đường ray tại mỗi vị trí x . Từ chiều cao xuất phát 60 cm . Tàu lượn xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 10 \text{ cm}$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 20 \text{ cm}$ và sau đó tàu xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 70 \text{ cm}$. Xét $x \in [0; 70]$. Tính giá trị của $S = 70a - 7b + 7c + d$. (viết kết quả dưới dạng số thập phân)

Câu 2: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy trong mỗi lần in là 50.000 đồng. Chi phí cho n máy chạy trong một giờ là $10(6n + 10)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50.000 tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

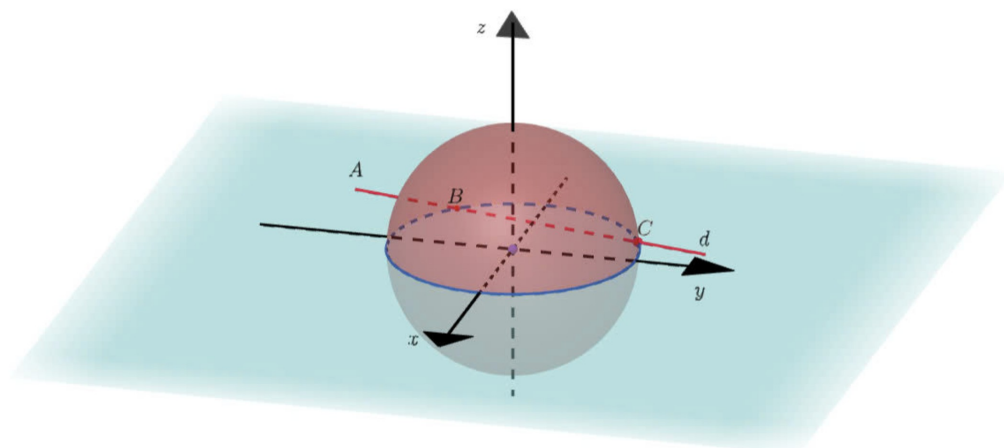
Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $v(t) = \frac{t+1}{t^2-t+1} + \ln(t^2-t+1)$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $v(t)$ (m/s) là vận tốc của vật tại thời điểm t . Hỏi trong khoảng thời gian $1,6$ giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt tại thời điểm t_1 , vận tốc nhỏ nhất của vật đạt tại thời điểm t_2 . Tìm giá trị $t_2 - t_1$. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần nghìn)

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có

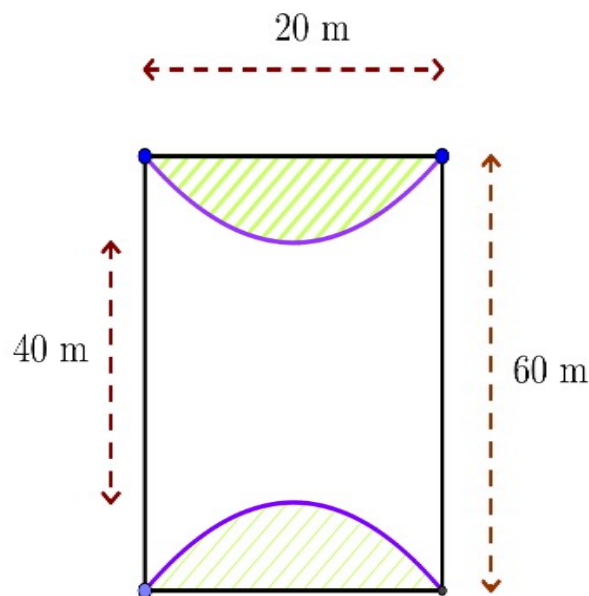
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$$

phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định

quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. **(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).**



Câu 5: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$ (như hình vẽ bên dưới). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch. Biết chi phí lát gạch là 200.000 đồng/ m^2 và tiền nhân công trồng cỏ là 100.000 đồng/ m^2 . Tính tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất đó **(làm tròn kết quả đến hàng nghìn, đơn vị nghìn đồng).**



Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. **(viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần nghìn)**

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	A	C	D	D	C	D	D	B	A	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	12,3	5	0,366	749	213333	0,951

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của hàm số có bảng biến thiên sau trên đoạn $[-2; 3]$ là?

x	-2	-1	1	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	1	-3	7	

A. 0.

B. 1.

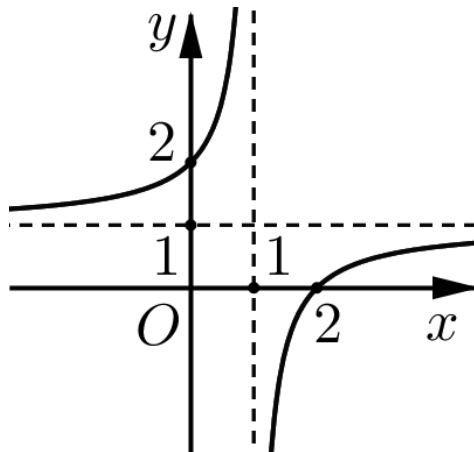
C. - 2.

