

**ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  
**NĂM HỌC 2025 - 2026**  
**MÔN TOÁN**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

**Phần I: Trắc nghiệm (3.0 điểm)**

**Hãy chọn phương án đúng và khoanh tròn chữ cái đứng trước phương án đó**

**Câu 1.** Điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{x - 2025}$  là

- A.  $x > 2025$ .      B.  $x < 2025$ .      C.  $x \geq 2025$ .      D.  $x \leq 2025$ .

**Câu 2.** Điểm nào trong các điểm sau thuộc đồ thị hàm số  $y = -x^2$ ?

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(1; -1)$ .      C.  $(-1; 2)$ .      D.  $(-1; -2)$ .

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a$ , ta được kết quả là

- A.  $-8a$ .      B.  $-4a$ .      C.  $8a$ .      D.  $4a$ .

**Câu 4.** Cho phương trình  $x^2 - 2x - m + 1 = 0$  có nghiệm  $x = -1$ . Giá trị của tham số  $m$  khi đó bằng

- A. 4.      B. -4.      C. 2      D. -2

**Câu 5.** Cặp số  $(-1; 2)$  là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau?

- A.  $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

**Câu 6:** Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $y = (m - 2)x - 5$  và  $y = -mx + 5$  song song.

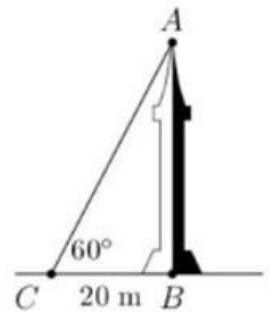
- A.  $m = -1$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = -2$ .

**Câu 7:** Cho  $a = 25^\circ, b = 65^\circ$ . Câu trả lời nào sau đây sai?

- A.  $\sin a = \cos b$ .      B.  $\tan a = \cot b$ .      C.  $\cos a = \sin b$ .      D.  $\sin a = \sin b$ .

**Câu 8.** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc  $60^\circ$  và bóng của một tòa tháp trên mặt đất dài 20 m. Khi đó chiều cao của tòa tháp bằng

- A.  $60\sqrt{3}$  m.      B.  $10\sqrt{3}$  m.  
C.  $20\sqrt{3}$  m.      D.  $30\sqrt{3}$  m.



**Câu 9.** Một hình trụ có đường kính đáy bằng 4cm và chiều cao 3cm.

Thể tích của hình trụ đó là

- A.  $48\pi \text{ cm}^3$ .      B.  $6\pi \text{ cm}^3$ .      C.  $18\pi \text{ cm}^3$ .      D.  $12\pi \text{ cm}^3$ .

**Câu 10.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm 100.

Kết quả thống kê như sau:

50	60	62	64	71	73	70	70	70	75
75	52	55	69	80	75	75	78	79	73
55	72	71	85	82	90	78	78	75	75
65	85	87	77	81	79	99	75	70	72

Ghép các số liệu trên thành 5 nhóm sau:  $[50;60), [60;70), [70;80), [80;90), [90;100)$

Tần số ghép nhóm của nhóm  $[70;80)$  là:

- A. 20;                      B. 21;                      C. 22;                      D. 23

**Câu 11.** Phúc gieo một con xúc xắc 50 lần và thống kê lại kết quả các lần gieo ở bảng sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	8	9	9	5	6	13

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt có số chấm là số lẻ” sau 50 lần thử trên là:

- A. 0,46.                      B. 0,52.                      C. 0,54.                      D. 0,48.

**Câu 12:** Trên giá có một quyển sách Ngữ văn, một quyển sách Mỹ thuật và một quyển sách Công nghệ. Bạn Hà và bạn Thủy lần lượt lấy ra ngẫu nhiên một quyển sách từ giá. Số phần tử của không gian mẫu phép thử là:

- A. 3;                      B. 4;                      C. 5;                      D. 6

## Phần II. Tự luận (7,0 điểm)

**Câu 13.** (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x+12}{x-4}$ , với  $x \geq 0, x \neq 4$ .

b) Giải phương trình:  $(x-1)(2x+3) = 0$

**Câu 14.** (1,5 điểm) Cho phương trình  $x^2 - (m+2)x - 3 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

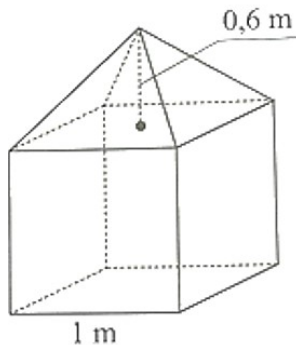
a) Giải phương trình (1) khi  $m = -4$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn

$$\sqrt{\frac{x_1^2 - mx_1 + 1}{x_2^2 - mx_2 + 1}} = \frac{-x_1}{x_2}$$

**Câu 15.** (1,0 điểm) Hình vẽ dưới đây mô tả một khối bê tông mác 200 dùng trong việc xây cầu. Khối bê tông đó gồm hai phần: phần dưới có dạng hình lập phương với độ dài

cạnh bằng  $1m$ ; phần trên có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao bằng  $0,6m$ .



Cần phải chuẩn bị bao nhiêu tấn xi măng và bao nhiêu mét khối nước để làm khối bê tông đó? Biết rằng  $1m^3$  bê tông mác 200 cần khoảng 350,55 kg xi măng và 185l nước.

**Câu 16.** (2,5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có  $\sphericalangle ACB > 90^\circ$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , đường thẳng  $OM$  cắt cung nhỏ  $BC$  tại  $D$ , cắt cung lớn  $BC$  tại  $E$ . Gọi  $F$  là chân đường vuông góc hạ từ  $E$  xuống  $AB$ ;  $H$  là chân đường vuông góc hạ từ  $B$  xuống  $AE$

a) Chứng minh tứ giác  $BEHF$  nội tiếp.

b) Chứng minh  $MF \perp AE$

c) Đường thẳng  $MF$  cắt  $AC$  tại  $Q$ . Đường thẳng  $EC$  cắt  $AD, AB$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ .

Chứng minh  $\sphericalangle QEA = 90^\circ$  và  $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$

**Câu 17.** (0,5 điểm) Cho ba số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $(x-1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 + z^2 \leq \frac{9}{4}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{x^3 + x^2 + 36}{2(x+1)} + \frac{y^3 + y^2 + 36}{4(y+1)} + \frac{2z^3 + z^2 + 9}{2z+1}$

**I. Phần trắc nghiệm (3,0 điểm)**

Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

<b>Câu</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Đáp án</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>D</b>

**Lời giải:**

**Câu 1:** Điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{x-2025}$  là

- A.  $x > 2025$ .      B.  $x < 2025$ .      C.  $x \geq 2025$ .      D.  $x \leq 2025$ .

**Giải:** Vì điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{x-2025}$  là:  $x-2025 \geq 0$  nên  $x \geq 2025$

Chọn C

**Câu 2:** Điểm nào trong các điểm sau thuộc đồ thị hàm số  $y = -x^2$ ?

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(1; -1)$ .      C.  $(-1; 2)$ .      D.  $(-1; -2)$ .

**Giải:** Thay  $x=1$  vào hàm số  $y = -x^2$

Ta có  $f(1) = -1^2 = -1$ . Vậy  $(1; -1)$  thuộc đồ thị hàm số nên

Chọn B.  $(1; -1)$ .

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a$ , ta được kết quả là

- A.  $-8a$ .      B.  $-4a$ .      C.  $8a$ .      D.  $4a$ .

**Giải:** Ta có  $C = \sqrt[3]{8a^3} - 6a = \sqrt[3]{(2a)^3} - 6a = 2a - 6a = -4a$ .

Chọn B.  $-4a$

**Câu 4.** Cho phương trình  $x^2 - 2x - m + 1 = 0$  có nghiệm  $x = -1$ . Giá trị của tham số m khi đó bằng

- A. 4.      B. -4.      C. 2      D. -2

**Giải:** Vì phương trình  $x^2 - 2x - m + 1 = 0$  có nghiệm  $x = -1$  nên thay  $x = -1$  vào pt ta được:  $(-1)^2 - 2(-1) - m + 1 = 0$  nên  $1 + 2 - m + 1 = 0$  từ đó ta có  $m = 4$ .

