

MỤC LỤC

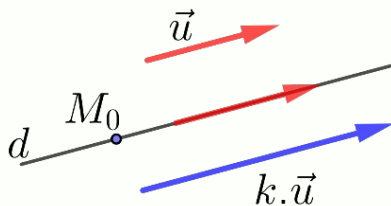
	▶ BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN.....	2
2	Ⓐ. Tóm tắt kiến thức
6	Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản
	•Dạng ❶: Xác định vecto chỉ phương của đường thẳng.....	6
	•Dạng ❷: Đường thẳng qua điểm & có sẵn VTCP.....	7
	•Dạng ❸: Đường thẳng qua hai điểm.....	7
	•Dạng ❹: Đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng.....	8
	•Dạng ❺: Đường thẳng là đường vuông góc chung của hai đường thẳng	10
	•Dạng ❻: Góc.....	10
	•Dạng ❼: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.....	11
	•Dạng ❽: Bài toán thực tế.....	13
14	Ⓒ. Dạng toán rèn luyện
	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	14
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	18
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	22

A. Tóm tắt kiến thức

1. Phương trình đường thẳng

✍ Vectơ chỉ phương của đường thẳng:

- Cho đường thẳng Δ và vectơ \vec{u} khác $\vec{0}$.
- Vectơ \vec{u} được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của \vec{u} song song hoặc trùng với Δ .



✍ Nhận xét:

- Một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu \vec{u} là một vectơ chỉ phương của đường thẳng thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

✍ Phương trình tham số của đường thẳng:

- Trong không gian $Oxyz$,

- phương trình tham số của đường thẳng Δ qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận

$$\vec{u} = (a; b; c) \text{ làm vectơ chỉ phương có dạng: } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ với } t \in \mathbb{R} \text{ (} t \text{ được}$$

gọi là tham số và $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$)

✍ Phương trình chính tắc của đường thẳng:

- Trong không gian $Oxyz$,

- phương trình chính tắc của đường thẳng Δ qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và

$$\text{nhận } \vec{u} = (a; b; c) \text{ làm vectơ chỉ phương có dạng: } \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ (}$$

$abc \neq 0$)

✍ Phương trình đường thẳng qua hai điểm cho trước:

• Trong không gian $Oxyz$,

• cho đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ và nhận $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

• Phương trình tham số :
$$\begin{cases} x = x_A + (x_B - x_A)t \\ y = y_A + (y_B - y_A)t \\ z = z_A + (z_B - z_A)t \end{cases}$$
 với $t \in \mathbb{R}$

• Phương trình chính tắc: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A}$ (với $x_B \neq x_A, y_B \neq y_A, z_B \neq z_A$)

2. Vị trí tương đối hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

✍ Sự cùng phương - Sự đồng phẳng:

• Trong không gian $Oxyz$, Hai vectơ được gọi là **cùng phương** khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

• Ba vectơ được gọi là **đồng phẳng** khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

• Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và $\vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

• Hai \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$

• Hai \vec{a}, \vec{b} không cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \neq \vec{0}$

• Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

• Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$

✍ Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng:

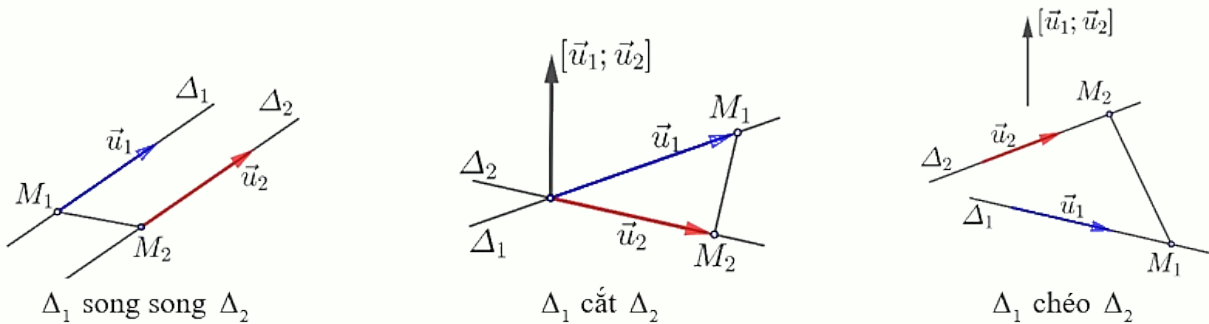
• Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1); \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

