

Chương 1_Bài 3 BÀI TIỆM CẬN CỦA HÀM SỐ.

GVSB: (cô Dung)

GVPB: Lê Văn Quyết

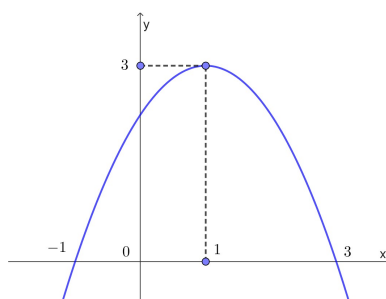
Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0 ↘	↘	↗	$+\infty$

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2025}$ có đúng 2 tiệm cận ngang.

Câu 2: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2025}{f(x)}$.



- a) Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .
- b) Đồ thị (C) có đúng một tiệm ngang và không có tiệm cận xiên.
- c) Đồ thị (C) không có tiệm cận.
- d) Đồ thị (C) có đúng 2 tiệm cận đứng: $x = -1$ và $x = 3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 6x - m - 3}{x - 1} = 2x + 8 + \frac{5 - m}{x - 1}$ (1) có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang với $\forall m$.

c) Đồ thị (C) luôn có tiệm cận đứng $x=1$ với $\forall m$.

d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=2x+8$ với $m \neq 5$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+3x+5}{x+2}$ có đồ thị là (C) .

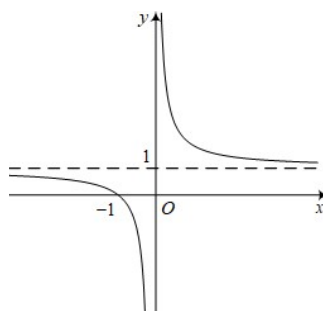
a) Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng $x+2=0$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang $y=1$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=x+1$.

d) Đồ thị (C) có chỉ có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có đồ thị (H) như hình vẽ.



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+1}$.

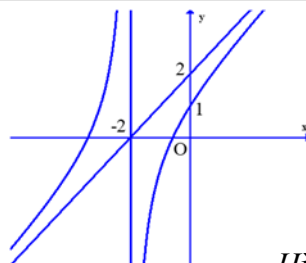
a) Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

d) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2+4x+2}{x+2}$.



Hình 1.1

- a) $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x+2}, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường $x = 2$.
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 2$.
- d) Hàm số đã cho có đồ thị hàm số như Hình 1.1.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{|x^2 - x|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + m}}$ có đồ thị (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để (C) có đúng 4 đường tiệm cận?

- a) Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- b) Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Với $m = 1$ đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận đứng.
- d) Có tất cả 2 giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận.

ĐÁP ÁN

Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	0		2	$+\infty$
		$-\infty$	-2	

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2025}$ có đúng 2 tiệm cận ngang.

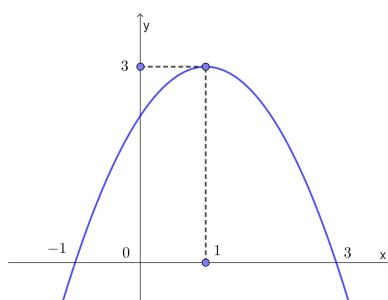
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang. **Sai** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang $y = 0$. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$.

- d) Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) + 2025} = \frac{1}{2025}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) + 2025} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2025}$ có đúng 2 tiệm cận ngang.

Câu 2: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{2025}{f(x)}$.



- a) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .
- b) Đồ thị (C) có đúng một tiệm cận ngang và không có tiệm cận xiên.
- c) Đồ thị (C) không có tiệm cận.
- d) Đồ thị (C) có đúng 2 tiệm cận đứng: $x=-1$ và $x=3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có $f(x)=a(x+1)(x-3)$ với $a < 0$

- a) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) . **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y=0$.
- b) Đồ thị (C) có đúng một tiệm cận ngang và không có tiệm cận xiên. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y=0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y=0$.
- c) Đồ thị (C) không có tiệm cận. **Sai** vì dễ thấy (C) có tiệm cận ngang $y=0$.
- d) Đồ thị (C) có đúng 2 tiệm cận đứng: $x=-1$ và $x=3$. **Đúng** vì hàm số $y=\frac{2025}{f(x)}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R} \setminus \{-1,3\}$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y=+\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y=+\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} y=-\infty$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{2x^2+6x-m-3}{x-1}=2x+8+\frac{5-m}{x-1}$ (1) có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang với $\forall m$.
- c) Đồ thị (C) luôn có tiệm cận đứng $x=1$ với $\forall m$.
- d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=2x+8$ với $m \neq 5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- a) Hàm số (1) có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **Đúng** vì hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.
- b) Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang với $\forall m$. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y=-\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y=+\infty$.

