

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH 4**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**TÊN ĐỀ TÀI
HƯỚNG DẪN ÔN TẬP PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG
KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH TRƯỜNG THPT THẠCH
THÀNH 4 THI THPT QUỐC GIA**

**Người thực hiện: Lê Kim Hoa
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc môn: Toán**

THANH HOÁ NĂM 2017

STT	Tên mục	Trang	Ghi chú
1	MỞ ĐẦU Lý do chọn đề tài	1	
2	Mục đích nghiên cứu	1	
3	Đối tượng nghiên cứu	2	
4	Phương pháp nghiên cứu	2	
5	NỘI DUNG Cơ sở lý luận	2	
6	Thực trạng vấn đề	3	
7	Các giải pháp	3	
	BÀI 1 : HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	4	
	BÀI 2: MẶT CẦU		
8	BÀI 3: MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN	6	
9	Phương trình mặt phẳng	9	
10	Vị trí tương đối của hai mặt phẳng	11	
11	Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng	12	
12	Sử dụng khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để giải các bài toán liên quan:	14	
13	BÀI 4: ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN	6	
14	Phương trình đường thẳng trong không gian	9	
15	Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng	16	
16	Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng	17	
17	Hiệu quả	19	
18	KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ	20	

1. MỞ ĐẦU

1.1 Lý do chọn đề tài

Phần Tọa độ trong không gian là phần cuối cùng trong SGK Hình học 12 và là một phần luôn có mặt trong đề thi THPT Quốc gia, chiếm 14% số điểm trong bài thi. Tuy không phải là phần kiến thức khó nhằn với học sinh, nhưng với hình thức thi đổi mới theo hướng trắc nghiệm, học sinh không tránh khỏi lúng túng, phân chia thời gian không hợp lý dẫn tới việc không đủ thời gian để giải xong đề. Đánh mất điểm ở nhiều câu không khó.

Thêm nữa là tâm lý sợ Hình học khó, ngại học hình, mất căn bản hình học từ cấp dưới nên chỉ ôn tập qua loa và bỏ qua hoặc chỉ “khoanh mò” nhiều câu Hệ tọa độ trong không gian trong đề thi trắc nghiệm. Trong khi phần kiến thức Tọa độ trong không gian tuy nhiều công thức, dạng bài tập phong phú nhưng các bài tập của phần này thường được hỏi rất trọng tâm “không mang tính đánh đố học sinh” học sinh chỉ cần nắm vững kiến thức cơ bản, được hệ thống hóa lại các dạng bài tập là làm tốt.

Cái khó là thời điểm cuối năm học, thời gian ôn tập hạn chế thời điểm các em học hành chênh mảng nhất. Học sinh trường THPT Thạch Thành 4 đa phần là con em đồng bào dân tộc Mường, gia cảnh khó khăn, nhà xa đường xấu ảnh hưởng lớn tới việc theo học. Nhiều em là lao động chính trong gia đình, ngày nghỉ đi làm thuê kiếm thêm thu nhập để trang trải cho gia đình và cho việc học của bản thân. Nên các em hầu hết các em không có thời gian tự học, tự kiểm tra đánh giá.

Quý thời gian ôn tập hạn hẹp, mà sức học của các em đa phần là trung bình, yếu rồi kém, nhiều em chưa giải nổi bài tập SGK, dẫn tới tâm lý ngại học, không hiểu bài nên chán học, hay khi làm bài thi các em không làm được rồi chỉ khoanh bừa đáp án nhiều câu trong đề thi mà phần nhiều là những câu Tọa độ trong không gian.

Năm nay cũng là năm đầu tiên môn Toán chuyển sang hình thức thi trắc nghiệm nên ngay cả các đồng nghiệp giáo viên trường chúng tôi cũng chưa đưa ra được biện pháp học tốt nhất.

Đó là những lý do khiến tôi trăn trở tìm hiểu nguyên nhân vì sao học sinh lại sợ Toán lại yếu Toán cụ thể là Tọa độ trong không gian, rồi tìm biện pháp ôn tập sao cho phù hợp nhất với học sinh của mình, để các em có thể làm được những bài tọa độ không gian cơ bản nhất, dần dần chinh phục Tọa độ không gian trong các đề thi đạt kết quả tốt nhất trong kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới.

Sau nhiều thời gian tìm hiểu, tham khảo rút kinh nghiệm tôi xây dựng biện pháp: “HƯỚNG DẪN ÔN TẬP PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH 4 THI THPT QUỐC GIA” thu được kết quả là sự tiến bộ rõ rệt của học sinh, nên tôi xin được trình bày mong các thầy cô đồng nghiệp chỉnh sửa góp ý để đạt kết quả tốt nhất, và cũng để các đồng nghiệp có nhu cầu tham khảo thêm.

1.2 Mục đích nghiên cứu

Hệ trục tọa độ trong không gian là gắn tọa độ vào hình học, giải quyết nhanh gọn nhiều bài tập Hình học không gian.

Vậy trước hết học sinh phải nắm vững các công thức và phép toán vec tơ, phương trình mặt cầu, phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng. Để các em nắm vững các công thức và vận dụng linh hoạt phù hợp với từng bài tập dạng trắc nghiệm, giải nhanh và đúng bài thi trắc nghiệm.

1.2 Đối tượng nghiên cứu

Phần kiến thức hệ trục tọa độ trong không gian tuy nằm trong sách giáo khoa 12 nhưng lại cuối chương trình, rơi vào thời điểm “nhảy cảm” cuối năm học của học sinh nên các em rất phân tâm. Các công thức tuy có chút kế thừa của hệ trục tọa độ trong mặt phẳng ở lớp 10 nhưng nhiều công thức cần nhớ, nhiều công thức mới hơn, lạ hơn và khó khăn lớn nhất là hình thức thi thay đổi theo hướng câu hỏi trắc nghiệm. Năm đầu tiên nên không khỏi ngỡ ngàng, cũng các câu bài tập đó nếu thi tự luận với các em có lẽ “không vấn đề lắm” nhưng hình thức trắc nghiệm đòi hỏi các em phải làm nhanh, chính xác và không bị “nhiều” bởi nhiều đáp án được đưa ra. Do đó qua đề tài này tôi mong muốn học sinh sẽ làm được bài thi dạng trắc nghiệm chính xác nhất với cách nhanh nhất.