$$\bullet \Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overline{M_1 M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overline{M_1 M_2}] = \vec{0} \end{cases}$$

$$\bullet \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overline{M_1 M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overline{M_1 M_2}] \neq \vec{0} \end{cases}$$

$$\bullet \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overline{M_1 M_2} & \text{Đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overline{M_1 M_2} = 0 \end{cases}$$

$$\bullet \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ chéo nhau} \Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overline{M_1 M_2} \neq 0$$



• Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

• Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}), \quad \Delta_2: \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

$$\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} (*)$$

• Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 :

• Khi đó :

• $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$ cùng phương với \vec{u}_2 và hệ (*) vô nghiệm.

• $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có vô số nghiệm.

• Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm duy nhất.

• Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với \vec{u}_2 và hệ (*) vô nghiệm.

Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc:

- Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:
 $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$

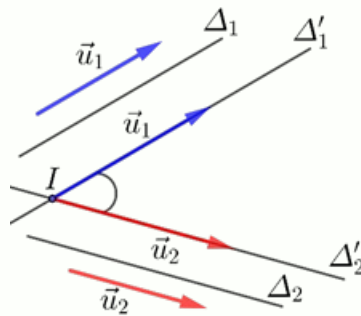
3. Góc

Góc giữa hai đường thẳng:

- Trong không gian $Oxyz$,
- cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

- Khi đó, ta có:

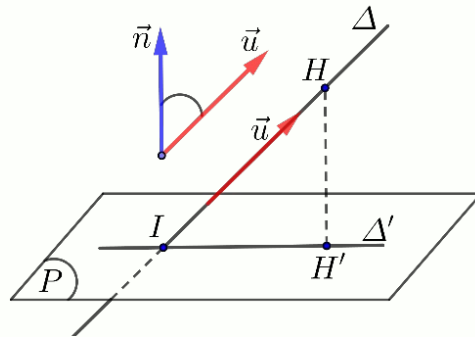


Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng:

- Trong không gian $Oxyz$,
- cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- Khi đó, ta có:

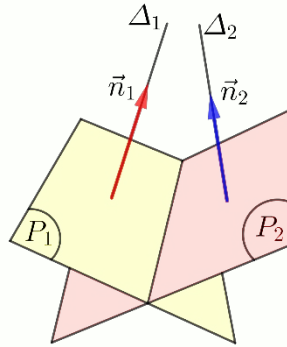


✍ Góc giữa hai mặt phẳng:

✔ Trong không gian $Oxyz$,

✔ cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

✔ Khi đó, ta có: $\cos((P_1), (P_2)) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$



Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng

✍ Phương pháp

✔ Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng D thì vectơ $\vec{m} = k\vec{u}$ cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng D .

✔ Phương trình tham số $D: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ (hệ số trước t).

✔ Phương trình chính tắc $D: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ (hệ số ở mẫu).

✍ Nhận xét:

✔ Với phương trình tham số lấy đúng thứ tự hệ số trước tham số t .

✔ Với phương trình chính tắc lấy hệ số dưới mẫu.

✔ Nếu giả thiết chưa đúng cấu trúc, ta phải sắp xếp lại rồi mới lấy hệ số.

☞ Các ví dụ minh họa

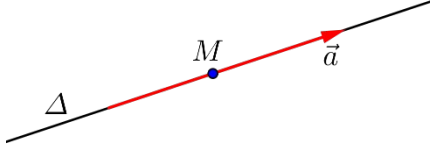
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng dưới đây:

$$(1) \begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3+t \end{cases} \quad (2) \quad d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2} \quad (3) \quad d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$$

•Dạng ②: Đường thẳng qua điểm & có sẵn VTCP

✍ Phương pháp

- Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng D

Loại	Phương pháp
<p>Qua M, có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a;b;c)$</p> 	<p>$\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$</p> <p>>> Phương trình $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$</p> <p>hoặc $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ nếu $\{a;b;c\} \neq 0$.</p> <p>► Lưu ý: Phương trình tìm được không nằm trong các phương án, ta có thể thay tọa độ điểm mà đường thẳng đi qua để kiểm tra</p>

