HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐỀ THI CHỌN HSNK CẤP HUYỆN

NĂM HỌC: 2022-2023

MÔN: TOÁN 8

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đáp án có : 05 trang

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – thang điểm

1. Phần trắc nghiệm khách quan(8 điểm) - Mỗi câu đúng 0,5 điểm

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Đáp án	**C**	**D**	**B**	**B**	**A**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**	**D**	**D**	**A**	**C**	**A**	**B**

II. Phần tự luận (12 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm). Mỗi ý 1, 5 điểm

Nội dung	**Điểm**
a) Tìm số nguyên tố p sao cho p^4+29 có đúng 8 ước số nguyên dương.	**1,5**
a) * p = 2 không thỏa mãn * Với $p=3\Rightarrow p^4+29=3^4+29=110$ có 8 ước nguyên dương là 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110. * Với $p=5\Rightarrow p^4+29=5^4+29=654$ có 8 ước nguyên dương là 1,2,3,109,6,218,327, 654.	0,25 0,25
* Với $p>5$, HS chứng minh được $p^4\equiv 1\pmod 5\Rightarrow p^4-1\vdots 5\ (1)$	0,25
$p^2\equiv 1\pmod 3; p^2\equiv 1\pmod 2$, mà $(2,3)=1\Rightarrow p^2\equiv 1\pmod 6\Rightarrow p^4\equiv 1\pmod 6$ $\Rightarrow p^4-1\vdots 6\ (2)$.	0,25
Từ (1), (2) và (5,6) = 1 suy ra $\Rightarrow p^4-1\vdots 30$.	0,25
Ta có $p^4+29=p^4-1+30$ là số lớn hơn 30 và chia hết cho 30 mà số 30 có 8 ước nguyên dương nên nó có nhiều hơn 8 ước nguyên dương. Vậy p = 3, p = 5.	0,25
b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên lẻ *n* thì $A=n^8-n^6-n^4+n^2$ chia hết cho 5760.	**1,5**

b) Đặt $n=2k+1, k\in\mathbb{Z}$. Ta có $A=n^8-n^6-n^4+n^2$ $=n^2\left(n^6-n^4-n^2+1\right)=n^2\left(n^2-1\right)\left(n^4-1\right)=n^2\left(n-1\right)^2\left(n+1\right)^2\left(n^2+1\right)$ $=\left(2k+1\right)^2\left(2k\right)^2\left(2k+2\right)^2\left(\left(2k+1\right)^2+1\right)=32\left(2k+1\right)^2k^2\left(k+1\right)^2\left(2k^2+2k+1\right)$	0,25
(1) Chứng minh A chia hết cho 4. Ta nhận thấy $k\left(k+1\right)$ là tích của hai số nguyên liên tiếp nên nó chia hết cho 2, do đó $k^2\left(k+1\right)^2 \vdots 4 \Rightarrow A \vdots 4$	0,25
(2) Chứng minh A chia hết cho 9. * Nếu k chia hết cho 3 thì $k^2 \vdots 9 \Rightarrow A \vdots 9$ * Nếu k chia 3 dư 1 thì 2k + 1 chia hết cho 3 nên $\left(2k+1\right)^2 \vdots 9 \Rightarrow A \vdots 9$ * Nếu k chia 3 dư 2 thì k + 1 chia hết cho 3 nên $\left(k+1\right)^2 \vdots 9 \Rightarrow A \vdots 9$	0,5
(3) Chứng minh A chia hết cho 5. Xét các số dư khi chia cho 5, ta dễ dàng chứng minh được một trong 4 thừa số $2k+1, k, k+1, 2k^2+2k+1$ chia hết cho 5 do đó A chia hết cho 5	0,25
Từ (1)(2)(3) và các số 4, 5, 9 đôi một nguyên tố cùng nhau suy ra $A \vdots 32.4.5.9 \Rightarrow A \vdots 5760$	0,25