1.4 Phương pháp nghiên cứu

Với đề tài “HƯỚNG DẪN ÔN TẬP PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN CHO HỌC SINH TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH 4 THI THPT QUỐC GIA”

Tôi đã đầu tư tìm hiểu chọn lọc các bài tập dạng trắc nghiệm từ nhiều nguồn khác nhau như: sách giáo khoa và sách bài tập Hình học 12 của Bộ giáo dục, tài liệu tham khảo, internet, các đề thi minh họa của Bộ giáo dục... để tìm bài phù hợp với học sinh của mình. Chọn lọc sắp xếp theo từng phần để học sinh không còn thấy đề khó không còn thấy rối rắm không còn lẫn lộn các công thức, mục đích để các em làm đúng những bài tập dễ, dạng cơ bản, tiến dần sang những bài tập phức tạp hơn mà không thấy vướng mắc. Những bài tập ấy tôi sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, mỗi bài đều có nhiều bài tương tự cho các em tự làm được giúp các em thấy tự tin hơn. Tôi sắp xếp cho các em học theo kiểu gỏi vụn, buổi này học và làm các bài tập như vậy buổi tiếp theo sẽ làm lại một số bài tương tự để củng cố khắc sâu cho các em, khuyến khích các em khá hơn phụ đạo lại cho các bạn chưa nắm vững, liên tục cho các em làm những đề trắc nghiệm với thời lượng ngắn để rèn kỹ năng làm bài và qua đó tôi sẽ thấy được điểm yếu của học sinh mình để bổ xung kịp thời. Sau mỗi tiết học sinh làm đề, tôi chữa cho các em và ghi chú lại những dấu hiệu, những lưu ý, phân tích những sai lầm mà các em thường mắc phải, những “cái bẫy” nho nhỏ trong đề thi, dần dần các em thấy hứng thú với bài tập trắc nghiệm về hệ tọa độ trong không gian.

2. NỘI DUNG

2.1 Cơ sở lý luận

Các kiến thức về phương pháp tọa độ trong không gian được tổng hợp từ sách giáo khoa và sách bài tập Hình học 12 ban cơ bản do Bộ giáo dục và đào tạo ban hành.

Các kỹ năng giả toán Hình học ở mức độ trung bình.

2.2 Thực trạng vấn đề

Qua thực tế giảng dạy, ban đầu tôi cho các em viết tất cả các công thức của phần này vào mảnh giấy, làm bài tập cần công thức nào thì tìm ngay được. Dần dần sẽ nhớ thể nhưng nhiều học sinh yếu kém vẫn lúng túng không biết sử dụng công thức nào, thay số thế nào thì làm sao mà nhanh mà chính xác được. Thế là nhiều em nhắm mắt khoanh bừa một đáp án và chờ may mắn.

Khảo sát kết quả học tập của học sinh thông qua bài kiểm tra trắc nghiệm theo phân phối chương trình của chương Phương pháp tọa độ trong không gian tôi nhận được thực trạng sau:

<i>Lớp</i>	<i>Điểm 8 trở lên</i>	<i>Điểm từ 5 đến 7</i>	<i>Điểm dưới 5</i>
<i>12B3(36 HS)</i>	<i>2 HS (6%)</i>	<i>10 HS (28%)</i>	<i>21 HS (58 %)</i>
<i>12B4(39 HS)</i>	<i>2 HS (5%)</i>	<i>11 HS (28%)</i>	<i>26 HS (67%)</i>

Vậy là có hơn 50% không đạt điểm trung bình. Tôi nhận thấy vấn đề này là do các em không được làm quen với kiểu bài trắc nghiệm môn Toán, không được luyện làm bài tập trắc nghiệm nhiều, yếu kiến thức, thiếu kỹ năng làm bài dạng trắc nghiệm.

2.3 Các giải pháp

Dù tâm huyết, nhưng thời gian còn hạn chế, tôi chỉ đưa ra những bài tập cơ bản, đơn giản của phần này, những bài tập phức tạp hơn học sinh cần rèn luyện nhiều bài tập để có tư duy kiến thức tổng hợp mới giải quyết được.

Trước hết tôi nhắc lại các công thức cần nhớ trong bài cho học sinh, sau đó bài tập trắc nghiệm được tôi phân thành các dạng cho học sinh ôn tập như sau:

- Bài tập trắc nghiệm về các phép toán vec tơ trong không gian.
- Bài tập trắc nghiệm về viết phương trình mặt cầu
- Bài tập trắc nghiệm về viết phương trình mặt phẳng, vị trí tương đối của hai mặt phẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng và khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, các bài tập liên quan giữa mặt phẳng và mặt cầu.
- Bài tập trắc nghiệm về viết phương trình đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, vị trí tương đối của đường thẳng với mặt phẳng.

BÀI 1 : HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

1. Hệ tọa độ Đêcac vuông góc trong không gian:

Cho ba trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxyz hoặc đơn giản là hệ tọa độ Oxyz.

Chú ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$.

2. Tọa độ của vector:

a) Định nghĩa: $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

b) Tính chất: Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

• $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$

• $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$

• $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$

• $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$

• $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} (b \neq 0) \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$

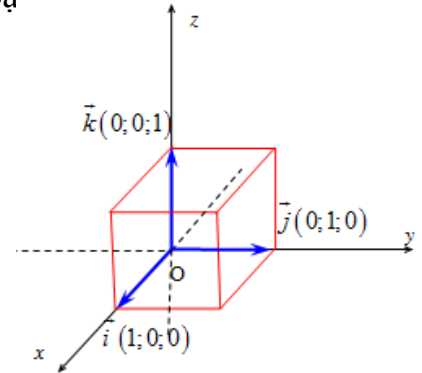
• $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

• $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$

• $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$

• $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

• $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad (\text{với } \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0})$



3. Tọa độ của điểm:

a) Định nghĩa: $M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (x : \text{hoành độ}, y : \text{tung độ}, z : \text{cao độ})$

Chú ý: • $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0; M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0; M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0$

• $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0; M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0; M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0$

b) Tính chất: Cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$

• $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ • $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

• Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB: $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

- Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: $G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$

4. Một số ví dụ:

Đây là những công thức đầu tiên, tôi chọn những bài tập ở dạng trắc nghiệm đơn giản quen thuộc với phần kiến thức đã học ở lớp 10, tạo cảm giác dễ hiểu dễ làm cho các em.

