

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 6. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Tiệm cận đứng : Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng nếu

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty \text{ (chỉ cần một trong hai thỏa mãn là đủ)}$$

2. Tiệm cận ngang : Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang

$$\text{nếu } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$$

3. Tiệm cận xiên : Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên

$$\text{nếu } \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

4. Lệnh Casio : Ứng dụng kỹ thuật dùng CALC tính giới hạn

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 3 năm 2017]

Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Giải phương trình : Mẫu số $= 0 \Leftrightarrow \sqrt{4x^2+2x+1} = 0 \Leftrightarrow 4x^2+2x+1=0$ vô nghiệm
 $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

➤ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = \frac{1}{2}$. Vậy đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị

hàm số

➤ Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = -\frac{1}{2}$. Vậy đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị

hàm số

rp10^9)=

$\Rightarrow$ Tóm lại đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang và C là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang

▪ Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{1}{x}}{\sqrt{4+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang

❖ **Bình luận :**

- Việc ứng dụng Casio để tìm tiệm cận sử dụng nhiều kỹ thuật tính giới hạn của hàm số bằng Casio. Các bạn cần học kỹ bài giới hạn trước khi học bài này.
- Giới hạn của hàm số khi x tiến tới $+\infty$ và khi x tiến tới $-\infty$ là khác nhau. Ta cần hết sức chú ý tránh để sót tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2}$

VD2-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$ (C) có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = -1$



$$\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = -0.999999997$$

Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = -1$

rp10^9)=

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = -1.000000003$$

Vậy đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

➤ Giải phương trình : Mẫu số $= 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Đến đây nhiều học sinh đã ngộ nhận $x = 1$ và $x = -1$ là 2 tiệm cận đứng của (C)

Tuy nhiên $x = \pm 1$ là nghiệm của phương trình Mẫu số $= 0$ chỉ là điều kiện cần. Điều

kiện đủ phải là $\lim_{x \rightarrow \pm 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2} = \infty$

$\Rightarrow$ Ta đi kiểm tra điều kiện đủ

$$\frac{x^2+1}{x-1}$$

-9999999999

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x-1}$ không có tiệm cận ngang

$\Rightarrow$ Tóm lại C là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = +\infty$

▪ Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

❖ **Bình luận :**

- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang nếu $\lim_{x \rightarrow \infty} y$ bằng ∞

VD4-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng

A. $m=1$

B. $m=-1$

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

D. $-1 < m < 1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình mẫu số bằng 0 không có nghiệm hoặc có nghiệm nhưng giới hạn hàm số khi x tiến tới nghiệm không ra vô cùng.:

- Với $m=1$. Hàm số $\Leftrightarrow y = \frac{5x-3}{x^2-2x+1}$. Phương trình $x^2-2x+1=0$ có nghiệm $x=1$

Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-3}{x^2-x+1} = +\infty$. $\Rightarrow$ Đáp số A sai



- Với $m=0$ hàm số $\Leftrightarrow y = \frac{5x-3}{x^2+1}$. Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng $\Rightarrow m=0$

$\Rightarrow$ D là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình mẫu số bằng 0 vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2-1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Trường hợp 2 phương trình mẫu số bằng 0 có nghiệm nhưng bị suy biến (rút gọn) với nghiệm ở tử số. $\Rightarrow$ Không xảy ra vì bậc mẫu > bậc tử
- ❖ **Bình luận :**
 - Việc giải thích được trường hợp 2 của tự luận là tương đối khó khăn. Do đó bài toán này chọn cách Casio là rất dễ làm.

VD5-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

A. $m < 0$

B. Không có m thỏa

C. $m = 0$

D. $m > 0$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Thử đáp án A ta chọn 1 giá trị $m < 0$, ta chọn $m = -2,15$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{-2,15x^2+1}}$

Math
Math ERROR

[AC] :Cancel
[4][>]:Goto

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{-2,15x^2+1}}$ không tồn tại $\Rightarrow$ hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{-2,15x^2+1}}$ không thể có 2 tiệm cận ngang

- Thử đáp án B ta chọn gán giá trị $m = 0$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{0x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)$

X+1

1000000001

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) = +\infty \Rightarrow$ hàm số $y = (x+1)$ không thể có 2 tiệm cận ngang

- Thử đáp án D ta chọn gán giá trị $m = 2,15$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2,15x^2+1}} = 0,6819...$

Math ▲
$$\frac{x+1}{\sqrt{2,15x^2+1}}$$

0.6819943402

Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{2,15x^2+1}} = -0,6819...$

rp10^9)=

Math ▲
$$\frac{x+1}{\sqrt{2,15x^2+1}}$$

-0.6819943388

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang $y = \pm -0.6819...$

$\Rightarrow$ Đáp số D là đáp số chính xác

❖ Bình luận :

- Qua ví dụ 4 ta thấy sức mạnh của Casio so với cách làm tự luận. .

VD6-[Đề minh họa Bộ GD-ĐT lần 2 năm 2017]

Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

A. $\begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$

B. $x = -3$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

D. $x = 3$

GIẢI

- Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì điều kiện cần : x_0 là nghiệm của phương trình mẫu số bằng 0
Nên ta chỉ quan tâm đến hai đường thẳng $x = 3$ và $x = 2$

- Với $x = 3$ xét $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty \Rightarrow x = 3$ là một tiệm cận đứng

Calculator screen showing the limit calculation for $x = 3$. The expression $\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ is entered, and the result $1.127016654 \times 10^{10}$ is displayed.

- Với $x = 2$ xét $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = +\infty$ Kết quả không ra vô cùng $\Rightarrow x = 2$ không là một tiệm cận đứng

Calculator screen showing the limit calculation for $x = 2$. The expression $\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$ is entered, and the result -1.1667 is displayed.

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Lương Văn Tụy lần 1 năm 2017]

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ là :

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Bài 2-[Thi thử THPT Vũ Văn Hiếu -Nam Định lần 1 năm 2017]

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2-4}}$ là :

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Bài 3-[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]

Tìm các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng ?

A. $m = 0$

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

C. $m > -1$

D. $m > 1$

Bài 4-[Thi thử THPT Quảng Xương –Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]

Tìm tất cả các số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - m}$ có 3 đường tiệm cận

A. $m \neq 0$

B. $m = 0$

C. $m > 0$

D. $m < 0$

Bài 6-[Thi thử chuyên Lương Văn Tụy lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + x + 1}$ có đường tiệm cận ngang

A. $m = -1$

B. $m < 0$

C. $m > 0$

D. $m = \pm 1$

Bài 7-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{m\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1}$ có đường thẳng $y = -2$ là một tiệm cận ngang.

A. $m \in \{-2; 2\}$

B. $m \in \{1; 2\}$

C. $m \in \{1; -2\}$

D. $m \in \{-1; 1\}$

Bài 8-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{x^2 + mx + m}$ có đúng 1 tiệm cận.

A. $\begin{cases} 0 \leq m \leq 4 \\ m = -\frac{4}{3} \end{cases}$

B. $m \in \left\{0; 4; -\frac{4}{3}\right\}$

C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 4 \end{cases}$

D. Không có m

thỏa

Bài 8-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{mx^2 + 1}}{x - 1}$ có đúng 2 tiệm cận ngang.

A. $m < 0$

B. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m > 3 \end{cases}$

C. $m > 0$

D. $m = 0$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Bài 10-[Thi HK1 THPT Việt Đức – Hà Nội năm 2017]

Hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ (H), M là điểm bất kì và $M \in (H)$. Khi đó tích khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận của (H) bằng :

A. 4

B. 1

C. 2

D. 5

Bài 11-[Thi thử Sở GD-ĐT Hà Tĩnh năm 2017]

Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8

A. $m = 2$

B. $m = \pm \frac{1}{2}$

C. $m = \pm 4$

D. $m = \pm 2$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Lương Văn Tụy lần 1 năm 2017]

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ là :

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

GIẢI

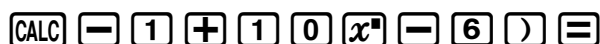
- Phương trình mẫu số bằng 0 có 2 nghiệm $x = \pm 1$
- Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng



$$\frac{x}{x^2 - 1}$$

500000.25

- Tính $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x^2 - 1} = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng



$$\frac{x}{x^2 - 1}$$

499999.75

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Bài 2-[Thi thử THPT Vũ Văn Hiếu -Nam Định lần 1 năm 2017]

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2 - 4}}$ là :

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

GIẢI

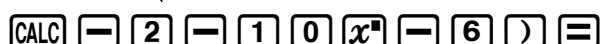
- Phương trình mẫu số bằng 0 có 2 nghiệm $x = \pm 2$
- Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2 - 4}} = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng



$$\frac{|x-1|}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

500.0004375

- Tính $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2 - 4}} = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng



$$\frac{|x-1|}{\sqrt{x^2-4}}$$

1500.000313

⇒ Đáp số chính xác là C

Bài 3-[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]

Tìm các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng ?

A. $m = 0$

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

C. $m > -1$

D. $m > 1$

GIẢI

- Với $m = 0$ hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x}{x}$, Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 - 3x}{x} = -3$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2 - 3x}{x} = -3 \Rightarrow$ Không có tiệm cận đứng $\Rightarrow m = 0$ thỏa.

$$\frac{2x^2 - 3x}{x} = -2.999998$$

$$\frac{2x^2 - 3x}{x}$$

$$- \frac{1500001}{500000}$$

- Tương tự $m = 1$ cũng thỏa $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

Chú ý: Nếu chúng ta chú ý một chút tự luận thì hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x}{x}$ sẽ rút gọn tử mẫu và thành $y = 2x - 3$ là đường thẳng nên không có tiệm cận đứng.

Bài 4-[Thi thử THPT Quảng Xương - Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

GIẢI

- Phương trình mẫu số bằng 0 có 1 nghiệm duy nhất $x = 0$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = +\infty$

$\Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng

$$\frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$$

$$\frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$$

1000001.5

- Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

$$\frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$$

$$\frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$$

2.0000000001 x 10⁻¹⁸

- Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

CALC $\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x^3+x}$ 5x10⁻²⁸

Tóm lại đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang $\Rightarrow$ B chính xác

Chú ý: Học sinh thường mắc định có 2 tiệm cận ngang $\Rightarrow$ Chọn nhầm đáp án C

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]

Tìm tất cả các số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - m}$ có 3 đường tiệm cận

- A. $m \neq 0$ B. $m = 0$ C. $m > 0$ D. $m < 0$

GIẢI

- Thử với $m=9$ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 - 9} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang

$\frac{x}{x^2 - 9}$ $\frac{x}{x^2 - 9}$

- Phương trình mẫu số bằng 0 có hai nghiệm $x=3; x=-3$. Tính

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x^2 - 9} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x}{x^2 - 9} = +\infty \Rightarrow$ có 2 tiệm cận đứng

$\frac{x}{x^2 - 9}$ $\frac{x}{x^2 - 9}$ 500.0833194 499999.9167

Vậy $m=9$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp số chứa $m=9$ là C chính xác.

Bài 6-[Thi thử chuyên Lương Văn Tụy lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x + m\sqrt{x^2 + x + 1}$ có đường tiệm cận ngang

- A. $m = -1$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m = \pm 1$

GIẢI

- Với $m=-1$. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x=-1$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp số đúng là A hoặc D

$x - \sqrt{x^2 + x + 1}$ $-\frac{1}{2}$

- Với $m=1$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + x + 1}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow x=1$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

$x + \sqrt{x^2 + x + 1}$ $-\frac{1}{2}$

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 7. BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ.

