**CHUYÊN ĐỀ 12: HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

 **THEO THAM SỐ m**

**HPT bậc nhất hai ẩn phụ thuộc tham số**: 

 Trong đó: am ; bm ; cm ; a’m ; b’m ; c’m là những hệ số phụ thuộc tham số **m**.

**A. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.**

**1. Giải và biện luận hệ phương trình : (I)** 

 ***Bước 1:*** *Rút ẩn mà hệ số của nó không chứa* ***m*** *ở một trong hai phương trình (****VD rút y)***

 ******

***Bước 2:*** *Thay ẩn* ***y*** *vừa rút vào phương trình còn lại để được phương trình một ẩn.*

 **

***Lập luận:*** *Nhận thấy (1’) có nghiệm y khi (2’) có nghiệm x.*

*=> Hệ có (****I)*** *nghiệm, vô số nghiệm hay vô nghiệm PHỤ THUỘC vào (2’) có 1 nghiệm x, vô số nghiệm x hay vô nghiệm.*

*\* Xét phương trình (2):*

*+ Khi H(m) = 0 ⬄ m = mo ta có:*

*- Nếu K(mo) = 0 thì (2’) có vô số nghiệm x*

*=> (1’) có vô số nghiệm y tương ứng.*

*=> Hệ có vô số nghiệm (x, y) = (x, )*

*- Nếu K(mo) ≠ 0 thì (2’) vô nghiệm => (1’) vô nghiệm.*

*=> Hệ vô nghiệm.*

*+ Khi H(m) ≠ 0 ⬄ m ≠ mo ta có (2’) luôn có nghiệm duy nhất x = *

*=> (1’) có nghiệm duy nhất y = *

*=> Hệ có nghiệm duy nhất khi m ≠ mo*

**2. Điều kiện của tham số m để hệ có nghiệm duy nhất, vô số nghiệm, vô nghiệm.**

 ***\**** *Thường trong bài toán* ***tìm m*** *để hệ có nghiệm, vô nghiệm còn liên quan đến các ý* ***b), ý c)*** *của bài toán nên ta thường làm theo các bước như bài toán* ***Giải và biện luận hệ****:*

*\* Sau đó lập luận để tìm* ***m*** *theo yêu cầu bài toán.*

*\* Từ đó cũng tìm được luôn nghiệm* ***x****,* ***y*** *theo* ***m*** *để làm các ý tiếp theo.*

**3. Điều kiện của tham số m để hệ có nghiệm thỏa mãn điều kiện đã cho.**

 ***Bước 1:*** *Tìm điều kiện của* ***m*** *để hệ có nghiệm duy nhất rồi suy ra nghiệm* ***x*** *;* ***y*** *của hệ theo* ***m***

***Bước 2:*** *Giải điều kiện bài toán:*

*\* Hệ có nghiệm nguyên:*

 *Viết Viết x, y của hệ về dạng: n +  với n, k nguyên*

 *Tìm* ***m*** *nguyên để f(m) là ước của k*

*\* Hệ có nghiệm x, y dương (âm):*

*Giải bất phương trình ẩn* ***m*** *=> Tập giá trị của* ***m***

*\* Hệ có nghiệm x, y thỏa mãn một hệ thức đã cho:*

 *Thay biểu thức nghiệm x , y vào hệ thức rồi giải phương trình ẩn* ***m***

 *=> Giá trị của* ***m***

***Bước 4:*** *Giải điều kiện trên kết hợp với giá trị* ***m*** *để hệ có nghiệm duy nhất*

*=> Kết luận giá trị* ***m*** *(tập giá trị* ***m****) thỏa mãn điều kiện.*

**4. Tìm m đề ba đường thẳng đã cho đồng quy.**

*- Xác định giao điểm của 2 trong 3 đường thẳng (giao điểm của 2 đường thẳng không chứa* ***m****)*

