

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT ĐÔNG SƠN 2**

s,ng kiÕn kinh nghiÖm

**øng đông hÖ thóc lîng trong tam gi, c gi¶
mét sè bµi to, n
trong thùc tÕ**

Môn: Toán học

Họ và tên : PHAN ANH THẮNG

Chức vụ: Giáo viên

Thanh hóa, tháng 05 năm 2017

	MỤC LỤC	Trang
	DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT.....	2
Phần 1	-ĐẶT VẤN ĐỀ.....	3
1.1	- Lý do chọn đề tài	
1.2	- Mục đích nghiên cứu đề tài	
1.3	- Phạm vi nghiên cứu đề tài	
1.4	- Nhiệm vụ nghiên cứu của đề tài	
1.5	- Phương pháp nghiên cứu đề tài	
Phần 2	-GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ.....	4
2.1	- Cơ sở lý thuyết.....	4
2.2	- Các bước giải bài toán thực tế về đo khoảng cách	5
2.3	- Một số bài toán thực tế về đo khoảng cách và ví dụ.....	5
Phần 3	-KẾT LUẬN	14

----- □ □ ? -----

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

1. THPT: Trung học phổ thông;
2. SKKN: Sáng kiến kinh nghiệm.
3. GD&ĐT: Giáo dục và đào tạo.

Phần 1: ĐẶT VẤN ĐỀ

1.1 - Lý do chọn đề tài

Từ việc được quán trietjvaf thực hiện NQ_29/NQ-TW Đảng khóa XI về việc đổi mới căn bản toàn diện GD&ĐT phục vụ cho sự nghiệp CCNH-HĐH đất nước. Cũng vì việc quán triệt và thực hiện mục tiêu nguyên lý phương châm GD của Đảng trong giảng dạy toán học gắn với đời sống phục vụ sản xuất.

Thực tế giảng dạy môn Toán chung và ở trường trung học phổ thông nói riêng chưa chú trọng nhiều đến các bài toán có nội dung thực tế đặt ra trong xây dựng cơ bản, giao thông vận tải... Chính vì lí do đó mà nhiều học sinh THPT hiện nay kỹ năng vận dụng kiến thức toán để giải quyết các bài toán thực tế chưa cao.

Vì vậy chọn đề tài đổi mới scachs dạy và học nhằm giúp học sinh nâng cao nhận thức hình thành khắc sâu kiến thức, rèn luyện kỹ năng tính toán vận dụng vào thực tế lao động sản xuất là rèn luyện kỹ năng sống cho học sinh từ những kiến thức Toán học.

Từ những lí do trên, tôi chọn đề tài “*Ứng dụng hệ thức lượng trong tam giác để giải một số bài toán thực tế*”.

1.2 - Mục đích nghiên cứu đề tài

Đề tài “*Ứng dụng hệ thức lượng trong tam giác để giải một số bài toán thực tế*” này sẽ giúp học sinh biết cách ứng dụng các hệ thức lượng trong tam giác vào giải một số bài toán thực tế quen thuộc

Hình thành và rèn luyện kỹ năng tính toán trong đo đạc.

Vận dụng vào thực tế giải quyết những đo đạc tính toán trong đời sống đặt ra nhất là thời kỳ thực hiện công nghiệp hóa hiện đại hóa đất nước phát triển kinh tế thị trường hội nhập.

Giúp học sinh thấy được toán học có nhiều ứng dụng trong thực tế, qua đó kích thích niềm đam mê, hứng thú học toán trong học sinh.

1.3 - Phạm vi nghiên cứu đề tài

1.3.1. Khách thể: Chương trình môn Toán THPT như câu tính toán đo đạc của một số lĩnh vực ttrong sản xuất xây dựng đổi mới.

1.3.2. Chủ thể: Học sinh THPT là chủ nhân tương lai đất nước phải biết vận dụng kiến thức “ Hệ thức lượng trong tam giác ” để giải quyết những vấn đề trong cuộc sống

1.3.3. Đối tượng:

Các bài toán thực tế có liên quan đến đo khoảng cách.

1.4 - Nhiệm vụ nghiên cứu của đề tài

Đề tài “*Ứng dụng hệ thức lượng trong tam giác để giải một số bài toán thực tế*” cung cấp cho học sinh phương pháp, kỹ năng để giải các bài toán thực tế có liên quan đến đo khoảng cách.