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm

(1) $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$

(2) $N(1;0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm bất kỳ thuộc d và có vectơ chỉ phương tương ứng. Biết đường thẳng d

(1) Đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(1;2;-3)$

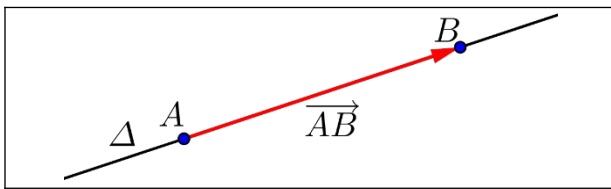
(2) Đi qua điểm $C(3;2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;3)$

•Dạng ③: Đường thẳng qua hai điểm

✍ Phương pháp

- Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng D

Loại	Phương pháp
Qua hai điểm A và B .	<p>>> Chọn A hoặc B là điểm mà D đi qua.</p> <p>>> Nhận \vec{AB} làm VTCP $\rightarrow \vec{u}=\vec{AB}$.</p> <p>► Lưu ý: Phương trình tìm được không nằm trong các phương án, ta có thể thay</p>



tọa độ điểm mà đường thẳng đi qua để kiểm tra.

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng

(1) Đi qua gốc tọa độ và $H(1;4;-2)$.

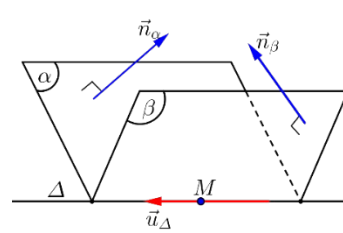
(2) Đi qua hai điểm $M(2;0;-1)$ và $N(2;-3;1)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $DABC$ có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của $DABC$

•Dạng 4: Đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng

✍ Phương pháp

- Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng D

Loại	Phương pháp
<p>Giao tuyến của hai mặt phẳng</p> <p>(a): $Ax + By + Cz + D = 0$ và</p> <p>(b): $A'x + B'y + C'z + D' = 0$</p> 	<p>>> Cho 1 trong 3 ẩn $x; y; z = 0$ để tìm 2 ẩn còn lại</p> $x=0 \rightarrow \begin{cases} By + Cz + D = 0 \\ B'y + C'z + D' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=? \\ z=? \end{cases} \Rightarrow M(0;?;?)$ <p>>> Vectơ chỉ phương $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ n_a \\ n_b \end{bmatrix}$.</p> <p>► Lưu ý: Phương trình tìm được không nằm trong các phương án, ta có thể thay tọa độ điểm mà đường thẳng đi qua để kiểm tra</p>

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Giao tuyến hai mặt phẳng (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là?

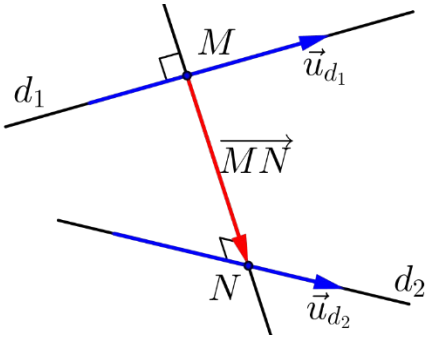
Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(a): 2x + y - z + 3 = 0$ và $(b): x + y + z - 1 = 0$. Phương trình chính tắc đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (a) và (b) là?

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 5z + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) . Xác định phương trình giao tuyến d' của (Q) và (P) ?

•Dạng ⑥: Đường thẳng là đường vuông góc chung của hai đường thẳng

✍ Phương pháp

- Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng D

Loại	Phương pháp
<p>Là đường vuông góc chung của d_1 và d_2</p> 	<p>\Rightarrow Gọi $\begin{cases} M \in d_1 \\ N \in d_2 \end{cases} \Rightarrow MN(?)$ (tọa độ theo $t; k$).</p> <p>$\Rightarrow MN$ là đường vuông góc chung</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1 \cdot \vec{MN} = 0 \\ \vec{u}_2 \cdot \vec{MN} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = ? \\ k = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(?) \\ N(?) \end{cases}$</p> <p>$\Rightarrow$ Khi đó đường thẳng $D: \begin{cases} qua \begin{cases} M \\ N \end{cases} \\ \vec{u}_D = \vec{MN} \end{cases}$</p> <p>► Lưu ý: Phương trình tìm được không nằm trong các phương án, ta có thể thay tọa độ điểm mà đường thẳng đi qua để kiểm tra</p>