Chọn A. 4

**Câu 5.** Cặp số  $(-1; 2)$  là nghiệm của hệ phương trình nào trong các hệ phương trình sau?

- A.  $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

**Giải:** Hệ pt  $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$  có nghiệm là cặp số  $(-1; 2)$

Hệ pt  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$  có nghiệm là cặp số  $(5; -2)$

Hệ pt  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$  có nghiệm là cặp số  $(2; -1)$

Hệ pt  $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$  có nghiệm là cặp số  $(5; 2)$

Chọn A.  $\begin{cases} x - y = -3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$

**Câu 6:** Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $y = (m - 2)x - 5$  và  $y = -mx + 5$  song song.

- A.  $m = -1$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = -2$ .

**Giải:** Ta có điều kiện để hai đường thẳng  $y = (m - 2)x - 5$  và  $y = -mx + 5$  song song với nhau là:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a' \neq 0 \\ a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} m - 2 \neq 0 \\ -m \neq 0 \\ m - 2 = -m \\ -5 \neq 5 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 0 \\ m = 1 \\ \forall m \end{cases} \text{ Vậy } m = 1, \text{ do đó}$$

Chọn B.  $m = 1$ .

**Câu 7:** Cho  $a = 25^\circ, b = 65^\circ$ . Câu trả lời nào sau đây sai?

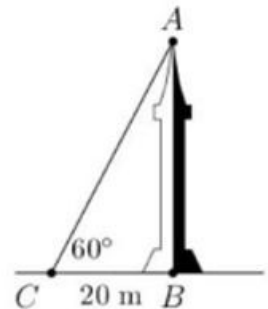
- A.  $\sin a = \cos b$ .      B.  $\tan a = \cot b$ .      C.  $\cos a = \sin b$ .      D.  $\sin a = \sin b$ .

**Giải:** Vì  $25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$  nên sin góc này bằng cosin góc kia, tang góc này bằng cotang góc kia và vì  $\sin 25^\circ \neq \sin 65^\circ$  từ đó

Chọn D.  $\sin a = \sin b$

**Câu 8.** Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc  $60^\circ$  và bóng của một tòa tháp trên mặt đất dài 20 m. Khi đó chiều cao của tòa tháp bằng

- A.  $60\sqrt{3}$  m.      B.  $10\sqrt{3}$  m.  
C.  $20\sqrt{3}$  m.      D.  $30\sqrt{3}$  m.



**Giải:** Chiều cao của tháp là  $AB$ , bóng của tòa tháp trên mặt đất là  $BC$ . Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông  $ABC$  vuông tại  $B$  ta có  $AB = BC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 60^\circ = 20\sqrt{3}$ . Nên chiều cao của tòa tháp là:  $20\sqrt{3}$  m

Chọn C.  $20\sqrt{3}$  m.

**Câu 9.** Một hình trụ có đường kính đáy bằng 4 cm và chiều cao 3 cm. Thể tích của hình trụ đó là

- A.  $48\pi \text{ cm}^3$ .      B.  $6\pi \text{ cm}^3$ .      C.  $18\pi \text{ cm}^3$ .      D.  $12\pi \text{ cm}^3$ .

**Giải:** Bán kính của hình trụ là:  $4 : 2 = 2$  cm

Thể tích của hình trụ là  $S = \pi R^2 h = \pi 2^2 \cdot 3 = 12\pi (\text{cm}^3)$ .

Chọn D.  $12\pi \text{ cm}^3$

**Câu 10:** Bảng tần số ghép nhóm về việc cho điểm của người tham gia phỏng vấn thang điểm 100 như sau:

Điểm	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	Tổng
------	---------	---------	---------	---------	----------	------

<b>Tần số</b>	4	5	23	6	2	40
---------------	---	---	----	---	---	----

Vậy tần số ghép nhóm của nhóm  $[70;80)$  là 23.

Chọn **D.** 23.

**Câu 11:** Phúc gieo một con xúc xắc 50 lần và thống kê lại kết quả các lần gieo ở bảng sau:

Mặt	1 chấm	2 chấm	3 chấm	4 chấm	5 chấm	6 chấm
Số lần xuất hiện	8	9	9	5	6	13

Xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt có số chấm là số lẻ” sau 50 lần thử trên là:

**A.** 0,46.

**B.** 0,52.

**C.** 0,54.

**D.** 0,48.

**Giải:** Số lần gieo được mặt có số chấm lẻ là:  $8+9+6=23$

Số lần thực nghiệm là 50 nên xác suất thực nghiệm của biến cố “Gieo được mặt có số

chấm là số lẻ” sau 50 lần thử trên là:  $\frac{23}{50}=0,46$

Chọn đáp án **A.** 0,46.