Ví dụ 1 Trong không gian Oxyz, cho 3 vecto $\vec{a}=(-2;1;0)$; $\vec{b}=(1;3;-2)$; $\vec{c}=(2;4;3)$. Toạ độ của $u=-2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$ là

- A. (-3 ; 7 ; 9) B. (5 ; 3 ; -9) C. (-3 ; -7 ; -9) D. (3 ; 7 ; 9)

Hướng dẫn:

$$-2\vec{a}=(4;-2;0), 3\vec{b}=(3;9;-6), -\vec{c}=(-2;-4;-3)$$

$$\vec{u}=-2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}=(5;3;-9). \text{ **Đáp án B.**}$$

Ví dụ 2: Trong không gian Oxyz cho các điểm A(3; -4; 0), B(-1; 1; 3), C(3; 1; 0). Toạ độ điểm D trên trục Ox sao cho AD = BC là:

- A. D(-2;0;0) hoặc D(-4;0;0). B. D(0;0;-3) hoặc D(0;0;3).
C. D(6;0;0) hoặc D(12;0;0). D. D(0;0;0) hoặc D(6;0;0)

Hướng dẫn:

$$\text{Gọi } D(x;0;0) \in Ox, AD=\sqrt{(x-3)^2+16}, BC=5$$

$$AD=BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+16}=5. \text{ Suy ra: } x=6, x=0. D(6;0;0), D(0;0;0). \text{ **Đáp án D}**}$$

Ví dụ 3: Trong không gian Oxyz cho 3 điểm A(2;-1;1), B(5;5;4) và C(3;2;-1). Toạ độ tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}; 2\right)$ B. $\left(\frac{10}{3}; 2; \frac{4}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}; 2; \frac{4}{3}\right)$

Hướng dẫn:

$$\text{Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC: } G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; \frac{y_A+y_B+y_C}{3}; \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

Chọn đáp án B.

Ví dụ 4: Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm B(1;2;-3) và C(7;4;-2). Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì toạ độ điểm E là

- A. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Hướng dẫn: dùng công thức tính toạ độ vec tơ và tính chất hai vec tơ bằng nhau.

Ví dụ 5: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có A(1;0;1), B(2;1;2); D(1;-1;1) và C'(4;5;5).
Tọa độ của C và A' là:

A. C(2 ;0 ;2) ; A'(3 ;5 ;-6)

B. C(2 ;5;-7) ; A'(3;4;-6)

C. C(4 ;6 ;-5) ; A'(3 ;5 ;-6)

D. C(2 ;0 ;2) ; A'(3 ;4 ;-6)

Hướng dẫn: cho các em vẽ hình Gắn hệ trục tọa độ vào hình hộp

Ví dụ 6 Trong không gian Oxyz cho hai điểm M(0;3;7) và I(12;5;0). Tìm tọa độ N sao cho I là trung điểm của MN.

A. N(2;5;-5).

B. N(0;1;-1).

C. N(1;2;-5).

D. N(24;7;-

Hướng dẫn: sử dụng công thức tìm tọa độ trung điểm.

BÀI 2: MẶT CẦU

Nhắc lại các kiến thức cần nhớ

1. Phương trình mặt cầu:

Mặt cầu có tâm I(a; b; c) và bán kính R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ (1)

Phương trình mặt cầu dạng khai triển:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, \text{ đk: } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \quad (2)$$

Tâm I(a; b; c) và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

2. Chú ý:

a) Mặt cầu có tâm I và qua A thì $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2}$

b) Mặt cầu có đường kính AB thì $R = \frac{1}{2}AB$ và tâm I là trung điểm AB

c) Mặt cầu qua 4 điểm A, B, C, D thì viết phương trình mặt cầu ở dạng (2) rồi thay tọa độ từng điểm vào phương trình và giải hệ để tìm a, b, c, d. (Hoặc gọi tâm I(a;b;c), giải hpt $IA=IB=IC=ID=R$)

3. Vị trí tương đối của điểm với mặt cầu

Cho (S): $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, Gọi I(a;b;c) là tâm mc(S), R là bán kính của mặt cầu.

▪ $IM > R \rightarrow$ Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S)

▪ $IM < R \rightarrow$ Điểm M nằm trong mặt cầu (S)

▪ $IM = R \rightarrow$ Điểm M thuộc mặt cầu (S) (Hoặc thay tọa độ điểm M vào PT mặt cầu thỏa mãn)

4. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

A. I(-1;2;-4), $R=5\sqrt{2}$.

B. I(-1;2;-4), $R=2\sqrt{5}$.

C. $I(1; -2; 4), R=20$.

D. $I(1; -2; 4), R=2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn: Từ phương trình mặt cầu dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Thì phương trình: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$, có tâm $I(1; -2; 4)$, bán kính $R=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Đáp án D.

Với những bài này tôi phân tích nguyên nhân sai lầm cho các em rút kinh nghiệm.

Sai lầm 1: nhớ nhầm công thức pt mặt cầu $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2$

và khai căn sai. Nên Chọn đáp án A

Sai lầm 2: nhớ nhầm công thức pt mặt cầu: $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2$. Chọn B

Sai lầm 3: nhớ nhầm công thức pt mặt cầu: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R$. Chọn C.

Cách khắc phục sai lầm. cho học sinh luyện các bài tập tương tự, giáo viên kiểm tra lại vào buổi kế tiếp để ghi nhớ

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$, có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{53}$. C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{53}$.