☞ Các ví dụ minh họa

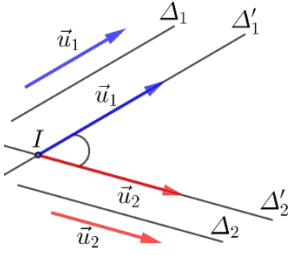
$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$$

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1; d_2$. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1; d_2$.

•Dạng ⑥: Góc

✍ Phương pháp

- Trong không gian $Oxyz$,

Loại	Hình vẽ
<p>Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:</p> $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{ \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 }{ \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 } = \frac{ a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 }{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$	

<p>Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:</p> $\sin(\Delta, (P)) = \cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{n} }{ \vec{u} \cdot \vec{n} } = \frac{ aA + bB + cC }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$	
<p>Hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:</p> $\cos((P_1), (P_2)) = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 } = \frac{ A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 }{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$	

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 5 - 2t \\ z = 14 - 3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - 4t' \\ y = 2 + t' \\ z = -1 + 5t' \end{cases}$.
 Tính góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $D: \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Tính góc giữa D và (P) .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 10 = 0$ và $(Q): -x + y + 2z + 13 = 0$.

Dạng 7: Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Phương pháp

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $M_0(x_0; y_0; z_0) \in d$;

$d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}' = (a'_1; a'_2; a'_3)$.

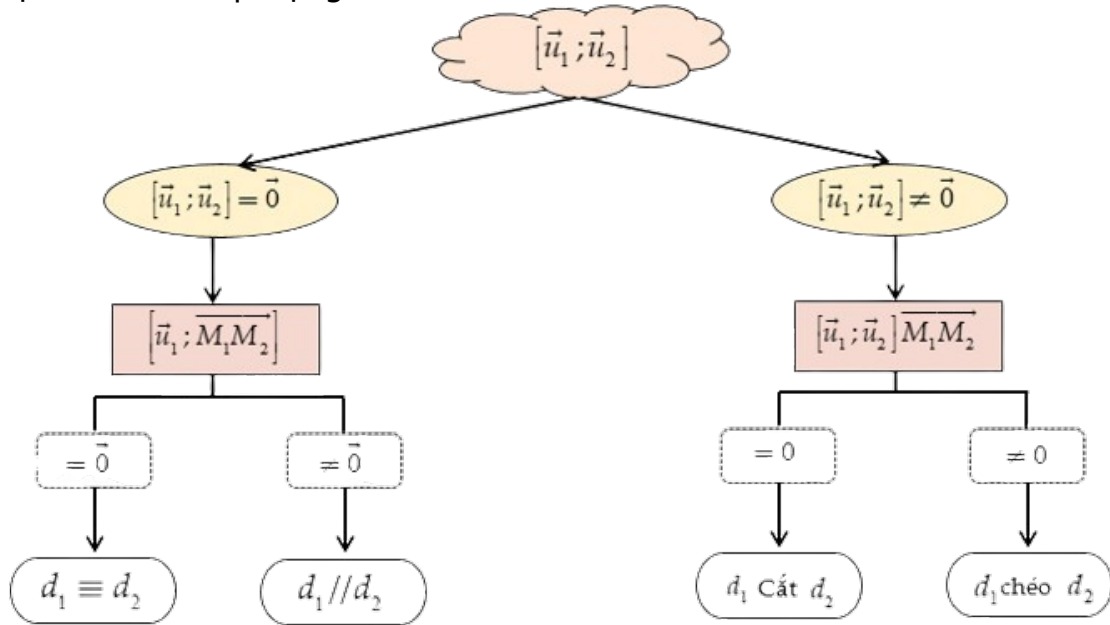
Khi đó:

$d // d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{a}'$ cùng phương và $M_0 \notin d'$.

d trùng $d' \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{a}'$ cùng phương $M_0 \in d'$.