D. - 3.

Giải

Chọn D

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là?



A. (1;1).

B. (1;2).

C. (2;1).

D. (2;2).

Giải

Chọn A

Câu 3: Cho tích phân $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Giải

Chọn A

Câu 4: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α) là?

- A. $n = (2; 3; -4)$. B. $n = (2; -3; 4)$. C. $n = (-2; 3; 4)$. D. $n = (-2; 3; 1)$.

Giải

Chọn C

Câu 5: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Giải

Chọn D

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$ có bán kính bằng ?

- A. 9 B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Giải

Chọn D

Câu 7: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,6$; $P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng ?

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Giải

Chọn C

Câu 8: Cho bảng số liệu sau đây

Nhóm	$[1,5; 2,5)$	$[2,5; 3,5)$	$[3,5; 4,5)$	$[4,5; 5,5)$	$[5,5; 6,5)$
Tần số	2	3	7	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu cho bởi bảng trên là?

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

Giải

Chọn D

Câu 9: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

- A. Phương sai luôn luôn là số không âm.
- B. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
- C. Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.
- D. Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

Giải

Chọn D

Câu 10: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

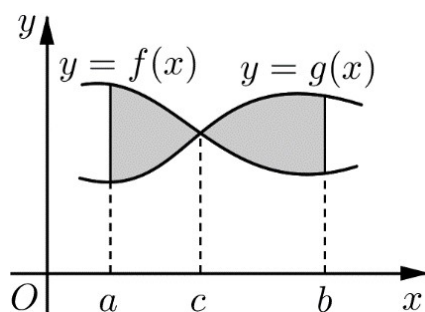
Số đặc trưng nào **không** sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A. Khoảng biến thiên.
- B. Khoảng tứ phân vị .
- C. Phương sai.
- D. Độ lệch chuẩn.

Giải

Chọn B

Câu 11: Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng ^(H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên).



A.
$$S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx.$$

B.
$$S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - g(x)] dx.$$

C.
$$S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \right|.$$

D.
$$S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

Giải

Chọn A

Câu 12: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{4x} dx$.

B. $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$.

C. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$.

D. $\int_0^1 e^{8x} dx$.

Giải

Chọn B

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: a) $\vec{u}_d = (1; 2; 0)$ nên mệnh đề sai.

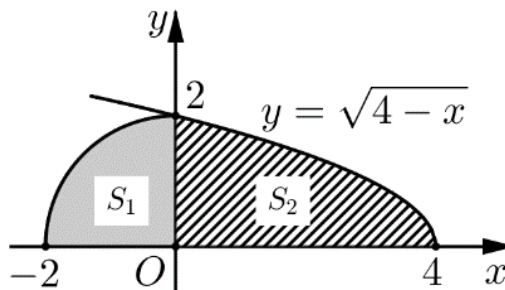
b) $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -2)$ nên mệnh đề đúng.

c) Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{2}; -1\right)$ nên mệnh đề sai.

d) Vì đường thẳng có vector chỉ phương là $[\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -2; 3)$ nên mệnh đề đúng.

Câu 2: Quan sát bảng biến thiên ta có a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.

Câu 3: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (miền tô đậm). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .



a) S_1 là $\frac{1}{4}$ diện tích hình tròn bán kính $R = 2$ nên $S_1 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 = \pi$ nên mệnh đề sai.

b) Diện tích $S_2 = \int_0^4 \sqrt{4-x} dx = \frac{16}{3}$ nên mệnh đề đúng.

c) Thể tích vật thể khi quay phần S_2 quanh trục hoành là $\pi \int_0^4 (4-x) dx = 8\pi$ nên mệnh đề đúng.

d) Thể tích của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành là $\frac{16\pi}{3} + 8\pi = \frac{40\pi}{3}$ nên mệnh đề sai.

Câu 4:

a) Ta có: $P(X)$ là xác suất một người nhiễm virus SARS-CoV-2.

Theo đề bài, tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 ở một quốc gia là $2\% = 0,02$ trong dân số. Vậy mệnh đề **đúng**.

b) $P(Y|X)$ là xác suất một người có kết quả test nhanh dương tính, với điều kiện người đó nhiễm virus SARS-CoV-2.

Theo giả thiết, khi một người nhiễm virus SARS-CoV-2, xác suất để test nhanh có kết quả dương tính là $90\% = 0,9$. Vậy mệnh đề **đúng**.

c) $P(X|Y)$ là xác suất một người nhiễm virus SARS-CoV-2, với điều kiện người đó có kết quả test nhanh dương tính.