1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Phương pháp đồ thị tìm số nghiệm của phương trình : Cho phương trình $f(x) = g(x)$ (1), số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$

Chú ý : Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành

2. Bài toán tìm nghiệm của phương trình chứa tham số : Ta tiến hành cô lập m và đưa phương trình ban đầu về dạng $f(x) = m$ (2) khi đó số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Chú ý : Đường thẳng $y = m$ có tính chất song song với trục hoành và đi qua điểm có tọa độ $(0; m)$

3. Lệnh Casio : Để tìm nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm ta dùng lệnh SHIFT SOLVE

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Thi thử chuyên KHTN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2 x - \log_2(x-2) = m$ có nghiệm :

A. $1 \leq m < +\infty$

B. $1 < m < +\infty$

C. $0 \leq m < +\infty$

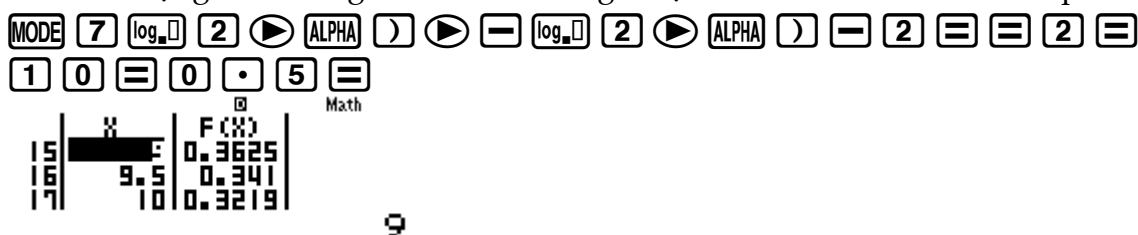
D. $0 < m < +\infty$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Đặt $\log_2 x - \log_2(x-2) = f(x)$ khi đó $m = f(x)$ (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì m thuộc miền giá trị của $f(x)$ hay $f(\min) \leq m \leq f(\max)$

➤ Tới đây bài toán tìm tham số m được quy về bài toán tìm min, max của một hàm số. Ta sử dụng chức năng Mode với miền giá trị của x là Start 2 End 10 Step 0.5



➤ Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy $f(10) \approx 0.3219$ vậy đáp số A và B sai. Đồng thời khi x càng tăng vậy thì $F(X)$ càng giảm. Vậy câu hỏi đặt ra là $F(X)$ có giảm được về 0 hay không.

Ta tư duy nếu $F(X)$ giảm được về 0 có nghĩa là phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

Để kiểm tra dự đoán này ta sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE

$\log_2 2 - \log_2(2-2) = 0$ (Solve Error)

Can't Solve Math
[AC] : Cancel
[←][→]: Goto

Máy tính Casio báo phương trình này không có nghiệm. Vậy dấu = không xảy ra

➤ Tóm lại $f(x) > 0 \Leftrightarrow m > 0$ và D là đáp án chính xác

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

▪ Điều kiện : $x > 2$

▪ Phương trình $\Leftrightarrow m = \log_2 \left(\frac{x}{x-2} \right) \Leftrightarrow m = \log_2 \left(1 + \frac{2}{x-2} \right)$

▪ Vì $x > 2$ nên $x-2 > 0 \Rightarrow 1 + \frac{2}{x-2} > 1 \Rightarrow \log_2 \left(1 + \frac{2}{x-2} \right) > \log_2 1 = 0$

Vậy $m = \log \left(1 + \frac{2}{x-2} \right) > 0$

❖ **Bình luận :**

- Một bài toán mẫu mực của dạng tìm tham số m ta giải bằng cách kết hợp chức năng lập bảng giá trị MODE 7 và chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE một cách khéo léo
- Chú ý : $m = f(x)$ mà $f(x) > 0$ vậy $m > 0$ một tính chất bắt cầu hay và thường xuyên gặp

VD2-[Thi thử chuyên KHTN -HN lần 2 năm 2017]

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-4 < m < 0$

B. $-4 \leq m \leq 0$

C. $0 \leq m \leq 4$

D. $0 < m < 1$

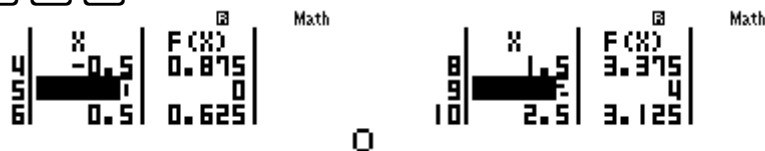
GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

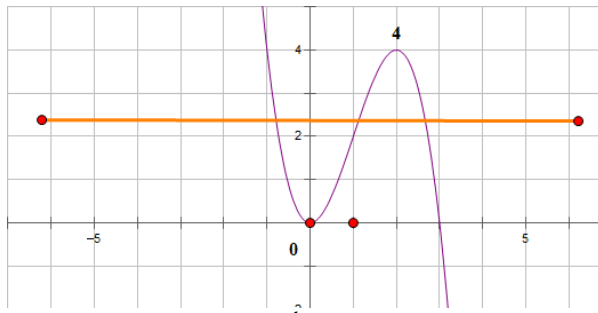
➤ Cô lập m , đưa phương trình ban đầu về dạng $m = -x^3 + 3x^2$. Đặt $x^3 - 3x^2 = f(x)$ khi đó $m = f(x)$ (1), số nghiệm của (1) là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = m$

➤ Để khảo sát hàm số $y = f(x)$ ta sử dụng chức năng MODE 7 Start -2 End 5 Step 0.5

MODE 7 = ALPHA) x^3 3 ► + 3 ALPHA) x^2 = = - 2 = 5 = 0
◀ 5 =



Quan sát bảng giá trị $F(X)$ ta thấy giá trị cực tiểu là 0 và giá trị cực đại là 4 vậy ta có sơ đồ đường đi của $f(x)$ như sau :



- Rõ ràng hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nếu $0 < m < 4$

VD3-[Khảo sát chất lượng chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017]

Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Đường thẳng (d): $y = x+1$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt M, N thì tung độ điểm I của đoạn thẳng MN bằng :

- A. -3 B. -2 C. 1 D. 2

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+2}{x-1} = x+1$. Nhập phương trình này vào máy tính Casio và dò nghiệm :

$\frac{2x+2}{x-1} - (x+1)$ $\frac{2x+2}{x-1} - (x+1)$
 $X =$ $X =$
 $L-R =$ $L-R =$

Ta có ngay 2 nghiệm $\begin{cases} x_1 = 3 \Rightarrow y_1 = x_1 + 1 = 4 \\ x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = x_2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow y_I = \frac{y_1 + y_2}{2} = 2$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

VD4-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

- A. $m > 12$ B. $m < -12$ C. $m < 0$ D. Không có m thỏa

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx + 16$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3 + mx + 16 = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt
 ➤ Với $m = 14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

$X_1 =$ $X_2 =$
 -1.058213891 $0.5291069456+3. \blacktriangleright$

Ta thấy nghiệm $x_2; x_3$ là nghiệm ảo $\Rightarrow$ không đủ 3 nghiệm thực $\Rightarrow m = 14$ không thỏa $\Rightarrow$ A sai

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Với $m = -14$ sử dụng lệnh giải phương trình bậc 3 MODE 5

$\boxed{\text{MODE}} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{=}$ $\boxed{0} \boxed{=}$ $\boxed{4} \boxed{\text{DEL}} \boxed{1} \boxed{4} \boxed{=}$ $\boxed{1} \boxed{6} \boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$ $\boxed{=}$

$X_1 = -4.218186702$ $X_2 = 2.918522599$
 $X_3 = 1.299664103$

Ta thấy ra 3 nghiệm thực $\Rightarrow$ Đáp án đúng có thể là B hoặc C
 Thử thêm một giá trị $m = -1$ nữa thì thấy $m = -1$ không thỏa
 $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là B

VD5-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị là (C). Biết đường thẳng $y = -4x + 3$ tiếp xúc với (C) tại điểm A và cắt (C) tại điểm B. Tìm tung độ của điểm B

- A. 1 B. 15 C. -3 D. -1

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = -4x + 3$. Sử dụng SHIFT

SOLVE để dò 2 nghiệm phương trình trên

$\boxed{\text{SOLVE}} \boxed{1} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^4} \boxed{4} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\text{SOLVE}} \boxed{3} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\rightarrow}$
 $\boxed{+} \boxed{4} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{5} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{=}$

$\frac{1}{2}X^4 - 3X^2 + \frac{3}{2} = -4X + 3$ $\frac{1}{2}X^4 - 3X^2 + \frac{3}{2} = -4X + 3$
 $X = 1$ $X = -3$
 $L-R = 0$ $L-R = 0$

- Nếu A là tiếp điểm thì $y'(x_A) = 0$, B là giao điểm $\Rightarrow y'(x_B) \neq 0$.

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{F}_2} \boxed{\text{SOLVE}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^4} \boxed{4} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{+} \boxed{\text{SOLVE}} \boxed{3} \boxed{\nabla} \boxed{2} \boxed{\rightarrow}$
 $\boxed{\rightarrow} \boxed{1} \boxed{=}$

$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{3}{2} \right) \Big|_{x=1}$
 -4

$\Rightarrow x_B = 1 \Rightarrow y_B = -4x_B + 3 = -1$

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

VD6-[Thi HK1 THPT HN-Amsterdam năm 2017]

Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị (C) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1?

- A. $-3 < m < -1$ B. $-2 < m < 2$ C. $2 < m < 3$ D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$

GIẢI

❖ Cách 1 : T. CASIO

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Số nghiệm của đồ thị (C) và trục hoành là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm. $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0$ (1). Đặt $x^2 = t$ thì (1) $\Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$ (2)
- Ta hiểu 1 nghiệm $t > 0$ sẽ sinh ra 2 nghiệm $x = \pm\sqrt{t}$. Khi phương trình (2) có 2 nghiệm $t_1 > t_2 > 0$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm $-\sqrt{t_1} < -\sqrt{t_2} < \sqrt{t_2} < \sqrt{t_1}$. Vậy để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng 3 điểm có hoành độ lớn hơn -1 (tức là 1 điểm có hoành độ nhỏ hơn -1) thì $0 < t_2 \leq 1 < t_1$ (*)

Thử với $m = -2.5$ Xét phương trình $t^2 - 2mt + m^2 - 4 = 0$

MODE **5** **3** **1** **=** **-** **5** **=** **2** **.** **5** **x²** **=** **4** **=** **=** **=**

X₁ = **X₂** =

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

Thỏa mãn (*) $\Rightarrow m = 2.5$ thỏa $\Rightarrow C$ là đáp số chính xác

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$ có đúng 1 nghiệm dương

- A. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$ D. Không có m

thỏa

Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn $-\frac{1}{2}$

- A. $0 < m < 2$ B. $-2 < m < 2$ C. $\frac{9}{8} < m < 2$ D. $-2 \leq m \leq 2$

Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có 3 nghiệm phân biệt ?

- A. $m = 3$ B. $m > 2$ C. $2 \leq m \leq 3$ D. $2 < m < 3$

Bài 4-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Số nguyên dương lớn nhất để phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm ?

- A. 20 B. 35 C. 30 D. 25

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]

Tập giá trị của tham số m để phương trình $5.16^x - 2.81^x = m.36^x$ có đúng 1 nghiệm ?