- $d \cap d' \Leftrightarrow$ hệ phương trình ẩn t, t' sau:

$$\begin{cases} x_0 + a_1 t = x'_0 + a'_1 t' \\ y_0 + a_2 t = y'_0 + a'_2 t' \\ z_0 + a_3 t = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$
 có đúng một nghiệm.
- d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{a}$ và \vec{a}' không cùng phương và vô nghiệm.
- Hoặc ta có thể áp dụng theo sơ đồ sau:



☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

$$(1) \quad d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x=2+2t' \\ y=3+4t' \\ z=5-2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

$$(2) \quad d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=5+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{và} \quad d': \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$$

$$(3) \quad d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2} \quad \text{và} \quad d': \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x=2t \\ y=-3-t \\ z=0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(1) d_1 và d_2 đồng phẳng. (2) d_1 cắt và vuông góc với d_2 .

(3) d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau. (4) d_1 song song với d_2 .

•Dạng 8: Bài toán thực tế

☞ Các ví dụ minh họa

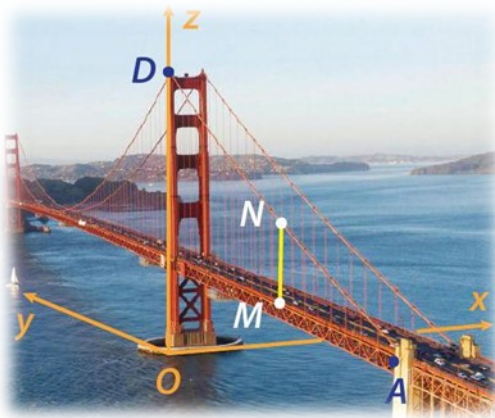
Câu 1: Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$



(1) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trượt zipline này.

(2) Xác định tọa độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

Câu 2: Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz , trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227m, điểm A cách mặt nước 75m và cách trục Oz 343m.



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75m và MN song song với cột trụ.

(1) Tính độ dài MN , biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230m.

(2) Người ta có thể dùng đoạn dây dài $100m$ để nối dây cáp AD với thành cầu tại vị trí điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $148m$ không? Vì sao?

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho đường thẳng D có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -4; -6)$. Vectơ nào sau đây không phải là vectơ chỉ phương của D ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; -2; -3)$ B. $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$ C. $\vec{u}_3 = (-2; -4; 6)$ D. $\vec{u}_4 = (-3; 6; 9)$

Câu 2: Cho đường thẳng D có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{4}$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của D ?

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; -1)$ B. $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$ C. $\vec{u}_3 = (-3; 2; -4)$ D. $\vec{u}_4 = (3; 2; 4)$

Câu 3: Cho đường thẳng D có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của D ?

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 3)$ B. $\vec{u}_2 = (3; -1; 0)$ C. $\vec{u}_3 = (-1; -1; 3)$ D. $\vec{u}_4 = (-1; 0; 3)$

Câu 4: Cho đường thẳng D vuông góc với mặt phẳng (Oxy) . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của D ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$ B. $\vec{j} = (0; 1; 0)$ C. $\vec{k} = (0; 0; 1)$ D. $\vec{u} = (1; 1; 0)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1; 1; 2)$ và $B(-4; 3; -2)$ là:

- A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$
 C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$ D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là:

$$\text{A. } \begin{cases} x=2+2t \\ y=-t \\ z=-1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\text{B. } \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1 \\ z=1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\text{C. } \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1 \\ z=-1+t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$\text{D. } \begin{cases} x=2+2t \\ y=-t \\ z=1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -3; 5)$, $B(2; -1; 7)$ có phương trình chính tắc là

$$\text{A. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-7}{2} \quad \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-2}$$

$$\text{C. } \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{-2} \quad \text{D. } \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+5}{-2}$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-7}{5}$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

$$\text{A. } M(1; -3; 5) \quad \text{B. } N(2; -1; 7) \quad \text{C. } P(1; -3; 7) \quad \text{D. } Q(3; -5; 7)$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+3t \\ z=2t \end{cases}$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

$$\text{A. } M(3; 1; 2) \quad \text{B. } N(3; 1; 0) \quad \text{C. } P(-1; 3; 2) \quad \text{D. } Q(-1; -3; 0)$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(3; -3; 2)$

$$\text{A. } \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2} \quad \text{B. } \frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-2}$$

$$\text{C. } \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2} \quad \text{D. } \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+5}{2}$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x=5-3t \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$$

$$\text{A. } M(3; 1; -2) \quad \text{B. } N(5; 1; 2) \quad \text{C. } P(-1; -1; 6) \quad \text{D. } Q(2; 0; 4)$$

$$D_1: \begin{cases} x=5-2t \\ y=5+3t \\ z=2t \end{cases}$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $D_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-6}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° D. 45° .