B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=53$. D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$.

Hướng dẫn: Bán kính : $R=IA=\sqrt{(1-1)^2+(0-2)^2+(4-(-3))^2}=\sqrt{53}$.

Áp dụng công thức phương trình mặt cầu: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Suy ra pt mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=53$. **Đáp án :D.**

Nguyên nhân sai lầm thường gặp.

Sai lầm 1: nhầm pt mặt cầu thành: $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R$ Chọn A

Sai lầm 2: nhầm pt mặt cầu thành: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R$ Chọn B

Sai lầm 3: nhầm pt mặt cầu thành: $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2$ Chọn đáp án C

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu(S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$. Hãy xác định tâm, bán kính của mặt cầu (S):

A. $I(-2; 1; -3), R=3$.

B. $I(-2; 1; -3), R=9$.

C. $I(2; -1; 3), R=3$.

D. $I(2; -1; 3), R=9$.

Hướng dẫn: Pt $x^2+y^2+z^2+2Ax+2By+2Cz+D=0$, có tâm $I(-A, -B, -C)$, bán kính $R=\sqrt{A^2+B^2+C^2-D}$.

Pt: $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+5=0$, có:

$$A=\frac{\text{hệ số của } x}{2}=\frac{-4}{2}=-2, B=\frac{\text{hệ số của } y}{2}=\frac{2}{2}=1, C=\frac{\text{hệ số của } z}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

Suy ra $I(2; -1; 3)$, $R=\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2-5}=3$. **Đáp án C**

Phân tích nguyên nhân sai lầm.

Sai lầm 1: nhớ nhầm Phương trình $x^2+y^2+z^2+2Ax+2By+2Cz+D=0$, tâm $I(A, B, C)$. nên Chọn đáp án A

Sai lầm 2: nhớ nhầm Phương trình $x^2+y^2+z^2+2Ax+2By+2Cz+D=0$, tâm $I(A, B, C)$, bán kính $R=A^2+B^2+C^2-D$. nên Chọn đáp án B

Sai lầm 3: nhớ nhầm bán kính $R=A^2+B^2+C^2-D$. nên Chọn đáp án D

Ví dụ 4: Trong không gian Oxyz, A(1;2;3), B(-3;0;1). Mặt cầu đường kính AB có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=6$

B. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=24$

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$

D. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=24$

Hướng dẫn mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(-1;1;2)$ của AB bán kính $R=AB/2=\sqrt{6}$

Áp dụng công thức: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, **Đáp án C**

Sai lầm 1: Nhầm lẫn công thức phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính $R=AB/2=\sqrt{6}$ là: $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2 \Rightarrow$ phương án A.

Sai lầm 2: Nhầm lẫn bán kính mặt cầu là: $R=AB=2\sqrt{6} \Rightarrow$ phương án B.

Sai lầm 3: Cả **Sai lầm 1** và **Sai lầm 2** $\Rightarrow$ phương án D.

Ví dụ 5 Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -1; 2)$, $R=4$ là:

A. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=16$

B. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4=0$

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$

D. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z-2=0$

Hướng dẫn mc (S) tâm $I(-A, -B, -C)$ có pt: $x^2+y^2+z^2+2Ax+2By+2Cz+D=0$, với $D=A^2+B^2+C^2-R^2=-2$. Chọn Đáp án D

Ví dụ 6 Tìm tất cả m để phương trình sau là pt mặt cầu :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$$

- A. $m < -5$ hoặc $m > 1$ B. $m > 1$ C. Không tồn tại m D. $m < -5$

Hướng dẫn Xét đk: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

BÀI 3: MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

1 Phương trình mặt phẳng

1. Vector pháp tuyến của mp α : $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ là vector pháp tuyến của MP (α) $\vec{n} \perp (\alpha)$

2. Cặp vector chỉ phương của mp (α) :

$\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, $\vec{a}, \vec{b}$ là cặp vtcp của (α) , $\vec{a}, \vec{b}$ có giá song song với (α) hoặc nằm trong (α)

3. Quan hệ giữa vtpt $\vec{n}$ và cặp vtcp $\vec{a}, \vec{b}$: $\vec{n} = [\vec{a}; \vec{b}]$

4. Pt mp (α) qua $M(x_0; y_0; z_0)$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

có vtpt $\vec{n}(A; B; C)$

Chú ý : Muốn viết phương trình mặt phẳng cần: **1 điểm thuộc mp và 1 vector pháp tuyến**

***) Các bước viết phương trình tổng quát của mặt phẳng:**

B1: Tìm toạ độ vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ (là vector vuông góc với mặt phẳng)

B2: Tìm toạ độ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng

B3: Thế vào pt: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$, khai triển đưa pt về dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$

***) Chú ý:**

❖ Cho mp (P) : $Ax + By + Cz + D = 0$

a. VTPT của (P) $\vec{n} = (A; B; C)$

b. Nếu điểm $M(x_1; y_1; z_1) \in (P)$ thì $Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D = 0$

Sai lầm 1: Nhầm lẫn công thức: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$ nên Chọn A.

Sai lầm 2: rút gọn sai nên chọn B

Sai lầm 3: Nhầm pt mặt phẳng chắn đi qua ba điểm A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) có phương trình dạng: $ax+by+cz=0$

Ví dụ 4: . Trong không gian Oxyz cho mp(P): $3x-y+z-1=0$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc (P)

- A. A(1;-2;-4) B. B(1;-2;4) C. C(1;2;-4) D. D(-1;-2;-4)

Hướng dẫn: thay tọa độ của A vào (P). đảo án A

Ví dụ 5: Trong không gian Oxyz véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mp(P): $4x-3y+1=0$

- A. (4;-3;0) B. (4;-3;1) C. (4;-3;-1) D. (-3;4;0)

HD: pt này khuyết z, mp (P) : $Ax + By + Cz + D = 0$ có vtpt $\vec{n} = (A; B; C)$. Chọn A

Câu 3. Phương trình mặt phẳng đi qua A,B,C, biết $A(1; -3; 2), B(-1; 2; -2), C(-3; 1; 3)$, là:

- A. $7x+6y+4z+3=0$ B. $7x+6y+4z-3=0$
B. $7x+6y+4z+33=0$ C. $7x-6y+4z-33=0$
D. $7x-6y+4z-3=0$

Hướng dẫn: mp (ABC) nhận cặp vtp là $\vec{AB}, \vec{AC}$, nên có vtpt là: $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$

Ví dụ 6: Cho A(1; 3; 2) B(-3; 1; 0) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $2x+y+z-1=0$ B. $2x+y+z-7=0$
C. $2x+y-z-4=0$ D. $4x+y+z-1=0$

Hướng dẫn: MP trung trực của đoạn thẳng AB có vtpt là $\vec{AB}$

Ví dụ 7: Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A(3; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 1) có phương trình

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 0$ B. $3x - 2y + z = 0$
C. $2x - 3y + 6z - 6 = 0$ D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$

Hướng dẫn: Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A(3; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 1) là pt mặt phẳng chắn có phương trình dạng: $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$ hay: $2x - 3y + 6z - 6 = 0$. **Đáp án C.**

Câu 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa 2 điểm A(1;0;1) và B(-1;2;2) và song song với trục Ox.

- A. $x + 2z - 3 = 0$. **B.** $y - 2z + 2 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Hướng dẫn: (P) có cặp vtcp là $\overrightarrow{AB}=(-2;2;1), \vec{i}=(1;0;0)$,
 $\vec{n}_{(P)}=[\overrightarrow{AB}, \vec{i}]=\left(\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}\right)=(0;1;-2)$. Chọn luôn B

2. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho mp (P) : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (P') : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Khi đó (P) và (P') lần lượt có các vector pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C); \vec{n}'=(A';B';C')$

$$(P) // (P') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n}' \\ D \neq kD' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A;B;C) = k(A';B';C') \\ D \neq kD' \end{cases} \quad \text{(Hoặc } \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2} \text{)}$$

$$(P) \equiv (P') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n}' \\ D = kD' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A;B;C) = k(A';B';C') \\ D = kD' \end{cases} \quad \text{(Hoặc } \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2} \text{)}$$

$$(P) \text{ cắt } (P') \Leftrightarrow \vec{n} \neq k\vec{n}' \Leftrightarrow (A;B;C) \neq k(A';B';C') \quad \text{(Hoặc } A_1:B_1:C_1 \neq A_2:B_2:C_2 \text{)}$$

Trong TH này nếu $AA' + BB' + CC' = 0 \Leftrightarrow \vec{n} \perp \vec{n}' \Leftrightarrow$ hai mặt phẳng vuông góc.

Chú ý: Cho mp (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ suy ra (P) có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$

1. Nếu (P') // (P) thì (P') cũng nhận $\vec{n}=(A;B;C)$ là VTPT

2. Nếu $(P) \perp (P')$ thì (P') chứa hoặc song song với giá $\vec{n}=(A;B;C)$

3. Một số ví dụ

Ví dụ 1 Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (α) đi qua điểm M(1; -2; 2) và song song với mặt phẳng (β) : $x - 2y + z + 3 = 0$ có phương trình:

A. $x - 2y + z - 7 = 0$;

B. $x - 2y + z + 1 = 0$;

C. $x + 2y + z - 7 = 0$

D. $x - 2y + z + 7 = 0$.

Hướng dẫn: mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) nên nhận $\vec{n}=(1;-2;1)$ làm vtcp. Pt có dạng: $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$.

Thay số ta có: $1(x-1) - 2(y+2) + 1(z-2) = 0$

Hay $x - 2y + z - 7 = 0$. **Đáp án C.**

Phân tích các sai lầm thường gặp:

Sai lầm 1: tính toán sai nên chọn B

Sai lầm 2: nhầm dấu vtcp nên chọn C

Sai lầm 3: nhớ nhầm pt mặt phẳng có dạng $A(x+x_0) + B(y+y_0) + C(z+z_0) = 0$. Chọn D.

Ví dụ 2 Trong không gian O_{xyz} cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3), B(3; 2; -1)$. Viết Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. (Q): $2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

B. (Q): $2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

C. (Q): $2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

D. (Q): $x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Hướng dẫn: mp (Q) có cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-2)$, và $\overrightarrow{AB}=2(1;2;-2)$.

Suy ra (Q) có vtcp là: $\left[\vec{n}_{(P)}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right] = \left(\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}\right) = (2;2;3)$

Pt mp (Q): $2(x-1)+2(y+2)+3(z-3)=0$. Hay $2x+2y+3z-7=0$. **Đáp án A.**

Ví dụ 3 Cho hai mặt phẳng (P): $3x+3y-z+1=0$; (Q): $(m-1)x+y-(m+2)z-3=0$.
Xác định m để hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 4 Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (a): $x-2y+3z-7=0$ và (b): $-2x+4y-6z+3=0$. Trong các khẳng định sau đây khẳng định nào là đúng ?

- A. (a), (b) trùng nhau. B. (a) // (b).
C. (a) cắt (b). D. (a) cắt và vuông góc (b).

Hướng dẫn: xét cặp vtpt của hai mp

Ví dụ 5 Cho mặt phẳng (P) $2x-3y+z-10=0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)

- A. (2; 2; 0) B. (2; -2; 0) C. (1; 2; 0) D. (2; 1; 2)

3. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:

1. Định lý: Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và mp (P) : $Ax + By + Cz + D = 0$

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Chú ý: các dạng câu hỏi thường gặp:

Loại 1: Khoảng cách từ M ($x_M; y_M; z_M$) đến mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$.

$$d(M, \alpha) = \frac{|Ax_M + By_M + Cz_M + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Loại 2: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α), (β) song song: Lấy một điểm M tùy ý trên mặt phẳng này, tính khoảng cách từ M điểm đó đến mặt phẳng kia.

2. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz, M(1; 2; 3). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 3 = 0$ là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{9}$ C. 3 D. 9

Hướng dẫn: Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|2 \cdot 1 + 2 - 2 \cdot 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{3}$$

Phương án đúng là: A

Phân tích các sai lầm thường gặp:

Sai lầm 1: Nhầm lẫn công thức khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P):

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad \text{là:} \quad \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{A^2 + B^2 + C^2} \Rightarrow \text{phương án B.}$$

Sai lầm 2: Nhầm lẫn công thức khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P):

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad \text{là:} \quad \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \Rightarrow \text{phương án C.}$$

Sai lầm 3: Nhầm lẫn công thức khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (P):

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad \text{là:} \quad \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \Rightarrow \text{phương án D.}$$

Ví dụ 2. Tìm tất cả các giá trị thực của a để khoảng cách từ điểm $M(1; -4; a)$ đến mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 5 = 0$ bằng 8.

A. $a = 18$ B. $a = -6$ C. $\begin{cases} a = -6 \\ a = 18 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = -18 \\ a = 18 \end{cases}$

$$d(M, (\alpha)) = 8 \Leftrightarrow \frac{|2a - 12|}{3} = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ a = 18 \end{cases}$$

Hướng dẫn:

Phân tích các sai lầm thường gặp:

Các đáp án sai do giải sai pt chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Ví dụ 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mp (P): $6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P). tính OA' .

A. $OA' = 3\sqrt{26}$. B. $OA' = 5\sqrt{3}$. C. $OA' = \sqrt{46}$. D. $OA' = \sqrt{186}$

Hướng dẫn:

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). d: $\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 3 - 2t \\ z = 6 + t \end{cases}$. Khi đó giao điểm của

d và (P) là $H(-1 + 6t; 3 - 2t; 6 + t)$ (H là hình chiếu vuông góc của A lên (P)). thay tọa độ H vào (P) được $t = 1$, suy ra $H(5; 1; 7)$

A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA' . Suy ra $A' = (11; -1; 8)$.

$OA = \sqrt{186}$. Chọn D.

Ví dụ 4 Mặt phẳng (Q) song song với mp(P): $x + 2y + z - 4 = 0$ và cách $D(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ có phương trình là:

A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y + z + \sqrt{6} = 0$.
C. $x + 2y + z - 10 = 0$. D. $x + 2y + z + 2 = 0$ và $x + 2y + z - 10 = 0$

Ví dụ 5 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

- A. $x+y-3z-8=0$. B. $x-y-3z+3=0$. C. $x+y+3z-9=0$. D. $x+y-3z+3=0$

Hướng dẫn: thay tọa độ A vào các mp loại đáp án A và B.
 $R=IA=d(I;(P))$. Loại C. vậy đáp án là D.

4. Sử dụng khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng để giải các bài toán liên quan:

1. Viết phương trình mặt cầu có tâm và tiếp xúc với một mặt phẳng cho trước:

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) thì có bán kính bằng khoảng cách từ tâm I đến mp(P)

2. Xét vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu:

- **Nhắc lại một số công thức:**

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và mp(P)

Để xét vị trí tương đối của (S) và (P), ta tính khoảng cách từ I đến (P) và so sánh với bán kính R

+ Nếu $d(I,(P)) > R$ thì mặt cầu (S) và mp(P) không có điểm chung

+ Nếu $d(I,(P)) = R$ thì mặt cầu (S) và mp(P) có duy nhất 1 điểm chung.

Trường hợp này, ta nói (S) và (P) tiếp xúc

+ Nếu $d(I,(P)) < R$ thì mặt cầu (S) và mp(P) cắt nhau theo 1 đường tròn (C) có tâm

là hình chiếu của I lên (P) và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I,(P))}$

3. Vận dụng khoảng cách để viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

- **Nhắc lại công thức:** Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)
 $\Leftrightarrow d(I,(P)) = R$

3. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm I(0;1;2), tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x+2y-2z-10=0$ có phương trình là:

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$

Hướng dẫn: bán kính mặt cầu $R = d(I;(P)) = \frac{|0+2.1-2.2-10|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 4$

Pt mặt cầu là: $(x-0)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4^2$

Hay $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. **đáp án C**

Sai lầm 1: Nhầm lẫn công thức phương trình mặt cầu tâm I(a;b;c) bán kính R là:

$$(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R^2 \quad \Rightarrow \text{chọn A.}$$

Sai lầm 2: Nhầm lẫn công thức phương trình mặt cầu tâm I(a;b;c) bán kính R là:

$$(x+a)^2 + (y+b)^2 + (z+c)^2 = R \Rightarrow \text{chọn B.}$$

Sai lầm 3: Nhầm lẫn công thức phương trình mặt cầu tâm I(a;b;c) bán kính R là:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R \Rightarrow \text{chọn D.}$$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z - 10 = 0$; và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương

trình các mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với (S).

A. $(Q_1): x + 2y - 2z + 25 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

B. $(Q_1): x + 2y - 2z + 31 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 5 = 0$.

C. $(Q_1): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 31 = 0$.

D. $(Q_1): x + 2y - 2z - 25 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 1 = 0$.

Hướng dẫn:

(S) có tâm $I(1; -3; 4)$, bán kính $R=6$

(Q) song song với (P) nên có pt dạng: $x + 2y - 2z + D = 0$.

(Q) tiếp xúc với (S) nên $R = d(I, (Q)) = \frac{|1 + 2(-3) - 2 \cdot 4 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 6$,

suy ra $|-13 + D| = 18$, suy ra $D = -5$ hoặc $D = 31$. **Chọn đáp án B**

Ví dụ 3: Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

A. $6x + 2y + 3z = 0$

B. $2x + 3y + 6z - 5 = 0$

B. C. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$

D. $x + 2y + 2z - 7 = 0$

Hướng dẫn: Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S). (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi $R = d(I, (P))$. **Chọn B**

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $(3; 2; -1)$ và đi qua $A(2; 1; 2)$. Mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x + y - 3z - 8 = 0$.

B. $x - y - 3z + 3 = 0$.

C. $x + y + 3z - 9 = 0$.

D. $x + y - 3z + 3 = 0$.

Hướng dẫn: thay tọa độ A vào các mặt phẳng loại A và B. $R = IA = d(I, (P))$ chọn D.