- A. $m > 0$ B. $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$ C. Với mọi m D. Không tồn

tại m

Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thì Nhậm - HN năm 2017]

Phương trình $\log_3 x - \log_3 (x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ vô nghiệm khi :

A. $m > 1$

B. $m < 0$

C. $0 < m \leq 1$

D. $m \leq 1$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Thi thử chuyên Vị Thanh – Hậu Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x = m$ có đúng 1 nghiệm dương

A. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = -7 \\ m > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m < -7 \\ m > 20 \end{cases}$

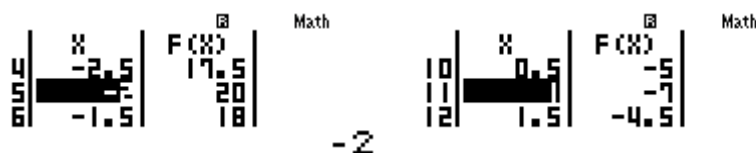
D. Không có m

thỏa

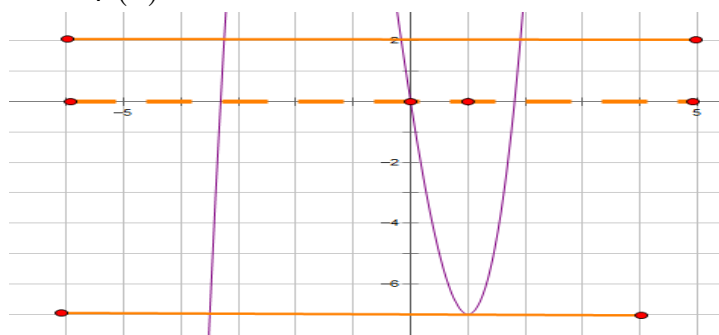
GIẢI

- Đặt $f(x) = 4x^2 - 2x^{2+2} + 6$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$ (1). Để (1) có đúng 1 nghiệm dương thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 1 điểm có hoành độ dương.
- Khảo sát hàm số $y = f(x)$ với chức năng MODE 7

MODE 7 2 ALPHA) x^2 3 $\rightarrow$ + 3 ALPHA) x^2 - 1 2 ALPHA) = = - 4 =
5 = 0 . 5 =



- Ta thấy đồ thị có giá trị cực đại là 20 và giá trị cực tiểu là -7 và ta sẽ mô tả được đường đi của $f(x)$ như sau :



Rõ ràng $\begin{cases} y = m > 0 \\ y = -7 \end{cases}$ thì hai đồ thị cắt nhau tại đúng 1 điểm có hoành độ dương. $\Rightarrow$ Đáp án

B chính xác

Bài 3-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Tìm tất cả giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn $-\frac{1}{2}$

A. $0 < m < 2$

B. $-2 < m < 2$

C. $\frac{9}{8} < m < 2$

D. $-2 \leq m \leq 2$

GIẢI

- Số giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số trên là số giao điểm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 2 = m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 - m = 0$
- Thử với $m = -2$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

MODE **5** **4** **1** **=** **-** **3** **=** **0** **=** **2** **-** **(** **-** **2** **)** **=** **=** **=**

$X_1 =$ $X_2 =$

-1 2

Ta thấy chỉ có 2 nghiệm $\Rightarrow$ 2 giao điểm $\Rightarrow m = -2$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án D sai

- Thử với $m = -1$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4

MODE **5** **4** **1** **=** **-** **3** **=** **0** **=** **3** **=** **=** **=**

$X_1 =$

-0.8793852416

Ta thấy có nghiệm $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = -1$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án B sai

- Thử với $m = 1$. Giải phương trình bậc 3 với tính năng MODE 5 4

MODE **5** **4** **1** **=** **-** **3** **=** **0** **=** **3** **=** **=** **=**

$X_3 =$

-0.5320888862

Ta thấy có nghiệm $< -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 1$ không thỏa mãn $\Rightarrow$ Đáp án A sai

$\Rightarrow$ Đáp án C còn lại là đáp án chính xác

Bài 3-[Thi HSG tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có 3 nghiệm phân biệt ?

- A. $m = 3$ B. $m > 2$ C. $2 \leq m \leq 3$ D. $2 < m < 3$

GIẢI

- Đặt $f(x) = 4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$
- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5

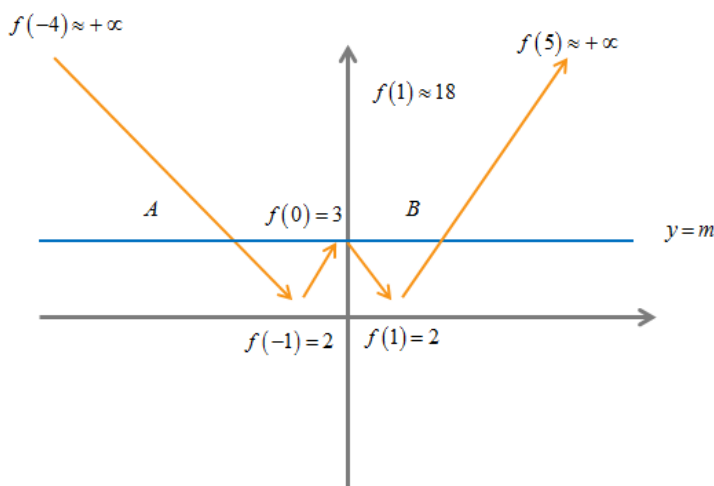
MODE **7** **4** **x^y** **ALPHA** **)** **x^2** **$\blacktriangleright$** **-** **2** **x^y** **ALPHA** **)** **x^2** **+** **2** **$\blacktriangleright$** **+** **6** **=** **=** **-** **4**
= **5** **=** **0** **.** **5** **=**

Math

x	$f(x)$
-2	198
-1.5	9.6001
-1	2

-1

- Quan sát bảng biến thiên ta vẽ đường đi của hàm số



Rõ ràng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt vậy đáp án A là chính xác

Bài 4-[Thi thử THPT Lục Ngạn – Bắc Giang lần 1 năm 2017]

Số nguyên dương lớn nhất để phương trình $25^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2)5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm ?

A. 20

B. 35

C. 30

D. 25

GIẢI

- Cô lập m ta được $m = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot 5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$
- Đặt $f(x) = \frac{25^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot 5^{1+\sqrt{1-x^2}} + 1}{5^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2}$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$
- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -1 End 1 Step 2

MODE 7 2 5 x^y 1 + $\sqrt{\square}$ 1 - ALPHA) x^2 ► ► - 2 $\times$ 5 x^y 1 + $\sqrt{\square}$ 1 - ALPHA) x^2 ► ► + 1 ∇ 5 x^y 1 + $\sqrt{\square}$ 1 - ALPHA) x^2 ► ► - 2 = = - 1 = 1 = 0 . 2 =

Math

X	F(X)
-1	5.3333
-0.8	13.222
-0.6	18.181

- 1

- Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f(x) \leq f(0) = 25.043...$ hay $m \leq f(0)$ vậy m nguyên dương lớn nhất là 25 $\Rightarrow$ D là đáp án chính xác

Bài 5-[Thi HK1 chuyên Amsterdam -HN năm 2017]

Tập giá trị của tham số m để phương trình $5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x = m \cdot 36^x$ có đúng 1 nghiệm ?

A. $m > 0$

B. $\begin{cases} m \leq -\sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \end{cases}$

C. Với mọi m

D. Không tồn tại m

tại m

GIẢI

- Cô lập m ta được $m = \frac{5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x}{36^x}$
- Đặt $f(x) = \frac{5 \cdot 16^x - 2 \cdot 81^x}{36^x}$. Khi đó phương trình ban đầu $\Leftrightarrow f(x) = m$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start -9 End 10 Step 1

MODE **7** **□** **5** **×** **1** **6** **x[□]** **ALPHA** **)** **▶** **-** **2** **×** **8** **1** **x[□]** **ALPHA** **)** **▼** **3** **6** **x[□]**
ALPHA **)** **=** **=** **-** **9** **=** **1** **0** **=** **1** **=**



Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ luôn giảm hay hàm số $y = f(x)$ luôn nghịch biến.

Điều này có nghĩa là đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 1 điểm $\Rightarrow C$ chính xác

Bài 6-[Thi HK1 THPT Ngô Thị Nhậm - HN năm 2017]

Phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ vô nghiệm khi :

- A. $m > 1$ B. $m < 0$ C. $0 < m \leq 1$ D. $m \leq 1$

GIẢI

- Điều kiện : $x > 2$. Phương trình ban đầu $\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x}{x-2} \right) = 2 \log_3 m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3 \left(\frac{x}{x-2} \right) = \log_3 m$

$$\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{\frac{x}{x-2}} = \log_3 m \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

Để phương trình ban đầu vô nghiệm thì đường thẳng $y = m$ không cắt đồ thị hàm số

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

- Sử dụng Casio khảo sát sự biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với thiết lập Start 2 End 10 Step 0.5

MODE **7** **√** **□** **ALPHA** **)** **▼** **ALPHA** **)** **-** **2** **=** **=** **2** **=** **1** **0** **=** **0** **□** **5** **=**



- Để khảo sát chính xác hơn ta tính giới hạn của hàm $f(x)$ khi x tiến tới 2 cận là 2 và $+\infty$

√ **□** **ALPHA** **)** **▼** **ALPHA** **)** **-** **2** **CALC** **1** **0** **x[□]** **9** **)** **=**

$$\sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

1.000000001

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} = 1$

saQ)RQ)p2r2+0.0000001=

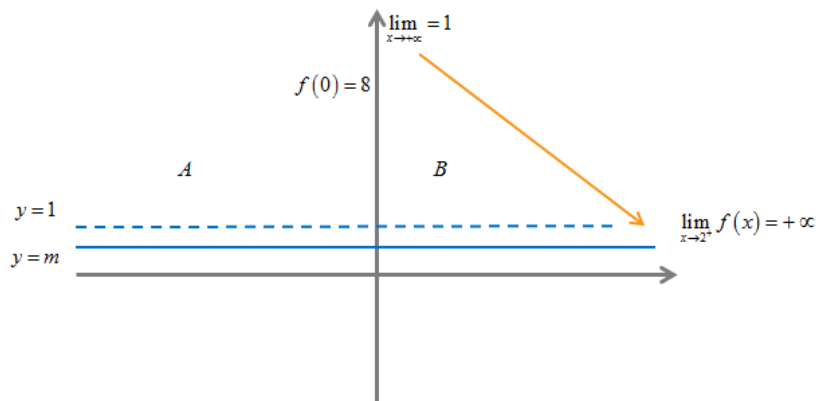
$$\sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

4472.136067

Vậy $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Quan sát bảng giá trị và 2 giới hạn ta vẽ đường đi cả đồ thị hàm số $y = f(x)$ và sự tương giao



Ta thấy ngay $m \leq 1$ thì 2 đồ thị không cắt nhau hay phương trình ban đầu vô nghiệm

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 8. ĐẠO HÀM.

1) KIẾN THỨC NỀN TẢNG

1. Lệnh tính đạo hàm cấp 1 : qy

2. Công thức tính đạo hàm cấp 2 : $y''(x_0) = \frac{y'(x_0 + 0.000001) - y'(x_0)}{0.000001}$

3. Dự đoán công thức đạo hàm bậc n :

- Bước 1 : Tính đạo hàm cấp 1, đạo hàm cấp 2, đạo hàm cấp 3
- Bước 2 : Tìm quy luật về dấu, về hệ số, về số biến, về số mũ rồi rút ra công thức tổng quát.

