DẠNG 4 GTLN-GTNN của hàm chứa dấu GTTĐ

DẠNG 3: GTLN – GTNN CỦA HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 1. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2+4x-5\right|$ trên đoạn $\left[-3;0\right]$. Khi đó tổng $M+m$ là

A. 5. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 8.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2-7\right|$ trên đoạn $\left[0;4\right]$ là

A. 0. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 3. Cho hàm số $y=\left|x^4-16x^2-7\right|$, gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;4\right]$. Tính giá trị biểu thức $M-2m$.

A. 14. **B.** 57. **C.** 64. **D.** 60.

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|\dfrac{2x-1}{x+2}\right|$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Giá trị của biểu thức $2M-3m$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}\right|$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$. Giá trị của biểu thức $3M+m$ bằng

A. $\dfrac{27}{2}$. **B.** 10. **C.** $-\dfrac{40}{3}$. **D.** 16.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|e^{3x}-4e^{2x}+4e^x-10\right|$ trên đoạn $\left[0\,;\ln 4\right]$

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 7. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|\ln^2 x-2\ln x-3\right|$ trên đoạn $\left[1;e^2\right]$. Giá trị $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 8. Giả sử M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\cos 2x+2\sin x-3\right|$ trên $\left[0;\dfrac{3\pi}{2}\right]$. Tính $M-4m$.

A. 6. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 9. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2-1+\sqrt{3-x^2}\right|$. Khi đó $M+m=\dfrac{a}{4}+b\sqrt{c}$, với a, b, c nguyên. Tính $T=a+bc$.

A. 7. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 10. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|x-1|+x^2-5x+3$ trên đoạn $[-2;4]$. Tính giá trị biểu thức $T=M+m$.

A. $T=18$. **B.** $T=19$. **C.** $T=20$. **D.** $T=2$.

Câu 11. Tích giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=|x^2-4x+3|+x^2-1$ trên $[-4;2]$ bằng

A. -200. **B.** 200. **C.** 50. **D.** 0.

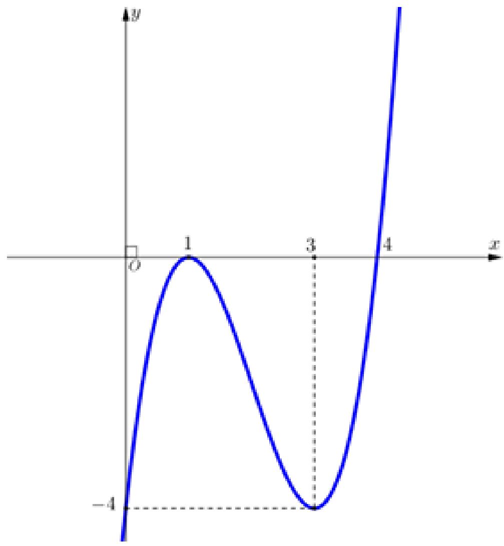
Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x^2-3x+2|+|x+3|$ là 2^a. Tìm a.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Cho hàm số $y=||3x-1|-1|+|x^2-2|$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. Giả sử $\frac{M}{m}=\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), biểu thức $T=a+b$ có giá trị bằng

A. 37. **B.** 40. **C.** 13. **D.** 20.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị (C) như hình vẽ sau



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[0;4]$. Khi đó biểu thức $M+2m$ có giá trị

A. 4. **B.** 1. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(|x|+1)-1|$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 16. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=|x^2-2x+m|$ trên $[-1;2]$ bằng 5.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 17. Tính tích tất cả các số thực m để hàm số $y=\left|\frac{4}{3}x^3-6x^2+8x+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng 18 là.

A. 432. **B.** -216. **C.** -432. **D.** 288.

Câu 18. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|x^4-2x^2+m-1\right|$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng 18. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -5. **B.** 4. **C.** -14. **D.** -10.

Câu 19. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{2x-m}{1-x}$. Gọi S là tập hợp tất các giá trị của m để $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=2$.Tổng các phần tử của tập S là

A. 2. **B.** -8. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 20. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\frac{x^2}{x-1}+m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $\min\limits_{\left[2;3\right]}\left|f\left(x\right)\right|=5$. Số phần tử của S là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)+m\right|$ trên đoạn $\left[0;4\right]$ bằng 9.

A. -10. **B.** -6. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 22. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f\left(\sin x+1\right)+m\right|$ bằng 4. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 23. Biết đồ thị hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đúng ba điểm chung với trục hoành và $f\left(1\right)=-1; f'\left(1\right)=0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $\left|f\left(x\right)-m\right|\le 12$ nghiệm đúng $\forall x\in\left[0;2\right]$. Số phần tử của S là

A. 10. **B.** 16. **C.** 11. **D.** 0.

Câu 24. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{x+2020}{x-m}$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho $\max\limits_{\left[0;2019\right]}\left|f\left(x\right)\right|=2020$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\left|\frac{x^2+2mx+4m}{x+2}\right|$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng 3. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 26. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên lớn hơn 6 của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2-\left(m+1\right)x+m\right|$ trên $\left[2;m-1\right]$nhỏ hơn 2020.

A. 2043210. **B.** 2034201. **C.** 3421020 **D.** 3412020.

Câu 27. Cho hàm số $y=\left|x^3-\frac{9}{2}x^2+6x-3+m\right|$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-10;10\right]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;3\right]$ không bé hơn 5.

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -7.

Câu 28. Cho hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2+m\right|$. Tính tổng tất cả các số nguyên m để $\max\limits_{\left[-1;2\right]} y\le 11$.

A. -19. **B.** -37. **C.** -30. **D.** -11.

Câu 29. Có bao nhiêu số nguyên m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|-4\cos^2 x+2\sin x+m+4\right|$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ nhỏ hơn hoặc bằng 4?

A. 12. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 15.

Câu 30. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|x^2-2mx+3\right|$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;2\right]$ không lớn hơn 3 ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 31. Cho hàm số $y=\left|x^3-3x^2-9x+m\right|$ (với m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để $\max\limits_{\left[-2;3\right]} y<50$. Tổng các phần tử của M là

A. 0. **B.** 737. **C.** 759. **D.** -215.

Câu 32. Cho hàm số $y=\left|x^4-2x^3+x^2+a\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a để $\max\limits_{\left[-1;2\right]} y\le 100$.

A. 197. **B.** 196. **C.** 200. **D.** 201.

Câu 33. Cho hàm số $y=\left|\sin x+\cos x+m\right|$, có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị lớn nhất bé hơn 2.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m\right|$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$. Với $m\in\left[-3;3\right]$, giá trị lớn nhất của M bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35. Gọi M là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^3+3x^2+m-1\right|$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$. Với $m\in\left[-4;3\right]$, giá trị lớn nhất của M bằng

B. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 36. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$. Khi m thuộc $\left[-3;3\right]$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Cho hàm số $y=\left|x^2-4x+2m-3\right|$ với m là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[1;3\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng a khi $m=b$. Tính $P=2b-a$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{-9}{4}$. **D.** 6.

Câu 38. Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-3;-1\right]$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tích các phần tử của S là

A. 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số
$y=\left|x^3-mx^2-9x+9m\right|$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $\left[-1;\,3\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 23. **B.** 24. **C.** 25. **D.** 26.

Câu 43. Cho hàm số $y=\left|x^4-2x^3+x^2+a\right|$. Có bao nhiêu số thực a để $\min\limits_{\left[-1;2\right]}y+\max\limits_{\left[-1;2\right]}y=10$

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 44. Cho hàm số $y=\left|\frac{x^2+ax-4}{x}\right|$ (a là tham số). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[1;4\right]$. Có bao nhiêu giá trị thực của a để $M+2m=7$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+m$ (m là tham số thực). Tìm tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f(x)\right|+2\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f(x)\right|=10$.

A. 4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 46. Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|x^3-3x^2+m\right|$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn $3\max\limits_{\left[1;3\right]}f\left(x\right)-2\min\limits_{\left[1;3\right]}f\left(x\right)=17$.

A. $m\in\left\{9;-5;29\right\}$. **B.** $m\in\left\{9;-5;\frac{-5}{3}\right\}$. **C.** $m\in\left\{9;-5\right\}$. **D.** $m\in\left\{9;-5;5\right\}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x+m$. Tích tất cả các giá trị của tham số m để $\min\limits_{\left[0;2\right]}\left|f\left(x\right)\right|+\max\limits_{\left[0;2\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6$ là

A. -16 **B.** -9 **C.** 16 **D.** 144

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+m}{x+2}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho $2\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|+3\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

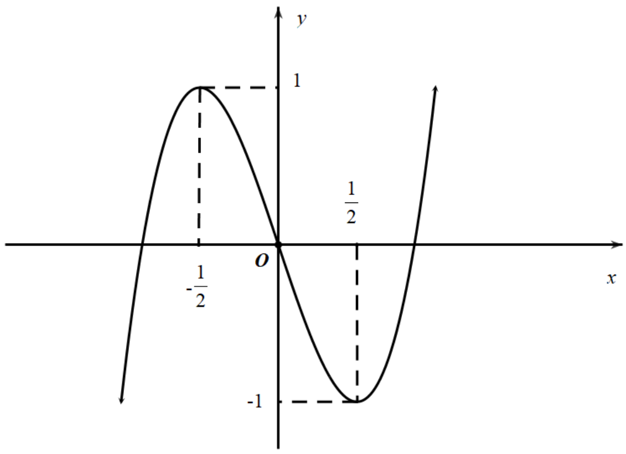
Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên trên đoạn $\left[-4;4\right]$ như sau

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in\left[-4;4\right]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3\right|+3\left|x\right|\right)+f\left(m\right)$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng $\dfrac{11}{2}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)\right|-\sqrt{1-2\left|x\right|}+f\left(\dfrac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)$ là 0.