Câu 2 (3,5 điểm). ý a 1,5 điểm; ý b 2,0 điểm

Nội dung	Điểm
a) Cho *a, b, c, x, y, z* là các số thực thỏa mãn $abc\neq 0$ **và** $\frac{x^6+y^6+z^6}{a^6+b^6+c^6}=\frac{x^6}{a^6}+\frac{y^6}{b^6}+\frac{z^6}{c^6}$ **Tính giá trị của biểu thức** $P=x^2+10y^4+20z^6+2023$.	**1,5**
a) Ta có $\frac{x^6+y^6+z^6}{a^6+b^6+c^6}=\frac{x^6}{a^6}+\frac{y^6}{b^6}+\frac{z^6}{c^6}$ $\Leftrightarrow \frac{x^6}{a^6+b^6+c^6}-\frac{x^6}{a^6}+\frac{y^6}{a^6+b^6+c^6}-\frac{y^6}{b^6}+\frac{z^6}{a^6+b^6+c^6}-\frac{z^6}{c^6}=0$	0,5
$\Leftrightarrow x^6\left(\frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{a^6}\right)+y^6\left(\frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{b^6}\right)+z^6\left(\frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{c^6}\right)=0$ (*)	0,25
Do $abc\neq 0$ nên $\frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{a^6}<0; \frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{b^6}<0; \frac{1}{a^6+b^6+c^6}-\frac{1}{c^6}<0;$	0,25
Suy ra $VT\left(*\right)\leq 0$. Dấu "=" xảy ra khi $x^6=y^6=z^6=0\Rightarrow x=y=z=0$. Từ đó tính được $P=2023$.	0,5

b) Giải phương trình $7\left(\frac{x-3}{x+1}\right)^2+\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^2-8.\frac{x^2-9}{x^2-1}=0$**.**	**2,0**
ĐKXĐ $x\neq \pm 1.$ Đặt $a=\frac{x-3}{x+1};b=\frac{x+3}{x-1}\Rightarrow a.b=\frac{x^2-9}{x^2-1}$	0,5
Ta có phương trình $7a^2+b^2-8ab=0\Leftrightarrow (a-b)(7a-b)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ b=7a \end{array}\right.$	0,5
Với $a=b\Rightarrow \frac{x-3}{x+1}=\frac{x+3}{x-1}\Rightarrow x^2-4x+3=x^2+4x+3\Leftrightarrow x=0$	0,5
Với $b=7a\Rightarrow \frac{x+3}{x-1}=\frac{7x-21}{x+1}\Rightarrow x^2+4x+3=7x^2-28x+21$ $\Leftrightarrow 6x^2-32x+18=0\Leftrightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{37}}{3}.$ Vậy tập nghiệm của pt là $S=\left\{0;\frac{8\pm\sqrt{37}}{3}\right\}.$	0,5

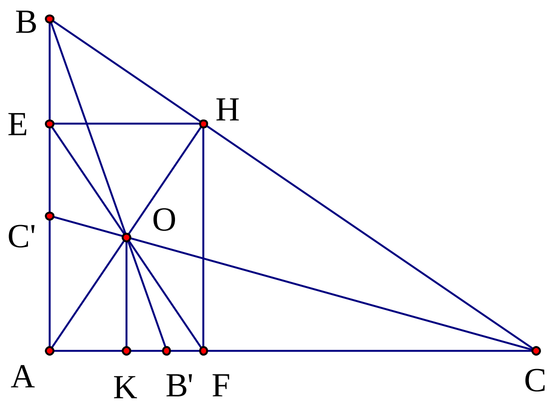
Câu 3 (4,0 điểm). Ý a: 1,5 điểm; ý b: 1,5 điểm; ý c: 1,0 điểm.