 *- Thay giao điểm tìm được vào đường thẳng còn lại chứa* ***m****, giải phương trình tìm ẩn* ***m.***

**5. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm thỏa mãn điều kiện đã cho:**

 ***Bước 1:*** *Xét hệ hai đường thẳng*

*=> Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm M chính là điều kiện hệ có nghiệm duy nhất.*

***Bước 2:*** *Giải hệ hai đường thẳng, tìm nghiệm x, y theo* ***m***

***Bước 3:*** *Giải điều kiện của M*

***Bước 4:*** *Kết luận tập giá trị* ***m*** *thỏa mãn bài toán.*

**6. Tìm m để hai hệ phương trình tương đương.**

***Bước 1:*** *Tìm điều kiện của* ***m*** *để mỗi hệ đã cho có nghiệm.*

***Bước 2:*** *Tìm nghiệm* ***x*** *;* ***y*** *theo* ***m*** *của mỗi hệ*

 *+ Cho nghiệm* ***x*** *của hệ này bằng nghiệm* ***x*** *của hệ kia (1)*

 *+ Cho nghiệm* ***y*** *của hệ này bằng nghiệm* ***y*** *của hệ kia (2)*

* *Giá trị* ***m*** *cần tìm cùng thỏa mãn (1) , (2) và điều kiện của* ***m***

**7. Chứng tỏ nghiệm (x ; y) của hệ luôn nằm trên đường thẳng cố định.**

*Từ hệ, bằng phương pháp thế, cộng trừ đại số tạo ra một phương trình mới f(x,y) = 0 không phụ thuộc vào m*

*=> Phương trình biểu thị mối liên hệ (x ; y) là đường thẳng cố định cần tìm.*

**B/** **BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

 a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

 g) 

**Bài 2:** Tìm **m** để hệ phương trình sau: Vô nghiệm ; Vô số nghiệm: 

**Bài 3:** Cho hệ phương trình: . Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất, vô nghiệm.

**Bài 4:** Giải và biện luận hệ phương trình sau: 

**Bài 5:** Cho hệ phương trình ( m là tham số ) :

 a) Giải hệ phương trình khi m = 1.

 b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

**Bài 6.** Cho hệ phương trình:  

a) Giải hệ phương trình với .

b) Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  trong đó  trái dấu.

c) Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  thỏa mãn .

**Bài 7:** Định m để hệ phương trình  có nghiệm duy nhất (x;y) thỏa mãn hệ thức cho trước: 2x + y +  = 3

**Hướng dẫn**

- Điều kiện để hệ phương trình có nghiệm duy nhất: m 2

- Hệ 

- Thay x =  ; y =  vào hệ thức đã cho ta được:

2. + + = 3

⬄ 18m – 64 +8m – 9 + 38 = 3m2 – 12

  3m2 – 26m + 23 = 0 m1 = 1 ; m2 = (thỏa mãn điều kiện)

Vậy m = 1 ; m = 

**Bài 8:** Cho hệ phương trình:  ( m là tham số)

 a) Giải hệ phương trình với m = 1

 b)Tìm m để hệ có nghiệm (x;y) thỏa mãn : x2 - 2y2 = 1.

**Bài 9:** Cho hệ phương trình 

 Tìm giá trị của  để hệ có nghiệm  sao cho .

**Bài 10.** Cho hệ phương trình :  ( m là tham số ).

 a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x ;y) trong đó x = 2.

 b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x ;y) thoả mãn 2x + y = 9.