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.D	5.D	6.C	7.B	8.B	9.D	10.A
11.D	12.B	13.D	14.A	15.C	16.C	17.C	18.A	19.B	20.B
21.B	22.C	23.B	24.A	25.B	26.A	27.D	28.C	29.D	30.A
31.B	32.A	33.B	34.B	35.B	36.B	37.D	38.D	39.D	40.A
41.B	42.D	43.D	44.B	45.C	46.C	47.B	48.B	49.C	50.A

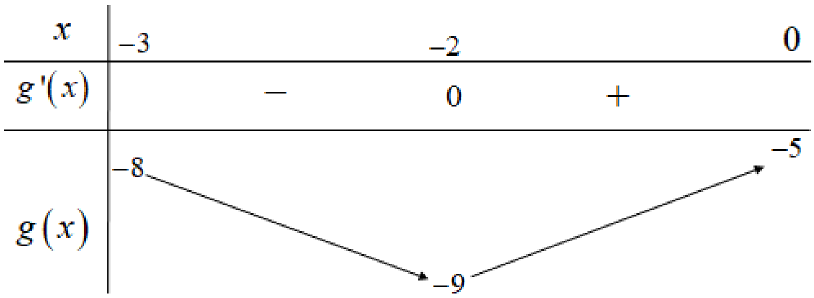
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **Chọn C**

Xét $g(x)=x^2+4x-5$ liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

Ta có $g'(x)=2x+4$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2\in[-3;0]$.

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[-3;0]$



Dựa vào bảng biến thiên của hàm số suy ra $M=\max\limits_{[-3;0]}|g(x)|=\max\{|-8|;|-9|;|-5|\}=9$, $m=\min\limits_{[-3;0]}|g(x)|=\min\{|-8|;|-9|;|-5|\}=5$. Vậy $M+m=14$.

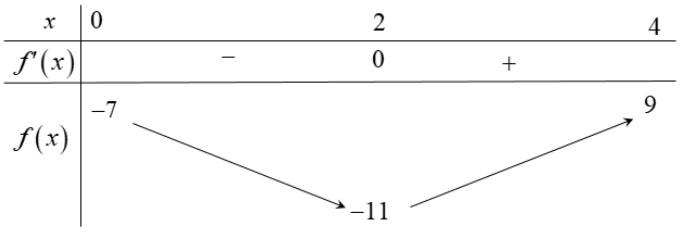
Câu 2. **Chọn B**

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2-7$ liên tục trên đoạn $[0;4]$.

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;4] \\ x=2\in[0;4] \end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=-7$, $f(2)=-11$, $f(4)=9$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$



Khi đó $\max\limits_{[0;4]} f(x)=9$, $\min\limits_{[0;4]} f(x)=-11$. Suy ra $\max\limits_{[0;4]}|f(x)|=11$.

Câu 3 . **Chọn B**

Xét hàm số $y=x^4-16x^2-7$ liên tục trên $[0;4]$.

Ta có $f'(x)=4x^3-32x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in 4[0;4] \\ x=2\sqrt{2}\in[0;4] \\ x=-2\sqrt{2}\notin[0;4] \end{array}\right.$

Có bảng biến thiên

x	0		$2\sqrt{2}$		4
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$	-7	$\searrow$	-71	$\nearrow$	-7

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{[0;4]}\left|f(x)\right|=\left|f(0)\right|=\left|f(4)\right|=7$; $\max\limits_{[0;4]}\left|f(x)\right|=\left|f\left(2\sqrt{2}\right)\right|=71$.

Vậy $M-2m=57$.

Câu 4. Chọn D

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$g'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0$, $\forall x\in[-1;1]$. Do đó hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

$g(-1)=-3$; $g(1)=\dfrac{1}{3}$.

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ và $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$:

x	-1		$\frac{1}{2}$		1
$g'(x)$			$+$		
$g(x)$	-3	$\nearrow$		$\nearrow$	$\frac{1}{3}$
$f(x)=\lvert g(x)\rvert$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$

Suy ra $M=\max\limits_{[-1;1]}f(x)=\max\limits_{[-1;1]}\left|g(x)\right|=\max\limits_{[-1;1]}\left\{\left|-3\right|;\left|\dfrac{1}{3}\right|\right\}=3$ khi $x=-1$.

Và $m=\min\limits_{[-1;1]}f(x)=\min\limits_{[-1;1]}\left|g(x)\right|=\min\limits_{[-1;1]}\left\{\left|-3\right|;0;\left|\dfrac{1}{3}\right|\right\}=0$ khi $x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $2M-3m=2.3-3.0=6$.

Câu 5. Chọn D.

Đặt $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$. Hàm số xác định và liên tục trên $D=\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in D \\ x=2\notin D \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-2		0		$\frac{1}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\frac{13}{3}$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\frac{7}{2}$

Ta có $f(-2)=-\dfrac{13}{3}$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{7}{2}$, $f(0)=-3$.

Suy ra $\max\limits_{\left[-2;\frac{1}{2}\right]} f(x)=-3$ tại $x=0$, $\min\limits_{\left[-2;\frac{1}{2}\right]} f(x)=\dfrac{-13}{3}$ tại $x=-2$.

Từ đó ta có, $M=\max\limits_{\left[-2;\frac{1}{2}\right]}|f(x)|=\dfrac{13}{3}$ tại $x=-2$, $m=\min\limits_{\left[-2;\frac{1}{2}\right]}|f(x)|=3$ tại $x=0$.

Vậy $3M+m=16$.

Câu 6. Chọn C

Đặt $e^x=t$. Ta có $0\le x\le \ln 4 \Leftrightarrow e^0\le e^x\le e^{\ln 4}\Rightarrow 1\le t\le 4$.

Khi đó hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;\ln 4]$ trở thành $g(t)=\left|t^3-4t^2+4t-10\right|$, với $t\in[1;4]$.

Xét hàm số $h(t)=t^3-4t^2+4t-10$. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;4]$.

$h'(t)=3t^2-8t+4$; $h'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2\in[1;4] \\ t=\dfrac{2}{3}\notin[1;4] \end{array}\right.$; $h(1)=-9$, $h(2)=-10$, $h(4)=6$.

Khi đó $\max\limits_{[1;4]} h(t)=6$, $\min\limits_{[1;4]} h(t)=-10$.

Suy ra $\max\limits_{[0;\ln 4]} f(x)=\max\limits_{[1;4]}|h(t)|=10$ khi $t=2\Leftrightarrow x=\ln 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;\ln 4]$ là 10.

Câu 7. Chọn B

Xét $u(x)=\ln^2 x-2\ln x-3$ trên $[1;e^2]$; $u(x)$ xác định và liên tục trên $[1;e^2]$.

Ta có $u'(x)=\dfrac{2\ln x}{x}-\dfrac{2}{x}$, $u'(x)=0\Leftrightarrow \ln x=1\Leftrightarrow x=e\in(1;e^2)$.

Ta có $u(1)=-3, u(e)=-4, u(e^2)=-3.$

$M=\max\limits_{[1;e^2]} f(x)=\max\limits_{[1;e^2]}|u(x)|=\max\left\{|u(1)|,|u(e)|,\left|u(e^2)\right|\right\}=4$ khi $x=e$.

$m=\min\limits_{[1;e^2]} f(x)=\min\limits_{[1;e^2]}|u(x)|=\min\left\{|u(1)|,|u(e)|,\left|u(e^2)\right|\right\}=3$ khi $x=1$.

Vậy $M+m=4+3=7$.

Câu 8 . Chọn B

Xét hàm số $u(x)=\cos 2x+2\sin x-3$ với $x\in\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$. $u(x)$ liên tục trên $\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$.

+) $u'(x)=-2\sin 2x+2\cos x$.

+) $u'(x)=0\Leftrightarrow -2\sin 2x+2\cos x=0\Leftrightarrow \cos x(2\sin x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ 2\sin x-1=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$. Mà $x\in\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]$ nên $x\in\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.

+) $u(0)=-2$, $u\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-6$, $u\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2$, $u\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{3}{2}$, $u\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-\frac{3}{2}$.

Khi đó: $\max\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]}u(x)=-\frac{3}{2}$, $\min\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]}u(x)=-6$.

Suy ra: $M=\max\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]}|u(x)|=6$ khi $x=\frac{3\pi}{2}$, $m=\min\limits_{\left[0;\frac{3\pi}{2}\right]}|u(x)|=\frac{3}{2}$ khi $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.

Vậy $M-4m=0$.

Câu 9. Chọn D

Tập xác định: $D=\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. Đặt $t=\sqrt{3-x^2}, t\in\left[0;\sqrt{3}\right]$.

Khi đó hàm số đã cho trở thành: $y=\left|-t^2+t+2\right|=\left|t^2-t-2\right|$.

Xét $g(t)=t^2-t-2$ liên tục trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ ta có: $g'(t)=2t-1=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của $y=g(t)$ và $y=|g(t)|$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

t	0		$\frac{1}{2}$		$\sqrt{3}$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	-2	$\searrow$	$-\frac{9}{4}$	$\nearrow$	$1-\sqrt{3}$
$\lvert g(t)\rvert$	2	$\nearrow$	$\frac{9}{4}$	$\searrow$	$\sqrt{3}-1$

Từ bảng biến thiên ta có: $M=\left|g\left(\frac{1}{2}\right)\right|=\frac{9}{4}$; $m=\left|g\left(\sqrt{3}\right)\right|=\sqrt{3}-1$.

$\Rightarrow M+m=\dfrac{5}{4}+\sqrt{3}\Rightarrow a=5$; $b=1$; $c=3$. Vậy $T=a+bc=5+1.3=8$.

Câu 10. Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f\left(x\right)=\left|x-1\right|+x^2-5x+3=\begin{cases}x^2-4x+2 & khi\ x\geq 1\\ x^2-6x+4 & khi\ x<1\end{cases}$.

Với $x\geq 1$: Ta có $f\left(x\right)=x^2-4x+2$. Đạo hàm: $f'\left(x\right)=2x-4$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2$ (nhận).

Với $x<1$: Ta có $f\left(x\right)=x^2-6x+4$. Đạo hàm: $f'\left(x\right)=2x-6$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=3$ (loại).

$f\left(-2\right)=20$; $f\left(2\right)=-2$; $f\left(4\right)=2$.

Bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)=\left|x-1\right|+x^2-5x+3$ trên đoạn $\left[-2;4\right]$.

x	-2		1		2		4
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	20	↘	-1	↘	-2	↗	2

Ta có $M=\max\limits_{x\in\left[-2;4\right]}f\left(x\right)=f\left(-2\right)=20$; $m=\min\limits_{x\in\left[-2;4\right]}f\left(x\right)=f\left(2\right)=-2$. Vậy $T=M+m=18$.