**Câu 12:** Trên giá có một quyển sách Ngữ văn, một quyển sách Mỹ thuật và một quyển sách Công nghệ. Bạn Hà và bạn Thủy lần lượt lấy ra ngẫu nhiên một quyển sách từ giá. Số phần tử của không gian mẫu phép thử là:

**A.** 3.

**B.** 4

**C.** 5

**D.** 6

**Giải:** Không gian mẫu của phép thử là

$\Omega = \{(Ngữ\ văn; Mĩ\ thuật), (Ngữ\ văn; Công\ nghệ), (Mĩ\ thuật; Ngữ\ văn), (Mĩ\ thuật; Công\ nghệ), (Công\ nghệ; Mĩ\ thuật), (Công\ nghệ; Ngữ\ văn)\}$ .

Vậy số phần tử của không gian mẫu phép thử là: 6.

Chọn đáp án **D.** 6

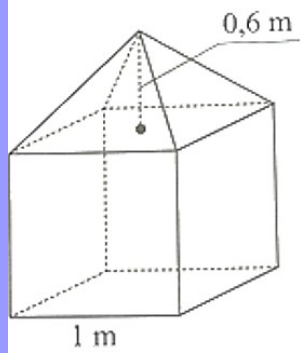
**II. Phần tự luận (7,0 điểm)**

Câu	Nội dung	Điểm
	<b>Câu 13.</b>	

	<p>a) Rút gọn biểu thức <math>P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x+12}{x-4}</math>, với <math>x \geq 0, x \neq 4</math>.</p> <p>b) Giải phương trình: <math>(x-1)(2x+3) = 0</math></p>	
<p>13 (2,0 điểm)</p>	<p>a) Ta có:</p> $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x+12}{x-4}$ $P = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x+12}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $P = \frac{2x+4\sqrt{x}-x+2\sqrt{x}-x-12}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $P = \frac{6\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$ $P = \frac{6}{\sqrt{x}+2} \quad \text{Với } x \geq 0; x \neq 4$ <p>Vậy <math>P = \frac{6}{\sqrt{x}+2}</math>, với <math>x \geq 0, x \neq 4</math>.</p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
	<p>b) Giải phương trình: <math>(x-1)(2x+3) = 0</math>  <math>(x-1) = 0</math> hoặc <math>(2x+3) = 0</math>          Nếu <math>x-1 = 0</math> thì <math>x = 1</math>          Nếu <math>2x+3 = 0</math> thì <math>2x = -3</math> nên <math>x = \frac{-3}{2}</math>          Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm <math>x = 1</math> và <math>x = \frac{-3}{2}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
	<p><b>Câu 14.</b> Cho phương trình <math>x^2 - (m+2)x - 3 = 0</math> (1) (<math>m</math> là tham số).</p> <p>a) Giải phương trình (1) khi <math>m = -4</math>.</p> <p>b) Tìm <math>m</math> để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> thỏa</p> $\text{mãn } \sqrt{\frac{x_1^2 - mx_1 + 1}{x_2^2 - mx_2 + 1}} = \frac{-x_1}{x_2}.$	