BÀI 4: ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

I. Phương trình đường thẳng trong không gian

1. Viết PTTS, PTCT của đường thẳng

B1: Tìm tọa độ vector chỉ phương (a; b; c) (là vector có giá song song hoặc trùng với đường thẳng đó).

B2: Tìm tọa độ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng

$$\text{B3: PTTS: } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad \text{PTCT: } \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad \neq \quad \text{Với } a_1, a_2, a_3 \neq 0$$

2. Chú ý

a) Nếu đường thẳng d là giao tuyến của hai mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(P'): A'x + B'y + C'z + D' = 0$

$$\vec{u} = \vec{n}_P \wedge \vec{n}_{P'} = \begin{pmatrix} B & C \\ B' & C' \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} C & A \\ C' & A' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ A' & B' \end{pmatrix}$$

Khi đó đt d có VTCP:

Muốn tìm một điểm thuộc d thì ta cho $x = x_0$ (thường cho $x = 0$), giải hpt tìm y, z

b) Đường thẳng d qua 2 điểm A, B thì d có VTCP là $\vec{AB}$

c) Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì d có VTCP là VTPT của (P)

d) đường thẳng d song song với đường thẳng Δ thì d và Δ có cùng VTCP

e) hai đường thẳng vuông góc thì hai vectơ chỉ phương của chúng vuông góc

3. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, phương trình nào là phương trình chính

tắc của đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Hướng dẫn: : PTTS: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, PTCT: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

suy ra: $x_0 = 1, y_0 = 0, z_0 = -2, a = 2, b = 3, c = 1$ PTCT: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ **Chọn D.**

Ví dụ 2: Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;2;3)$ làm vectơ chỉ phương

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Hướng dẫn: ADCT PTTS của đường thẳng d .

II. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

Cho Δ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$

Δ' qua $M'(x'_0; y'_0; z'_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (a'; b'; c')$

$$\Delta \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}; \quad \Delta' \begin{cases} x = x'_0 + a't' \\ y = y'_0 + b't' \\ z = z'_0 + c't' \end{cases}$$

có PTTS là:

*) Nếu thấy $u = ku'$ thì lấy tọa độ điểm $M \in \Delta$ thế vào phương trình đường thẳng Δ' . Xảy ra 2 khả năng:

TH1: $M \in \Delta'$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau

TH2: $M \notin \Delta'$ thì 2 đường thẳng trên song song

*) Nếu thấy $u \neq ku'$ thì giải hệ phương trình gồm hai phương trình của 2 đường thẳng

$$\begin{cases} x_0 + at = x'_0 + a't' \\ y_0 + bt = y'_0 + b't' \\ z_0 + ct = z'_0 + c't' \end{cases}$$

TH3: hệ có duy nhất nghiệm thì hai đường thẳng trên cắt nhau

TH4: hệ vô nghiệm thì hai đường thẳng trên chéo nhau

*) Nếu $aa' + bb' + cc' = 0$ thì hai đường thẳng trên vuông góc.

1. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $d_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -2-2t \end{cases}; \quad d_2: \begin{cases} x = 2+t' \\ y = 1-t' \\ z = 1 \end{cases}$ Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. Hai đường thẳng song song.

B. Hai đường thẳng chéo nhau.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng trùng nhau.

III. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Cho mặt phẳng (P): $Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

$$\begin{cases} x = x_0 + at & (1) \\ y = y_0 + bt & (2) \\ z = z_0 + ct & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases}$$

Xét hệ phương trình

Thay (1), (2), (3) vào (4), ta có phương trình : $A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$ (*)

TH1: (*) **vô nghiệm** thì d và (P) không có giao điểm hay **d và (P) song song**

TH2: (*) có **1 nghiệm** t duy nhất thì d và (P) có 1 giao điểm hay **d và (P) cắt nhau** tại 1 điểm

TH3: (*) có vô số nghiệm thì d và (P) có vô số giao điểm hay d nằm trong mặt phẳng (P)

Chú ý:

1. Trong trường hợp $d // (P)$ hoặc $d \subset (P)$ thì VTCP của d và VTPT của (P) vuông góc

2. Khi $d // (P)$ thì khoảng cách giữa d và (P) chính là khoảng cách từ một điểm trên d đến mặt phẳng (P)

1. Một số ví dụ

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz, đường thẳng d đi qua A(1;-2;3) và vuông góc với mặt phẳng (P): $x + y - 4z - 5 = 0$ có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-4}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$

Hướng dẫn: d vuông góc với (P) nên có vtcp là (1;1;-4) PTCT: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$

Phương án đúng là: A

Sai lầm 1: Nhầm lẫn công thức phương trình đường thẳng d đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$, có véc

tơ chỉ phương $u = (a; b; c)$ là: $\frac{x+x_0}{a} = \frac{y+y_0}{b} = \frac{z+z_0}{c} \Rightarrow$ phương án B.

Sai lầm 2: Nhầm lẫn công thức phương trình đường thẳng d đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$, có

véc tơ chỉ phương $u = (a; b; c)$ là: $\frac{x-a}{x_0} = \frac{y-b}{y_0} = \frac{z-c}{z_0} \Rightarrow$ phương án C.

Sai lầm 3: Cả **Sai lầm 1** và **Sai lầm 2** $\Rightarrow$ phương án D.

Ví dụ 2: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$ trong các mặt phẳng sau đây, mặt phẳng nào song song với đường thẳng (d)?

A. $5x - 3y + z - 2 = 0$

B. $x + y - 2z + 2017 = 0$

C. $5x - 3y + z + 2 = 0$

D. $5x - 3y + z - 9 = 0$

Hướng dẫn: $\vec{u}_d = (5; -3; 1)$, d vuông góc với mp (P) nếu $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)} = 0$. **Chọn ĐA B**

Câu 2. Tìm tọa độ giao điểm M của d: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và (P): $2x - y - z - 7 = 0$.

