**CHƯƠNG VI: HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGA**

# **BÀI 18: LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC**

## **A. TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**1. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ NGUYÊN**

**HĐ1.** **Nhận biết luỹ thừa với số mũ nguyên**  
Tính: .

** Lời giải**

- Cho  là một số nguyên dương. Ta định nghĩa: Với a là số thực tuỳ ý:



Với a là số thực khác 0 :



- Trong biểu thức , a gọi là cơ số,  gọi là số mũ.

**Lưu ý:**  và  không có nghĩa.

Luỹ thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

Với  và là các số nguyên, ta có:



**Chú ý**

- Nếu  thì  khi và chỉ khi .

- Nếu  thì  khi và chỉ khi .

* **Ví dụ 1:** Tính giá trị của biểu thức: 

** Lời giải**

**Luyện tập 1:** Một số dương  được gọi là viết dưới dạng kí hiệu khoa học nếu , ở đó  và  là một số nguyên. Hãy viết các số liệu sau dưới dạng kí hiệu khoa học:  
a) Khối lượng của Trái Đất khoảng kg;  
b) Khối lượng của hạt proton khoảng .  
 *(Theo SGK Vật lí 12, Nhà Xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2020)*

** Lời giải**

**2. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ**

* **HĐ2**. **Nhận biết khái niệm căn bậc **   
  a) Tìm tất cả các số thực sao cho . b) Tìm tất cả các số thực  sao cho .

** Lời giải**

Cho số thực a và số nguyên dương . Số  được gọi là căn bậc  của số a nếu .

**Nhận xét.** Khi  là số lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc  và kí hiệu là . Căn bậc 1 của số a chính là .

Khi  là số chẵn, mỗi số thực dương có đúng hai căn bậc  là hai số đối nhau, giá trị dương kí hiệu là  (gọi là căn số học bậc  của a), giá trị âm kí hiệu là - .

.

**?** Số âm có căn bậc chẵn không? Vì sao?

**Ví dụ 2:** a) ; b) .

** Lời giải**

**Luyện tập 2.** Tính: a) ; b) .

** Lời giải**

**HĐ3.** **Nhận biết tính chất của căn bậc **  
a) Tính và so sánh:  và .  
b) Tính và so sánh:  và .

** Lời giải**

Giả sử là các số nguyên dương,  là số nguyên. Khi đó:



(Giả thiết các biểu thức ở trên đều có nghĩa).

**Ví dụ 3**. Tính: a) ; b) .

** Lời giải**

**Luyện tập 3.** Tính: a) ; b) .

** Lời giải**

Cho số thực a dương và số hữu tỉ , trong đó  là một số nguyên và  là số nguyên dương.

Luỹ thừa của a với số mũ , kí hiệu là , xác định bởi .

**?** Vì sao trong định nghĩa luỹ thừa với số mũ hữu tỉ lại cần điều kiện cơ số  ?  
**Chú ý.** Luỹ thừa với số mũ hữu tỉ (của một số thực dương) có đầy đủ các tính chất như luỹ thừa với số mũ nguyên đã nêu trong Mục 1.

**Ví dụ 4.** Tính: a) ; b) .

** Lời giải**

**Luyện tập 4.** Rút gọn biểu thức: .

** Lời giải**

**3. LUỸ THỪA VỚl SỐ MŨ̃ THỰC**  
**a) Khái niệm luỹ thừa với số mũ thực**  
**HĐ 5.** **Nhận biết luỹ thừa với số mũ thực**  
Ta biết rằng  là một số vô tỉ và   
Gọi  là dãy số hữu tỉ dùng để xấp xỉ số , với ; 

a) Dùng máy tÍnh cầm tay, hãy tính:  và .  
b) Có nhận xét gì về sai số tuyệt đối giữa  và , tức là , khi  càng lớn?

