

A. LÝ THUYẾT**I. ĐẠI SỐ**

1. Thế nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Cho ví dụ?
Em có nhận xét gì về nghiệm và biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn?
2. Nêu cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.
3. Nêu cách giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
4. Nêu tính chất của đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)
5. Thế nào là phương trình bậc hai một ẩn? Cho ví dụ.
Viết công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai một ẩn

II. HÌNH HỌC

1. Thế nào là: góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.
2. Nêu cách tính số đo: cung nhỏ, cung lớn; số đo của góc nội tiếp; số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung; số đo của góc có đỉnh ở bên trong (ở bên ngoài) đường tròn.
3. Phát biểu các định lý về mối quan hệ giữa cung nhỏ và dây căng cung đó trong một đường tròn; định lý về quan hệ giữa đường kính, cung và dây trong một đường tròn
4. Phát biểu định lý và hệ quả về góc nội tiếp
5. Phát biểu quỹ tích cung chứa góc
6. Thế nào là tứ giác nội tiếp? Tứ giác nội tiếp có tính chất gì? Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp.

B. BÀI TẬP**I. ĐẠI SỐ****Dạng 1: Biểu thức tổng hợp (Rút gọn, tính giá trị)**

Bài 1: Cho biểu thức
$$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

- a) Rút gọn P b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ c) So sánh P với $\frac{1}{3}$

Bài 2: Cho biểu thức
$$Q = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$

- a) Rút gọn Q
- b) Tìm x để $Q = \frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên

d) Chứng minh rằng $Q \leq \frac{2}{3}$

$$B = \left(\frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-3}{1-x} \right) : \left(\frac{x+2}{x+\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right)$$

Bài 3: Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức B

b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \frac{8}{\sqrt{5}+1}$

c) Với $0 \leq x < \frac{1}{9}$, hãy so sánh B và $\sqrt{B}$

$$M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}+7}{x-4} \right) : \left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + 1 \right)$$

Bài 4: Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức M

b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

$$N = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$$

Bài 5: Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức N

b) Tính các giá trị của x để $N < 0$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của N

Bài 6: Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$

a) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

b) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên

Dạng 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài 1: Hai vòi nước cùng lúc chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ 20 phút bể đầy. Người ta cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{4}{5}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 2: Trong một trang sách, nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang sẽ bớt đi 136 chữ, nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng tăng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ của mỗi dòng.

Bài 3: Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22km và ngược dòng 9km thì hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước không đổi).

Bài 4: Ba năm trước tuổi cha bằng 7 lần tuổi con trừ bớt 1. Năm nay, tuổi cha bằng 4 lần tuổi con cộng thêm 5. Hỏi năm này mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 5: Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 45m^2 . Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích của mảnh vườn đó?

Bài 6: Tổng của chữ số hàng đơn vị và hai lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 10. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì sẽ được số mười nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số có hai chữ số đó.

Dạng 3: Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + \sqrt{x+1} = 4 \\ (x+y) - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y-1} = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2}{|x-2|} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{|x-2|} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài 2: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = m \\ -5x + y = -1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 3$
- Tìm m để hệ có nghiệm $x > 0, y > 0$

Bài 3: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

- Tìm m để nghiệm của hệ có dạng $(2; y)$
- Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $S = 2x - y$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = -1$

b) Tìm m ($m \neq 0$) để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$

Bài 5: Cho hệ phương trình hai ẩn x, y với m là tham số
$$\begin{cases} mx + 2my = m + 1 \\ x + (m + 1)y = 2 \end{cases}$$

a) Chứng minh nếu hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thì điểm $M(x; y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định

b) Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất

c) Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{5}$

Dạng 4: Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai một ẩn

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = (2m - 1)x^2$

a) Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -2)$

b) Vẽ đồ thị (P) của hàm số khi $m = -\frac{1}{2}$ và so sánh $f(-2005)$ với $f(2016)$

c) Xác định a để các điểm sau thuộc Parabol (P) ở câu b:

$$\left(a; -\frac{1}{2}\right); \left(-1; -\frac{a}{2}\right); \left(3; -\frac{9\sqrt{a}}{2}\right)$$

Bài 2: Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = -2x - 3$ trên cùng hệ trục tọa độ.

