

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{5 \sin x}{\cos x - 3}$ là

- A. $D = (3; +\infty)$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ C. $D = (-\infty; 3)$ D. $D = \mathbb{R}$

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn ?

- A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = \sin 2x$ C. $f(x) = |\sin x|$ D. $f(x) = x \sin x^2$

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8 \sin 2x - 5$

- A. $\max y = 11$; $\min y = -21$ B. $\max y = 8$; $\min y = -8$
C. $\max y = -4$; $\min y = -6$ D. $\max y = 3$; $\min y = -13$

Câu 4: Giải phương trình $\cot x = 3$.

- A. $x \in \emptyset$ B. $x = 3 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \operatorname{arccot} 3 + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0.1; 0.01; 0.001; 0.0001 \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- A. $u_n = 0.00\dots 01$ $n \geq 0$ B. $u_n = 0.00\dots 01$ $n-1 \geq 0$ C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$ C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$

Câu 7: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. $4; 8; 16; 32$ B. $4; 6; 8; 10$ C. $-1; 1; -1; 1$ D. $3; 5; 7; 10$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 64 B. 81 C. 12 D. $\frac{3}{4}$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- A. 17 B. 16 C. 18 D. 19

Câu 10: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A. 215 B. 315 C. 415 D. 515

Câu 11: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Tuổi thọ (năm)	$[2; 2,5)$	$[2,5; 3)$	$[3; 3,5)$	$[3,5; 4)$	$[4; 4,5)$	$[4,5; 5)$
Tần số	4	9	14	11	7	5

Cỡ mẫu của bảng số liệu trên bằng:

- A. 50 B. 14 C. 11 D. 55

Câu 12: Khảo sát thời gian chạy của vận động viên trong hội khỏe phù đồng thu được bảng sau

Thời gian	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
-----------	----------	----------	----------	----------	-----------

Tần số	3	8	12	12	4
--------	---	---	----	----	---

Nhóm [2;4) có tần số bằng:

- A. 3
- B. 8
- C. 12
- D. 4

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó:

- (I) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$
- (II) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
- (III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$
- (IV) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó:

- (I) Số hạng $u_1 = \frac{1}{2}$
- (II) Số hạng $u_3 = \frac{3}{4}$
- (III) $\frac{10}{11}$ là số hạng thứ 11 của dãy số
- (IV) $u_{2023} + u_{2024} > 2$

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

- (I) Số hạng $u_1 = 5$
- (II) Tổng $u_1 + u_3 = 14$
- (III) Công sai của cấp số cộng bằng 3
- (IV) Số hạng $u_{11} = 25$

Câu 4: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

- (I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.
- (II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$.
- (III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.
- (IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Câu 2: Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Câu 3: Cho biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $3x + 2y$.

Câu 4: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

Câu 5: Điều tra về số lượng học sinh khối 11 trong một lớp học, người ta thu được dữ liệu của 100 lớp học và có bảng phân phối tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)
Tần số	9	15	25	30	21

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

-----**Hết**-----
*-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{5 \sin x}{\cos x - 3}$ là

A. $D = (3; +\infty)$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

C. $D = (-\infty; 3)$

*D. $D = \mathbb{R}$

Hướng dẫn giải

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $\cos x - 3 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn ?

A. $f(x) = \sin x$

B. $f(x) = \sin 2x$

*C. $f(x) = |\sin x|$

D. $f(x) = x \sin x^2$

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $f(x) = \sin x$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x \neq f(x)$. Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.

Xét hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$f(-x) = \sin(-2x) = -\sin 2x \neq f(x)$. Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.

Xét hàm số $f(x) = |\sin x|$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$f(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = |\sin x| = f(x), \forall x \in D$. Hàm số đã cho là hàm chẵn.

Xét hàm số $f(x) = x \sin x^2$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Với mọi $x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$f(-x) = (-x) \sin(-x)^2 = -x \sin x^2 \neq f(x)$. Hàm số đã cho không phải hàm chẵn.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8 \sin 2x - 5$

A. $\max y = 1$; $\min y = -21$

B. $\max y = 8$; $\min y = -8$

C. $\max y = -4$; $\min y = -6$

*D. $\max y = 3$; $\min y = -13$

Hướng dẫn giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow -8 \leq 8 \sin 2x \leq 8 \Leftrightarrow -13 \leq 8 \sin 2x - 5 \leq 3$

Vậy $\max y = 3$; $\min y = -13$

Câu 4: Giải phương trình $\cot x = 3$.

A. $x \in \emptyset$

B. $x = 3 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

*C. $x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \operatorname{arccot} 3 + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\cot x = 3 \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} 3 + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0.1; 0.01; 0.001; 0.0001 \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- *A.** $u_n = \frac{0.00\dots 01}{n \neq 0}$ **B.** $u_n = \frac{0.00\dots 01}{n-1 \neq 0}$ **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$

Hướng dẫn giải

Ta có

$$u_1 = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$u_2 = 0.01 = \frac{1}{10^2}$$

$$u_3 = 0.001 = \frac{1}{10^3}$$

...

$$u_n = \frac{1}{10^n} = \frac{0.00\dots 01}{n \neq 0}$$

Dự đoán

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ ***B.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$ **C.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$ **D.** $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$

Câu 7: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.** $4; 8; 16; 32$ ***B.** $4; 6; 8; 10$ **C.** $-1; 1; -1; 1$ **D.** $3; 5; 7; 10$

Hướng dẫn giải

Ta có

$$6 = 4 + 2$$

$$8 = 6 + 2$$

$$10 = 8 + 2$$

Nên dãy số $4; 6; 8; 10$ là một cấp số cộng.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** 64 **B.** 81 ***C.** 12 **D.** $\frac{3}{4}$

Hướng dẫn giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- *A.** 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 19.