**Lời giải**

** Lời giải**

  
Cho a là số thực dương và  là một số vô tỉ. Xét dãy số hữu tỉ  mà . Khi đó, dãy số  có giới hạn xác định và không phụ thuộc vào dãy số hữu tỉ  đã chọn. Giới hạn đó gọi là luȳ thừa của a với số mũ , kí hiệu là .



**Chú ý.** Luỹ thừa với số mũ thực (của một số dương) có đầy đủ các tính chất như luỹ thừa với số mũ nguyên đã nêu trong Mục 1.  
**Ví dụ 5.** Rút gọn biểu thức: .

** Lời giải**

**Ví dụ 6.** Không sử dụng máy tính, hãy so sánh các số  và .

** Lời giải**

**Luyện tập 5.** Rút gọn biểu thức: .

** Lời giải**

**Vận dụng:** Giải bài toán trong *tình huống mở đầu.*

** Lời giải**

**b) Tính luỹ thừa với số mũ thực bà̀ng máy tính cầm tay**  
Có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính căn bậc  và luỹ thửa với số mũ thực.

****

## **B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

### **Dạng 1. Rút gọn biểu thức**

### **1. Phương pháp**

* Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chấ của lũy thừa)
* Giải bằng casio (dò tìm đáp án đối với trắc nghiệm)

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1.** Rút gọn biểu thức  ta được:

**A. B.  C. D. **

** Lời giải**

**Ví dụ 2.** Cho  là các số thực dương. Rút gọn biểu thức ?

**A.**  B. C. D. 

** Lời giải**

**Ví dụ 3.** Cho số thực  và . Hãy rút gọn biểu thức    
 **A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

** Lời giải**

**Ví dụ 4.** Cho hàm số  với . Tính giá trị .

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

** Lời giải**

**Ví dụ 5.** Cho *x*, *y* là các số thực dương và . Biểu thức  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

** Lời giải**

### **Dạng 2. Viết biểu thức dưới dạng lũy thừa**

### **1. Phương pháp**

* Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chấ của lũy thừa)
* Giải bằng casio (dò tìm đáp án đối với trắc nghiệm)

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1.** Rút gọn biểu thức  ta được:

**A.  B.  C.  D. **

** Lời giải**

**Ví dụ 2.** Biểu thức viết dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ là:

**A.  B.  C.  D. **

** Lời giải**

**Ví dụ 3.** Cho  viết  và về dạng  Khi đó  là

**A.** 17. **B.**  **C.** 14. **D.** 

** Lời giải**

### **Dạng 3. So sánh**

### **1. Phương pháp**

* Giải bằng phương pháp tự luận (kết hợp nhiều tính chấ của lũy thừa)
* Giải bằng casio: Sử dụng chức năng Ture/Fasle hoặc thay giá trị trực tiếp

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

1. Cho . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A. **. **B. **. **C.** . **D.** .

** Lời giải**

1. So sánh ba số: ,  và  ta được

**A. **. **B. **.

**C.** . **D. **.

** Lời giải**

1. Nếu  thì khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

** Lời giải**

1. Cho . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

** Lời giải**

1. Nếu  thì khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

** Lời giải**

1. Cho mệnh đề  và mệnh đề . Khẳng định

nào dưới đây đúng?

**A. ** sai,  sai. **B. ** đúng,  đúng.

**C. ** đúng,  sai. **D. ** sai,  đúng.

** Lời giải**

1. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

** Lời giải**

1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

** Lời giải**

## **C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA** **Bài 6.1.** Tính: a) ; b) ; c) ; d) .

** Lời giải**

**Bài 6.2.** Thực hiện phép tính:  
a) ; b) .

** Lời giải**

**Bài 6.3.** Rút gọn các biểu thức sau:  
a) ; b) .

** Lời giải**

**Bài 6.4**. Cho  là các số thực dương. Rút gọn các biểu thức sau:  
a) ;

b) .

** Lời giải**

**Bài 6.5.** Chứng minh rằng: .

** Lời giải**

**Bài 6.6.** Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy so sánh:  
a)  và ;

b)  và .