	<p>a) Thay <math>m = -4</math> vào phương trình (1) ta được <math>x^2 + 2x - 3 = 0</math>.</p> <p>Phương trình có dạng: <math>a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0</math> nên có hai nghiệm:</p> $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -3$ <p>Vậy phương trình có 2 nghiệm <math>x_1 = 1; x_2 = -3</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
	<p>b) <math>x^2 - (m + 2)x - 3 = 0</math> (1)</p> <p>Ta có: <math>\Delta = (m + 2)^2 - 4 \cdot (-3) = (m + 2)^2 + 12 &gt; 0 \forall m</math></p> <p>Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi giá trị của <math>m</math>.</p> <p>Theo định lí Vi-ét ta có: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -3 \end{cases}</math></p> <p>Vì <math>x_1, x_2</math> là nghiệm của phương trình nên:</p> $\begin{cases} x_1^2 - (m + 2)x_1 - 3 = 0 \\ x_2^2 - (m + 2)x_2 - 3 = 0 \end{cases} \text{ nên ta có } \begin{cases} x_1^2 - mx_1 - 2x_1 - 3 = 0 \\ x_2^2 - mx_2 - 2x_2 - 3 = 0 \end{cases}$ <p>vì thế <math display="block">\begin{cases} x_1^2 - mx_1 + 1 = 2x_1 + 4 \\ x_2^2 - mx_2 + 1 = 2x_2 + 4 \end{cases}</math></p> <p>Khi đó <math>\sqrt{\frac{x_1^2 - mx_1 + 1}{x_2^2 - mx_2 + 1}} = \frac{-x_1}{x_2}</math> nghĩa là ta có <math>\sqrt{\frac{2x_1 + 4}{2x_2 + 4}} = \frac{-x_1}{x_2}</math></p> <p>(vì <math>x_1 x_2 = -3</math> nên <math>\frac{-x_1}{x_2} \geq 0; x_2 \neq 0</math>) do đó <math>\frac{2x_1 + 4}{2x_2 + 4} = \left(\frac{-x_1}{x_2}\right)^2</math></p> $x_1^2(2x_2 + 4) = x_2^2(2x_1 + 4) \text{ nên } x_1^2 x_2 - x_2^2 x_1 + 2(x_1^2 - x_2^2) = 0$ $((x_1 - x_2)[x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)]) = 0$ <p><math>x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 0 (x_1 - x_2 \neq 0)</math> từ đó <math>-3 + 2(m + 2) = 0</math>, giải ra được <math>m = -\frac{1}{2}</math></p> <p>(T/m yêu cầu bài toán). Vậy <math>m = -\frac{1}{2}</math> là giá trị cần tìm.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p><b>Câu 15.</b> Hình vẽ dưới đây mô tả một khối bê tông mác 200 dùng trong việc xây cầu. Khối bê tông đó gồm hai phần: phần dưới có dạng hình lập phương với độ dài cạnh bằng <math>1m</math>; phần trên có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao bằng <math>0,6m</math>.</p>		





Cần phải chuẩn bị bao nhiêu tấn xi măng và bao nhiêu mét khối nước để làm khối bê tông đó? Biết rằng  $1m^3$  bê tông mác 200 cần khoảng 350,55 kg xi măng và 185l nước.

**Câu 15**  
( 1 điểm)

Thể tích phần dưới (có dạng hình lập phương) của khối bê tông là:  
 $1^3 = 1 (m^3)$ .

Thể tích phần trên (có dạng hình chóp tứ giác đều) của khối bê tông là:

$$\frac{1}{3} \cdot 1^2 \cdot 0,6 = 0,2 (m^3).$$

Thể tích của khối bê tông là:  $1 + 0,2 = 1,2 (m^3)$ .

Đổi 350,55 kg = 0,35055 tấn; 185 lít = 0,185  $m^3$ .

Khối lượng xi măng cần dùng để làm khối bê tông đó là:

$$1,2 \cdot 0,35055 = 0,42066 (tấn).$$

Lượng nước cần dùng để làm khối bê tông đó là:

$$1,2 \cdot 0,185 = 0,222 (m^3).$$

0,25

0,25

0,25

0,25

**Câu 16**  
( 2,0 điểm)

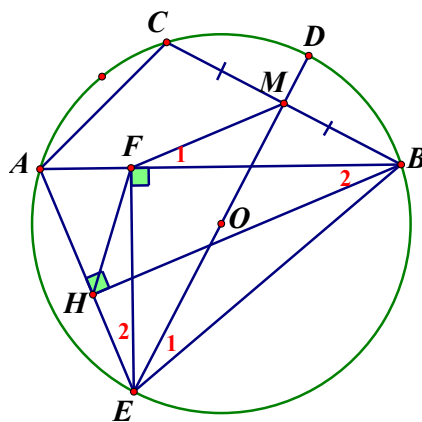
**Câu 16.**

Cho tam giác  $ABC$  có  $\sphericalangle C > 90^\circ$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , đường thẳng  $OM$  cắt cung nhỏ  $BC$  tại  $D$ , cắt cung lớn  $BC$  tại  $E$ . Gọi  $F$  là chân đường vuông góc hạ từ  $E$  xuống  $AB$ ;  $H$  là chân đường vuông góc hạ từ  $B$  xuống  $AE$

a) Chứng minh tứ giác  $BEHF$  nội tiếp.

b) Chứng minh  $MF \perp AE$

c) Đường thẳng  $MF$  cắt  $AC$  tại  $Q$ . Đường thẳng  $EC$  cắt  $AD, AB$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng minh  $\sphericalangle Q = 90^\circ$  và  $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$



a) Chứng minh tứ giác  $BEHF$  nội tiếp:

Vì  $F$  và  $H$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $E$  và  $B$  xuống  $AB$  và  $AE$  (theo gt)

0,25

nên  $\triangle BHE$  vuông tại  $H$  và  $\triangle BEF$  vuông tại  $F$ .