Câu 11. Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\begin{cases}2x^2-4x+2\ \text{khi}\ x\in\left(-\infty;1\right)\cup\left(3;+\infty\right)\\ 4x-4\qquad \text{khi}\ x\in\left(1;3\right)\end{cases}\Rightarrow y'=\begin{cases}4x-4\ khi\ x\in\left(-\infty;1\right]\cup\left[3;+\infty\right)\\ 4\qquad khi\ x\in\left(1;3\right)\end{cases}$.

Có $y'=0$ (Vô nghiệm).

Bảng biến thiên

x	-4		1		2
y'		$-$	$\Vert$	$+$	
y	50	↘	0	↗	4

Ta có: $\begin{cases}y\left(-4\right)=50\\ y\left(1\right)=0\\ y\left(2\right)=4\end{cases}$. Suy ra $\max\limits_{\left[-4;2\right]}y=50$ tại $x=-4$; $\min\limits_{\left[-4;2\right]}y=0$ tại $x=0$.

Vậy $\left(\max\limits_{\left[-4;2\right]}y\right).\left(\min\limits_{\left[-4;2\right]}y\right)=0$.

Câu 12 Chọn B

Ta có $y=\left|x^2-3x+2\right|+\left|x+3\right|=\begin{cases} x^2-4x-1 & \text{khi } x<-3 \\ x^2-2x+5 & \text{khi } -3\le x<1 \\ -x^2+4x+1 & \text{khi } 1\le x<2 \\ x^2-2x+5 & \text{khi } x\ge 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	20	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là $4\Rightarrow 2^a=4\Rightarrow a=2$.

Câu 13. Chọn D

Ta có $y=\begin{cases} \left|3x\right|+x^2-2 & \text{khi } x\le-\sqrt{2} \\ \left|3x\right|+2-x^2 & \text{khi } -\sqrt{2}<x\le\dfrac{1}{3} \\ \left|3x-2\right|+2-x^2 & \text{khi } \dfrac{1}{3}\le x<\sqrt{2} \\ \left|3x-2\right|+x^2-2 & \text{khi } x\ge\sqrt{2} \end{cases}$.

Xét trên đoạn $\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ ta có: $y=\begin{cases} -x^2+3x+2 & \text{khi } 0\le x\le\dfrac{1}{3} \\ -x^2-3x+4 & \text{khi } \dfrac{1}{3}<x\le\dfrac{2}{3} \\ -x^2+3x & \text{khi } \dfrac{2}{3}<x\le\sqrt{2} \\ x^2+3x-4 & \text{khi } \sqrt{2}<x\le\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$

x	0		$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$\sqrt{2}$		$\frac{3}{2}$
y	2	$\nearrow$	$\frac{26}{9}$	$\searrow$	$\frac{14}{9}$	$\nearrow$	$3\sqrt{2}-2$	$\nearrow$	$\frac{11}{4}$

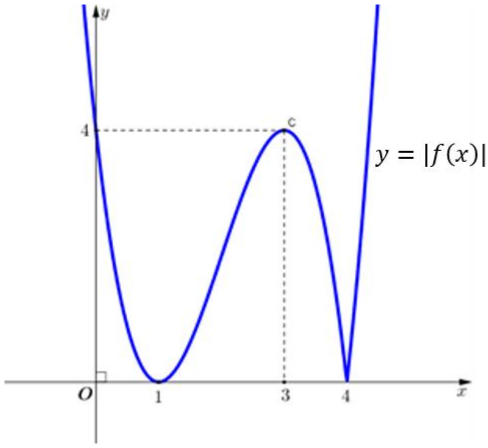
Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra $M=\max\limits_{\left[0;\frac{3}{2}\right]}y=\dfrac{26}{9}; m=\min\limits_{\left[0;\frac{3}{2}\right]}y=\dfrac{14}{9}$.

Vậy $\dfrac{M}{m}=\dfrac{13}{7}$ hay $a=13; b=7\Rightarrow T=a+b=20$.

Câu 14 . Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị trên trục hoành và phía trên trục hoành của (C) (ứng với $f(x) \geq 0$), lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị phía dưới trục hoành của (C) (ứng với $f(x) < 0$). Bỏ phần đồ thị phía dưới trục hoành của (C).



Dựa vào đồ thị ta suy ra $M = \max\limits_{[0;4]} |f(x)| = 4$, đạt được khi $x = 0$ hoặc $x = 3$.

$m = \min\limits_{[0;4]} |f(x)| = 0$, đạt được khi $x = 1$ hoặc $x = 4$. Vậy $M + 2m = 4$.

Câu 15. Chọn C

Xét hàm số $g(x) = f(x+1)$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó hàm số $p(x) = g(|x|) = f(|x|+1)$ là hàm chẵn nên có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$p'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$p(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Xét hàm số $h(x) = f(|x|+1) - 1 = g(|x|) - 1 = p(x) - 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(|x|+1\right)-1\right|=\left|h(x)\right|$

x	$-\infty$		a		-2		b		0		c		2		d		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$		$+$	$\|\|$	$-$		$+$	0	$-$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f\left(|x|+1\right)-1\right|$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ là 3 tại $x=2$.

Câu 16. Chọn C

Đặt $g(x)=x^2-2x+m$. Ta có: $g'(x)=2x-2 \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có: $\begin{cases} g(-1)=m+3 \\ g(1)=m-1 \\ g(2)=m \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} \min\limits_{[-1;2]} g(x)=m-1 \\ \max\limits_{[-1;2]} g(x)=m+3 \end{cases}$.

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $m-1>0 \Leftrightarrow m>1$ suy ra $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=m-1 \Leftrightarrow m-1=5 \Leftrightarrow m=6$ (thoả mãn).

Trường hợp 2: $m+3<0 \Leftrightarrow m<-3$ suy ra $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=-m-3 \Leftrightarrow -m-3=5 \Leftrightarrow m=-8$ (tm).

Trường hợp 3: $m-1\le 0\le m+3 \Leftrightarrow -3\le m\le 1$ suy ra $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=0$ mà theo bài $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=5$ nên không có m thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị của tham số m thỏa mãn.

Câu 17. Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{4}{3}x^3-6x^2+8x+m$ liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $f'(x)=4x^2-12x+8$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^2-12x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;3] \\ x=2\in[0;3] \end{array}\right.$.

Mặt khác: $f(0)=m;\ f(1)=\dfrac{10}{3}+m;\ f(2)=\dfrac{8}{3}+m;\ f(3)=6+m$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{[0;3]} f(x)=\max\left\{f(0);f(1);f(2);f(3)\right\}=f(3)=m+6 \\ \min\limits_{[0;3]} f(x)=\min\left\{f(0);f(1);f(2);f(3)\right\}=f(0)=m \end{cases}$.

Suy ra $\min\limits_{[0;3]} y=\min\left\{0;|m|;|m+6|\right\}$.

Trường hợp 1. $m>0$ suy ra $\min\limits_{[0;3]} y=m \Leftrightarrow m=18$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2. $m+6<0 \Leftrightarrow m<-6$ suy ra $\min\limits_{[0;3]} y=-m-6 \Leftrightarrow -m-6=18 \Leftrightarrow m=-24$ (tm).

Trường hợp 3. $m(m+6)\le 0 \Leftrightarrow -6\le m\le 0 \Rightarrow \min\limits_{[0;3]} y=0$ (loại).

Kết luận: tích các số thực m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-24.18=-432$.

Câu 18. Chọn A

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^4-2x^2+m-1$ liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$ có $g'\left(x\right)=4x^3-4x$.

$g'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin\left[0;2\right] \\ x=0\in\left[0;2\right] \\ x=1\in\left[0;2\right]\end{array}\right.$; $g\left(0\right)=m-1$, $g\left(1\right)=m-2$, $g\left(2\right)=m+7$.

$\Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;2\right]} g\left(x\right)=m-2$, $\max\limits_{x\in\left[0;2\right]} g\left(x\right)=m+7 \Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;2\right]} f\left(x\right)=\min\left\{0,\left|m-2\right|,\left|m+7\right|\right\}$.

Trường hợp 1: $m>2$ suy ra $\min\limits_{x\in\left[0;2\right]} f\left(x\right)=m-2 \Leftrightarrow m-2=18 \Leftrightarrow m=20$ (nhận).

Trường hợp 2: $m+7<0 \Leftrightarrow m<-7 \Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;2\right]} f\left(x\right)=-m-7 \Leftrightarrow -m-7=18 \Leftrightarrow m=-25$ (nhận).

Trường hợp 3: $\left(m-2\right)\left(m+7\right)\le 0 \Leftrightarrow -7\le m\le 2 \Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;2\right]} f\left(x\right)=0$ (loại).

Suy ra $m\in\left\{20;-25\right\}$. Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng -5 .

Câu 19. Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Với $m=2$. Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{2x-2}{1-x}=-2$ nên $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=2$. Vậy $m=2$ (nhận).

Với $m\ne 2$. Khi đó, $f'\left(x\right)=\dfrac{2-m}{\left(1-x\right)^2}, \forall x\ne 1$.

Ta có $f\left(-2\right)=\dfrac{-m-4}{3}$, $f\left(0\right)=-m$; $f(x)=0 \Leftrightarrow 2x-m \Leftrightarrow x=\dfrac{m}{2}$. Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ thuộc $\left[-2;0\right]$ tức là $-2\le\dfrac{m}{2}\le 0 \Leftrightarrow -4\le m\le 0$. Khi đó $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=0$ (loại).

Trường hợp 2: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không cắt trục hoành hoặc cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $\left[-2;0\right]$, tức là $\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}<-2 \\ \dfrac{m}{2}>0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>0\end{array}\right.$ (*).

Khi đó: $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\min\left\{\left|f\left(-2\right)\right|;\left|f\left(0\right)\right|\right\}=\min\left\{\left|\dfrac{-m-4}{3}\right|;\left|-m\right|\right\}=\min\left\{\left|\dfrac{m+4}{3}\right|;\left|m\right|\right\}$.

Nếu $\left|\dfrac{m+4}{3}\right|\le\left|m\right| \Leftrightarrow \left|m+4\right|\le 3\left|m\right| \Leftrightarrow \left(m+4\right)^2\le\left(3m\right)^2 \Leftrightarrow \left(4-2m\right)\left(4m+4\right)\le 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -1\end{array}\right.$ (**) thì $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\left|\dfrac{m+4}{3}\right|$.