2) VÍ DỤ MINH HỌA

Bài 1-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO➤ Chọn $x=1.25$ rồi tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ Ta có : $y'(1.25) = -0.3746....$ Sử

dụng lệnh tính tích phân ta có :

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x+1}{4^x} \right) \Big|_{x=1.25} = -0.3746185104$$

➤ Nếu đáp án A đúng thì $y'(1.25)$ cũng phải giống y' ở trên . Sử dụng lệnh tính giá trị CALC ta có

$$\frac{1-2(x+1)\ln(2)}{2^{2x}} \Big|_{x=1.25} = -0.3746185104$$

Ta thấy giống hệt nhau $\Rightarrow$ Rõ ràng đáp án đúng là A**Bài 2**-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]Cho hàm số $y = e^x(3-x^2)$. Đạo hàm của hàm số triệt tiêu tại các điểm :

A. $x=1; x=-3$

B. $x=1; x=3$

C. $x=-1; x=3$

D. $x=0$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Ta hiểu : Đạo hàm bị triệt tiêu tại điểm $x = x_0$ tức là $f'(x_0) = 0$

Xét $f'(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp số đúng là A hoặc B

$$\frac{d}{dx}(e^x(3-x^2))|_{x=1}$$

- Xét $f'(-3) = 0 \Rightarrow x = -3$ thỏa $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

!!op3=

$$\frac{d}{dx}(e^x(3-x^2))|_{x=-3}$$

Bài 3-[Thi HK1 THPT Kim Liên – Hà Nội năm 2017]

Cho hàm số $y = 2016.e^{x \cdot \ln \frac{1}{8}}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $y' + 2y \ln 2 = 0$ B. $y' + 3y \ln 2 = 0$ C. $y' - 8y \ln 2 = 0$ D. $y' + 8y \ln 2 = 0$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Chọn $x = 1.25$ rồi tính đạo hàm của hàm số $y = 2016.e^{x \cdot \ln \frac{1}{8}}$. Ta có : $y'(1.25) = -0.3746....$ Lưu giá trị này vào biến A cho gọn.

$$\frac{d}{dx}(2016e^{x \cdot \ln(1 \div 8)})$$

- Tính giá trị của y tại $x = 1.25$. Ta có $y(1.25) =$ Nếu đáp án A đúng thì $y'(1.25)$ cũng phải giống y' ở trên. Sử dụng lệnh tính giá trị CALC ta có

$$2016e^{x \cdot \ln(1 \div 8)}$$

Ta thấy $\frac{A}{B \ln 2} = -3 \Rightarrow A + 3B \ln 2 = 0 \Rightarrow$ Đáp án chính xác là B

$$\frac{A}{B \ln(2)}$$

Bài 4-[Thi thử THPT Quảng Xương – Thanh Hóa lần 1 năm 2017]

Tính đạo hàm cấp hai của hàm số sau $y = (1 - 2x)^4$ tại điểm $x = 2$ là /

- A. 81 B. 432 C. 108 D. -216

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Áp dụng công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0}$

Chọn $\Delta x = 0.000001$ rồi tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - 2x)^4$. Tính $y'(2 + 0,000001) = A$.

$\frac{d}{dx}((1-2X)^4)|_{x=2+}$ Ans→A
 216.000432 216.000432

- Tính $f'(2) = B$.

$\frac{d}{dx}((1-2X)^4)|_{x=2}$ Ans→B
 216 216

Lắp vào công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0} = 432 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **B**

$\frac{A-B}{0.000001}$
 432.000247

Bài 5-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Phú Thọ năm 2017]

Cho hàm số $f(x) = e^x \cdot \sin x$. Tính $f''(0)$

A. $-2e$

B. 1

C. 2

D. $2e$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Áp dụng công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0}$

Chọn $\Delta x = 0.000001$ rồi tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^x \cdot \sin x$. Tính $y'(0 + 0,001) = A$.

(Chú ý bài toán có yếu tố lượng giác phải chuyển máy tính về chế độ Radian)

$\frac{d}{dx}(e^X \sin(X))|_{x=}$ Ans→A
 500001 500001
 500000 500000

- Tính $f'(0) = B$.

$\frac{d}{dx}(e^X \sin(X))|_{x=}$

$$\frac{d}{dx}(e^x \sin(x))|_{x=0} \quad \text{Ans} \rightarrow B$$

Lắp vào công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0} = 2 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là C

$$\frac{A-B}{0.000001} = 1.999999618$$

Bài 6-[Thi Học sinh giỏi tỉnh Ninh Bình năm 2017]

Cho hàm số $y = e^{-x} \sin x$, đặt $F = y'' + 2y'$ khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $F = -2y$ B. $F = y$ C. $F = -y$ D. $F = 2y$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

➤ Áp dụng công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0}$

Chọn $x = 2$, $\Delta x = 0.000001$ rồi tính đạo hàm của hàm số $y = e^{-x} \sin x$. Tính $y'(2 + 0,001) = A$.

$$\frac{d}{dx}(e^{-x} \sin(x))|_{x=2} \quad \text{Ans} \rightarrow A$$

$$-0.1793792622 \quad -0.1793792622$$

➤ Tính $f'(0) = B$.

$$\frac{d}{dx}(e^{-x} \sin(x))|_{x=0} \quad \text{Ans} \rightarrow B$$

$$-0.1793793748 \quad -0.1793793748$$

Lắp vào công thức $f''(x_0) = \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x_0} = C$

$$\frac{A-B}{0.000001} \quad \text{Ans} \rightarrow C$$

$$0.112638413 \quad 0.112638413$$

➤ Tính $F = y'' + 2y' = C + 2B = -0.2461... = -2y \Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 7 : Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với thời gian $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $S(m)$ là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian $10(s)$ kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

- A. $216(m/s)$ B. $30(m/s)$ C. $400(m/s)$ D. $54(m/s)$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

GIẢI

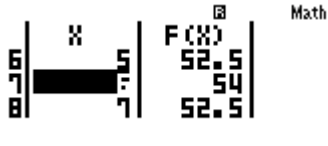
❖ Cách 1 : CASIO

- Ta hiểu : trong chuyển động biến đổi theo thời gian thì quãng đường là nguyên hàm của vận tốc hay nói cách khác, vận tốc là đạo hàm của quãng đường

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$$

- Để tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ trong khoảng thời gian từ 0 đến 10(s) ta sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End 10 Step 1

MODE **7** **▢** **▢** **3** **▼** **2** **▶** **ALPHA** **)** **x²** **+** **1** **8** **ALPHA** **)** **=** **=** **0** **=** **1**
0 **=** **1** **=**



Ta thấy ngay vận tốc lớn nhất là $54(m/s)$ đạt được tại giây thứ 6

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

Bài 8 : Một vật rơi tự do theo phương trình $S = \frac{1}{2}gt^2$ với $g = 9.8(m/s^2)$. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5s$ là :

A. $122.5(m/s)$

B. 29.5

C. $10(m/s)$

D. $49(m/s)$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Ta hiểu : Vận tốc tức thời trong chuyển động biến đổi tại thời điểm $t = t_1$ có giá trị là $S'(t_1)$

SHIFT **▢** **▢** **1** **▼** **2** **▶** **×** **9** **.** **8** **ALPHA** **)** **x²** **▶** **5** **=**

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} \times 9.8x^2 \right) \Big|_{x=5}$$

49

Ta thấy vận tốc tại $t_1 = 5$ là 49 $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **D**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]

Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

A. $y' = x.13^{x-1}$

B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$

C. $y' = 13^x$

D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

Bài 2-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

Đạo hàm của hàm số $y = 2^x \cdot 3^x$ bằng :

A. $6^x \ln 6$

B. 6^x

C. $2^x + 3^x$

D. $2^{x-1} + 3^{x-1}$

Bài 3-[Thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai lần 1 năm 2017]

Cho hàm số $f(x) = \ln|\cos 3x|$ giá trị $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ bằng :

A. -3

B. 3

C. 2

D. 1

Bài 4 : Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là :

- A. $(0; +\infty)$ B. $[-2; 2]$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. Không có m thỏa

Bài 5 : Cho hàm số $f(x) = x.e^{x^2}$. Khi đó $f''(1)$ bằng :

- A. $10e$ B. $6e$ C. $4e^2$ D. 10

Bài 6 : Tính vi phân của hàm số $y = \sin x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{3}$

- A. $dy = \frac{\sqrt{3}}{2} dx$ B. $dy = \frac{1}{2} dx$ C. $dy = \cos x dx$ D. $dy = -\cos x dx$

Bài 7 : Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 - x + 3$ có điểm uốn $I(-2; 1)$ khi :

- A. $a = -\frac{1}{4}; b = -\frac{3}{2}$ B. $a = -\frac{3}{2}; b = -1$ C. $a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{2}$ D. $a = \frac{1}{4}; b = -\frac{3}{2}$

Bài 8 : Cho hàm số $y = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cos x}$. Khi đó ta có :

- A. $y'' = y$ B. $y'' = -y$ C. $y'' = 2y$ D. $y'' = -2y$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Đề minh họa thi THPT Quốc Gian lần 1 năm 2017]

Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

- A. $y' = x.13^{x-1}$ B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$ C. $y' = 13^x$ D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

GIẢI

- Chọn $x = 2$. Tính $y'(2) = 433.4764... = 13^2 \cdot \ln 13 \Rightarrow$ Đáp án chính xác là **B**

SHIFT $\int_0^x$ 1 3 x^a ALPHA $\int_0^x$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ 2 $\equiv$

$$\frac{d}{dx}(13^x) \Big|_{x=2}$$

433.4764414

Bài 2-[Thi thử báo Toán học tuổi trẻ lần 4 năm 2017]

Đạo hàm của hàm số $y = 2^x \cdot 3^x$ bằng :

- A. $6^x \ln 6$ B. 6^x C. $2^x + 3^x$ D. $2^{x-1} + 3^{x-1}$

GIẢI

- Chọn $x = 3$ tính $y'(3) = 387.0200... = 6^3 \ln 6 \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

SHIFT $\int_0^x$ 2 x^a ALPHA $\int_0^x$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\times$ 3 x^a ALPHA $\int_0^x$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ 3 $\equiv$

$$\frac{d}{dx}(2^x \times 3^x) \Big|_{x=3}$$

387.0200454

Bài 3-[Thi thử chuyên Nguyễn Thị Minh Khai lần 1 năm 2017]

Cho hàm số $f(x) = \ln|\cos 3x|$ giá trị $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ bằng :

A. -3

B. 3

C. 2

D. 1

GIẢI

- Tính $(\ln|\cos 3x|)' = \frac{1}{|\cos 3x|} (|\cos 3x|)'$
 - Tính $(|\cos 3x|)' = (\sqrt{\cos^2 3x})' = \frac{1}{2\sqrt{\cos^2 3x}} (\cos^2 3x)' = \frac{-3\cos 3x \sin 3x}{|\cos 3x|}$
- $$\Rightarrow (\ln|\cos 3x|)' = \frac{-3\sin 3x \cos 3x}{|\cos 3x|^2}$$

$$\Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{12} \right)$$

SHIFT MODE 4 $\frac{\square}{\square}$ - 3 sin 3 ALPHA)) cos 3 ALPHA)) ∇ SHIFT hyp cos 3 ALPHA)) $\rightarrow$ x^2 CALC SHIFT $\times 10^x$ $\div$ 1 2 =

$$\frac{-3\sin(3X)\cos(3X)}{|\cos(3X)|^2}$$

 -3

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 4 : Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$. Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \leq 0$ là :

A. $(0; +\infty)$

B. $[-2; 2]$

C. $(-\infty; +\infty)$

D. Không có m

thỏa

GIẢI

- Tính $y' = x^2 + x + 1$. $y' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 \leq 0$
- Nhắm được luôn hoặc sử dụng tính năng giải bất phương trình MODE INEQ

MODE ∇ 1 1 4 1 = 1 = 1 = =
 Math Math

No-Solution

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là D

Bài 5 : Cho hàm số $f(x) = x.e^{x^2}$. Khi đó $f''(1)$ bằng :

A. $10e$

B. $6e$

C. $4e^2$

D. 10

GIẢI

- Tính $f'(1+0.000001)$ rồi lưu vào A

SHIFT $\int$ ALPHA) $\times$ ALPHA $\times 10^x$ x^n ALPHA) x^2 $\rightarrow$ $\rightarrow$ 1 + 0 . 0 0 0 0 0 0
 1 = SHIFT RCL ($\rightarrow$ Math Math

$$\frac{d}{dx}(x \times e^{x^2})|_{x=1+0}$$
 Ans $\rightarrow$ A
 8.154872668 8.154872668