0,5

Từ đó ta sẽ chứng minh được 4 điểm  $B, E, H, F$  đều cách đều trung điểm của đoạn  $EB$  (theo tính chất trong tam giác vuông đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền).

0,25

Do đó tứ giác  $BEHF$  có 4 đỉnh nằm trên đường tròn có tâm là trung điểm của  $BE$ . Vậy tứ giác  $BEHF$  nội tiếp (theo dấu hiệu nhận biết)

b) Chứng minh  $MF \perp AE$ :

Ta có:  $\triangle COB$  cân tại  $O$  (Vì  $OB = OC = R$ ) và  $MB = MC$  (gt) nên  $OM$  là đường trung tuyến và cũng là đường cao nên  $OM \perp BC$

do đó  $\sphericalangle BME = \sphericalangle BFE = \sphericalangle BHE = 90^\circ$

Chứng minh tương tự câu a ta cũng có 5 điểm  $B, M, F, H, E$  cùng cách đều trung điểm của  $BE$  nên 5 điểm  $B, M, F, H, E$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $BE$

nên  $\sphericalangle F_1 = \sphericalangle E_1$  (góc nội tiếp cùng chắn  $\overline{MB}$ ) (1)

và  $\sphericalangle B_2 = \sphericalangle E_2$  (góc nội tiếp cùng chắn  $\overline{FH}$ ) (2)

0,25

Vì  $\triangle COB$  cân tại  $O$  và  $OM$  là đường trung tuyến và cũng là đường cao (c/m câu a) nên  $OM$  cũng là đường trung trực của  $BC$

do đó  $EB = EC$  vậy  $\triangle CEB$  cân tại  $E$

từ đó  $\sphericalangle CBE = \sphericalangle BCE$  nên  $\sphericalangle MBE = \sphericalangle FAE$  (Hệ quả góc nội tiếp)

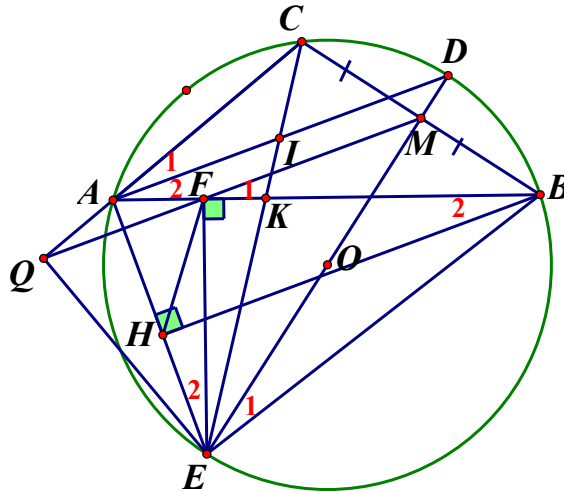
Mà  $\sphericalangle MBE + \sphericalangle E_1 = 90^\circ$ ;  $\sphericalangle FAE + \sphericalangle E_2 = 90^\circ$  (do  $\triangle EMB$  và  $\triangle FAE$  vuông)

Suy ra:  $\sphericalangle E_1 = \sphericalangle E_2$  (3)

Từ (1); (2) và (3) Suy ra:  $\sphericalangle B_2 = \sphericalangle F_1$ , mà hai góc này ở vị trí so le trong,

nên:  $MF \parallel BH$ , mà  $BH \perp AE \Rightarrow MF \perp AE$

0,25



c) Chứng minh:  $\angle QOA = 90^\circ$  và  $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$

Ta có:  $OM$  cũng là đường trung trực của  $BC$  (theo c/m câu b) nên  $\triangle CDB$  cân tại  $D$  nên  $\angle BOC = \angle COB$ , mặt khác trong đường tròn tâm  $(O)$  thì  $\angle BOC = 2\alpha_1$  (cùng chắn  $\widehat{BC}$ ) và  $\angle COB = 2\alpha_2$  (cùng chắn  $\widehat{BC}$ ) từ đó  $\alpha_1 = \alpha_2$

nên  $AI$  là đường phân giác trong của tam giác  $AKC$

Mà  $\angle BAE = 90^\circ$  (Góc nội tiếp chắn nửa đ tròn)