Ta có $\left|\dfrac{m+4}{3}\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+4=6 \\ m+4=-6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \text{ (loai, } m\ne 2) \\ m=-10 \text{ (nhan)}\end{array}\right.$ (do điều kiện (*) và (**)).

Nếu $\left|\dfrac{m+4}{3}\right|>\left|m\right| \Leftrightarrow -1<m<2$ thì $\min\limits_{\left[-2;0\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\left|m\right|$.

Ta có $|m|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \text{ (loai)} \\ m=-2 \text{ (loai)} \end{array}\right.$. Suy ra $S=\{2;-10\}$. Vậy tổng các phần tử của S là -8.

Câu 20. Chọn B

Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}+m$ liên tục trên đoạn $[2;3]$ có $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$; $x=0, x=2 \notin (2;3)$ và $f(2)=m+4$, $f(3)=m+\dfrac{9}{2}$.

Nếu $f(2).f(3)\le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{9}{2}\le m\le -4$ thì $\min\limits_{[2;3]}|f(x)|=0$. Trường hợp này không thoả yêu cầu bài toán.

Ta xét trường hợp $f(2).f(3)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-\dfrac{9}{2} \\ m>-4 \end{array}\right.$.

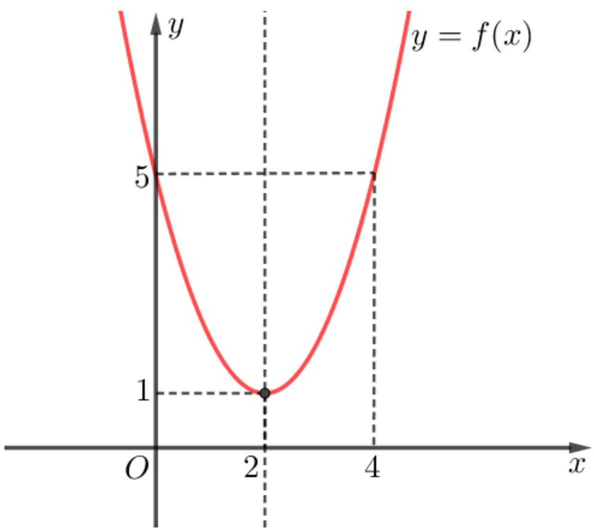
Khi đó $\min\limits_{[2;3]}|f(x)|=\min\{|f(2)|;|f(3)|\}=\min\left\{|m+4|;\left|m+\dfrac{9}{2}\right|\right\}$.

Trường hợp 1: $\min\limits_{[2;3]}|f(x)|=|m+4|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} |m+4|=5 \\ \left|m+\dfrac{9}{2}\right|\ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-9 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m\le -\dfrac{19}{2} \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=1$ (thoả mãn).

Trường hợp 2: $\min\limits_{[2;3]}|f(x)|=\left|m+\dfrac{9}{2}\right|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} \left|m+\dfrac{9}{2}\right|=5 \\ |m+4|\ge 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{1}{2} \\ m=-\dfrac{19}{2} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m\le -9 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=-\dfrac{19}{2}$ (thoả mãn).

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 21. Chọn B



Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ ta có đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=2$ là trục đối xứng, mà $f\left(0\right)=5\Rightarrow f\left(4\right)=5$. Suy ra: $1\le f\left(x\right)\le 5,\forall x\in\left[0;4\right]$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x\right)+m\right|$, $\forall x\in\left[0;4\right]$.

Ta có: $\max\limits_{\left[0;4\right]} g\left(x\right)=max\left\{\left|m+1\right|;\left|m+5\right|\right\}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases}\left|m+1\right|\ge\left|m+5\right|\\ \max\limits_{\left[0;4\right]} g\left(x\right)=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -3\\ \left|m+1\right|=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -3\\ \left[\begin{array}{l}m=8\\ m=-10\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=-10$.

Trường hợp 2: $\begin{cases}\left|m+1\right|<\left|m+5\right|\\ \max\limits_{\left[0;4\right]} g\left(x\right)=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ \left|m+5\right|=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ \left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-14\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m=4$.

Vậy tổng tất cả giá trị nguyên của m là: $-10+4=-6$.

Câu 22. Chọn C

Đặt $t=\sin x+1\left(t\in\left[0;2\right]\right)$, khi đó $y=\left|f\left(\sin x+1\right)+m\right|=\left|f\left(t\right)+m\right|=\left|t^3-3t+m\right|$.

Xét hàm số $u\left(t\right)=t^3-3t+m$ liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$ có $u'\left(t\right)=3t^2-3$.

$u'\left(t\right)=0\Leftrightarrow 3t^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\in\left[0;2\right]\\ t=-1\notin\left[0;2\right]\end{array}\right.$.

Ta có $u\left(0\right)=m;u\left(1\right)=m-2;u\left(2\right)=m+2\Rightarrow\max\limits_{\left[0;2\right]}u\left(x\right)=m+2$, $\min\limits_{\left[0;2\right]}u\left(x\right)=m-2$.

Khi đó $\max y=\max\left\{\left|m-2\right|;\left|m+2\right|\right\}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases}\left|m-2\right|=4\\ \left|m-2\right|\ge\left|m+2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=6\\ m=-2\end{array}\right.\\ m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$.

Trường hợp 2: $\begin{cases}\left|m+2\right|=4\\ \left|m+2\right|\ge\left|m-2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-6\end{array}\right.\\ m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Vậy $S\in\left\{-2;2\right\}\Rightarrow -2+2=0$.

Câu 23. Chọn B

Đồ thị hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đúng ba điểm chung với trục hoành nên đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại gốc toạ độ, suy ra $f\left(0\right)=0\Rightarrow c=0\left(I\right)$.

Ta có $f'\left(x\right)=4ax^3+2bx$.

Theo giả thiết $\begin{cases}f\left(1\right)=-1\\ f'\left(1\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=-1\\ 4a+2b=0\end{cases}\left(II\right)$.

Từ $\left(I\right)$ và $\left(II\right)$ suy ra $a=1;b=-2;c=0\Rightarrow f\left(x\right)=x^4-2x^2$.

Xét hàm số $y=x^4-2x^2-m$ trên đoạn $\left[0;2\right]$.

Dễ thấy hàm số đã cho liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$ và có $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[0;2\right]\\x=1\in\left[0;2\right]\\x=-1\notin\left[0;2\right]\end{array}\right.$.

Khi đó $y(0)=-m$; $y(1)=-m-1$; $y(2)=-m+8$. $\Rightarrow\begin{cases}\max\limits_{[0;2]}y=-m+8\\\min\limits_{[0;2]}y=-m-1\end{cases}$.

Theo bài ra $\left|x^4-2x^2-m\right|\le 12,\forall x\in\left[0;2\right]\Leftrightarrow\max\left\{\left|-m-1\right|;\left|-m+8\right|\right\}\le 12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left|-m+8\right|\le 12\\\left|-m+8\right|\ge\left|-m-1\right|\end{cases}\\\begin{cases}\left|-m-1\right|\le 12\\\left|-m-1\right|\ge\left|-m+8\right|\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-4\le m\le 20\\m\le\dfrac{7}{2}\end{cases}\\\begin{cases}-13\le m\le 11\\m\ge\dfrac{7}{2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4\le m\le\dfrac{7}{2}\\\dfrac{7}{2}\le m\le 11\end{array}\right.\Leftrightarrow -4\le m\le 11$$. Suy ra S có 11 phần tử.

Câu 24. Chọn A

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x\ne m$.

Nếu $m=-2020$ thì $f(x)=1,\forall x\ne -2020$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $m\ne -2020$ thì $f(x)$ đơn điệu trên mỗi khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$ nên yêu cầu bài toán

$\max\limits_{[0;2019]}\left|f(x)\right|=2020\Leftrightarrow\begin{cases}m\notin\left[0;2019\right]\\\max\left\{\left|f(0)\right|;\left|f(2019)\right|\right\}=2020\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\notin\left[0;2019\right]\\\max\left\{\dfrac{2020}{|m|};\dfrac{4039}{|m-2019|}\right\}=2020\end{cases}$. Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases}m\notin\left[0;2019\right]\\\dfrac{2020}{|m|}=2020\\\dfrac{4039}{|m-2019|}\le 2020\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<0\\m>2019\end{array}\right.\\m=\pm 1\\\dfrac{4039}{|m-2019|}\le 2020\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} m \notin [0;2019] \\ \dfrac{4039}{|m-2019|} = 2020 \\ \dfrac{2020}{|m|} \le 2020 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2019 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{4082419}{2020} \approx 2021 \\ m = \dfrac{4074341}{2020} \approx 2017 \end{array}\right. \\ \dfrac{2020}{|m|} \le 2020 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{4082419}{2020} \approx 2021$.

Vậy có 2 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 25. Chọn B

Tập xác định $D = R \setminus \{-2\}$.

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x^2+2mx+4m}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Hàm số xác định và liên tục trên $[-1;1]$
.

Ta có $g'(x) = \dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$. $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;1] \\ x = -4 \notin [-1;1] \end{array}\right.$.

Ta có $g(0) = 2m$; $g(-1) = 2m+1$; $g(1) = 2m + \dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} g(x) = 2m+1$; $\min\limits_{[-1;1]} g(x) = 2m$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = \max\{|2m+1|;|2m|\}$. Ta có $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |2m+1| = 3 \\ |2m+1| \ge |2m| \end{cases} \\ \begin{cases} |2m| = 3 \\ |2m| \ge |2m+1| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Suy ra $S = \left\{1; -\dfrac{3}{2}\right\}$. Vậy tổng các phần tử thuộc tập S bằng $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 26. Chọn A

Cách 1:

Xét hàm số $f(x) = x^2 - (m+1)x + m$ liên tục trên $[2;m-1]$ với $m > 6$.

Ta có: $f'(x) = 2x - (m+1); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{m+1}{2} \in [2;m-1]$.

Khi đó: $f(2) = 2-m; f\left(\dfrac{m+1}{2}\right) = -\dfrac{(m-1)^2}{4}; f(m-1) = 2-m.$

Vì $-\dfrac{(m-1)^2}{4} \le 2-m < 0, \forall m > 6$ nên

$\max\limits_{[2;m-1]} f(x) = \max\left\{f(2); f\left(\dfrac{m+1}{2}\right); f(m-1)\right\} = 2-m$;

và $\min\limits_{[2;m-1]} f(x) = \min\left\{f(2); f\left(\dfrac{m+1}{2}\right); f(m-1)\right\} = -\dfrac{(m-1)^2}{4}$.