a) Gọi M, N là giao điểm của hai đồ thị. Xác định tọa độ M, N

b) Tính chu vi và diện tích $\triangle OMN$

Bài 3: Cho phương trình $mx^2 + 2m^2x + 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm

Bài 4: Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m biết phương trình có một trong các nghiệm bằng $1 - \sqrt{2}$

b) Tìm nghiệm còn lại của phương trình

Bài 5: Cho phương trình $mx^2 - 2(m - 1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = -2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

c) Tìm m để phương trình có nghiệm kép, có nghiệm duy nhất

Bài 6: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

II. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B), gọi M là điểm chính giữa cung AC, BM cắt AC tại H và cắt tia tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) tại K, AM cắt BC tại D.

a) Chứng minh $\triangle ABD$ cân đỉnh B

b) Chứng minh các tứ giác DMHC, AKDB nội tiếp

c) Tứ giác AKDH là hình gì? Vì sao?

d) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle BHD$ cắt đường tròn (B; BA) tại N. Chứng minh A, C, N thẳng hàng.

Bài 2: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), dựng cả tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (D, E thuộc (O)). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại D và K. Vẽ $OI \perp AE$ tại I.

a) Chứng minh: B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn

b) Chứng minh IA là tia phân giác của $\widehat{BIC}$

c) Chứng minh $AC^2 = AD \cdot AE$ và tứ giác IHDC nội tiếp

d) Gọi S là giao điểm của BC và AD. Chứng minh $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$ và $DH = HK$

Bài 3: Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 8cm. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A và B của (O). Qua điểm M thuộc (O) kẻ tiếp tuyến thứ ba của đường tròn (O) (M khác A và B), tiếp tuyến này cắt Ax tại C, cắt By tại D ($AC > BD$)

a) Chứng minh các tứ giác OACM, OBDM là các tứ giác nội tiếp

b) OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Tứ giác OEMF là hình gì?

c) Gọi I là trung điểm của OC và K là trung điểm của OD. Chứng minh tứ giác OIMK là tứ giác nội tiếp

d) Cho $AC + BD = 10\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác OIMK

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kì. Gọi giao điểm của AC, AD với xy theo thứ tự là M, N

a) Chứng minh MCDN là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $AC \cdot AM = AD \cdot AN$

c) Kẻ $AH \perp CD$ tại H, cắt MN tại K. Chứng minh K là trung điểm của MN.

- d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Chứng minh rằng khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I chuyển động trên một đường thẳng.

Bài 5: Cho nửa đường tròn tâm (O; R), đường kính AB. Gọi M là điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến d tại M của nửa đường tròn cắt trung trực đoạn thẳng AB tại I. Đường tròn tâm I bán kính IO cắt d tại P, Q (P là điểm nằm trong $\widehat{AOM}$).

- Chứng minh các tia AP, BQ tiếp xúc với nửa đường tròn đã cho
- Gọi H là giao điểm của OP và AM, K là giao điểm của OQ và BM. Chứng minh tứ giác PHKQ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh $R^2 = AP \cdot BQ$
- Xác định vị trí của điểm M để bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác PHKQ là nhỏ nhất

C. MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ SỐ 1

Bài I (2,5 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-5}{x+2\sqrt{x}-3}$

- Rút gọn A
- Tính giá trị của A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$
- Giả sử $A = \sqrt{2}$. Chứng minh rằng $\sqrt{x} - \sqrt{2}$ là số nguyên

Bài II (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Một ca nô chạy xuôi dòng và ngược dòng trên sông với vận tốc riêng không đổi. Nếu ca nô xuôi dòng trong 1 giờ rồi ngược dòng trong 2 giờ thì được tổng cộng 126km. Nếu ca nô xuôi dòng trong 1 giờ rồi và ngược dòng trong 1 giờ rồi thì được tất cả 129km. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

Bài III (1,5 điểm): Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 2$
- Tìm số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) mà $x > 0$; $y < 0$.

Bài IV (3,5 điểm): Cho đường tròn (O; R) và dây AB cố định ($AB < 2R$), C là điểm di động trên cung lớn AB. Gọi M, N lần lượt là các điểm chính giữa cung AC, AB. Gọi giao điểm của MN với AC là H, giao điểm của BM với CN là K.