Hướng dẫn giải

Ta có: $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7$

Số hạng tổng quát: $u_n = -7n + 130$

Ta có: $u_n = 11 \Leftrightarrow n = 17$

Câu 10: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A.** 215 ***B.** 315 **C.** 415 **D.** 515

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}$

$$S = \frac{u_1(1 - q^6)}{1 - q} = \frac{160 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right)}{\frac{1}{2}} = 315$$

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là:

Câu 11: Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Tuổi thọ (năm)	[2;2,5)	[2,5;3)	[3;3,5)	[3,5;4)	[4;4,5)	[4,5;5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Cỡ mẫu của bảng số liệu trên bằng:

- A. 50.
- B. 14.
- C. 11.
- D. 55.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cỡ mẫu

$n=4+9+14+11+7+5=50$

Câu 12: Khảo sát thời gian chạy của vận động viên trong hội khỏe phù đồng thu được bảng sau

Thời gian	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	3	8	12	12	4

Nhóm [2;4) có tần số bằng:

- A. 3 B. 8 C. 12 D. 4

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó:

- (I) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$
- (II) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 3 nghiệm

(III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$

(IV) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	----------	------------	-----------

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{-\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó:

(I) Số hạng $u_1 = \frac{1}{2}$

(II) Số hạng $u_3 = \frac{3}{4}$

(III) $\frac{10}{11}$ là số hạng thứ 11 của dãy số

(IV) $u_{2023} + u_{2024} > 2$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \end{array} \right.$$

Suy ra:

$$u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

Vậy số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = \frac{n}{n+1}$.

(I) Số hạng $u_1 = \frac{1}{2}$

(II) Số hạng $u_3 = \frac{3}{4}$

(III) $\frac{10}{11}$ là số hạng thứ 10 của dãy số

(IV) $u_{2023} + u_{2024} < 2$

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) , gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Khi đó:

(I) Số hạng $u_1 = 5$

(II) Tổng $u_1 + u_3 = 14$

(III) Công sai của cấp số cộng bằng 3

(IV) Số hạng $u_{11} = 25$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	-----------	-----------	-----------

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}(2u_1 + 6d) = 77 \\ \frac{12}{2}(2u_1 + 11d) = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Khi đó: } u_n = u_1 + (n - 1)d = 5 + 2(n - 1) = 3 + 2n$$

Câu 4: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 1,98$.

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,5$.

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	----------	------------	-----------

Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ với $x_{50} \in [2, 5; 4, 5), x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_2 = 4,5$. Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$ có trung vị $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2, 5; 4, 5)$.

Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33}(4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$ có trung vị

$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$ với $x_{75} \in [4, 5; 6, 5), x_{76} \in [6, 5; 8, 5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm $Q_3 = 6,5$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\cos \alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $B = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$.

Trả lời: $\frac{17}{8}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\cos \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{16}{9} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{7}{9}$.

$$B = \frac{\tan \alpha + \frac{3}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{7}{9} + 3}{\frac{7}{9} + 1} = \frac{17}{8}$$

Khi đó:

Câu 2: Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Trả lời: $-\frac{23\sqrt{6}}{120}$

Hướng dẫn giải

Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2} < 2x < 2\pi \Rightarrow \pi < 2x < 2\pi \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x > 0 \\ \tan 2x < 0 \end{cases}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \cdot \frac{1}{25} = \frac{23}{25}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0$$

$$\sin x = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{6}}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$\cot 2x = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\frac{23}{25}}{-\frac{4\sqrt{6}}{5}} = -\frac{23\sqrt{6}}{120}$$

Câu 3: Cho biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $3x + 2y$.

Trả lời: 70

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} x = \frac{5+15}{2} \\ \frac{x+y}{2} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$$

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có:

$$\text{Vậy } 3x + 2y = 70$$

Câu 4: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân gồm sáu số hạng. Tìm tổng tất cả các số hạng của cấp số nhân đó.

Trả lời: 315

Hướng dẫn giải

Gọi (u_n) là cấp số nhân lập được và q là công bội của cấp số nhân đó.

Cấp số nhân cần lập có dạng: $160; u_2; u_3; u_4; u_5; 5$.

Ta có :
$$\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ u_1 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ 160 q^5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 160 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Tổng các số hạng của cấp số nhân là:

$$S_6 = \frac{u_1 (1 - q^6)}{1 - q} = \frac{160 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right]}{\frac{1}{2}} = 315$$

Câu 5: Điều tra về số lượng học sinh khối 11 trong một lớp học, người ta thu được dữ liệu của 100 lớp học và có bảng phân phối tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)
Tần số	9	15	25	30	21

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: $\approx 42,07$

Hướng dẫn giải

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là số học sinh trong một lớp học khối 11 được điều tra được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu là
$$\frac{x_{50} + x_{51}}{2} \in [42; 44)$$

Ta có: $n_m = 30; C = 9 + 15 + 25 = 49; u_m = 42; u_{m+1} = 44$

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_e = 42 + \frac{\frac{100}{2} - 49}{30} (44 - 42) = \frac{631}{15} \approx 42,07.$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$ là

Trả lời 2018

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 \\ u_2 &= u_1 + 2 \cdot 1 + 1 \\ u_3 &= u_2 + 2 \cdot 2 + 1 \\ u_4 &= u_3 + 2 \cdot 3 + 1 \\ &\dots \\ u_n &= u_{n-1} + 2(n-1) + 1 \end{aligned}$$

Cộng vế với vế các đẳng thức trên ta được:

$$u_n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) + n = 2 \cdot \frac{(n-1+1)(n-1)}{2} + n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$-u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 2018 \end{cases}$$

Do đó:

Vậy $n = 2018$.

-----**Hết**-----
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.