Do đó: $\min\limits_{[2;m-1]} y = \min\left\{|2-m|;\left|-\dfrac{(m-1)^2}{4}\right|\right\} = |2-m|$

Theo yêu cầu bài toán: $|2-m| < 2020 \Leftrightarrow -2020 < 2-m < 2020 \Leftrightarrow -2018 < m < 2022$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 6$ nên $m \in \{7;8;9;\cdots;2021\}$.

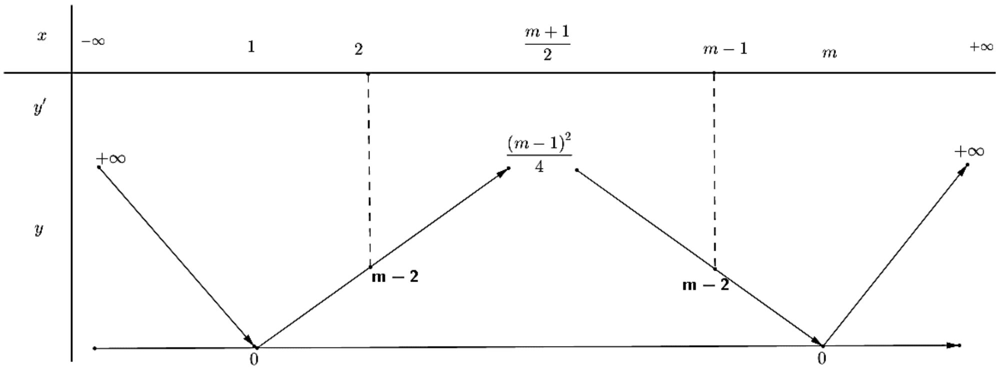
Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m là: $\sum\limits_{n=7}^{2021} n = \dfrac{(7+2021)2015}{2} = 2043210$.

Cách 2:

Xét hàm số $f(x) = x^2 - (m+1)x + m$ liên tục trên $[2;m-1]$ với $m > 6$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=m \end{array}\right.$. Do $m > 6$ nên ta có: $\begin{cases} \dfrac{m+1}{2} > 2 \\ \dfrac{m+1}{2} < m-1 \end{cases}$.

$f(2) = 2-m; f\left(\dfrac{m+1}{2}\right) = -\dfrac{(m-1)^2}{4}; f(m-1) = 2-m.$



Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{[2;m-1]} |f(x)| = m-2$

Theo bài ra ta có: $\min\limits_{[2;m-1]} |f(x)| < 2020 \Leftrightarrow m-2 < 2020 \Leftrightarrow m < 2022$.

Kết hợp với điều kiện $m > 6$ suy ra $m \in \{7;8;...;2021\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m là: $\sum\limits_{n=7}^{2021} n = \dfrac{(7+2021)2015}{2} = 2043210$.

Câu 27. Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 - \dfrac{9}{2}x^2 + 6x - 3 + m$ liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 9x + 6$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;3] \\ x = 2 \in [0;3] \end{array}\right.$.

$f(0) = -3+m$; $f(1) = -\dfrac{1}{2} + m$; $f(2) = -1+m$; $f(3) = \dfrac{3}{2} + m$.

Suy ra $\max\limits_{[0;3]} f(x) = \dfrac{3}{2} + m$; $\min\limits_{[0;3]} f(x) = -3+m$.

Trường hợp 1: $\left(\frac{3}{2}+m\right)(-3+m)\le 0$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số y trên đoạn $[0;3]$ là 0 (loại).

Trường hợp 2: $\left(\frac{3}{2}+m\right)(-3+m)>0$. Khi đó: $\min\limits_{[0;3]} y=\min\left\{\left|\frac{3}{2}+m\right|;\left|-3+m\right|\right\}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không bé hơn 5

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left|\frac{3}{2}+m\right|\ge\left|-3+m\right|\\ \left|-3+m\right|\ge 5\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}\left|\frac{3}{2}+m\right|\le\left|-3+m\right|\\ \left|\frac{3}{2}+m\right|\ge 5\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}m\ge\frac{3}{4}\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 8\\ m\le -2\end{array}\right.\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}m\le\frac{3}{4}\\ \left[\begin{array}{l}m\ge\frac{7}{2}\\ m\le -\frac{13}{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 8\\ m\le -\frac{13}{2}\end{array}\right..$$

Suy ra các giá trị $m\in[-10;10]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $S=\{-10;-9;-8;-7;8;9;10\}$.

Vậy tổng các giá trị m cần tìm là -7.

Câu 28. Chọn C

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+x^2+m$ liên tục trên đoạn $[-1;\,2]$.

Ta có $f'(x)=x^3-3x^2+2x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\ x=1\in[-1;2]\\ x=2\in[-1;2]\end{array}\right..$$

$f(-1)=\frac{9}{4}+m;\ f(0)=m;\ f(1)=\frac{1}{4}+m;\ f(2)=m$.

Khi đó $\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{[-1;2]}f(x)=\max\{f(-1);f(0);f(1);f(2)\}=f(-1)=m+\frac{9}{4}\\ \min\limits_{[-1;2]}f(x)=\min\{f(-1);f(0);f(1);f(2)\}=f(0)=f(2)=m\end{array}\right.$.

Vậy $\max\limits_{[0;3]}y=\max\left\{\left|m+\frac{9}{4}\right|,|m|\right\}$, theo yêu cầu bài toán $\max\limits_{[0;3]}y\le 11\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left|m+\frac{9}{4}\right|\le 11\\ \left|m+\frac{9}{4}\right|\ge|m|\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}|m|\le 11\\ |m|\ge\left|m+\frac{9}{4}\right|\end{array}\right.\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-\dfrac{53}{4}\le m\le \dfrac{35}{4}\\ m\ge -\dfrac{9}{8}\end{cases}\\ \begin{cases}-11\le m\le 11\\ m\le -\dfrac{9}{8}\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\dfrac{9}{8}\le m\le \dfrac{35}{4}\\ -11\le m\le -\dfrac{9}{8}\end{array}\right. \Leftrightarrow -11\le m\le \dfrac{35}{4}.$$

Vì m nguyên nên $m=\{-11;-10;...;8\}$.

Kết luận: tổng các số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $-11-10-9-...+8=-30$.

Câu 29 . Chọn D

Ta có: $y=\left|-4\cos^2 x+2\sin x+m+4\right|=\left|4\left(1-\cos^2 x\right)+2\sin x+m\right|=\left|4\sin^2 x+2\sin x+m\right|$.

Đặt $t=\sin x$, do $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên suy ra $t\in[0;1]$.

Ta tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|4t^2+2t+m\right|$ trên đoạn $[0;1]$.

Xét hàm số $f(t)=4t^2+2t+m$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, ta có:

$f'(t)=8t+2$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{4}\notin[0;1]$.

$f(0)=m$; $f(1)=m+6$.

Trường hợp 1: Nếu $m\ge 0\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=m$. Kết hợp với giả thiết ta có $0\le m\le 4$. (1)

Trường hợp 2: Nếu $m+6\le 0\Leftrightarrow m\le -6\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=-m-6$. Kết hợp với giả thiết ta có

$\begin{cases}-m-6\le 4\\ m\le -6\end{cases}\Leftrightarrow -10\le m\le -6$. (2)

Trường hợp 3: Nếu $m(m+6)<0\Leftrightarrow -6<m<0\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=0\le 4$. Trường hợp này thỏa mãn. (3)

Từ $(1),(2)$ và (3) ta được $m\in[-10;4]$. Vì m là số nguyên nên $m\in\{-10,-9,-8,...,2,3,4\}$.

Vậy có 15 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 30. Chọn A

Ta có giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ không lớn hơn 3, tức là $\max\limits_{[1;2]} f(x)\le 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2mx+3\le 3,\forall x\in[1;2]\\ x^2-2mx+3\ge -3,\forall x\in[1;2]\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2m\ge x,\forall x\in[1;2]\\ 2m\le \dfrac{x^2+6}{x},\forall x\in[1;2]\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2m\ge \max\limits_{[1;2]}(x) & (1)\\ 2m\le \min\limits_{[1;2]}\left(\dfrac{x^2+6}{x}\right) & (2)\end{cases}.$$

$(1)\Leftrightarrow 2m\ge 2\Leftrightarrow m\ge 1$.

Xét hàm $g(x)=\dfrac{x^2+6}{x}=x+\dfrac{6}{x}$ với $x\in[1;2]$ có $g'(x)=1-\dfrac{6}{x^2}$.

Suy ra: $g'(x)<0,\forall x\in[1;2]$ $\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} g(x)=g(2)=5$. Do đó $(2)\Leftrightarrow m\le \dfrac{5}{2}$.

Vậy $1 \le m \le \frac{5}{2}$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2\}$.

Câu 31. Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$. Có $f(-2) = m - 2;\ f(-1) = m + 5;\ f(3) = m - 27$.

Suy ra $\max\limits_{[-2;3]} f(x) = m + 5$; $\min\limits_{[-2;3]} f(x) = m - 27$.

Do đó $M = \max\limits_{[-2;3]} y = \max\{|m+5|;|m-27|\}$.

$$M < 50 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+5| \ge |m-27| \\ |m+5| < 50 \end{cases} \\ \begin{cases} |m+5| < |m-27| \\ |m-27| < 50 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2m - 22 \ge 0 \\ -50 < m + 5 < 50 \end{cases} \\ \begin{cases} 2m - 22 < 0 \\ -50 < m - 27 < 50 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \in [11;45) \\ m \in (-23;11) \end{array}\right. \Leftrightarrow m \in (-23;45).$$

Do đó $S = \{-22;-21;-20;...;-1;0;1;2;...;44\}$.

Vậy tổng các phần tử của M là 737.

Câu 32: Chọn A

Xét $u = x^4 - 2x^3 + x^2 + a$ liên tục trên đoạn $[-1;\ 2]$ có $u' = 4x^3 - 6x^2 + 2x$.

