

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)**

**Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm.**

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .

B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .

C.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$ .

D.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Biết các đỉnh  $A(-3;2;1), C(4;2;0), B'(-2;1;1), D'(3;5;4)$ . Tọa độ điểm  $G$  là trọng tâm của tam giác  $A'B'D'$  là

A.  $(-3;3;3)$ .

B.  $(-\frac{2}{3};3;\frac{8}{3})$ .

C.  $(-3;-3;3)$ .

D.  $(-\frac{1}{3};3;\frac{1}{3})$ .

**Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác vuông  $ABC$  biết các đỉnh  $A(-2;-4;1), B(1;2;2)$  và  $C(1;-6;4)$ . Điểm  $I(a;b;c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Giá trị của  $a+b+c$  bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 4.** Các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \log_{2025}(x^2 + 2(m-1)x + m^2 + m - 6)$  xác định với mọi số thực  $x$  là

A.  $m > \frac{7}{3}$ .

B.  $m \geq \frac{7}{3}$ .

C.  $m < \frac{7}{3}$ .

D.  $m \leq \frac{7}{3}$ .

**Câu 5.** Trước khi hết tuổi lao động, ông X có dành dụm được một khoản tiền để gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất là 0,9%/tháng. Sau khi gửi tiết kiệm ngân hàng, đủ mỗi tháng gửi ông X đến ngân hàng rút ra một khoản tiền là 5 triệu đồng để chi tiêu hàng ngày. Sau đúng 5 năm kể từ ngày gửi tiết kiệm, số tiền tiết kiệm còn lại của ông X là 100 triệu đồng. Số tiền (triệu đồng) ông X gửi tiết kiệm ban đầu gần nhất với giá trị nào?

A. 289,44.

B. 289,43.

C. 119.

D. 120.

**Câu 6.** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  là

A.  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ .

**Câu 7.** Thống kê điểm thi của các thí sinh tham gia kì thi chọn học sinh giỏi cấp trường môn Toán như sau:

Điểm thi	[3;4)	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số thí sinh	6	7	15	23	17	8	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên gần nhất với số nào?

- A. 6,3.                      B. 6,4.                      C. 6,5.                      D. 6,6.

**Câu 8.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0$ . Giá trị  $a + 2b$  bằng

- A. -4.                      B. -3.                      C. 3.                      D. 4.

**Câu 9.** Tìm số nguyên dương  $n$  thỏa mãn  $C_n^0 + 3C_n^1 + 9C_n^2 + \dots + 3^n C_n^n = 1024$ .

- A.  $n = 4$ .                      B.  $n = 5$ .                      C.  $n = 6$ .                      D.  $n = 7$ .

**Câu 10.** Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2024 với tỉ lệ gia tăng dân số không đổi là 1%/năm. Gọi  $u_n$  là số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm,  $u_{10}$  gần nhất với số nào?

- A. 2,19 triệu.                      B. 2,21 triệu.                      C. 2,2 triệu.                      D. 2,0 triệu.

**Câu 11.** Một vật chuyển động theo phương trình  $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 5t + 10$ ,  $t$  (tính bằng giây) là khoảng thời gian được tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động;  $S$  (tính bằng mét) là quãng đường vật chuyển động được trong khoảng thời gian đó. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 1 đến giây thứ 3.  
 B. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 1 đến giây thứ 4.  
 C. Vận tốc của vật giảm từ giây thứ 4 đến giây thứ 7.  
 D. Vận tốc của vật tăng từ giây thứ 3 đến giây thứ 6.