- Tính $f'(1)$ rồi lưu vào B

$\uparrow$ $\leftarrow$ $\leftarrow$ DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL DEL = SHIFT RCL $\rightarrow$

$$\frac{d}{dx}(x \times e^{x^2}) \Big|_{x=1} \quad \text{Ans} \rightarrow B$$

$$8.154845485 \quad 8.154845485$$

- Thiết lập $y'' = \frac{f'(1+0.000001) - f'(1)}{0.000001} = 27.1828... = 10e$

$$\frac{A-B}{0.000001}$$

$$27.18286827$$

⇒ Đáp số chính xác là A

Bài 6 : Tính vi phân của hàm số $y = \sin x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{3}$

A. $dy = \frac{\sqrt{3}}{2} dx$

B. $dy = \frac{1}{2} dx$

C. $dy = \cos x dx$

D. $dy = -\cos x dx$

GIẢI

- Từ $y = \sin x$ tiến hành vi phân 2 vế: $(y') dy = (\sin x)' dx \Leftrightarrow dy = (\sin x)' dx$
- Tính $(\sin x)'$ tại $x_0 = \frac{\pi}{3}$

$$\frac{d}{dx}(\sin(X)) \Big|_{x=\frac{\pi}{3}}$$

$$0.5$$

⇒ Đáp số chính xác là B

Bài 7 : Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 - x + 3$ có điểm uốn $I(-2;1)$ khi :

A. $a = -\frac{1}{4}; b = -\frac{3}{2}$

B. $a = -\frac{3}{2}; b = -1$

C. $a = \frac{1}{4}; b = \frac{3}{2}$

D. $a = \frac{1}{4}; b = -\frac{3}{2}$

GIẢI

- Hoành độ điểm uốn là nghiệm của phương trình $y'' = 0$

Tính $y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow y'' = 6ax + 2b$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2b}{6a} = -2 \Leftrightarrow b = 6a \Rightarrow$ Đáp số đúng là A hoặc C

- Với $a = -\frac{1}{4}; b = -\frac{3}{2}$ tính tung độ của điểm uốn: $y(2) = 1$

$$-\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - x + 3$$

$$1$$

⇒ Đáp số chính xác là A

Bài 8 : Cho hàm số $y = \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cos x}$. Khi đó ta có :

A. $y'' = y$

B. $y'' = -y$

C. $y'' = 2y$

D. $y'' = -2y$

GIẢI

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Chọn $x = \frac{\pi}{12}$ Tính $y' \left(\frac{\pi}{12} + 0.000001 \right)$ rồi lưu và A

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(x)^3 + \cos(x)}{1 - \sin(x)\cos(x)} \right)$$
 Ans→A
 0.7071055564 0.7071055564

- Tính $y' \left(\frac{\pi}{12} \right)$ rồi lưu và B

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(x)^3 + \cos(x)}{1 - \sin(x)\cos(x)} \right)$$
 Ans→B
 0.7071067812 0.7071067812

Tính $y'' \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{A - B}{0.000001} = -1.2247... = -y$

$$\frac{A - B}{0.000001}$$
 -1.224735667

- Tính $y \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\frac{\sin(x)^3 + \cos(x)}{1 - \sin(x)\cos(x)}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2}$$

⇒ Đáp số chính xác là B

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 9. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH – LOGARIT (P1).

1) PHƯƠNG PHÁP

Bước 1: Chuyển PT về dạng Vế trái = 0 . Vậy nghiệm của PT sẽ là giá trị của x làm cho vế trái = 0

Bước 2: Sử dụng chức năng CALC hoặc MODE 7 hoặc SHIFT SOLVE để kiểm tra xem nghiệm . Một giá trị được gọi là nghiệm nếu thay giá trị đó vào vế trái thì được kết quả là 0

Bước 3: Tổng hợp kết quả và chọn đáp án đúng nhất

***Đánh giá chung:** Sử dụng CALC sẽ hiệu quả nhất trong 3 cách

Chú ý : Nhập giá trị $\log_a b$ vào máy tính casio thì ta nhập $\log a : \log b$

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017]

Phương trình $\log_2 x \log_4 x \log_6 x = \log_2 x \log_4 x + \log_4 x \log_6 x + \log_6 x \log_2 x$ có tập nghiệm là :

- A. $\{1\}$ B. $\{2; 4; 6\}$ C. $\{1; 12\}$ D. $\{1; 48\}$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng :
- $$\log_2 x \log_4 x \log_6 x - \log_2 x \log_4 x - \log_4 x \log_6 x - \log_6 x \log_2 x = 0$$

Nhập vế trái vào máy tính Casio

The screenshot shows the calculator's Math menu with the expression $\log_6(X) \log_2(X)$ being entered. The buttons shown are $\log$, $\square$, 2 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 4 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 6 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $-$, $\log$, $\square$, 4 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 6 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $-$, $\log$, $\square$, 6 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$, $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 2 , $\rightarrow$, ALPHA , $\square$.

- Vì giá trị 1 xuất hiện nhiều nhất nên ta kiểm tra xem 1 có phải là nghiệm không. Nếu 1 là nghiệm thì đáp án đúng chỉ có thể là A, C, D. Còn nếu 1 không phải là nghiệm thì đáp án chứa 1 là A, C, D sai dẫn đến B là đáp án đúng.

Ta sử dụng chức năng CALC

The screenshot shows the calculator's CALC menu with the expression $\log_2(X) \log_4(X) 1$ being entered. The buttons shown are CALC , $\square$, 1 , $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 2 , $\rightarrow$, $\log$, $\square$, 4 , $\rightarrow$, 1 .

Vậy 1 là nghiệm.

- Ta tiếp tục kiểm tra giá trị 12 có phải là nghiệm không
- $r12=$

$$\log_2(X) \log_4(X) \log_8(X)$$

$$-4.971815308$$

Đây là một kết quả khác 0 vậy 12 không phải là nghiệm $\Rightarrow$ Đáp án C sai

- Tiếp tục kiểm tra giá trị 48 có phải là nghiệm không

r48=

$$\log_2(X) \log_4(X) \log_8(X)$$

$$0$$

Vậy 48 là nghiệm chứng tỏ D là đáp án chính xác.

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Điều kiện $x > 0$
- Trường hợp 1 : Với $x=1$ thì $\log_2 0 = \log_4 0 = \log_8 x = 0$. Thế vào phương trình ban đầu thấy thỏa mãn vậy $x=1$ là 1 nghiệm.
- Trường hợp 2 : Với $x > 0; x \neq 1$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4 \cdot \log_x 6} = \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 6} + \frac{1}{\log_x 6 \cdot \log_x 2}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \log_x 6 + \log_x 4 + \log_x 2$$

$$\Leftrightarrow 1 = \log_x 48$$

$$\Leftrightarrow x = 48$$

VD2-[Thi HK1 THPT Liên Hà – Đông Anh năm 2017]

Tập nghiệm của phương trình $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}} = 15$ (m là tham số) là :

- A. $\{2; m \log_3 5\}$ B. $\{2; m + \log_3 5\}$ C. $\{2\}$ D. $\{2; m - \log_3 5\}$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Đề bài không cho điều kiện ràng buộc của m nên ta chọn một giá trị m bất kì. Ví

dụ $m=5$ Phương trình trở thành : $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} = 15 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} - 15 = 0$

Nhập phương trình vào máy tính Casio

$$3^{x-1} \times 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} - 15$$

- Đáp án nào cũng có 2 nên không cần kiểm tra. Kiểm tra nghiệm $x = m \log_3 5 = 5 \log_3 5$.

$$3^{x-1} \times 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} - 15$$

Ra một kết quả khác 0 $\Rightarrow$ Đáp án A sai

- Tương tự tra nghiệm $x = m - \log_3 5 = 5 - \log_3 5$

r5pg5)Pg3)=

$$3^{x-1} \times 5^{\frac{2x-2-5}{x-5}} - 15 = 0$$

Ra kết quả bằng 0 vậy $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là D

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Phương trình $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}} = 15 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}} = 3^1 \cdot 5^1 \Leftrightarrow 5^{\frac{2x-2-m}{x-m}-1} = 3^{1-(x-1)} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-2}{x-m}} = 3^{2-x} \quad (1)$
- Logarit hóa hai vế theo cơ số 5. $(1) \Leftrightarrow \frac{x-2}{x-m} = (2-x)\log_5 3$

Trường hợp 1 : Với $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

Trường hợp 2 : $\frac{1}{x-m} = -\log_5 2 \Leftrightarrow x-m = \frac{1}{\log_5 2} \Leftrightarrow x = m - \log_2 5$

VD3-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai Tp.HCM 2017] Gọi x_1 và x_2 là 2 nghiệm của phương trình $5^{2x+1} - 8 \cdot 5^x + 1 = 0$. Khi đó :

- A. $x_1 + x_2 = 1$ B. $x_1 + x_2 = -2$ C. $x_1 + x_2 = 2$ D. $x_1 + x_2 = -1$

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO SHOLVE+CALC**

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Rồi nhấn phím = để lưu lại phương trình =

[5] [x^] [2] [ALPHA] [)] [+ [1] [R/S] [-] [8] [X] [5] [x^] [ALPHA] [)] [R/S] [+ [1]

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

- Vì đáp án không cho 1 giá trị cụ thể nên ta không thể sử dụng được chức năng CALC mà phải sử dụng chức năng dò nghiệm SHIFT SOLVE. Ta dò nghiệm với giá trị x gần 1 chẳng hạn

qr1=

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

$$x = 0.2365491779$$

$$L-R = 0$$

Vậy 1 là nghiệm. Ta lưu nghiệm này vào biến A rồi coi đây là nghiệm x_1

qJz

Ans→A

0.2365491779

- Ta có $x_1 = A$ Nếu đáp án A là $x_1 + x_2 = 1$ đúng thì $x_2 = 1 - A$ phải là nghiệm. Ta gọi lại phương trình ban đầu rồi CALC với giá trị $1-A$

Er1pQz=

$$5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$$

$$32.04020126$$

Kết quả ra khác 0 vậy $1-A$ không phải là nghiệm hay đáp án A sai

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Tương tự như vậy ta CALC với các giá trị x_2 của đáp án B, C, D. Cuối cùng ta thấy giá trị $-1-A$ là nghiệm. $\Rightarrow$ Vậy đáp số chính xác là D

CALC **=** **1** **=** **ALPHA** **(-)** **=**
Math ▲
 $5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$

0

❖ Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A

5 **x^□** **2** **ALPHA** **)** **+** **1** **►** **=** **8** **x** **5** **x^□** **ALPHA** **)** **►** **+** **1** **=** **SHIFT** **CALC**
1 **=** **SHIFT** **RCL** **(-)**
Math ▲
 $5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$ Ans→A
X= 0.2365491779
L-R= 0 0.2365491779

Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào B

▲ **SHIFT** **CALC** **=** **2** **=** **SHIFT** **RCL** **□**
Math ▲
 $5^{2x+1} - 8 \times 5^x + 1$
X= -1.236549178
L-R= 0

Ta có $A+B=-1$

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt $5^x = t$ khi đó $5^{2x} = (5^x)^2 = t^2$. Phương trình $\Leftrightarrow 5t^2 - 8t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4 \pm \sqrt{11}}{5}$
- Với $t = \frac{4 + \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow 5^x = \frac{4 + \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{4 + \sqrt{11}}{5}$
Với $t = \frac{4 - \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow 5^x = \frac{4 - \sqrt{11}}{5} \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{4 - \sqrt{11}}{5}$
- Vậy $x_1 + x_2 = \log_5 \frac{4 + \sqrt{11}}{5} + \log_5 \frac{4 - \sqrt{11}}{5} = \log_5 \left(\frac{4 + \sqrt{11}}{5} \right) \cdot \left(\frac{4 - \sqrt{11}}{5} \right) = \log_5 \frac{1}{5} = -1$