Giải phương trình $u' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;2] \\ x = 1 \in [-1;2] \\ x = \frac{1}{2} \in [-1;2] \end{array}\right.$

Suy ra $\begin{cases} M = \max\limits_{[-1;\ 2]} u = \max\left\{u(-1),\ u(0),\ u\left(\frac{1}{2}\right),\ u(1), u(2)\right\} = u(-1) = u(2) = a + 4 \\ m = \min\limits_{[-1;\ 2]} u = \min\left\{u(-1),\ u(0),\ u\left(\frac{1}{2}\right),\ u(1), u(2)\right\} = u(0) = u(1) = a \end{cases}$.

Vậy $\max\limits_{[-1;\ 2]} y = \max\{|a+4|,\ |a|\} \le 100 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |a+4| \le |a| \le 100 \\ |a| \le |a+4| \le 100 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -100 \le a \le -2 \\ -2 \le a \le 96 \end{array}\right.$.

Vậy $a \in \{-100, -99, ..., 96\}$ có 197 số nguyên thỏa mãn.

Câu 33. Chọn B

Xét hàm số $f(x) = \sin x + \cos x + m$, có tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $-\sqrt{2} + m \le \sin x + \cos x + m \le \sqrt{2} + m$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $-\sqrt{2} + m \le f(x) \le \sqrt{2} + m$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $\max\limits_{D} y = |m + \sqrt{2}|$ hoặc $\max\limits_{D} y = |m - \sqrt{2}|$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left|m+\sqrt{2}\right|<2\\ \left|m-\sqrt{2}\right|\le\left|m+\sqrt{2}\right|\end{cases}\\ \begin{cases}\left|m-\sqrt{2}\right|<2\\ \left|m+\sqrt{2}\right|\le\left|m-\sqrt{2}\right|\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-2-\sqrt{2}<m<2-\sqrt{2}\\ m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}-2+\sqrt{2}<m<2+\sqrt{2}\\ m\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0\le m<2-\sqrt{2}\\ -2+\sqrt{2}<m\le 0\end{array}\right. \Leftrightarrow -2+\sqrt{2}<m<2-\sqrt{2}$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=0$. Vậy chỉ có một giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 34. Chọn B

Xét $f(x)=x^2+2x+m$ liên tục trên $[-2;1]$. Ta có: $f'(x)=2x+2$;

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\in(-2;1)$; $f(-2)=m$; $f(1)=m+3$; $f(-1)=m-1$;

Trường hợp 1: $(m-1)(m+3)\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$, lúc đó $M=\min\limits_{[-2;1]}y=0$.

Trường hợp 2: $(m-1)(m+3)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<-3\\ m>1\end{array}\right.$ (*).

Do đó: $M=\min\limits_{[-2;1]}y=\min\left\{|m-1|;|m+3|\right\}$.

Khi $|m-1|\le|m+3|\Leftrightarrow (m-1)^2\le(m+3)^2\Leftrightarrow m\ge -1$, kết hợp với điều kiện (*) ta được $m>1$, lúc đó: $M=\min\limits_{[-2;1]}y=|m-1|$.

Khi $|m-1|>|m+3|\Leftrightarrow m<-1$, kết hợp với điều kiện (*) ta được $m<-3$, lúc đó:

$M=\min\limits_{[-2;1]}y=|m+3|$.

Xét các giá trị $m\in[-3;3]$

$M=\begin{cases}0 & \text{khi } -3\le m\le 1\\ |m-1| & \text{khi } 1<m\le 3\end{cases}=\begin{cases}0 & \text{khi } -3\le m\le 1\\ m-1 & \text{khi } 1<m\le 3\end{cases}$.

Dễ dàng nhận thấy M đạt giá trị lớn nhất bằng 2 khi $m=3$.

Câu 35. Chọn B

Xét $f(x)=x^3+3x^2+m-1$ trên $[-1;1]$.

Ta có: $f'(x)=3x^2+6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;1]\\ x=-2\notin[-1;1]\end{array}\right.$.

$f(-1)=m+1$; $f(0)=m-1$; $f(1)=m+3$;

Trường hợp 1: $(m-1)(m+3)\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$, $M=\min\limits_{[-1;1]}y=0$.

Trường hợp 2: $(m-1)(m+3)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-3\end{array}\right.$ (*).

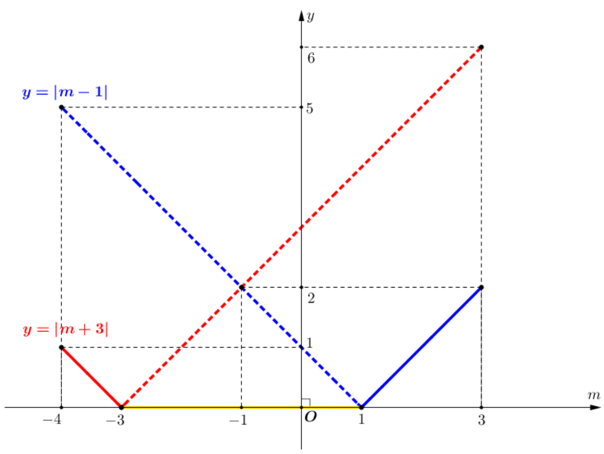
Do đó: $M=\min\limits_{[-1;1]}y=\min\left\{|m-1|;|m+3|\right\}$.

Khi $|m-1| \le |m+3| \Leftrightarrow (m-1)^2 \le (m+3)^2 \Leftrightarrow m \ge -1$, kết hợp với điều kiện (*) ta được $m > 1$, lúc đó: $M = \min\limits_{[-1;1]} y = |m-1|$.

Khi $|m-1| > |m+3| \Leftrightarrow m < -1$, kết hợp với điều kiện (*) ta được $m < -3$, lúc đó: $M = \min\limits_{[-1;1]} y = |m+3|$.

Xét các giá trị $m \in [-4;3]$:

$$M = \begin{cases} |m+3| \ khi \ -4 \le m < -3 \\ 0 \quad khi \ -3 \le m \le 1 \\ |m-1| \ khi \ 1 < m \le 3 \end{cases}$$



Dựa vào đồ thị, M đạt giá trị lớn nhất bằng 2 khi $m = 3$.

Câu 36. Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Xét $u(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + m$ liên tục trên $[0;2]$.

Ta có $u'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$, $u'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Ta có: $\begin{cases} u(0) = m \\ u(1) = m+1 \\ u(2) = m \end{cases}$.

Suy ra: $\begin{cases} \min\limits_{[0;2]} u(x) = m \\ \max\limits_{[0;2]} u(x) = m+1 \end{cases}$.

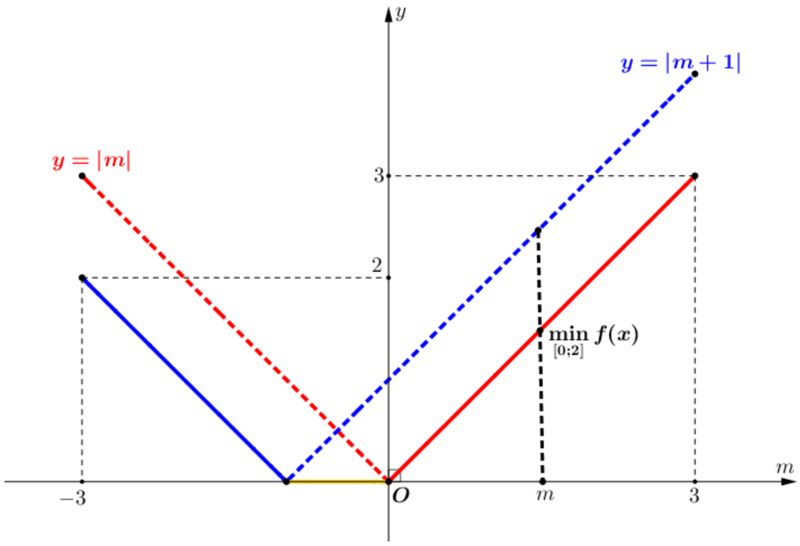
$\min\limits_{[0;2]} f(x) = \min\{0;|m|;|m+1|\}$ hoặc $\min\limits_{[0;2]} f(x) = 0$, với $m \in [-3;3]$ (*).

Trường hợp 1: $m(m+1) \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$ suy ra $\min\limits_{[0;2]} f(x) = 0$

Trường hợp 2: $m > 0$ kết hợp với (*) ta có: $0 < m \le 3$ suy ra $\min\limits_{[0;2]} f(x) = |m|$.

Trường hợp 3: $m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ kết hợp với (*) ta có $-3 \le m < -1$ suy ra $\min\limits_{[0;2]} f(x) = |m+1|$.

Khi đó: $\min\limits_{[0;2]} f(x) = \begin{cases} |m| \quad , m \in (0;3] \\ |m+1| \quad , m \in [-3;-1) \\ 0 \quad , m \in [-1;0] \end{cases}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy $\min\limits_{[0;2]} f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3 khi $m = 3$.

Câu 37. Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 2m - 3$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.

$f'(x) = 2x - 4$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [1;3]$; $f(1) = 2m - 6$, $f(2) = 2m - 7$, $f(3) = 2m - 6$.

Khi đó $\max\limits_{[1;3]} |f(x)| = \max\{|2m-6|;|2m-7|\} = M$.

Ta có: $\begin{cases} M \ge |2m-6| \\ M \ge |2m-7| = |7-2m| \end{cases} \Rightarrow 2M \ge |2m-6| + |7-2m| \ge |2m-6+7-2m| = 1 \Rightarrow M \ge \dfrac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |2m-6| = |2m-7| = \dfrac{1}{2} \\ (2m-6)(7-2m) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{13}{4}$.

Do đó $M = \dfrac{1}{2} = a$ khi $m = \dfrac{13}{4} = b \Rightarrow P = 2b - a = 6$.

Câu 38. Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 + x^2 + (m^2+1)x + 27$ liên tục trên đoạn $[-3;-1]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x + m^2 + 1 > 0$ với $\forall x \in [-3;-1]$.

Ta có $f(-3) = 6 - 3m^2$; $f(-1) = 26 - m^2$.

Khi đó $\max\limits_{[-3;-1]} |f(x)| = \max\{|6-3m^2|;|26-m^2|\} = M$.

Lại có $\begin{cases} M \ge |6-3m^2| \\ M \ge |26-m^2| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \ge |6-3m^2| \\ 3M \ge |3m^2-78| \end{cases} \Rightarrow 4M \ge 72 \Leftrightarrow M \ge 18$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} |6-3m^2| = |26-m^2| = 18 \\ (6-3m^2)(3m^2-78) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2\sqrt{2} \\ m = -2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy với $\left[\begin{array}{l} m = 2\sqrt{2} \\ m = -2\sqrt{2} \end{array}\right.$ thì giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất.