Cho tam giác ABC vuông tại *A*, đường cao *AH.* Gọi *E,* F lần lượt là hình chiếu vuông góc của *H* lên *AB* và *AC.*

a) Chứng minh $AB.AE=AC.AF.$.

b) Gọi *O* là giao điểm của *AH* và *EF*, tia *BO* cắt cạnh *AC* tại *B'*, tia *CO* cắt cạnh *AB* tại *C'*. Chứng minh $\frac{OH}{AH}+\frac{OB'}{BB'}+\frac{OC'}{CC'}=1.$

c) Gọi S_1,S_2,S_3 lần lượt là diện tích của các tam giác *ABC, BHE, CHF*. Khi độ dài *BC* không đổi, tìm điều kiện của tam giác *ABC* để $\frac{S_2+S_3}{S_1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Nội dung	Điểm
	
a) HS chứng minh được tam giác $\Delta AEH \backsim \Delta AHB \Rightarrow AH^2 = AE.AB$ $\Delta AHF \backsim \Delta ACH \Rightarrow AH^2 = AF.AC$ $\Rightarrow AE.AB = AF.AC$.	0,75 0,75
HS có thể chứng minh tam giác $\Delta AEF \backsim \Delta ACB$.	
b) Dựng *OK* vuông góc với AC tại K. Ta có $\frac{OH}{AH} = \frac{S_{BOC}}{S_{ABC}}$	**0,5**
Ta có $\frac{OB'}{BB'} = \frac{OK}{AB} = \frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$; tương tự thì $\frac{OC'}{CC'} = \frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$	0,5
$\frac{OH}{AH} + \frac{OB'}{BB'} + \frac{OC'}{CC'} = \frac{S_{BOC} + S_{AOC} + S_{AOB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1.$	0,5
c) $\frac{S_2 + S_3}{S_1} = \frac{S_1 - S_{AEHF}}{S_1} = 1 - \frac{S_{AEHF}}{S_1} = 1 - \frac{2S_{AEF}}{S_1}$	**0,25**
Do đó $\frac{S_2 + S_3}{S_1}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\frac{S_{AEF}}{S_1}$ đạt GTLN	0,25
HS chứng minh được $\Delta AEF \backsim \Delta ACB$ nên $\frac{S_{AEF}}{S_1} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{AH^2}{BC^2} \leq \frac{AM^2}{BC^2} = \frac{1}{4}$ Với *M* là trung điểm của *BC*.	 0,25
Dấu "=" xảy ra khi H và M trùng nhau $\Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tai A. Vậy $\frac{S_2 + S_3}{S_1}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi tam giác ABC vuông cân tại A.	0,25

Câu 4 (1,5 điểm). Cho a,b,c,d là các số dương thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh rằng

$$P=\frac{1}{2a^3+b^3+c^3+2}+\frac{1}{a^3+2b^3+c^3+2}+\frac{1}{a^3+b^3+2c^3+2}\le\frac{1}{2}.$$

Nội dung	**Điểm**
Ta có $\frac{1}{a^3+b^3+1}+\frac{1}{a^3+c^3+1}\ge\frac{4}{2a^3+b^3+c^3+2}$; $\frac{1}{a^3+b^3+1}+\frac{1}{b^3+c^3+1}\ge\frac{4}{a^3+2b^3+c^3+2}$; $\frac{1}{a^3+c^3+1}+\frac{1}{b^3+c^3+1}\ge\frac{4}{a^3+b^3+2c^3+2}$	0,5
Cộng theo vế các BĐT trên, ta được $P\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^3+b^3+1}+\frac{1}{b^3+c^3+1}+\frac{1}{c^3+a^3+1}\right)$ Ta lại có $a^3+b^3\ge ab(a+b)\Rightarrow a^3+b^3+1\ge ab(a+b+c)\Rightarrow\frac{1}{a^3+b^3+1}\le\frac{1}{ab(a+b+c)}$ Tương tự, $\frac{1}{b^3+c^3+1}\le\frac{1}{bc(a+b+c)}$; $\frac{1}{a^3+c^3+1}\le\frac{1}{ac(a+b+c)}$	0,5
Vậy $P\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^3+b^3+1}+\frac{1}{b^3+c^3+1}+\frac{1}{c^3+a^3+1}\right)\le\frac{1}{2}\left(\frac{a+b+c}{abc(a+b+c)}\right)=\frac{1}{2}$ Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$.	0,5