1.5 - Phương pháp nghiên cứu đề tài

Thực nghiệm đối chứng, rút ra kết quả học và dạy theo yêu cầu đổi mới phương pháp.

Đề tài được nghiên cứu bằng phương pháp phân tích và tổng hợp.

Phần 2 : GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

2.1 - CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2. 1.1. Định lí côsin trong tam giác

a. Định lí

Trong tam giác ABC bất kì với $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ ta có:

$$\left. \begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A; \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos B; \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C; \end{aligned} \right\}$$

b. Hệ quả: Từ định lí côsin ta suy ra:

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \\ \cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \\ \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}; \end{aligned}$$

2. 1.2. Định lí sin trong tam giác

Định lí

Trong tam giác ABC bất kì với $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và R là bán kính

đường tròn ngoại tiếp, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC , kí hiệu:

- + Độ dài ba cạnh là: $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$;
- + h_a, h_b, h_c là các đường cao của tam giác ABC lần lượt vẽ từ các đỉnh A, B, C ;
- + S là diện tích của tam giác ABC ;
- + R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC ;
- + Nửa chu vi tam giác ABC là $p = \frac{a+b+c}{2}$;

Diện tích S của tam giác ABC được tính theo một trong các công thức sau:

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c; \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B; \quad (2)$$

$$S = \frac{abc}{4R}; \quad (3)$$

$$S = pr; \quad (4)$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \quad (\text{công thức Hê rông}) \quad (5)$$

2.2 - CÁC BƯỚC GIẢI BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ ĐO KHOẢNG CÁCH

Đề tài này được trình bày về việc ứng dụng của hệ thức lượng trong tam giác để giải một số bài toán khoảng cách thường gặp, gần gũi trong thực tế mà nhiều học sinh còn gặp khó khăn khi giải quyết với các dụng cụ được dùng là: Thước đo chiều dài, thước đo góc và máy tính cầm tay.

2. 2.1. Tìm hiểu yêu cầu bài toán

Tìm hiểu xem bài toán yêu cầu đo cái gì.

2. 2.2. Xây dựng mô hình toán học thích hợp và giải bài toán trên lí thuyết

Trên cơ sở yêu cầu bài toán đề ra cần xây dựng mô hình toán học phù hợp để có thể giải được bài toán theo lí thuyết.

2. 2.3. Tiến hành đo đạc để lấy số liệu

Sử dụng các dụng cụ là: Thước đo chiều dài để đo khoảng cách, thước đo góc để lấy số liệu từ thực tế trên cơ sở mô hình toán học đã xây dựng.

2. 2.4. Tính toán trên số liệu đo được

Sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác, máy tính cầm tay để tìm kết quả theo yêu cầu.

2. 2.5. Kết luận

Dựa trên kết quả tìm được từ thực tế để trả lời yêu cầu bài toán ban đầu.

2.3 - MỘT SỐ BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ ĐO KHOẢNG CÁCH VÀ VÍ DỤ

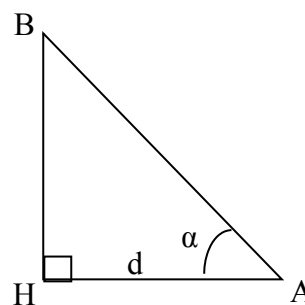
2.4 - Giải bài toán trên lý thuyết

Cho tam giác Vuông ABH (vuông tại H)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

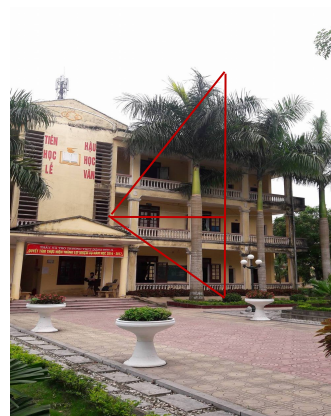
$$\tan \left(\angle BAH \right) = \frac{HB}{HA} \Rightarrow HB = HA \cdot \tan \angle BAH$$

$$\Rightarrow HB = d \cdot \tan \alpha$$



2. 4.1.Đo chiều cao của một cây

1. *Tìm hiểu yêu cầu bài toán:* Đo chiều cao của một cây.