VD4-[Chuyên Vị Thanh – Hậu Giang 2017] Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị $A = 2x_1 + 3x_2$ là :

A. $4\log_3 2$

B. 1

C. $3\log_3 2$

D. $2\log_2 3$

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO SHIFT SLOVE + CALC

➤ Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi nhấn nút để lưu phương trình

9 **x^□** **ALPHA** **)** **►** **=** **3** **x** **3** **x^□** **ALPHA** **)** **►** **+** **2** **=**
Math ▲
 $9^x - 3 \times 3^x + 2$

0

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Vì chưa biết 2 đáp án, mà 2 đáp án vai trò không bình đẳng trong quan hệ ở đáp án. Nên ta phải sử dụng dò cả 2 nghiệm với chức năng SHIFT SOLVE ở mức độ khó hơn. Đầu tiên ta dò nghiệm trong khoảng dương, chẳng hạn chọn X gần với 1

$$\begin{array}{l} \text{SHIFT} \text{ [CALC]} \text{ [1]} \text{ [=]} \\ \text{Math} \blacktriangle \\ 9^X - 3 \times 3^X + 2 \\ X = 0.6309297536 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Lưu nghiệm này vào giá trị A ta được 1 nghiệm.

qJz

$$\begin{array}{l} \text{Ans} \rightarrow A \\ \text{Math} \blacktriangle \\ 0.6309297536 \end{array}$$

- Vì vừa dò với 1 giá trị dương rồi bây giờ ta dò nghiệm trong khoảng âm, chẳng hạn chọn X gần -2 . Gọi là phương trình và dò nghiệm

Egrp2=

$$\begin{array}{l} \text{Math} \blacktriangle \\ 9^X - 3 \times 3^X + 2 \\ X = 0 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Ta được 1 nghiệm nữa là 0. Vì $0 < A$ nên $x_1 = 0; x_2 = A$ ta có $2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.A \approx 1.8927 = 3\log_3 2$

Vậy đáp số đúng là C

❖ Cách 2 : CASIO 2 LẦN SHIFT SOLVE

Nhập vế trái vào máy tính Casio. Nhấn nút để lưu vế trái lại rồi SHIFT SOLVE tìm nghiệm thứ nhất và lưu vào A

$$\begin{array}{l} \text{[9]} \text{ [x]} \text{ [ALPHA]} \text{ [)]} \text{ [▶]} \text{ [-]} \text{ [3]} \text{ [x]} \text{ [3]} \text{ [x]} \text{ [ALPHA]} \text{ [)]} \text{ [▶]} \text{ [+]} \text{ [2]} \text{ [=]} \text{ [SHIFT]} \text{ [CALC]} \text{ [1]} \text{ [=]} \\ \text{[SHIFT]} \text{ [RCL]} \text{ [(-)} \\ \text{Math} \blacktriangle \\ 9^X - 3 \times 3^X + 2 \\ X = 0.6309297536 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Gọi lại vế trái. SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm thứ hai và lưu vào B

$$\begin{array}{l} \text{[◀]} \text{ [SHIFT]} \text{ [CALC]} \text{ [-]} \text{ [1]} \text{ [=]} \\ \text{Math} \blacktriangle \\ 9^X - 3 \times 3^X + 2 \\ X = 0 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Ta có $2A + 3B \approx 1.8927 = 3\log_3 2$

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Đặt $3^x = t$ khi đó $9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = (3^x)^2 = t^2$
- Phương trình $\Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.
- Với $t = 1 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$
 Với $t = 2 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

$$\text{Vậy } 2x_1 + 3x_2 = 2.0 + 3.\log_3 2 = 3\log_3 2$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1-[Thi thử tính Lâm Đồng - Hà Nội 2017]** Giải phương trình $2^{2x^2-4x+1} = 8^{x-1}$

- A. Vô nghiệm B. $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$ D. $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

Bài 2-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x^2) = \log_2 (4x)$

- A. $\{0; -2; 2\}$ B. $\{0; 2\}$ C. $\{-2; 2\}$ D. $\{2\}$

Bài 3-[THPT Lục Ngạn – Bắc Giang 2017] Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là :

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

Bài 4-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]Tích các nghiệm của phương trình $(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x = 10$ là :

- A. 1 B. 6 C. -4 D. 1

Bài 5-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]Tổng các nghiệm của phương trình $25^x - 2(3-x).5^x + 2x - 7 = 0$ là :

- A. 1 B. 6 C. 2 D. -9

Bài 6-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]Phương trình $\log_2 (2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x} \right) = 2$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn biểu thức :

- A. $x_1 x_2 = -2$ B. $x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$ C. $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$ D. $x_1 + x_2 = -1$

Bài 7-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1 x_2 = 27$

- A. $m = \frac{4}{3}$ B. $m = 1$ C. $m = 25$ D. $m = \frac{28}{3}$

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN**Bài 1-[Thi thử tính Lâm Đồng - Hà Nội 2017]** Giải phương trình $2^{2x^2-4x+1} = 8^{x-1}$

- A. Vô nghiệm B. $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = 2 \end{cases}$ D. $x = \frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$

GIẢI

- Phương trình $2^{2x^2-4x+1} - 8^{x-1} = 0$. Nhập vào máy tính Casio rồi kiểm tra giá trị $x = 2$

2 **x[□]** **2** **ALPHA** **)** **x²** **=** **4** **ALPHA** **)** **+** **1** **▶** **=** **8** **x[□]** **ALPHA** **)** **=** **1** **CALC** **2** **=**

$$22x^2 - 4x + 1 - 8x - 1$$

-6

$F(2) = -6 \Rightarrow$ Đáp số **B** và **C** sai

- Kiểm tra giá trị $x = \frac{7 + \sqrt{17}}{4}$ và $x = \frac{7 - \sqrt{17}}{4}$

$$\text{[CALC] [(] [7] [+] [\sqrt{\square}] [1] [7] [)] [)] [\div] [4] [=] \text{[CALC] [(] [7] [-] [\sqrt{\square}] [1] [7] [)] [)] [\div] [4] [=]}$$

$$22x^2 - 4x + 1 - 8x - 1$$

0

$$22x^2 - 4x + 1 - 8x - 1$$

0

$\Rightarrow$ **D** là đáp án chính xác

Bài 2-[Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai 2017] Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x^2) = \log_2 (4x)$

A. $\{0; -2; 2\}$

B. $\{0; 2\}$

C. $\{-2; 2\}$

D. $\{2\}$

GIẢI

- Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x^2) - \log_2 (4x) = 0$. Nhập vào máy tính Casio rồi kiểm tra giá trị

$x = 0$

$$\text{[log] [2] [\rightarrow] [ALPHA] [)] [+] [log] [2] [\rightarrow] [ALPHA] [)] [x^2] [-] [log] [2] [\rightarrow] [4] [ALPHA] [)] [CALC] [0] [=]}$$

Math ERROR

[AC] :Cancel

[4][>]:Goto

Không tính được (vì $x = 0$ không thuộc tập xác định) $\Rightarrow$ Đáp số **A** và **B** sai

- Kiểm tra giá trị $x = -2 \Rightarrow$ Vẫn không tính được $\Rightarrow$ Đáp số **C** sai $\Rightarrow$ Tóm lại đáp số **D** chính xác

$$\text{[<] [CALC] [-] [2] [=]}$$

Math ERROR

[AC] :Cancel

[4][>]:Goto

Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017] Phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là :

A. 0

B. -1

C. 1

D. 2

GIẢI

Nhập phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1

$$\text{[(] [\sqrt{\square}] [2] [\rightarrow] [-] [1] [)] [x^y] [ALPHA] [)] [+] [(] [\sqrt{\square}] [2] [\rightarrow] [+] [1] [)] [x^y] [ALPHA] [)] [\rightarrow] [-] [2] [\sqrt{\square}] [2] [SHIFT] [CALC] [2] [=]}$$

$$(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2}$$

X= 1
L-R= 0

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Nếu đáp số A đúng thì nghiệm còn lại là 0. Sử dụng chức năng CALC để kiểm tra. Ra một kết quả khác 0 $\Rightarrow$ Đáp số A sai

rp0=

$$(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x = 2-2\sqrt{2}$$

- Tương tự vậy, kiểm tra đáp số B với giá trị $x = -1$ là nghiệm $\Rightarrow$ Đáp số B chính xác

rp1=

$$(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x = 0$$

Bài 4-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]

Tích các nghiệm của phương trình $(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x = 10$ là :

- A. 1 B. 6 C. -4 D. 1

GIẢI

- Phương trình $\Leftrightarrow (5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x - 10 = 0$. Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng

$\text{hyp} \text{ In } \text{ú} \text{ hyp} \quad \text{S} \div \text{D} \text{ ã } \text{S} \div \text{D} \text{ log} \quad (3\sqrt{\square}) (e^{\square}) (\frac{\square}{\square}) (\sqrt{\square}) (\blacksquare) \quad (3\sqrt{\square}) \text{X} (\pi) \text{EXE} \text{▲} \quad \text{để} \quad \text{x}^2 \text{○}$
 $\text{S} \div \text{D} \text{ log} \text{ In } \text{log}_{\square} \text{□} \text{ệ} \text{M} + \text{□} (\blacksquare) \text{đượ} \text{hyp} \text{ 1 } \text{S} \div \text{D} \text{ log} \text{ In } \text{log}_{\square} \text{□} \text{ệ} \text{M} + \text{tan} \text{ à } \text{ 1}$
 $(\text{ 5 } + \sqrt{\text{ 24 }} \text{) } \text{ 2 } \text{ 4 } \text{) } \text{x}^{\text{ALPHA}} \text{) } \text{ + } (\text{ 5 } - \sqrt{\text{ 24 }} \text{) } \text{ 2 } \text{ 4 } \text{) } \text{x}^{\text{ALPHA}} \text{) } \text{ - } \text{ 10 } \text{ SHIFT } \text{ CALC } \text{ 2 } \text{ =}$

$$(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x - 10 = 0$$

X= 1
L-R= 0

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại $\Rightarrow$ Nghiệm còn lại là $x = -1$

qrp2=

$$(5+\sqrt{24})^x + (5-\sqrt{24})^x - 10 = 0$$

X= -1
L-R= 0

$\Rightarrow$ Đáp số chính xác là A

Bài 5-[THPT Nguyễn Gia Thiều -HN 2017]

Tổng các nghiệm của phương trình $25^x - 2(3-x).5^x + 2x - 7 = 0$ là :

- A. 1 B. 6 C. 2 D. -9

GIẢI

- Phương trình $25^x - 2(3-x).5^x + 2x - 7 = 0$. Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 1

$\text{2 } \text{ 5 } \text{x}^{\text{ALPHA}} \text{) } \text{ - } \text{ 2 } (\text{ 3 } - \text{ALPHA} \text{) } \text{) } \text{X } \text{ 5 } \text{x}^{\text{ALPHA}} \text{) } \text{ + } \text{ 2 } \text{ALPHA} \text{) } \text{ - } \text{ 7 } \text{ = } \text{SHIFT } \text{ CALC } \text{ 1 } \text{ =}$

$$25^x - 2(3-x).5^x + 2x - 7 = 0$$

X= 1
L-R= 0

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại $\Rightarrow$ Nghiệm còn lại là $x = -1$

qr5=qrp5=

$$\begin{array}{l} 25^x - 2(3-x) \times 5^x + 2 = 0 \\ x = 1 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 25^x - 2(3-x) \times 5^x + 2 = 0 \\ x = 1 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Không còn nghiệm nào ngoài 1 vậy phương trình có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **A**