- Chứng minh tứ giác HKCM là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh tam giác $\triangle CKM$ cân
- Chứng minh K cách đều các cạnh của $\triangle ABC$
- Xác định vị trí của điểm C để tứ giác AKBN có diện tích lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB cố định, C là điểm chuyển động trên đường tròn (C khác A và B). Chứng minh rằng trọng tâm G của $\triangle ABC$ luôn chuyển động trên một đường tròn cố định.

ĐỀ SỐ 2

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right)$$

Bài I (2,5 điểm): Cho biểu thức

- a) Rút gọn biểu thức P
- b) Tìm các giá trị của x để $P > 0$

c) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của $\sqrt{P}$

Bài II (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai trường A và B có 420 học sinh thi đỗ vào 10, đạt tỉ lệ là 84%. Riêng trường A tỉ lệ đỗ là 80%. Riêng trường B tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

Bài III (1,5 điểm): Cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ
- b) A, B là hai giao điểm của (P) và (d). Tính diện tích ΔOAB

Bài IV (3,5 điểm): Cho đường tròn (O; R) đường kính AB, điểm F cố định nằm trên tia đối của tia AB và C là điểm thay đổi trên đường tròn sao cho $CA < CB$. Nối FC cắt (O) tại điểm thứ hai D (C nằm giữa F và D). Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC và BD cắt nhau tại E. Đường tròn đường kính BI cắt AB tại H ($H \neq B$). Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác ICED nội tiếp được trong một đường tròn
- b) Ba điểm H, I, E thẳng hàng
- c) $FC \cdot FD + AE \cdot AC + BD \cdot BE$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm C
- d) Khi A là trung điểm của FO. Chứng tỏ H là trung điểm của AO

Bài V (0,5 điểm): Tìm điểm M trên đường thẳng $2x + 3y = 13$ sao cho khoảng cách đến gốc tọa độ là nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 3

$$P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$$

Bài I (2 điểm): Cho biểu thức

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm các giá trị của x để $P < 1$
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P có giá trị nguyên.

Bài II (2 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 15 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm $\frac{7}{4}$ giờ và người thợ thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được $\frac{7}{20}$ công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

Bài III (1,5 điểm): Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số)

- Giải phương trình với $m = \sqrt{2}$
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Bài IV (4 điểm): Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. Một điểm I nằm giữa A và O

sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây $MN \perp AB$ tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối A với C cắt MN tại E.

- Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong một đường tròn
- Chứng minh $\triangle AME$ đồng dạng với $\triangle ACM$ và $AM^2 = AE \cdot AC$
- Chứng minh $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$
- Hãy xác định vị trí của điểm C để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CME$ là nhỏ nhất.

Bài V (0,5 điểm): Cho a, b là các số dương có tích bằng 1. Chứng minh rằng $a + b + \frac{1}{a+b} \geq \frac{5}{2}$.

ĐỀ SỐ 4 (Đề thi giữa kì II – Năm học: 2015 – 2016)

$$P = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}}$$

Bài I (2 điểm): Cho biểu thức

a) Rút gọn và tìm ĐKXD của biểu thức P

b) Tìm giá trị của P với $x = 20 - 6\sqrt{11}$

c) So sánh P với $\frac{1}{3}$

Bài II (2 điểm):) : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Có một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 8m và giảm chiều rộng đi 3m thì diện tích mảnh vườn giảm đi $54m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 4m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $32m^2$. Hãy tính diện tích của mảnh vườn đó.

Bài III (2 điểm): Cho phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = -5$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

c) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $-5 < x_1 < x_2 < 5$

Bài IV (4 điểm): Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O; R) đi qua B và C sao cho $BC < 2R$. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AD và AE với (O) (với D và E là hai tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác ADOE nội tiếp

2) Gọi M là trung điểm của BC và I là trung điểm của DE. Chứng minh M thuộc đường tròn (O_1) ngoại tiếp tứ giác ADOE và $OA \perp DE$ tại I.

3) Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng OM và DE. Chứng minh $OM \cdot ON = R^2$

4) Chứng minh NB và NC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)

5) Chứng minh rằng khi (O; R) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B và C thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Chúc các con ôn tập tốt!