2. *Xây dựng mô hình toán học và giải bài toán:*

+ Lấy hình ảnh cụ thể minh họa: Cây cau Trường THPT Đông sơn 2

+ Xây dựng tam giác ABH vuông tại H, trong đó B ứng với vị trí của điểm cao nhất của cây, A ứng với vị trí trên mặt đất cách gốc cây một khoảng AH, H thuộc thân cây sao cho H là hình chiếu của A trên thân cây, O ứng với vị trí của gốc cây. (Hình 2)

Hình 1

3. *Tiến hành đo đạc để lấy số liệu:*

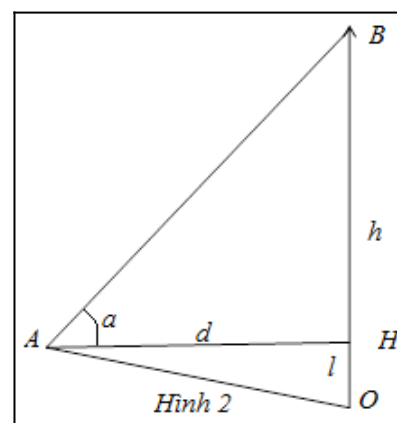
+ Sử dụng thước đo góc để đo góc

$$\angle BAH = \alpha;$$

+ Sử dụng thước đo chiều dài để đo khoảng

cách $AH=d$ và đo khoảng cách $OH=l$;

Ví dụ 1: Đo chiều cao của một cây thông.



Trước hết ta xây dựng mô hình toán học như trên rồi đo đạc để lấy kết quả số liệu như sau: khoảng cách từ điểm A đến điểm H là hình chiếu của điểm A trên gốc cây là $AH=10m$, khoảng cách từ điểm H trên gốc cây đến mặt đất là $OH=1m$. Gọi B là điểm cao nhất của cây cau, ta đo góc $\widehat{BAH}$ của tam giác ABH vuông tại H , ta được $\widehat{BAH} = 43.5^\circ$.

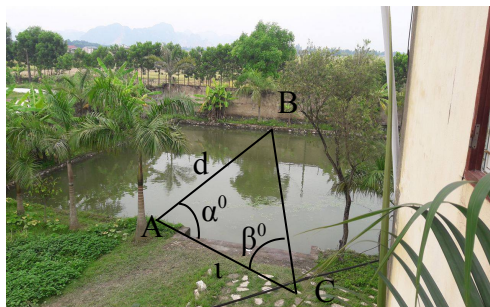
Giải:

Xét tam giác ABH vuông tại H . Ta có: $HB = HA \cdot \tan \widehat{BAH} \Rightarrow HB = 10 \cdot \tan 43.5^\circ$ hay $HB = 9.49m$

Do đó cây cau có chiều cao khoảng: $OB = HB + HO = 10.49m$.

2. 4.2. Đo chiều rộng của một ao cá.

1. *Tìm hiểu yêu cầu bài toán:* Đo chiều rộng của một ao cá.
2. *Xây dựng mô hình toán học và giải bài toán:*



Hình 3

+ Lấy hình ảnh cụ thể để minh họa: Ao cá sau Trường THPT Đông Sơn 2 (Hình 3).

+ Gọi d là chiều rộng (mặt nước) ao cần đo.

+ Xây dựng tam giác ABC như sau (Hình 3):

– Chọn điểm B là điểm bờ kè đá ở phía bên kia bờ ao đoạn ta khảo sát đo đạc để biết chiều rộng của ao.

– Chọn điểm A ở vị trí phía bờ ao đoạn ta khảo sát đo đạc để biết chiều rộng của ao, điểm A bờ kè đá bên này ao.

– Phía bờ ao có chọn điểm A ta chọn tiếp điểm C .

3. *Tiến hành đo đạc để lấy số liệu:*

+ Sử dụng thước đo chiều dài để đo khoảng cách hai điểm A và C , ta được: $AC=l$;

+ Sử dụng thước đo góc để đo hai góc của tam giác ABC là:

$$\widehat{BAC} = \alpha^{\circ}, \widehat{BCA} = \beta^{\circ} \text{ do đó } \widehat{ABC} = 180^{\circ} - (\alpha^{\circ} + \beta^{\circ});$$

+ Áp dụng định lý sin trong tam giác, ta có: $\frac{b}{\sin B} = \frac{d}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{b \sin C}{\sin B}$

$$\text{+ Suy ra: } d = \frac{l \sin \beta^{\circ}}{\sin(\alpha^{\circ} + \beta^{\circ})}$$

4. *Tính toán trên số liệu đo được:*

+ Gọi d là chiều rộng (mặt nước) của ao cần đo.