Khi đó tích các giá trị là $2\sqrt{2}.\left(-2\sqrt{2}\right)=-8$.

Câu 39. Chọn D

Xét hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m$ liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$.

Ta có $f'\left(x\right)=x^3-19x+30$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\notin\left[0;2\right]\\x=3\notin\left[0;2\right]\\x=2\in\left[0;2\right]\end{array}\right.$.

Ta có : $f\left(0\right)=m;f\left(2\right)=m+26$.

Khi đó $\max\limits_{\left[0;2\right]}f\left(x\right)=\max\left\{m;m+26\right\}=m+26$; $\min\limits_{\left[0;2\right]}f\left(x\right)=\min\left\{m;m+26\right\}=m$.

Suy ra $\max\limits_{\left[0;2\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|m\right|;\left|m+26\right|\right\}=M$.

Ta có $\begin{cases}M\ge\left|m\right|=\left|-m\right|\\M\ge\left|m+26\right|\end{cases}\Rightarrow 2M\ge\left|-m\right|+\left|m+26\right|\Leftrightarrow M\ge\frac{\left|-m\right|+\left|m+26\right|}{2}\ge\frac{\left|-m+m+26\right|}{2}=13$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}\left|m\right|=\left|m+26\right|=13\\-m\left(m+26\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow m=-13$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 13 khi $m=-13$. Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 40. Chọn A

Xét $u=x^2-2x+m$ liên tục trên trên đoạn $\left[0;2\right]$.

Ta có: $u'=2x-2$; $u'=0\Leftrightarrow 2x-2=0\Leftrightarrow x=1\in\left[0;2\right]$.

$u\left(0\right)=m,u\left(1\right)=m-1,u\left(2\right)=m$

Khi đó: $\max\limits_{\left[0;2\right]}u=\max\left\{u\left(0\right),u\left(1\right),u\left(2\right)\right\}=max\left\{m,m-1,m\right\}=m$.

$\min\limits_{\left[0;2\right]}u=\min\left\{u\left(0\right),u\left(1\right),u\left(2\right)\right\}=\min\left\{m,m-1,m\right\}=m-1$.

Suy ra $\max\limits_{\left[0;2\right]}y=\max\left\{\left|m-1\right|,\left|m\right|\right\}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left|m\right|=3\\\left|m\right|\ge\left|m-1\right|\end{cases}\\\begin{cases}\left|m-1\right|=3\\\left|m-1\right|\ge\left|m\right|\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-3\end{array}\right.\\\left|m\right|\ge\left|m-1\right|\end{cases}\\\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-2\end{array}\right.\\\left|m-1\right|\ge\left|m\right|\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=3,m=-2$.

Vậy số phần tử của S là 2.

Câu 41. Chọn B

Đặt $f\left(x\right)=x^3-mx^2-9x+9m$. Dễ thấy $\min\limits_{\left[-2;2\right]}\left|f\left(x\right)\right|\ge 0$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi phương trình $f\left(x\right)=0$ có nghiệm $x\in\left[-2;2\right]$.

Ta có: $f(x)=x^2(x-m)-9(x-m)=(x^2-9)(x-m)$; $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3 \\ x=m \end{array}\right.$.

Do đó điều kiện cần và đủ để $f(x)=0$ có nghiệm $x\in[-2;2]$ là $m\in[-2;2]$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Chọn D

Ta có $y=f(x)=\left|-x^4+8x^2+m\right|=\left|x^4-8x^2-m\right|=\left|\left(x^2-4\right)^2-16-m\right|$.

Đặt $t=\left(x^2-4\right)^2$, vì $x\in[-1;\,3]$, suy ra $t\in[0;\,25]$.

Khi đó $y=g(t)=|t-16-m|$.

Ta có $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=\min\limits_{[-0;25]} g(t)=\min\{|m-9|,|m+16|\}$.

Nếu $m-9\ge 0\Leftrightarrow m\ge 9$, khi đó $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=m-9\ge 0$, khi đó $\min\left(\min\limits_{[-1;3]} f(x)\right)=0$, khi $m=9$.

Nếu $m+16\ge 0\Leftrightarrow m\ge -16$, khi đó $\min\limits_{x\in[-1;3]} f(x)=-m-16\ge 0$, khi đó $\min\left(\min\limits_{[-1;3]} f(x)\right)=0$, khi $m=-16$.

Nếu $(m-9)(m+16)<0\Leftrightarrow -16<m<9$, khi đó $\min\limits_{x\in[-1;3]} f(x)=0$, khi đó $\min\left(\min\limits_{[-1;3]} f(x)\right)=0$.

Vậy $\min\left(\min\limits_{[-1;3]} f(x)\right)=0$, khi $-16\le m\le 9$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$, nên có 26 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Chọn D

Xét hàm số $u=x^4-2x^3+x^2+a$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ có $u'=4x^3-6x^2+2x$.

$$u'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=1\in[-1;2] \\ x=\dfrac{1}{2}\in[-1;2] \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M=\max\limits_{[-1;2]} u=\max\left\{u(-1),u(2),u(0),u\left(\dfrac{1}{2}\right),u(1)\right\}=u(-1)=u(2)=a+4. \\ m=\min\limits_{[-1;2]} u=\min\left\{u(-1),u(2),u(0),u\left(\dfrac{1}{2}\right),u(1)\right\}=u(0)=u(1)=a \end{cases}$$

Trường hợp 1: Nếu $m\ge 0\Leftrightarrow a\ge 0\Rightarrow \min\limits_{[-1;2]} y=m;\ \max\limits_{[-1;2]} y=M.$

Ta có điều kiện $\begin{cases} a\ge 0 \\ a+a+4=10 \end{cases}\Leftrightarrow a=3$(thoả mãn).

Trường hợp 2: Nếu $M\le 0\Leftrightarrow a\le -4$. Khi đó: $\min\limits_{[-1;2]} y=-M;\ \max\limits_{[-1;2]} y=-m$.

Ta có điều kiện $\begin{cases} a \le -4 \\ -(a+4) - a = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a = -7$ (thoả mãn).

Trường hợp 3: $m < 0 < M \Leftrightarrow -4 < a < 0$.

Khi đó: $\min\limits_{[-1;2]} y = 0; \max\limits_{[-1;2]} y = \max\{|a+4|, |a|\} = \max\{a+4; -a\} < 10$.

Suy ra $\min\limits_{[-1;2]} y + \max\limits_{[-1;2]} y < 0 + 10 = 10$ (loại).

Vậy có 2 giá trị của tham số a thỏa mãn đề bài là $\left[\begin{array}{l} a = 3 \\ a = -7 \end{array}\right.$.

Câu 44. Chọn B

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x^2 + ax - 4}{x}$ liên tục trên đoạn $[1;4]$.

Ta có $g'(x) = \dfrac{x^2+4}{x^2} > 0 \quad \forall x \in [1;4] \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[1;4]$

$\Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;4]} g(x) = g(1) = a - 3 \\ \max\limits_{[1;4]} g(x) = g(4) = a + 3 \end{cases}$.

Trường hợp 1: $a - 3 > 0 \Leftrightarrow a > 3$.

Ta có $\begin{cases} |a-3| = a - 3 \\ |a+3| = a + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \min\limits_{[1;4]} |g(x)| = a - 3 \\ M = \max\limits_{[1;4]} |g(x)| = a + 3 \end{cases}$.

Khi đó $M + 2m = 7 \Leftrightarrow a + 3 + 2(a-3) = 7 \Leftrightarrow a = \dfrac{10}{3}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $a + 3 < 0 \Leftrightarrow a < -3$.

Ta có $\begin{cases} |a-3| = -a + 3 \\ |a+3| = -a - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \min\limits_{[1;4]} |g(x)| = -a - 3 \\ M = \max\limits_{[1;4]} |g(x)| = -a + 3 \end{cases}$.

Khi đó $M + 2m = 7 \Leftrightarrow -a + 3 + 2(-a-3) = 7 \Leftrightarrow a = -\dfrac{10}{3}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 3: $a - 3 \le 0 \le a + 3 \Leftrightarrow -3 \le a \le 3$.

Ta có $\begin{cases} |a+3| = a + 3 \\ |a-3| = -a + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \min\limits_{[1;4]} |g(x)| = 0 \\ M = \max\limits_{[1;4]} |g(x)| = \max\{a+3; -a+3\} \end{cases}$

Khi đó $M + 2m = 7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a + 3 + 2.0 = 7 \\ a + 3 \ge -a + 3 \end{cases} \\ \begin{cases} -a + 3 + 2.0 = 7 \\ -a + 3 > a + 3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 4 \\ a \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a = -4 \\ a < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow a = \pm 4$ (không thỏa mãn).

Vậy có 2 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a = \pm\dfrac{10}{3}$.

Câu 45. Chọn C

Ta xét $f(x)=x^4-2x^3+m$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, $f'(x)=4x^3-6x^2$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;1] \\ x=\dfrac{3}{2}\notin[0;1] \end{array}\right.$$

$f(0)=m; f(1)=m-1$.

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu $m\le 0$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=1-m;\ \min\limits_{[0;1]}|f(x)|=-m$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10 \Leftrightarrow (1-m)+2(-m)=10 \Leftrightarrow m=-3$ (thỏa điều kiện).

Nếu $m\ge 1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=m;\ \min\limits_{[0;1]}|f(x)|=m-1$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10 \Leftrightarrow m+2(m-1)=10 \Leftrightarrow m=4$ (thỏa điều kiện).

Nếu $\dfrac{1}{2}\le m<1$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=m;\ \min\limits_{[0;1]}|f(x)|=0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10 \Leftrightarrow m=10$ (không thỏa điều kiện).

Nếu $0<m<\dfrac{1}{2}$ thì $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=1-m;\ \min\limits_{[0;1]}|f(x)|=0$.

Khi đó: $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10 \Leftrightarrow 1-m=10 \Leftrightarrow m=-9$ (không thỏa điều kiện).

Do đó có hai giá trị $m=-3$ và $m=4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy tổng tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=10$ là 1.