Bài 6-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]

Phương trình $\log_2(2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) = 2$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn biểu thức :

- A. $x_1 x_2 = -2$ B. $x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$ C. $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$ D. $x_1 + x_2 = -1$

GIẢI

- Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(2x) \cdot \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) - 2 = 0$. Nhập vế trái vào máy tính Casio rồi dùng chức

năng SHIFT SOLVE để dò nghiệm. Ta được 1 nghiệm là 2

log 2 2 ALPHA) X log 0 5 1 ALPHA) - 2

SHIFT CALC 1 =

$$\begin{array}{l} \log_2(2x) \times \log_{0.5} \frac{1}{x} \\ x = 2 \\ L-R = 0 \end{array}$$

- Tiếp tục SHIFT SOLVE một lần nữa để tìm nghiệm còn lại $\Rightarrow$ Nghiệm còn lại là $x = -1$

SHIFT CALC - 2 =

$$\begin{array}{l} \log_2(2x) \times \log_{0.5} \frac{1}{x} \\ x = 0.25 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Rõ ràng $x_1 x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

Bài 7-[THPT Phạm Hồng Thái -HN 2017]

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm $x_1 x_2 = 27$

- A. $m = \frac{4}{3}$ B. $m = 1$ C. $m = 25$ D. $m = \frac{28}{3}$

GIẢI

- Để dễ nhìn ta đặt ẩn phụ $t = \log_3 x$. Phương trình $\Leftrightarrow t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$ (1)

Ta có : $x_1 x_2 = 27 \Leftrightarrow \log_3(x_1 x_2) = \log_3 27 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$

- Khi đó phương trình bậc hai (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $t_1 + t_2 = 3 \Rightarrow$

$$\begin{cases} \Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) > 0 \\ S = t_1 + t_2 = m+2 = 3 \end{cases}$$

(ALPHA) + 2) x^2 - 4 (3 ALPHA) - 1) CALC 1 =

$$(X+2)^2 - 4(3X-1)$$

1

Vậy $m=1$ thỏa mãn hệ phương trình (*) $\Rightarrow$ Đáp số chính xác là **C**

PHƯƠNG PHÁP CASIO – VINACAL

BÀI 10. TÌM SỐ NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH – LOGARIT (P1).

1) PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG MODE 7

Tổng hợp phương pháp

Bước 1: Chuyển PT về dạng Vế trái = 0**Bước 2:** Sử dụng chức năng MODE 7 để xét lập bảng giá trị của vế trái**Bước 3:** Quan sát và đánh giá : +) Nếu $F(\alpha) = 0$ thì α là 1 nghiệm+) Nếu $F(a).F(b) < 0$ thì PT có 1 nghiệm thuộc $(a;b)$

2) VÍ DỤ MINH HỌA

VD1-[THPT Phạm Hồng Thái – Hà Nội 2017]

Số nghiệm của phương trình $6.4^x - 12.6^x + 6.9^x = 0$ là ;

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

➤ Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :

MODE 7 6 X 4 x[□] ALPHA) ► - 1 2 X 6 x[□] ALPHA) ► + 6 X

9 x[□] ALPHA)

Math

f(X) = 4 * 6^X + 6 * 9^X

➤ Thiết lập miền giá trị của X là : Start -9 End 10 Step 1

►►► - 9 ►►► 1 0 ►►► 1 ►►►

Máy tính cho ta bảng giá trị :

Math

X	F(X)
-9	0.166666666
-8	0.166666666
-7	0.166666666
-6	0.166666666
-5	0.166666666
-4	0.166666666
-3	0.166666666
-2	0.166666666
-1	0.166666666
0	0.166666666
1	0.166666666
2	0.166666666
3	0.166666666
4	0.166666666
5	0.166666666
6	0.166666666
7	0.166666666
8	0.166666666
9	0.166666666

- 1

Ta thấy khi $x=0$ thì $F(0)=0$ vậy $x=0$ là nghiệm.➤ Tiếp tục quan sát bảng giá trị $F(X)$ nhưng không có giá trị nào làm cho $F(X)=0$ hoặc khoảng nào làm cho $F(X)$ đổi dấu. Điều này có nghĩa $x=0$ là nghiệm duy nhất**Kết luận :** Phương trình ban đầu có 1 nghiệm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án B❖ **Cách tham khảo : Tự luận**▪ Vì $9^x > 0$ nên ta có thể chia cả 2 vế cho 9^x Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 6 \cdot \frac{4^x}{9^x} - 12 \cdot \frac{6^x}{9^x} + 6 = 0$ $\Leftrightarrow 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 = 0$ (1)▪ Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x$ là t thì $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = t^2$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow 6t^2 - 12t + 6 = 0 \Leftrightarrow 6(t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

- Vậy $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

❖ **Bình luận :**

- Để sử dụng phương pháp Casio mà không bị sót nghiệm ta có thể sử dụng vài thiết lập miền giá trị của X để kiểm tra. Ngoài Start -9 End 10 Step 1 ta có thể thiết lập Start -4 End 5 Step 0.5

Math

x	f(x)
-4	0.1666666667
-3	0.1010101010
-2	0.0625000000
-1	0.0370370370
0	0.0000000000
1	0.0625000000
2	0.1010101010
3	0.1666666667
4	0.2601000000
5	0.4018750000

-0.5

Ta quan sát bảng giá trị vẫn có 1 nghiệm $x=0$ duy nhất vậy ta có thể yên tâm hơn về lựa chọn của mình.

- Theo cách tự luận ta thấy các số hạng đều có dạng bậc 2. Ví dụ $4^x = (2^x)^2$ hoặc $6^x = 2^x \cdot 3^x$ vậy ta biết đây là phương trình dạng đẳng cấp bậc 2.
- Dạng phương trình đẳng cấp bậc 2 là phương trình có dạng $ma^2 + nab + pb^2 = 0$ ta giải bằng cách chia cho b^2 rồi đặt ẩn phụ là $\frac{a}{b} = t$

VD2-[Thi thử chuyên Thái Bình lần 1 năm 2017]

Số nghiệm của phương trình $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} = \tan x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là :

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

- Chuyển phương trình về dạng : $e^{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)} - \tan x = 0$

Sử dụng chức năng MODE 7 với thiết lập Start 0 End 2π Step $\frac{2\pi-0}{19}$

Math

x	f(x)
0	0.2036
1	-0.17
2	-2.127
3	0.6613879271
4	0.992
5	-0.17
6	-2.127
7	1.322775854
8	1.6534
9	14.354
10	4.9039
11	3.6376
12	0.659
13	-0.222
14	-1.648
15	4.299021526
16	4.62971549
17	-1.584
18	-11.54
19	4.3724

Math

- Quan sát bảng giá trị ta thấy 3 khoảng đổi dấu như trên :
- $f(0.6613) \cdot f(0.992) < 0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(0.6613; 0.992)$
 - $f(1.3227) \cdot f(1.6534) < 0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(1.3227; 1.6534)$
 - $f(3.6376) \cdot f(3.9683) < 0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(3.6376; 3.9683)$
 - $f(4.6297) \cdot f(4.9604) < 0 \Rightarrow$ có nghiệm thuộc khoảng $(4.6297; 4.9604)$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Kết luận : Phương trình ban đầu có 4 nghiệm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án D

❖ **Bình luận :**

- Đề bài yêu cầu tìm nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$ nên Start = 0 và End = 2π
- Máy tính Casio tính được bảng giá trị gồm 19 giá trị nên bước nhảy Step = $\frac{2\pi - 0}{19}$

VD3-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017] Phương trình $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$ có số nghiệm âm là :

- A. 2 nghiệm B. 3 nghiệm C. 1 nghiệm D. Không có

GIẢI

❖ **Cách 1 : CASIO**

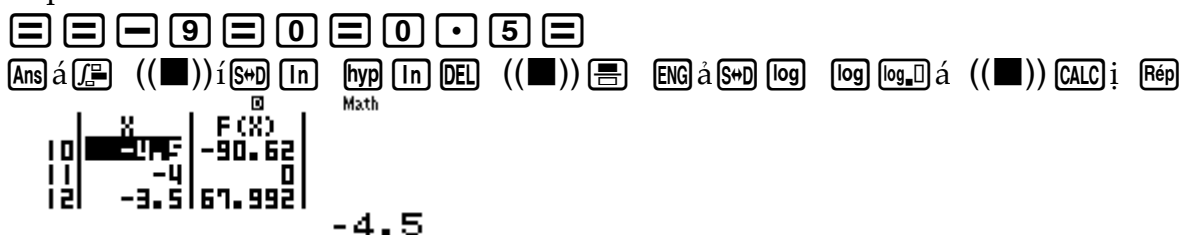
- Chuyển phương trình về dạng : $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 0$

Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :



$$f(X) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^X$$

- Vì đề bài yêu cầu nghiệm âm nên ta thiết lập miền giá trị của X là : Start -9 End 0 Step 0.5



Ta thấy khi $x = -4$ thì $F(-4) = 0$ vậy $x = -4$ là nghiệm.

- Tiếp tục quan sát bảng giá trị $F(X)$ nhưng không có giá trị nào làm cho $F(X) = 0$ hoặc khoảng nào làm cho $F(X)$ đổi dấu.

Điều này có nghĩa $x = -4$ là nghiệm âm duy nhất

Kết luận : Phương trình ban đầu có 1 nghiệm âm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án C

❖ **Cách tham khảo : Tự luận**

- Logarit hai vế theo cơ số dương $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\text{Phương trình } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3} + \sqrt{2}} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{3x}{x-1}} = \log_{\sqrt{3} + \sqrt{2}} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{x-1} = x \log_{\sqrt{3} + \sqrt{2}} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \Leftrightarrow \frac{3x}{x-1} = -x \Leftrightarrow x \left(\frac{3}{x-1} + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x-1 = -3 \Leftrightarrow x = -4 \end{cases}$$

- $x = -4$ thỏa điều kiện. Vậy ta có $x = -4$ là nghiệm âm thỏa phương trình

❖ **Bình luận :**

- Phương trình trên có 2 cơ số khác nhau và số mũ có nhân tử chung. Vậy đây là dấu hiệu của phương pháp Logarit hóa 2 vế
- Thực ra phương trình có 2 nghiệm $x = 0; x = -4$ nhưng đề bài chỉ hỏi nghiệm âm nên ta chỉ chọn nghiệm $x = -4$ và chọn đáp án C là đáp án chính xác

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Vì đề bài hỏi nghiệm âm nên ta thiết lập miền giá trị của x cũng thuộc miền âm $(-9;0)$

VD4-[THPT Yên Thế - Bắc Giang 2017] Số nghiệm của phương trình $(3-\sqrt{5})^x + 7(3+\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ là :

- A. 2 B. 0 C. 3 D. 1

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

- Chuyển phương trình về dạng : $(3-\sqrt{5})^x + 7(3+\sqrt{5})^x - 2^{x+3} = 0$

Khởi động chức năng lập bảng giá trị MODE 7 của Casio rồi nhập hàm :

w7(3 = √ 5 ►) x[□] ALPHA) ► + 7 (3 + √ 5 ►) x[□]

ALPHA) ► - 2 x[□] ALPHA) + 3

$$f(X) = (3-\sqrt{5})^X - 2^{X+3}$$

- Thiết lập miền giá trị của X là : Start -9 End 10 Step 1

≡ ≡ - 9 ≡ 10 ≡ 1 ≡

Máy tính cho ta bảng giá trị :

X		F(X)
-9	-1	-1.354
-8	0	21.416

- 1

Ta thấy khi $x=0$ thì $F(0)=0$ vậy $x=0$ là nghiệm.