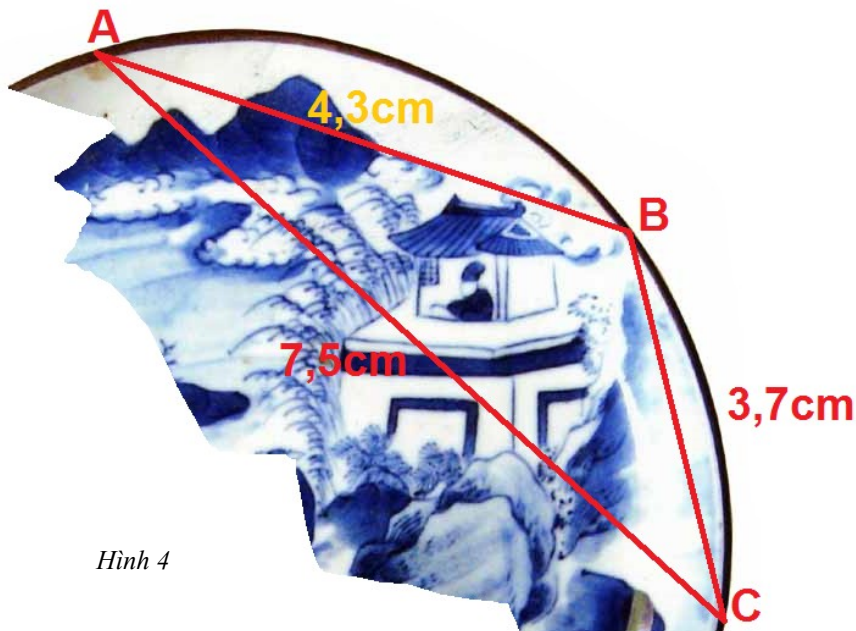
+ Xét tam giác ABC , có $AC = 55m$, $\widehat{BAC} = 125.5^{\circ}$, $\widehat{BCA} = 48.5^{\circ}$

+ Áp dụng định lý sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{AC \sin C}{\sin B}. \text{ Suy ra: } AB = \frac{55 \sin 48.5^{\circ}}{\sin(180^{\circ} - 48.5^{\circ} - 125.5^{\circ})} \text{ hay}$$

$$AB = 394.08m.$$

2.5 - Bài toán khảo cổ học.



Hình 4

Khi khai quật một ngôi mộ cổ, người ta tìm được một mảnh của 1 chiếc đĩa phẳng hình tròn bị vỡ. Dựa vào các tài liệu đã có, các nhà khảo cổ đã biết hình vẽ trên phần còn lại của chiếc đĩa. Họ muốn làm một chiếc đĩa mới phỏng theo chiếc đĩa này. Em hãy giúp họ tìm bán kính chiếc đĩa.

1. *Tìm hiểu yêu cầu bài toán:* tìm bán kính của chiếc đĩa.

2. *Xây dựng mô hình toán học và giải bài toán:*

+ Lấy hình ảnh cụ thể để minh họa: (Hình 4)

+ Lấy 3 điểm A, B, C trên cung tròn (mép đĩa). Bài toán trở thành tìm R khi biết a, b, c.

Ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S}$$

3. *Tiến hành đo đạc để lấy số liệu:*

Ta có AB = 4,3 cm; BC = 3,7 cm; AC = 7,5 cm

4. *Tính toán trên số liệu đo được:*

$$\begin{aligned} + \text{ Xét tam giác } ABC \text{ ta có } p &= \frac{AB + AC + BC}{2} \\ &= \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} \\ p &= 7,75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ &= \sqrt{7,75(7,75 - 4,3)(7,75 - 3,7)(7,75 - 7,5)} \end{aligned}$$

$$S = \sqrt{27,07}$$

$$\begin{aligned} S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} &\Rightarrow R = \frac{4,3 \cdot 3,7 \cdot 7,5}{4\sqrt{27,07}} \\ &= 5,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

Nhận xét: Bài toán khảo cổ học mà còn có thể dùng trong công nghiệp thực phẩm (Chế tạo hộp đựng bánh qui, chế tạo bánh quy theo mẫu là 1 phần bánh qui), trong công nghiệp chế tạo máy (làm lại phần bị hỏng của bánh xe, bánh lái tàu, ...), ...