A. M(3;-1;0).

B. M(0;2;-4).

C. M(6;-4;3).

D. M(1;4;-2)

Hướng dẫn: PTTS của d: $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=2t \end{cases}$, $d \cap (P) = \{M\}$.

Tọa độ của M là nghiệm của pt: $2(3+t) - (-1-t) - 2t - 7 = 0$, suy ra $t=0$. Thay $t=0$ vào ptts của d được M(3;-1;0). **Chọn ĐA A**

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách giữa (P) và d.

- A. $d=\frac{1}{3}$. B. $d=\frac{5}{3}$. C. $d=\frac{21}{3}$. D. $d=2$.

HD: ta có: $\vec{u}_d=(2;1;2)$, $\vec{n}_{(P)}=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_{(P)}=0$. Nên d và (P) song song với nhau. Khoảng cách từ d đến (P) cũng là k/c từ một điểm bất kỳ thuộc d đến (P).

Chọn M(1;-2;1). Ta có $d(d;(P))=d(M;(P))=\frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}}=2$. **Chọn ĐA D.**

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z-3}{4}$.

Phương trình nào dưới đây là pt hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

- A. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=-3-4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

Hướng dẫn: chọn A(1;-5;3) $\in d$. Hình chiếu vuông góc của A trên mp $x+3=0$ là A'(-3;-5;3).

Chọn B(3;-6;7) $\in d$, hình chiếu vuông góc của d trên mp $x+3=0$ là B'(-3;-6;7)

Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mp $x+3=0$ chính là đường thẳng A'B' $\square$
 $\overrightarrow{A'B'}=(0;-1;4)$, đi qua B'(-3;-6;7). Chọn đáp án D

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$ và (P): $2x+y-z=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P).

- A. (Q): $2x-y-z=0$. B. (Q): $x-2y+1=0$. C. (Q): $x+2y+z=0$. D. (Q): $x-2y-1=0$.

Hướng dẫn: (Q) có cặp vtcp là $\vec{u}_d=(2;1;3)$ và $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-1)$ khi đó vtpt của (Q) là $[\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}]$.

2.4 Hiệu quả

Trước khi thực hiện đề tài, kết quả bài kiểm tra 1 tiết chương III theo phân phối chương trình như sau:

Lớp	Điểm 8 trở lên	Điểm từ 5 đến 7	Điểm dưới 5
12B3(36 HS)	2 HS (6%)	10 HS (28%)	21 HS (58 %)
12B4(39 HS)	2 HS (5%)	11 HS (28%)	26 HS (67%)

Sau khi thực hiện đề tài, tôi tiến hành cho các em làm các bài kiểm tra trắc nghiệm 45 phút về Hệ trục tọa độ trong không gian được kết quả như sau:

Lần 1:

Lớp	Điểm 8 trở lên	Điểm từ 5 đến 7	Điểm dưới 5
12B3(36 HS)	3 HS (8%)	28 HS (78%)	5 HS (14%)
12B4(39 HS)	4HS (10%)	28 HS (72%)	7 HS (18%)

Lần 2:

Lớp	Điểm 8 trở lên	Điểm từ 5 đến 7	Điểm dưới 5
12B3(36 HS)	5HS (14%)	30 HS (83%)	1 HS (3%)
12B4(39 HS)	6HS (15%)	30HS (77%)	3 HS (8%)

Như vậy trước khi thực hiện đề tài học sinh làm bài chỉ được điểm dưới 5 chiếm hơn một nửa số học sinh, sau khi thực hiện số bài điểm dưới 5 đã giảm đi rất nhiều, tuy vậy vẫn còn vài em làm bài điểm kém.

Sau khi tiến hành giảng dạy theo đề tài trên đây tôi thu được một số kết luận sau:

- Đa số học sinh khi làm bài tập về Hệ tọa độ trong không gian đều rất hào hứng, không còn kêu ngại học khó giải mà rất nhiệt tình lên bảng giải toán.

- Những học sinh còn yếu đã biết tìm công thức phù hợp và thay số vào dưới sự hướng dẫn của cô giáo, làm tốt một số bài tập tương tự.

- Khi làm đề thi các em hầu như không còn khoanh bừa đáp án mà tập trung làm bài, tuy nhiên còn có em lúng túng, phân chia thời gian chưa hợp lý, không kịp làm xong đề thi. Quan trọng là các em không còn tâm lý ngại Hình bỏ qua câu Hình trong đề thi, hứa hẹn kết quả khả quan trong kỳ thi THPT Quốc gia sắp tới.

Dù kết quả chưa thật tốt nhưng nhìn vào thái độ học tập hào hứng, kết quả thi thử khả quan tôi thấy mình càng có thêm động lực phấn đấu hơn nữa trong chuyên môn.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

- **Kết luận :** Dù đã được kiểm nghiệm qua giảng dạy nhưng đề tài vẫn còn nhiều hạn chế. Rất mong có được thật nhiều ý kiến đóng góp nhất là phần xây dựng câu hỏi và xây dựng các đáp án phong phú ý nghĩa để đề tài ngày càng đạt hiệu quả cao hơn.

- **Kiến nghị :** Mong tổ chuyên môn có nhiều buổi sinh hoạt trao đổi kinh nghiệm dạy sao cho phù hợp với đối tượng học sinh của trường đồng thời bắt kịp với xu hướng đổi mới của giáo dục hiện nay. Tôi tự nhận thấy cần tìm tòi trau không ngừng đặc biệt là nhận được sự góp ý chân thành từ các đồng nghiệp, để kinh nghiệm giảng dạy bản thân tôi cũng như kết quả học tập của học sinh được nâng cao hơn nữa.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hóa, ngày 5 tháng 6 năm 2017</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.
--------------------------------	---

	<i>Lê Kim Hoa</i>
--	-------------------

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

1. Sách giáo khoa Hình học 12 (cơ bản và nâng cao) – NXB Giáo dục.
2. Sách giáo viên Hình học 12 (cơ bản và nâng cao) -NXB Giáo dục
3. Một số bài tập chọn lọc từ Internet.
4. Đề thi minh họa của bộ giáo dục.