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2},$$

$d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

Câu 14: Trên một phần mềm đã thiết kế sân khấu 3D trong không gian $Oxyz$. Tính

\cos giữa hai tia sáng có phương trình lần lượt là $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$ B. $\vec{u}_1 = (0;2;0)$ C. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$ D. $\vec{u}_3 = (1;0;0)$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một vectơ chỉ

$$\Delta: \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-6t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=9t \end{cases}?$$

phương của đường thẳng

- A. $\left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. C. $(2;1;0)$. D. $(4;-6;0)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$$

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 18: Tính cosin góc giữa đường thẳng d với trục Ox biết $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=6+5t \\ y=2+t \\ z=1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$. Góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $D: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(a): x + y - z - 2 = 0$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng D và mặt phẳng (a) bằng

- A. $-\frac{\sqrt{78}}{9}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{78}}{9}$.

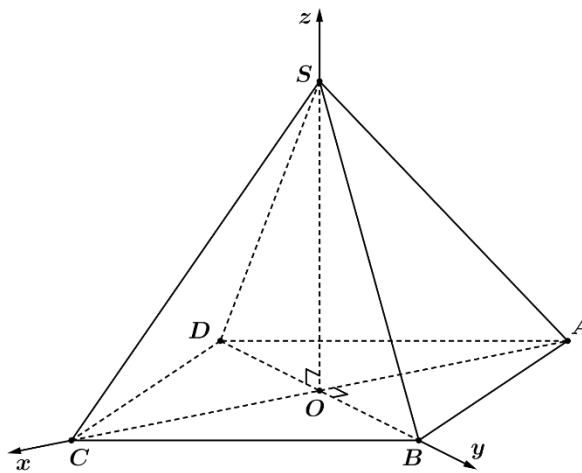
Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 3 = 0$ và $(Q): x - z - 2 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Bằng cách thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng



- A.** $\frac{2a}{3}$
 B. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$
 C. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$
 D. $\frac{4a}{3}$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $AB=2a, AD=3a$ và $SA=2a$ Cosin góc giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A.** $-\frac{5}{\sqrt{221}}$
 B. $\frac{5}{\sqrt{221}}$
 C. $\frac{3}{\sqrt{221}}$
 D. $-\frac{3}{\sqrt{221}}$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v}=(150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A.** 10°
 B. 12°
 C. 11°
 D. 9°

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

$$D_1 : \begin{cases} x=1 \\ y=2-3t (t \in \mathbf{R}) \\ z=3+4t \end{cases}$$

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng

$$D_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2} \text{ và mặt phẳng } (P): x+3y-2z+1=0$$

(a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng D_1 là $\vec{a} = (1; -3; 4)$

(b) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$

(c) Đường thẳng d_2 vuông góc với D_2 và song song với mặt phẳng (Oxy) có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$

(d) Đường thẳng d_3 qua $A(1; -1; 2)$, cắt và vuông góc với trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$;
 $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+t \\ z = 2-mt \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-3=0$.

(a) Khi $m=0$, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 135°

(b) $\cos(d_1, Ox) = \frac{-1}{3}$

(c) Đường thẳng D đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với (P) tạo với đường thẳng d_1 một góc a có $\cos a = \frac{4}{9}$

(d) Khi $m = \frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản, số đo góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 90° . Giá trị biểu thức $a^2 + b^2 = 13$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $D: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+2025=0$.