2. 5.1. Đo chiều cao của thân tháp trên núi

1. *Tìm hiểu yêu cầu bài toán:* Đo chiều cao của thân tháp trên núi.
2. *Xây dựng mô hình toán học và giải bài toán:*

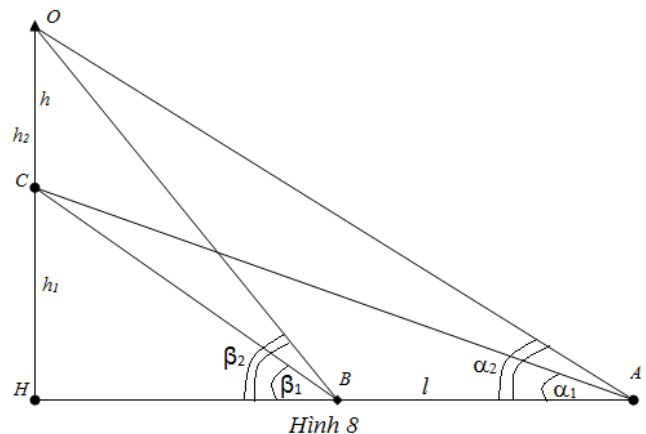
+ Lấy hình ảnh cụ thể để minh họa (Hình 5): Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng (Long Sơn) có độ cao khoảng 1.700m so với mực nước biển, thuộc xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, nơi điểm cực Bắc của Việt Nam.



Hình 5

+ Gọi h là chiều cao của thân tháp cột cờ trên núi Lũng Cú cần đo.

+ Gọi điểm O là đỉnh của thân tháp; C là điểm đáy của thân tháp; hai điểm A, B là hai điểm ở thung lũng dưới núi là hai vị trí được chọn để xây dựng các tam giác ABC, ABO sao cho bốn điểm A, B, C, O đồng phẳng. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB . (Hình 6)



Hình 8

+ Đặt $HC = h_1, HO = h_2$.

+ Sử dụng thước đo chiều dài để đo khoảng cách hai điểm A, B là: l .

+ Sử dụng thước đo góc để đo các góc sau: $\widehat{CAH} = \alpha_1^0, \widehat{OAH} = \alpha_2^0$,

$\widehat{CBH} = \beta_1^0, \widehat{OBH} = \beta_2^0$.

+ Xét tam giác ABC , có $AB = l, \widehat{CAH} = \alpha_1^0$,

$\widehat{CBH} = \beta_1^0 \Rightarrow \widehat{CBA} = 180^\circ - \beta_1^0$. Do đó ta có: $\widehat{ACB} = \beta_1^0 - \alpha_1^0$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC , ta có: $\frac{BC}{\sin \alpha_1^0} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow$

$$BC = \frac{l \sin \alpha_1^0}{\sin(\beta_1^0 - \alpha_1^0)}.$$

-Xét tam giác HBC vuông tại H , có $BC = \frac{l \sin \alpha_1^0}{\sin(\beta_1^0 - \alpha_1^0)}$, $\angle CBH = \beta_1^0$, ta

$$\text{có: } h_1 = BC \sin \beta_1^0 \text{ hay } \left[h_1 = \frac{l \sin \alpha_1^0 \sin \beta_1^0}{\sin(\beta_1^0 - \alpha_1^0)} \right] \quad (1)$$

+ Xét tam giác ABO , có $AB=l$, $\angle OAH = \alpha_2^0$,

$\angle OBH = \beta_2^0 \Rightarrow \angle OBA = 180^\circ - \beta_2^0$. Do đó ta có: $\angle AOB = \beta_2^0 - \alpha_2^0$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABO , ta có: $\frac{BO}{\sin \alpha_2^0} = \frac{AB}{\sin O} \Rightarrow$

$$BO = \frac{l \sin \alpha_2^0}{\sin(\beta_2^0 - \alpha_2^0)}.$$

-Xét tam giác HBO vuông tại H , có $BO = \frac{l \sin \alpha_2^0}{\sin(\beta_2^0 - \alpha_2^0)}$, $\angle OBH = \beta_2^0$, ta

$$\text{có: } h_1 = BO \sin \beta_2^0 \text{ hay } \left[h_2 = \frac{l \sin \alpha_2^0 \sin \beta_2^0}{\sin(\beta_2^0 - \alpha_2^0)} \right] \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2), ta có: $h = h_2 - h_1 = \frac{l \sin \alpha_2^0 \sin \beta_2^0}{\sin(\beta_2^0 - \alpha_2^0)} - \frac{l \sin \alpha_1^0 \sin \beta_1^0}{\sin(\beta_1^0 - \alpha_1^0)}$