Ta có: $P(Y|X) = 0,9$ (cmt), $P(X) = 0,02$.

$$P(Y) = P(Y|X).P(X) + P(Y|\bar{X}).P(\bar{X}) = 0,9.0,02 + 0,05.0,98 = 0,0634.$$

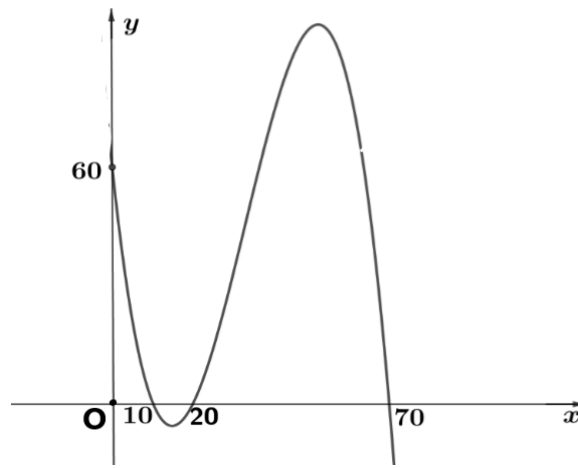
Thay vào công thức Bayes: $P(X|Y) = \frac{P(Y|X).P(X)}{P(Y)} = 0,567$. Vậy mệnh đề **đúng**.

d) Trong câu d, $P(Y \cap X)$ là xác suất một người vừa nhiễm virus SARS-CoV-2 vừa có kết quả test nhanh dương tính.

$$P(Y \cap X) = P(Y|X).P(X) = 0,9.0,02 = 0,05. \quad \text{Vậy mệnh đề sai.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một phần đường ray của tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang. Trục Oy mô tả chiều cao của đường ray tại mỗi vị trí x . Từ chiều cao xuất phát 60 cm . Tàu lượn xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 10\text{ cm}$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 20\text{ cm}$ và sau đó tàu xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 70\text{ cm}$. Xét $x \in [0; 70]$. Tính $S = 70a - 7b + 7c + d$. (viết kết quả dưới dạng số thập phân)



Đồ thị giao với trục hoành tại các điểm: $(10; 0); (20; 0); (70; 0)$.

Nên phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 10; x = 20; x = 70$.

Cho nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = a(x - 10)(x - 20)(x - 70)$.

Do $f(0) = 60$ nên suy ra $a = -\frac{3}{700}$.

Vậy $f(x) = -\frac{3}{700}(x - 10)(x - 20)(x - 70) = -\frac{3}{700}x^3 + \frac{3}{7}x^2 - \frac{69}{7}x + 60$.

Vậy $S = 70a - 7b + 7c + d = 12,3$.

Câu 2: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy trong mỗi lần in là 50.000 đồng. Chi phí cho n máy chạy trong một giờ là $10(6n + 10)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50.000 tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

Lời giải

Gọi n là số máy cần chạy để in 50.000 tờ quảng cáo và t là thời gian in, theo giả thiết ta có

$$3600nt = 50000 \Leftrightarrow t = \frac{125}{9n}$$

và chi phí $F(n) = 50n + [10(6n + 10)]t = 50n + (60n + 100) \cdot \frac{125}{9n}$.

Khảo sát hàm số, ta có $F'(n) = 50 - \frac{12500}{9n^2}; F'(n) = 0 \Leftrightarrow n = \frac{5\sqrt{10}}{3} \approx 5,27$.

Vậy cần sử dụng 5 máy in để có số lãi nhiều nhất.

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $v(t) = \frac{t+1}{t^2 - t + 1} + \ln(t^2 - t + 1)$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $v(t)$ (m/s) là vật tốc của vật tại thời điểm t . Hỏi trong khoảng thời gian $1,6$ giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt tại thời

điểm t_1 , vận tốc nhỏ nhất của vật đạt tại thời điểm t_2 . Tìm giá trị $t_2 - t_1$. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần nghìn)

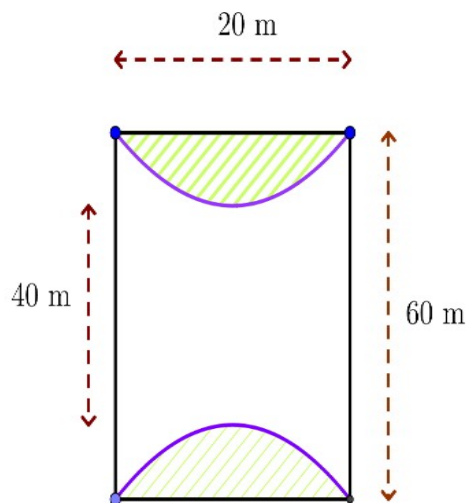
Lời giải

Ta có
$$v'(t) = \frac{2t^3 - 4t^2 + t + 1}{(t^2 - t + 1)^2} \quad v'(t) = 0 \Rightarrow 2t^3 - 4t^2 + t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \quad (t > 0) \end{cases}$$