** Lời giải**

**Bài 6.7.** Nếu một khoản tiền gốc  được gửi ngân hàng với lãi suất hằng năm  được biểu thị dưới dạng số thập phân), được tính lãi  lần trong một năm, thì tổng số tiền  nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau  kì gửi cho bởi công thức sau: 

Hỏi nếu bác An gửi tiết kiệm số tiền 120 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là  một năm, thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của bác An sau 2 năm là bao nhiêu?

** Lời giải**

**Bài 6.8.** Năm 2021, dân số của một quốc gia ở châu Á là 19 triệu người. Người ta ước tính rằng dân số của quốc gia này sẽ tăng gấp đôi sau 30 năm nữa. Khi đó dân số  (triệu người) của quốc gia đó sau  năm kể từ năm 2021 được ước tính bằng công thức . Hỏi với tốc độ tăng dân số như vậy thì sau 20 năm nữa dân số của quốc gia này sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng triệu).

** Lời giải**

## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Cho ,  là các số thực dương. Rút gọn biểu thức  được kết quả là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 2:** Biểu thức  với . Viết biểu thức  dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 3:** Cho  là số thực dương, khác . Khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 4:** Cho . Giá trị của biểu thức  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 5:** Rút gọn biểu thức  với .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 6:** Tính giá trị của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 7:** Rút gọn biểu thức , với  là số thực dương.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 8:** Cho , . Viết biểu thức  về dạng  và biểu thức  về dạng . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 9:** Cho ,  và ,  là các số thực bất kỳ. Đẳng thức nào sau đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 10:** Rút gọn biểu thức ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 11:** Cho ,  và biểu thức . Khi đó:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 12:** Cho hàm số  với . Tính giá trị 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 13:** Rút gọn biểu thức  với 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 14:** Cho hai số thực dương . Rút gọn biểu thức  ta thu được . Tích của  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 15:** Cho biểu thức , trong đó  là phân số tối giản. Gọi . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 16:** Rút gọn biểu thức  với  ta được kết quả  trong đó  và  là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 17:** Cho  và biểu thức . Tích  có giá trị bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 18:** Cho  là số thực dương. Đơn giản biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 19:** Cho biểu thức , với . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 20:** Tích  được viết dưới dạng , khi đó  là cặp nào trong các cặp sau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 21:** Cho . Biết rằng:  với  là các số nguyên dương và phân số  tối giản. Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 22:** Cho , , . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 23:** Biểu thức  với  được viết dưới dạng lũy thừa số mũ hữu tỉ là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 24:** Rút gọn biểu thức  với  ta được kết quả , trong đó ,  và  là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 25:** Cho  là hai số thực dương. Thu gọn biểu thức , kết quả nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 26:** Cho biểu thức . Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 27:** Cho  là số dương khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 28:** Cho ,  là các số thực dương. Rút gọn biểu thức  được kết quả là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 29:** Cho biểu thức  với . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 30:** Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức  dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 31:** Cho số thực  và các số thực , . Kết luận nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 32:** Cho . Kết luận nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 33:** Với các số thực ,  bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 34:** Cho  là các số thực thỏa điều kiện  và .Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

**A.**  và . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 35:** Cho  thuộc khoảng ,  và  là những số thực tuỳ ý. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 36:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 37:** Cho các số thực  thỏa mãn . Tìm khẳng định đúng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 38:** Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 39:** Khẳng định nào dưới đây là đúng?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 40:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 41:** Cho  và , với ,  là các số thực khác . So sánh  và  ta có

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 42:** Tìm tập tất cả các giá trị của  để ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 43:** Tìm khẳng định đúng.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 44:** Cho . Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 45:** Cho biết , khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 46:** Cho , , ,  và . Số nào trong các số dưới đây là số bé nhất?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 47:** Tìm tất cả các số thực  sao cho  với mọi .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 48:** Gọi là hai nghiệm của phương trình:  với . Tính giá trị của biểu thức 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 49:** Rút gọn biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**

**Câu 50:** Tính giá trị của biểu thức 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**🖎**