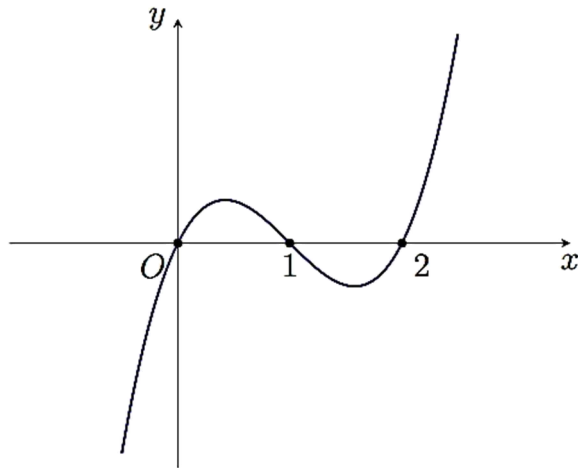
**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 4), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 4)$ .                      B.  $(4; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; 4)$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 13.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$  tạo với hai trục tọa độ  $Oxy$  một tam giác có diện tích bằng 2. Tổng các phần tử của tập hợp  $S$  bằng

- A.  $\frac{11}{2}$ .                      B.  $-\frac{11}{2}$ .                      C.  $-\frac{5}{2}$ .                      D. -5.

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  được cho bởi hình vẽ dưới đây.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(\sin x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là

- A.  $f(0)$ .                      B.  $f(1)$ .                      C.  $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .                      D.  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2		$+\infty$	6	$+\infty$

Cho 3 phát biểu:

- Hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại là  $y = 2$ .
- Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là  $y = 2x + 2$ .
- Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị nằm phía trên trục hoành.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu **đúng**?

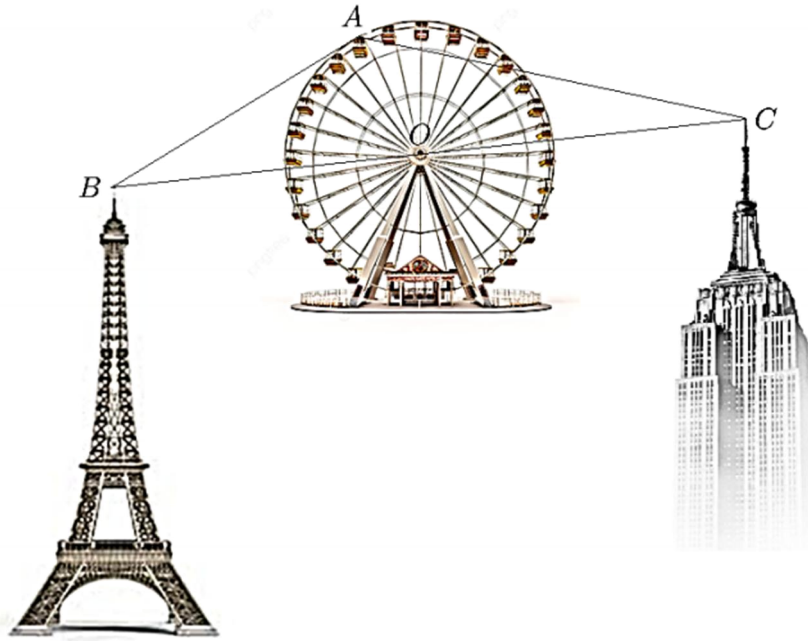
- A. 1.                      B. 0.                      C. 3.                      D. 2.

## PHẦN II. TỰ LUẬN (14 ĐIỂM)

**Câu 16 (3 điểm).** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt  $A(1;0), B, C$  sao cho tam giác  $IBC$  có diện tích bằng 2 với  $I(3;2)$ .

**Câu 17 (2 điểm).** Người ta đem nhốt ngẫu nhiên 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào 3 cái chuồng khác nhau, mỗi chuồng có 3 con. Gọi  $A$  là biến cố không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung 1 chuồng. Tính xác suất của biến cố  $A$ .

**Câu 18 (3 điểm).** Một người ngồi trên đu quay có đường kính 115 m, quan sát hai đỉnh tháp  $B, C$  cách nhau một khoảng  $BC = 345$  m (minh họa như hình dưới). Biết rằng tâm  $O$  của đu quay là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . Tính góc quan sát nhỏ nhất (góc  $\widehat{BAC}$ ) từ vị trí người đó đến hai đỉnh tháp (*kết quả theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần trăm*).