(a) Số đo góc giữa hai đường thẳng D và (P) bằng 90°

(b) Biết hình chiếu của O lên (P) là $H(3; -1; 2)$. a là số đo góc giữa (P) và đường thẳng D , $\cos a = \frac{1}{14}$

(c) Đường thẳng d_1 là giao tuyến của (P) và (Oxy) . Gọi b là góc giữa d_1 và mặt phẳng (Oxz) . Khi đó $b > 30^\circ$

(d) Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30° .
Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có ba điểm $S(0;0;3)$, $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

(a) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 0

(b) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2}{7}$

(c) Côsin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (P) bằng $\frac{10\sqrt{3}}{21}$

(d) Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ABC) bằng 90°

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$; $(\Delta): \frac{x-2}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

(a) Hai đường thẳng d và d' vuông góc với nhau

(b) Hai đường thẳng d và d' cắt nhau tại điểm có tọa độ $(-1;0;3)$

(c) Hai đường thẳng d' và (Δ) song song hoặc trùng nhau

(d) Hai đường thẳng d' và (Δ) trùng nhau

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, Hai máy bay cùng xuất phát từ hai phi trường, trên màn hình radar của trạm điều khiển (với đơn vị trên ba trục chính theo đơn vị km), sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của máy bay số một được xác định

bởi công thức $\begin{cases} x=20+2t \\ y=20+t \\ z=-10-t \end{cases}$, vị trí máy bay số hai có tọa độ là $(30+t; 20+t; -10-t)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

- (a) Côsin góc giữa hai máy bay số một và máy bay số hai là $\frac{5\sqrt{2}}{6}$
- (b) Sau 10 giờ kể từ thời điểm bay hai máy bay gần nhau nhất
- (c) Nếu máy bay số một vẫn ở phi trường (đứng ở vị trí ban đầu) thì vị trí tọa độ của máy bay là $(20; 20; -10)$
- (d) Sau 5 giờ thì vị trí tọa độ máy bay số 2 trong không gian là $(35; 25; -10)$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $4,5 \text{ m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



Các khẳng định sau đúng hay sai?

- (a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.
- (b) Giả sử sau thời gian $t(\text{s})$ kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$.

(c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

(d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 . Đường thẳng AH có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a;b;c)$ với $a,b,c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $2a - b + c$ bằng

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$ có hình chiếu vuông góc trên các trục Ox, Oy, Oz là B, C, D . Gọi H là trực tâm tam giác BCD . Phương trình chính tắc của đường thẳng OH có dạng $\frac{x}{a} = \frac{y}{-b} = \frac{z}{-c}$. Khi đó $a+b+c$ bằng

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(a): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Điểm $A(a;b;c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (a) bằng 3. Tính tổng $a+b-c$?

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}, d_2: \begin{cases} x=2t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi J là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 . Giá trị $\cos J$ có dạng $\frac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P = b - 3a + c$?

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\hat{A}BC$ của tam giác ABC là $I(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$?

$$D: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-t \end{cases}$$

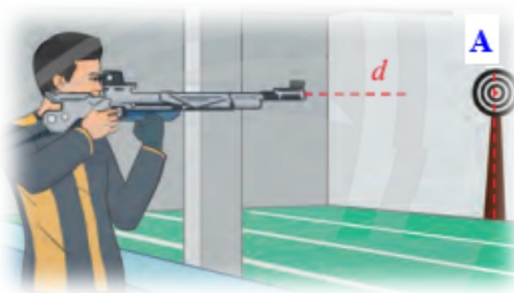
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(P): -x+2y+2z+5=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng D_1 và tạo với đường thẳng D_2 một góc nhỏ nhất. Vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b-3c$?

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-1=0$ với $c < 0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0); B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc 60° . Tính tổng $a+b+c$? (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=4+t \\ y=-4-t \\ z=6+2t \end{cases}; d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt d_1, d_2 lần lượt ở B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , thỏa mãn điều kiện, $AB=BC=a, AD=2a, SA$ vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) . (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 10: Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8;-19;6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là

$\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.



Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, nhà công vụ của một trạm hải đăng nằm trên mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và phương trình trạm hải đăng là đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Người ta muốn làm một con đường Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với trạm hải đăng. Giả sử phương trình đường thẳng D có dạng $\frac{x-1}{a} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-d}{c}$. Hỏi có bao nhiêu số trong các số a, b, c, d chia hết cho 3



Câu 13: Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.



Người ta muốn tạo một con đường D cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>