Khi đó
$$\max_{[0;1,6]} v(t) = v(1) = 2 \quad \min_{[0;1,6]} v(t) = v\left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ln \frac{3}{2}$$

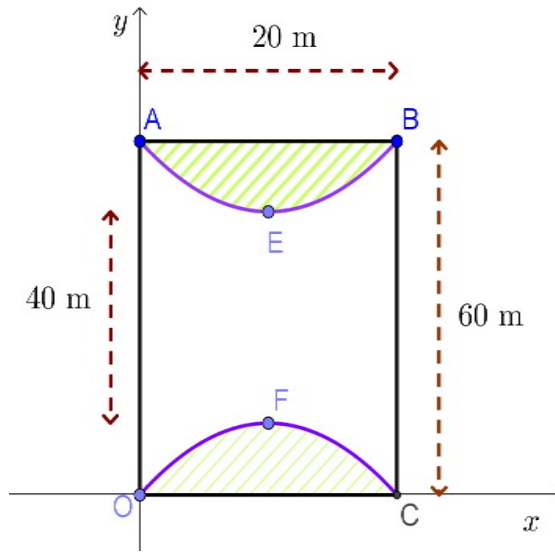
Suy ra
$$t_2 - t_1 = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \approx 0,366$$

Câu 4: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60m$, chiều rộng $20m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường parabol có hai đỉnh cách nhau $40m$ (như hình vẽ bên dưới). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch. Biết chi phí lát gạch là 200.000 đồng/ m^2 và tiền nhân công trồng cỏ là 100.000 đồng/ m^2 . Tính tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất đó (làm tròn đến hàng nghìn). (làm tròn kết quả đến hàng nghìn, đơn vị nghìn đồng).



Lời giải:

Lập hệ trục tọa độ như hình vẽ



Tọa độ các điểm: $O(0;0), A(0;60), B(20;60), C(20;0); E(10;50); F(10;10)$

* Parabol (P) có đỉnh $F(10;10)$, có phương trình dạng: $y = a(x - 10)^2 + 10$

(P) đi qua $C(20;0) \Leftrightarrow a.(20 - 10)^2 + 10 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{10}$

Vậy $(P): y = -\frac{1}{10}(x - 10)^2 + 10$

* Diện tích trồng cỏ là $S = 2 \int_0^{20} \left[-\frac{1}{10}(x - 10)^2 + 10 \right] dx = \frac{800}{3} (m^2)$

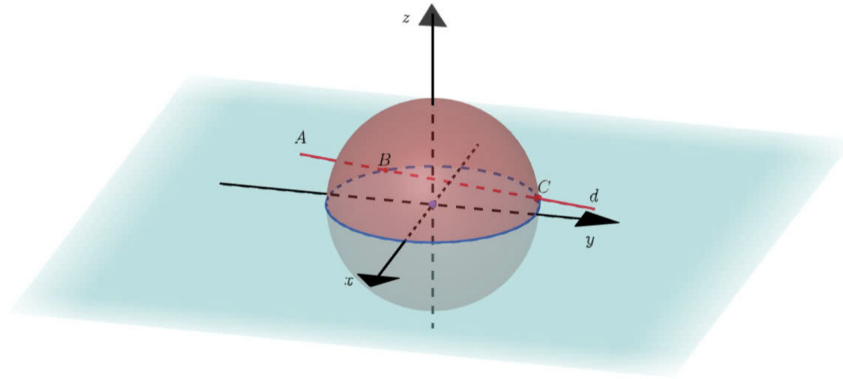
* Diện tích lát gạch: $S_g = 20.60 - S = 1200 - \frac{800}{3} = \frac{2800}{3} (m^2)$

* Tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ là: $\frac{2800}{3} . 200000 + \frac{800}{3} . 100000 \approx 213333$ nghìn đồng.

Câu 5: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).



Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 600km$.

Vậy $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$.

Thay $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ vào $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$.

Ta có $(S): (100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow A(0;600;10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow B(-585;132;10) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749km$$

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng $749km$.

Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần nghìn)

Lời giải:

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lô 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có $P(H_1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}, P(H_3) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$

$\bar{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

$$P(\bar{A} | H_1) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}, P(\bar{A} | H_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, P(\bar{A} | H_3) = \frac{C_3^1}{10} \cdot \frac{C_2^1}{10} = 0,06.$$

Ta có:

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\bar{A}) = P(H_1).P(\bar{A} | H_1) + P(H_2).P(\bar{A} | H_2) + P(H_3).P(\bar{A} | H_3) = 37 / 750.$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 37 / 750 \approx 0,951$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>