3. *Kết luận*: Vậy chiều cao của thân tháp cột cờ trên đỉnh núi Lũng Cú là:

$$h = h_2 - h_1 = \frac{l \sin \alpha_2^0 \sin \beta_2^0}{\sin(\beta_2^0 - \alpha_2^0)} - \frac{l \sin \alpha_1^0 \sin \beta_1^0}{\sin(\beta_1^0 - \alpha_1^0)}$$

4. *Lấy số liệu thực tế đo đạc*

+ Gọi h là chiều cao của thân tháp cột cờ trên núi Lũng Cú cần đo.

+ Xét tam giác ABC , có $AB=15m$, $\angle CAH = 25.1^\circ$,

$\angle CBH = 26.5^\circ \Rightarrow \angle CBA = 153.5^\circ$. Do đó ta có: $\angle ACB = 1.4^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABC , ta có: $\frac{BC}{\sin \alpha_1^0} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow$

$$BC = \frac{15 \sin 25.1^\circ}{\sin(1.4^\circ)} \simeq 260.43m.$$

-Xét tam giác HBC vuông tại H , có $BC \simeq 260.43m$, $\angle CBH = 26.5^\circ$, ta có: $h_1 = 260.43 \sin 26.5^\circ$ hay $[h_1 \simeq 116.20m]$ (*)

+ Xét tam giác ABO , có $AB = 15m$, $\angle OAH = 28.5^\circ$, $\angle OBH = 30^\circ \Rightarrow \angle OBA = 150^\circ$. Do đó ta có: $\angle AOB = 1.5^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABO , ta có: $\frac{BO}{\sin \alpha_2^0} = \frac{AB}{\sin O} \Rightarrow$

$$BO = \frac{15 \sin 28.5^\circ}{\sin(1.5^\circ)} \simeq 273.42m.$$

-Xét tam giác HBO vuông tại H , có $BO \simeq 273.42m$, $\angle OBH = 30^\circ$, ta có:

+ Từ (*) và (**), ta có: $h = h_2 - h_1 = 20.51m$

Vậy chiều cao của thân tháp cột cờ trên đỉnh núi Lũng Cú là khoảng: $20.51m$

3.1 : Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

a) Đánh giá định tính

Hệ thức lượng trong tam giác nói riêng, toán học nói chung rất gắn chặt với đời sống thực tế

b) Đánh giá định lượng

Các bài kiểm tra của lớp thực nghiệm 10A5 và 10A4 sau khi thực hiện, được tiến hành chấm, xử lí kết quả theo phương pháp thống kê toán học cho kết quả tốt.

Phần 3 : KẾT LUẬN

Qua đề tài “*Ứng dụng hệ thức lượng trong tam giác để giải một số bài toán thực tế*” đã đề cập đến một số ứng dụng thường gặp của hệ thức lượng trong tam giác về tính khoảng cách. Do tầm quan trọng của việc giải quyết các bài toán có nội dung thực tế ngày càng cao, nên chúng ta cần thiết đưa vào chương trình nhiều bài toán có nội dung thực tế phong phú, đa dạng để học sinh được rèn luyện về kỹ năng và phương pháp giải quyết các bài toán đó. Hơn nữa cần giáo dục học sinh nhận thức được vai trò, tầm quan trọng của việc ứng dụng kiến thức toán để giải các bài toán có nội dung thực tế. Đặc biệt chương trình môn toán nên dành một lượng thời gian nhất định để giáo viên hướng dẫn học sinh thực hành đo đạc, tìm hiểu và giải các bài toán có nội dung thực tế, từ đó hướng đến giải quyết các bài toán do thực tế đặt ra.

Trong khi viết đề tài này, tôi chân thành cảm ơn quý đồng nghiệp, đặc biệt là các giáo viên trong tổ đã động viên và đóng góp nhiều ý kiến quý báu để đề tài được hoàn thành. Rất mong quý thầy cô trong tổ và đồng nghiệp vui vẻ, nhiệt tình tiếp tục đóng góp ý kiến để các đề tài lần sau tôi viết được tốt hơn.

Một lần nữa tôi chân thành cảm ơn!

**XÁC NHẬN
CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

Thanh Hoá, ngày 10 tháng 05 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

(ký, ghi rõ họ tên)

Nguyễn Thị Thu Thủy

Phan anh Thắng