**Bài 11:** Cho hệ phương trình: 

a) Chứng tỏ rằng hệ phương trình luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

b) Với giá trị nào của m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn hệ thức: x - 3y =  - 3

**Bài 12:** Cho hệ phương trình:. Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa mãn hệ thức .

**Bài 13:** Cho hệ phương trình 

a) Chứng tỏ rằng hệ phương trình luôn luôn có nghiệm duy nhất với mọi m

b) Tìm giá trị nguyên của m để hai đường thẳng của hệ cắt nhau tại một điểm nằm trong góc phần tư thứ IV trên mặt phẳng tọa độ Oxy

c) Với trị nguyên nào của m để hệ có nghiệm (x ; y) thỏa mãn x + y = 7

**Bài 14:** Cho hệ phương trình

 a) Giải hệ với 

 b) Tìm **m** để hệ có nghiệm duy nhất (x ; y) thỏa mãn điều kiện x > y

**Bài 15:** Cho hệ phương trình 

Tìm m nguyên sao cho hệ có nghiệm (x; y) với x < 1, y < 1

**Bài 16:** Cho hệ phương trình: 

 a) Giải hệ phương trình với m = 2

 b) Tìm  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  sao cho 

**Bài 17:** Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên: 

**Hướng dẫn**

Hệ ⬄  

 

Hệ có nghiệm duy nhất ⬄ Phương trình (1) có nghiệm y duy nhất

⬄ m2 – 4 ≠ 0 

Vậy với  thì hệ có nghiệm duy nhất (x,y) là:



Để x, y là những số nguyên thì m + 2  Ư(3) = 

Vậy: m + 2 = 1, 3 => m = -1; -3; 1; -5

**Bài 18:** Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

**Bài 19:** Cho hệ phương trình

 Trong đó **m** ∈ Z ; **m** ≠ - 1. Xác định **m** để hệ phương trình có nghiệm nguyên.

**Bài 20:** Cho hệ phương trình 

 a) Tìm **m** để hệ có nghiệm duy nhất

 b) Tìm **m** để hệ có nghiệm nguyên.

 c) Chứng tỏ rằng điểm M(x ; y) (với (x ; y) là nghiệm của hệ đã cho) luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 21:** Cho hệ phương trình 

 a) Chứng tỏ rằng nếu hệ có nghiệm (x y) thì điểm điểm M(x ; y) luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

 b) Xác định m để điểm M thuộc góc phần tư thứ nhất.

 *Gợi ý: Điểm M thuộc góc phần tư thứ nhất ⬄ x > 0 và y > 0*

 c) Xác định m để điểm M thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng .

 *Gợi ý: Điểm thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng .*

 *⬄ x2 + y2 = ()2 . Giải phương trình tìm được m.*

**Bài 22:** Cho hệ phương trình 

 a) Chứng tỏ rằng nếu hệ có nghiệm (x y) thì điểm điểm M(x ; y) luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

 b) Tìm số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất (x, y) với x, y là các số nguyên.

 c) Xác định m để điểm M thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng .

**Bài 23:** Cho hệ phương trình  (m là tham số)

a) Xác định các giá trị nguyên của m để hệ có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho x > 0, y > 0

b) Với giá trị nào của m thì hệ có nghiệm (x;y) với x, y là các số nguyên dương

**Bài 24:** Cho hệ phương trình : 

a) Giải và biện luận hệ phương trình theo m

b) Với giá trị nguyên nào của m để hai đường thẳng của hệ cắt nhau tại một điểm nằm trong góc phần tư thứ IV của hệ tọa độ Oxy

c) Định m để hệ có nghiệm duy nhất (x ; y) sao cho P = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 25:**Cho hệ phương trình: 

 a) Giải hệ phương trình (1) khi m =1.

 b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình (1) có nghiệm (x ; y) sao cho biểu thức P = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 26:** Cho hệ phương trình: 

 a) Giải hệ phương trình (1) khi m =1.

 b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình (1) có nghiệm (x ; y) sao cho biểu thức P = x2 + y2 đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 27:** Cho hệ phương trình: 

 Tìm giá trị của a để hệ phương trình thỏa mãn tích x.y đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 28:** Tìm **m** để hai hệ phương trình sau tương đương

 a) Hệ (I)  Hệ (II) 

 a) Hệ (I)  Hệ (II) 