- Tiếp tục quan sát bảng giá trị $F(X)$

X		F(X)
-3	-1	2.4454
-2	0	1.2917
-1	1	-0.031

- 4

Ta lại thấy $f(-3).f(-2) < 0$ vậy giữa khoảng $(-3;-2)$ tồn tại 1 nghiệm

Kết luận : Phương trình ban đầu có 2 nghiệm $\Rightarrow$ Ta chọn đáp án A

❖ Cách tham khảo : Tự luận

- Vì $2^x > 0$ nên ta có thể chia cả 2 vế cho 2^x

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x + 7\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x - 8 = 0$$

- Đặt $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = t$ ($t > 0$) thì $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x = \frac{1}{t}$. Khi đó (1)

$$\Leftrightarrow t + 7 \cdot \frac{1}{t} - 8 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=7 \end{cases}$$

- Với $t=1 \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x=0$

$$\text{Với } t=7 \Leftrightarrow \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 7$$

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

Vậy phương trình ban đầu có 2 nghiệm $x = 0; x = \log_{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} 7$

❖ Bình luận :

- Nhắc lại một lần nữa nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình có nghiệm thuộc $(a;b)$
- Ta nhận thấy 2 đại lượng nghịch đảo quen thuộc $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ và $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ nên ta tìm cách để tạo ra 2 đại lượng này bằng cách chia cả 2 vế của phương trình cho 2^x

VD 5 : Số nghiệm của bất phương trình $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2-\sqrt{3}}$ (1) là :

A. 0

B. 2

C. 3

D. 5

GIẢI

❖ Cách 1 : CASIO

➤ Chuyển bất phương trình (1) về dạng : $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} - \frac{4}{2-\sqrt{3}} = 0$

➤ Nhập vế trái vào máy tính Casio : $F(X) = (2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} - \frac{4}{2-\sqrt{3}}$

➤ Thiết lập miền giá trị cho x với Start -9 End 9 Step 1

➤ Máy tính Casio cho ta bảng giá trị :

Ta thấy $f(-1).f(0) < 0$ vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc $(-1;0)$

Ta thấy $f(1) = 0$ vậy $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1)

Lại thấy $f(2).f(3) < 0$ vậy phương trình có 1 nghiệm thuộc $(2;3)$

➤ **Kết luận :** Phương trình (1) có 3 nghiệm $\Rightarrow$ Chọn đáp án C

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 - [Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$ là :

A. 2

B. 1

C. 0

D. Một số khác

Bài 2 - [THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]

Số nghiệm của phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$ là :

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017] Phương trình $3^{x^2-2x-3}+3^{x^2-3x+2}=3^{2x^2-5x-1}+1$

- A. Có ba nghiệm thực phân biệt B. Vô nghiệm
C. Có hai nghiệm thực phân biệt D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Tìm số nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}}+2^{\sqrt{x}}=3$:

- A. 1 B. 2 C. Vô số D. Không có nghiệm

Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

Cho phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$. Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm B. Vô số nghiệm C. 1 nghiệm D. Vô nghiệm

Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắc Lắc năm 2017]

Tìm số nghiệm của phương trình $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1-[Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2017] Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2 = \sqrt{2}$ là

- A. 2 B. 1 C. 0 D. Một số khác

GIẢI

- Phương trình $\Leftrightarrow \log(x-1)^2 - \sqrt{2} = 0$. Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm số nghiệm với Start -9 End 10 Step 1

MODE **7** **log** **(** **ALPHA** **)** **=** **1** **)** **)** **DEL** **x²** **)** **=** **√** **2** **=** **=** **=** **9** **=** **1** **0**

= **1** **=**

Math		Math	
5	-5	16	7
6	-4	17	8
7	-3	18	9
	-0.142		-0.016
	-0.016		0.142
	-0.21		0.2759

Ta thấy có hai khoảng đổi dấu $\Rightarrow$ Phương trình ban đầu có 2 nghiệm

$\Rightarrow$ A là đáp án chính xác

Chú ý : Để tránh bỏ sót nghiệm ta thường thử thêm 1 hoặc 2 lần nữa với hai khoảng Start End khác nhau Ví dụ Start -29 End -10 Step 1 hoặc Start 11 End 30 Step 1. Ta thấy không có khoảng đổi dấu nào nữa

$\Rightarrow$ Chắc ăn hơn với 2 nghiệm tìm được

Bài 2-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017]

Số nghiệm của phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$ là :

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

GIẢI

- Tìm điều kiện của phương trình : $x^2-5x+6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases}$

MODE **▼** **1** **1** **1** **1** **=** **=** **5** **=** **6** **=** **=**

$$X < A, B < X$$

$$X < 2, 3 < X$$

- Phương trình $(x-2)\left[\log_{0.5}(x^2-5x+6)+1\right]=0$. Vì điều kiện chia hai khoảng nên ta MODE 7 hai lần. Lần thứ nhất với Start -7 End 2 Step 0.5

$$\text{MODE } 7 \text{ () } (\text{ALPHA}) \text{ () } = 2 \text{ () } (\text{log}_{\square}) 0 \cdot 5 \text{ () } (\text{ALPHA}) \text{ () } x^2 = 5 \text{ (ALPHA) () } +$$

$$6 \text{ () } + 1 \text{ () } = = - 7 = 2 = 0 \cdot 5 =$$



1

Ta thấy có 1 nghiệm $x=1$

Lần thứ hai với Start 3 End 12 Step 0.5

$$\text{AC } = = 3 = 1 \text{ 2 } = 0 \cdot 5 =$$



4

Ta lại thấy có nghiệm $x=4 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm 1 và 4. $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là D

Bài 3-[THPT Lục Ngạn - Bắc Giang 2017] Phương trình $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x-1} + 1$

- A. Có ba nghiệm thực phân biệt
- B. Vô nghiệm
- C. Có hai nghiệm thực phân biệt
- D. Có bốn nghiệm thực phân biệt

GIẢI

- Phương trình $\Leftrightarrow 3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} - 3^{2x^2-5x-1} - 1 = 0$. Sử dụng MODE 7 với Start -9 End 0 Step 0.5

$$\text{MODE } 7 \text{ 3 } x^2 (\text{ALPHA}) \text{ () } x^2 = 2 (\text{ALPHA}) \text{ () } = 3 \text{ () } + 3 x^2 (\text{ALPHA}) \text{ () } x^2 = 3$$

$$(\text{ALPHA}) \text{ () } + 2 \text{ () } - 3 x^2 2 (\text{ALPHA}) \text{ () } x^2 = 5 (\text{ALPHA}) \text{ () } = 1 \text{ () } - 1 = =$$

$$- 9 = 0 = 0 \cdot 5 =$$



- 1

Ta thấy có 1 nghiệm $x=-1$

- Tiếp tục MODE 7 với Start 0 End 9 Step 0.5

$$\text{AC } = = 0 = 9 = 0 \cdot 5 =$$



1



2



3

Ta lại thấy có thêm ba nghiệm $x=1; 2; 3 \Rightarrow$ Tổng cộng 4 nghiệm $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là D

Bài 4-[THPT HN Amsterdam 2017] Tìm số nghiệm của phương trình $2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} = 3$:

- A. 1
- B. 2
- C. Vô số
- D. Không có nghiệm

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

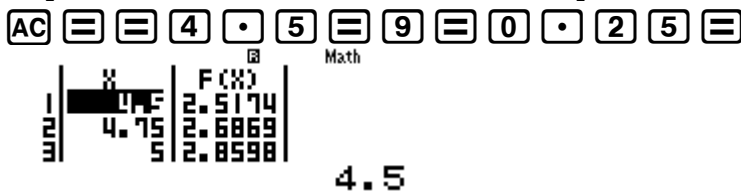
GIẢI

- Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{x}} + 2^{\sqrt{x}} - 3 = 0$ (điều kiện $x \geq 0$). Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 4.5 Step 0.25

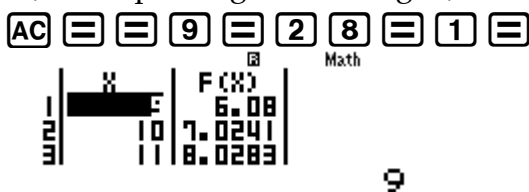


Trên đoạn $[0; 4.5]$ không có nghiệm nào

- Tiếp tục MODE 7 với Start 4.5 End 9 Step 0.25



Dự đoán phương trình vô nghiệm. Để chắc chắn hơn ta thử lần cuối với Start 9 End 28 Step 1



Giá trị của $F(X)$ luôn tăng đến $+\infty \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là D

Bài 5-[THPT Nhân Chính – Hà Nội 2017]

Cho phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$. Số nghiệm của phương trình là ;

- A. 2 nghiệm B. Vô số nghiệm C. 1 nghiệm D. Vô nghiệm

GIẢI

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2 x + \log_{\frac{1}{3}}(1 - \sqrt{x}) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2) = 0$ (điều kiện $0 \leq x \leq 1$). Sử

dụng MODE 7 với $(\sqrt[3]{\square})((\blacksquare)) \square \text{CALC}((\blacksquare)) 0 \text{S}\square \square^2 \square (\sqrt[3]{\square})((\blacksquare)) \text{Abs} \square 0.1$

MODE 7 2 $\log_{\square}$ 2 $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ $\rightarrow$ + $\log_{\square}$ $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 3 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ $\sqrt{\square}$ ALPHA $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 2 $\rightarrow$ $\log_{\square}$ $\sqrt{\square}$ 2 $\rightarrow$ $\rightarrow$ ALPHA $\rightarrow$ $\rightarrow$ 2 $\sqrt{\square}$ ALPHA $\rightarrow$ $\rightarrow$ + 2 $\rightarrow$ = = 0 = 1 = 0 $\cdot$ 1 =

Math

0.6

Ta thấy có 1 nghiệm duy nhất thuộc khoảng $(0.6; 0.7) \Rightarrow$ Đáp án chính xác là C

Bài 6-[Thi HK1 chuyên Nguyễn Du – Đắk Lắk năm 2017]

Tìm số nghiệm của phương trình $\log(x-2)^2 = 2\log x + \log_{\sqrt{10}}(x+4)$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

GIẢI

TÓM TẮT KỸ THUẬT SỬ DỤNG CASIO - VINACAL HỖ TRỢ GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN 2017.

- Phương trình $\Leftrightarrow \log(x-2)^2 - 2\log x - \log_{\sqrt{10}}(x+4) = 0$ (điều kiện $x \geq 0$). Sử dụng MODE 7 với Start 0 End 4.5 Step 0.25

MODE 7 log (ALPHA) - 2) x^2) - 2 log ALPHA)) - log $\square$ $\sqrt{\square}$ 1 0
 (ALPHA) + 4 = = 0 = 4 $\cdot$ 5 = 0 $\cdot$ 2 5 =

	X	F(X)
1	0	ERROR
2	0.5	0.4334
3		-0.352

0.25

Trên đoạn $[0; 4.5]$ có 1 nghiệm

- Tiếp tục MODE 7 với Start 4.5 End 9 Step 0.25

AC = = 4 $\cdot$ 5 = 9 = 0 $\cdot$ 2 5 =

	X	F(X)
1	4.5	-2.369
2		-2.358
3	5	-2.352

4.5

Trên khoảng này không thu được nghiệm nào. Để chắc chắn hơn ta thử lần cuối với Start 9 End 28 Step 1

AC = = 9 = 2 8 = 1 =

	X	F(X)
1	9	-2.446
2	10	-2.486
3	11	-2.526

9

Cũng không thu được nghiệm $\Rightarrow$ Tóm lại phương trình có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Đáp án chính xác là C