Câu 46: Chọn C

Hàm số $f(x)=|x^3-3x^2+m|$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+m$

Ta có $y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin[1;3] \\ x=2\in[1;3] \end{array}\right.$

Khi đó

$$\begin{cases} \min\limits_{[1;3]} y=\min\{y(1);y(3);y(2)\}=\min\{m-2;m;m-4\}=m-4 \\ \max\limits_{[1;3]} y=\max\{y(1);y(3);y(2)\}=\max\{m-2;m;m-4\}=m \end{cases}$$

Nếu $m-4\ge 0 \Leftrightarrow m\ge 4 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;3]} f(x)=m-4 \\ \max\limits_{[1;3]} f(x)=m \end{cases}$.

Ta có $3\max\limits_{[1;3]} f(x)-2\min\limits_{[1;3]} f(x)=17 \Leftrightarrow 3m-2(m-4)=17 \Leftrightarrow m=9$ (thoả mãn).

Nếu $m\le 0 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;3]} f(x)=-m \\ \max\limits_{[1;3]} f(x)=4-m \end{cases}$.

Ta có $3\max\limits_{[1;3]} f(x) - 2\min\limits_{[1;3]} f(x) = 17 \Leftrightarrow 3(4-m) + 2m = 17 \Leftrightarrow m = -5$ (thoả mãn).

Nếu $0 < m < 2 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;3]} f(x) = 0 \\ \max\limits_{[1;3]} f(x) = 4-m \end{cases}$.

Ta có $3\max\limits_{[1;3]} f(x) - 2\min\limits_{[1;3]} f(x) = 17 \Leftrightarrow 3(4-m) = 17 \Leftrightarrow m = \dfrac{-5}{3}$ (không thoả mãn).

Nếu $2 \le m < 4 \Rightarrow \begin{cases} \min\limits_{[1;3]} f(x) = 0 \\ \max\limits_{[1;3]} f(x) = m \end{cases}$.

Ta có $3\max\limits_{[1;3]} f(x) - 2\min\limits_{[1;3]} f(x) = 17 \Leftrightarrow 3m = 17 \Leftrightarrow m = \dfrac{17}{3}$ (không thoả mãn).

Vậy $m \in \{9; -5\}$.

Câu 47. Chọn B

Xét hàm số: $f(x) = x^3 - 3x + m$ trên $[0;2]$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có: $\begin{cases} f(0) = m \\ f(1) = -2+m \\ f(2) = 2+m \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} \min\limits_{[0;2]} f(x) = -2+m \\ \max\limits_{[0;2]} f(x) = 2+m \end{cases}$.

Trường hợp 1: $(-2+m)(2+m) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Khi đó: $\min\limits_{[0;2]} |f(x)| + \max\limits_{[0;2]} |f(x)| = 6 \Leftrightarrow |-2+m| + |2+m| = 6$.

Nếu $m < -2$ ta có: $2 - m - 2 - m = 6 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa).

Nếu $m > 2$ ta có: $-2 + m + 2 + m = 6 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa).

Trường hợp 2: $(-2+m)(2+m) \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 2$ (*)

Khi đó: $\min\limits_{[0;2]} |f(x)| = 0$ và

$\min\limits_{[0;2]} |f(x)| + \max\limits_{[0;2]} |f(x)| = 6 \Leftrightarrow \max\limits_{[0;2]} |f(x)| = 6$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+2| \ge |-2+m| \\ |m+2| = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} |m+2| \le |-2+m| \\ |-2+m| = 6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+2| \ge |-2+m| \\ m = 4 \vee m = -8 \end{cases} \\ \begin{cases} |m+2| \le |-2+m| \\ m = -4 \vee m = 8 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -4 \end{array}\right. \text{(không thỏa (*))}$$

Vậy tích các giá trị của tham số m thỏa yêu cầu bài toán là: $-3.3 = -9$.

Câu 48. Chọn B

Ta thấy hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+m}{x+2}$ liên tục trên đoạn $\left[0;1\right]$, $f\left(0\right)=\dfrac{m}{2};f\left(1\right)=\dfrac{m+1}{3}$ và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-m$.

Trường hợp 1: Nếu $0\le -m\le 1\Leftrightarrow -1\le m\le 0$ thì $\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|\dfrac{m}{2}\right|;\left|\dfrac{m+1}{3}\right|\right\}$; $\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=0$.

Do đó $2\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|+3\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6\Rightarrow \left[\begin{array}{l}2\left|\dfrac{m}{2}\right|=6\\ 2\left|\dfrac{m+1}{3}\right|=6\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\pm 6\\ m=8\\ m=-10\end{array}\right.$ (không thỏa mãn).

Trường hợp 2: Nếu $-m<0\Leftrightarrow m>0$ thì $\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{\dfrac{m}{2};\dfrac{m+1}{3}\right\}$; $\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\min\left\{\dfrac{m}{2};\dfrac{m+1}{3}\right\}$.

Ta có $\dfrac{m}{2}-\dfrac{m+1}{3}=\dfrac{m-2}{6}$ suy ra $\begin{cases}\dfrac{m}{2}\ge \dfrac{m+1}{3} \text{ khi } m\ge 2\\ \dfrac{m}{2}<\dfrac{m+1}{3} \text{ khi } 0<m<2\end{cases}$.

Với $m\ge 2$, ta có

$$2\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|+3\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6\Leftrightarrow m+m+1=6\Leftrightarrow m=\frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Với $0<m<2$, ta có

$$2\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|+3\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6\Leftrightarrow 2.\frac{m+1}{3}+3.\frac{m}{2}=6\Leftrightarrow m=\frac{32}{13} \text{ (không thỏa mãn).}$$

Trường hợp 3: Nếu $-m>1\Leftrightarrow m<-1$ thì

$$\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{-\frac{m}{2};-\frac{m+1}{3}\right\};\ \min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=\min\left\{-\frac{m}{2};-\frac{m+1}{3}\right\}.$$

Ta có $-\dfrac{m}{2}+\dfrac{m+1}{3}=\dfrac{-m+2}{6}>0,\forall m<-1$ suy ra $-\dfrac{m}{2}>-\dfrac{m+1}{3}$ khi $m<-1$. Do đó:

$$2\max\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|+3\min\limits_{\left[0;1\right]}\left|f\left(x\right)\right|=6\Leftrightarrow 2.\frac{-m}{2}+3.\frac{-m-1}{3}=6\Leftrightarrow m=-\frac{7}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 49. Chọn C

Xét hàm số $y=g\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-4;4\right]$.

Ta có $\begin{cases}x\in\left[-4;4\right]\Rightarrow -x\in\left[-4;4\right]\\ g\left(-x\right)=g\left(x\right)\end{cases}\Rightarrow y=g\left(x\right)$ là hàm số chẵn trên $\left[-4;4\right]$.

Do đó: $\max\limits_{\left[-1;1\right]}g\left(x\right)=\max\limits_{\left[0;1\right]}g\left(x\right)=\dfrac{11}{2}$.

Xét $x\in\left[0;1\right]$ khi đó: $g\left(x\right)=f\left(x^3+3x\right)+f\left(m\right)$

Đặt $u=x^3+3x$, $u'=3x^2+3>0,\forall x\in\left[0;1\right]$. Suy ra $u\left(0\right)\le u\le u\left(1\right)\Leftrightarrow 0\le u\le 4$.

Hàm số trở thành $h(u)=f(u)+f(m)$ với $u\in[0;4]$.

$\max\limits_{[0;1]}g(x)=\max\limits_{[0;4]}h(u)=f(0)+f(m)=3+f(m)$

Mà $\max\limits_{[0;1]}g(x)=\frac{11}{2}\Rightarrow 3+f(m)=\frac{11}{2}\Leftrightarrow f(m)=\frac{5}{2}$.

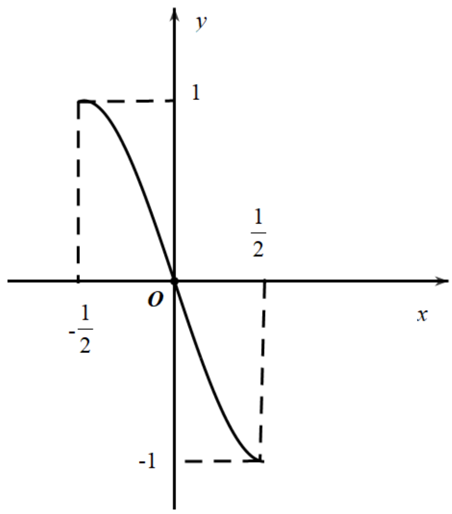
x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1; $y=\frac{5}{2}$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra có 4 giá trị của m.

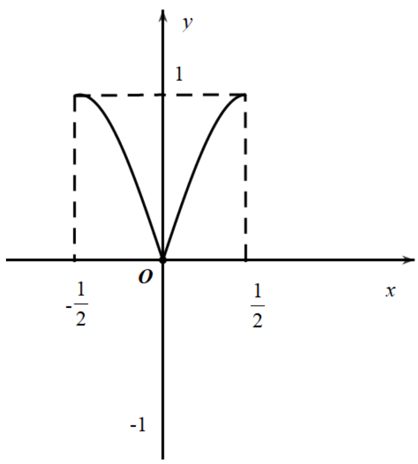
Câu 50. Chọn A

Với $m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ điều kiện xác định của $g(x)$ là: $1-2|x|\ge 0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$.

Trên tập $D=\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ hàm số $f(x)$ có đồ thị



Do đó đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có dạng :



Ta có $0 \le \left|f(x)\right| \le 1, \forall x \in \left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ và $0 \le 1-2|x| \le 1 \Rightarrow -1 \le -\sqrt{1-2|x|} \le 0$

$\Rightarrow -1 \le \left|f(x)\right| - \sqrt{1-2|x|} \le 1$.

Do đó $\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]} g(x) = -1 + f\left(\dfrac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$ vị trí $x = 0$.

Theo yêu cầu bài toán $\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]} g(x) = 0 \Leftrightarrow f\left(\dfrac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right) = 1$.

Đặt $t = \dfrac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}$, $m \in \left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

Ta có $t' = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+2m}} + \dfrac{1}{\sqrt{1-2m}}\right) > 0, \forall m \in \left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) \Rightarrow t$ đồng biến trên $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} \le t \le \frac{1}{2}$.

Khi đó $f(t) = 1 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.