với $\forall m$.

c) Đồ thị (C) luôn có tiệm cận đứng $x=1$ với $\forall m$. **Sai** vì khi $m=5$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} y = 10$.

d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=2x+8$ với $m \neq 5$. **Đúng** vì với $m \neq 5$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x+8)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-m}{x-1} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x+8)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5-m}{x-1} = 0.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$ có đồ thị là (C) .

a) Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng $x+2=0$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang $y=1$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=x+1$.

d) Đồ thị (C) có chỉ có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

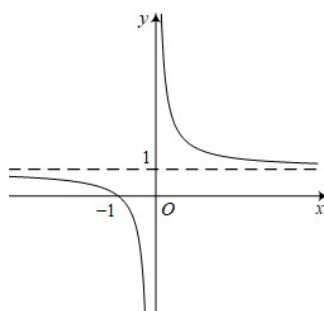
a) Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng $x+2=0$. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -2} y = -\infty$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang $y=1$. **Sai** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên (C) không có tiệm cận ngang.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y=x+1$. **Đúng** vì $y = x+1 + \frac{3}{x+2}$.

d) Đồ thị (C) có chỉ có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên. **Sai** vì (C) có tiệm cận xiên.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có đồ thị (H) như hình vẽ.



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$
và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$

b) Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận. **Sai** vì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = +\infty$. **Sai** vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1}$.

a) Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

d) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Lời giải

a) Đúng	b)) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	-----------	--------	--------

a) Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$.

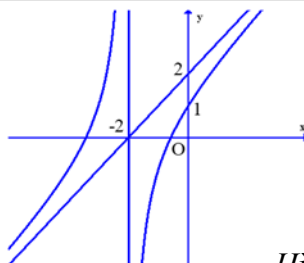
b) Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$.

c) Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Sai** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$

d) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. **Sai** vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ và

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận xiên.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+4x+2}{x+2}$.



Hình 1.1

- e) $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x+2}, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- f) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường $x = 2$.
- g) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 2$.
- h) Hàm số đã cho có đồ thị hàm số như Hình 1.1.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2x + 4 - 2}{x+2} = x + 2 - \frac{2}{x+2}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x+2}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x+2)] = 0 \Rightarrow y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x+2}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{|x^2 - x|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + m}}$ có đồ thị (C). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để (C) có đúng 4 đường tiệm cận?

- a) Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- b) Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Với $m = 1$ đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận đứng.
- d) Có tất cả 2 giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{|x^2 - x|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + m}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{x \sqrt[3]{1 - \frac{3}{x} + \frac{m}{x^3}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{\sqrt[3]{1 - \frac{3}{x} + \frac{m}{x^3}}} = 1$$

Suy ra: $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + m}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{x\sqrt[3]{1 - \frac{3}{x} + \frac{m}{x^3}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}{\sqrt[3]{1 - \frac{3}{x} + \frac{m}{x^3}}} = -1$$

b)

Suy ra: $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Với $m = 1$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}} \quad (x_1; x_2; x_3 \text{ khác } 0 \text{ và } 1)$$

Đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận đứng $x = x_1; x = x_2$ và $x = x_3$.

d) Theo kết quả câu a, b, để (C) có 4 đường tiệm cận thì (C) cần có thêm đúng 2 đường tiệm cận đứng.

Điều kiện cần: $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + m} = 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra: $m = -x^3 + 3x^2$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt. $(*)$

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		4		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra: $(*) \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Điều kiện đủ:

Với $m = 0$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^2(x-3)}} \quad \text{Do } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^2(x-3)}} = -\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^2(x-3)}} = +\infty$$

Đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng là $x = 0$ và $x = 3$.

Với $m = 1$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 1}} = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}} \quad (x_1; x_2; x_3 \text{ khác } 0 \text{ và } 1)$$

Đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận đứng $x = x_1; x = x_2$ và $x = x_3$.

Với $m = 2$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2}} = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{(x-x_4)(x-1)(x-x_5)}} \quad (x_4; x_5 \text{ khác } 0 \text{ và } 1)$$

Đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng là $x = x_4$ và $x = x_5$.

Với $m = 3$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3}} = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{(x-x_6)(x-x_7)(x-x_8)}} \quad (x_6; x_7; x_8 \text{ khác } 0 \text{ và } 1)$$

Đồ thị hàm số có đúng 3 tiệm cận đứng $x = x_6; x = x_7$ và $x = x_8$.

Với $m = 4$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}} = \frac{\sqrt{|x|} \cdot \sqrt{|x-1|}}{\sqrt[3]{(x+1)(x-2)^2}}$$

Đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 2$.

Vậy $m \in [0; 2; 4]$ thì thỏa yêu cầu đề bài. Có 3 giá trị của m .