

Câu 1. (2,0 điểm) Giải phương trình sau: $2\sin^2 x - \sin x = 0$.

Câu 2. (4,0 điểm)

a. Từ các số 1,2,3,4,5,6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau.

b. Tính tổng $S = 2C_{2020}^1 + 3 \cdot 2^3 \cdot C_{2020}^3 + 5 \cdot 2^5 \cdot C_{2020}^5 + \dots + 2019 \cdot 2^{2019} \cdot C_{2020}^{2019}$.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 1 \\ x^2 + ax - 2, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Câu 4. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2021 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \left(u_n + \frac{2020}{u_n} \right), n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Chứng minh rằng dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn khi $n \rightarrow +\infty$ và tính giới hạn đó.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có đồ thị (C) . Cho biết $I(1;2); d_1 : x = 1; d_2 : y = 2$. Gọi d tiếp tuyến bất kỳ của (C) ; A, B lần lượt là giao điểm của d với d_1 và d_2 . Chứng minh rằng $IA \cdot IB$ là hằng số.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) xác định và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f^3(1+x) + 2f(1+2x) - 21x - 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 7. (4,0 điểm) Cho tam giác đều ABC cạnh là a . Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC . Trên đường thẳng d đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại D lấy điểm S sao cho $SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chứng minh rằng $(SAD) \perp (SBC)$ và $(SAB) \perp (SAC)$

Câu 8. (2,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M tùy ý nằm bên trong tam giác ABC . Ba đường thẳng đi qua M , song song với SA, SB, SC cắt lần lượt các mặt phẳng $(SBC), (SAC), (SAB)$ tại A_1, B_1, C_1 . Chứng minh rằng $\frac{SA}{MA_1} + \frac{SB}{MB_1} + \frac{SC}{MC_1} \geq 9$.

----- Hết -----

Họ và tên:.....Số báo danh:.....