Nên  $AI \perp AE$

Vậy  $AE$  là đường phân giác ngoài của tam giác  $AKC$

Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có:

$$\frac{IC}{IK} = \frac{AC}{AK} \text{ \& \ } \frac{EC}{EK} = \frac{AC}{AK} \Rightarrow \frac{IC}{IK} = \frac{EC}{EK} \text{ hay } \frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK} \text{ (đ.p.c.m)}$$

Xét  $\triangle AQF$  có  $AE$  là đường cao (vì  $MF \perp AE$  nên  $EQ \perp AE$ )

$AE$  cũng là đường phân giác ngoài (c/m trên) do đó  $\triangle AQF$  cân tại  $A$ :

Xét  $\triangle AQF$  và  $\triangle AQE$ , có:  $AQ = AF$  (vì  $\triangle AQF$  cân);  $\angle FAE = \angle QAE$  ( $AE$  là phân giác);  $AE$  chung

Suy ra:  $\triangle AQE = \triangle AQF$  (c.g.c) nên  $\angle QOA = \angle FEA = 90^\circ$  (đ.p.c.m)

0,25

0,25

**Câu 17**  
**(0,5 điểm)**

**Câu 17.** Cho ba số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $(x-1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 + z^2 \leq \frac{9}{4}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^3 + x^2 + 36}{2(x+1)} + \frac{y^3 + y^2 + 36}{4(y+1)} + \frac{2z^3 + z^2 + 9}{2z+1}$$

Ta có

	$P = \frac{x^3 + x^2 + 36}{2(x+1)} + \frac{y^3 + y^2 + 36}{4(y+1)} + \frac{2z^3 + z^2 + 9}{2z+1} = \frac{18}{x+1} + \frac{9}{y+1} + \frac{9}{2z+1} + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} + z^2$ $= 9\left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{2z+1}\right) + \frac{1}{4}(2x^2 + y^2 + 4z^2)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức <math>\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}</math> (<math>a, b &gt; 0</math>)</p> <p>Ta có: <math>\frac{2}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{2z+1} \geq \frac{4}{2x+2} + \frac{4}{y+2z+2} \geq \frac{16}{2x+y+2z+4}</math></p> <p>Mặt khác, áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có:  <math>(2+1+1)(2x^2 + y^2 + 4z^2) \geq (2x + y + 2z)^2</math></p> <p>nên <math>(2x^2 + y^2 + 4z^2) \geq \frac{1}{4}(2x + y + 2z)^2</math></p> <p>Suy ra <math>P \geq \frac{144}{(2x+y+2z+4)} + \frac{1}{16}(2x+y+2z)^2</math></p> <p>Từ giả thiết ta có:</p> $(x-1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + z^2 \leq \frac{9}{4} \text{ tức là}$ $2x+3y \geq x^2 + y^2 + z^2 + 1 = (x^2 + 4) + (y^2 + 4) + (z^2 + 1) - 8$ <p>Nên <math>2x+3y \geq 4x+4y+2z-8</math> Do đó <math>0 &lt; 2x+y+2z \leq 8</math></p> <p>Đặt <math>t = 2x+y+2z</math>. Xét biểu thức <math>Q = \frac{144}{t+4} + \frac{t^2}{16}</math> với <math>0 &lt; t \leq 8</math>. Ta có</p> $Q = (t+4) + \frac{144}{t+4} + \left(\frac{t}{4} - 2\right)^2 - 8 \geq 2\sqrt{(t+4) \cdot \frac{144}{t+4}} + \left(\frac{t}{4} - 2\right)^2 - 8 \geq 16$ <p>Vậy <math>P \geq Q \geq 16</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>x = y = 2, z = 1</math>. Vậy <math>\min P = 16</math></p> <p>khi <math>(x; y; z) = (2; 2; 1)</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
--	---	-------------------------

**Chú ý:**

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Đối với câu 15 (Hình học):

- + *Không vẽ hình, hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm;*
- + *Nếu học sinh không chứng minh mà thừa nhận kết quả của ý trên để làm ý dưới thì không chấm điểm ý dưới.*