**Câu 19 (3,5 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = 4$ . Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , khoảng cách từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SHD)$  bằng  $\sqrt{10}$ .

- Tính thể tích của khối chóp  $S.ABCD$ .
- Tính cosin của số đo góc nhị diện  $[B, SC, D]$ .

**Câu 20 (2,5 điểm).** Cho  $x, y$  là các số thực dương thay đổi thỏa mãn  $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$ .

Tìm cặp số  $(x, y)$  là nghiệm của phương trình  $\sqrt{2-2y}+1 = 4x^2 + \sqrt{3-6y}$ .

-----HẾT-----

- Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay, không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**TỈNH QUẢNG NINH**  
**ĐÁP ÁN MINH HỌA**

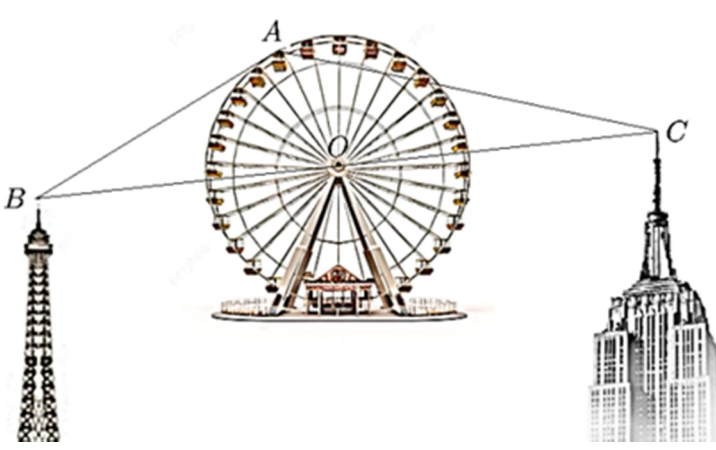
**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ MINH HỌA KÌ THI**  
**CHỌN HSG CẤP TỈNH THPT NĂM HỌC 2024-2025**  
**MÔN THI : TOÁN – BẢNG A**

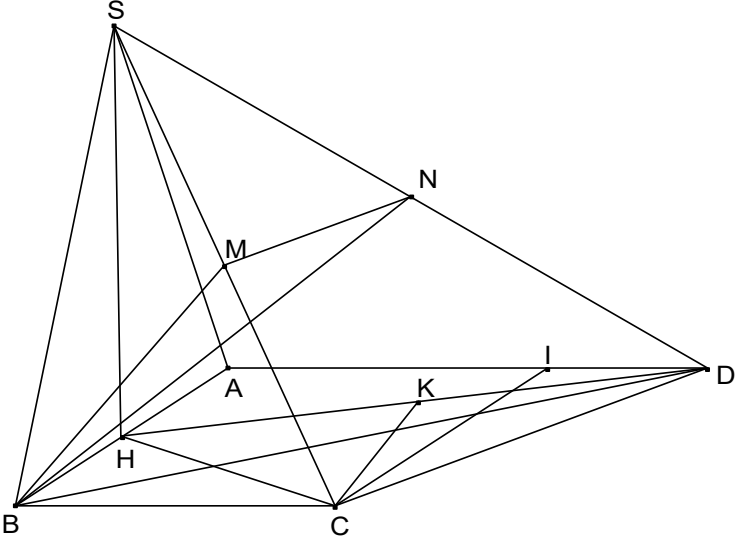
**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6 ĐIỂM)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	B	B	A	A	A	C	B	B	B	D	B	D	A	D

**PHẦN II: TỰ LUẬN (14 ĐIỂM)**

Câu	Nội dung	Điểm
1	<p>Tìm các giá trị của tham số <math>m</math> để đồ thị hàm số <math>y = x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m</math> cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt <math>A(1;0), B, C</math> sao cho tam giác <math>IBC</math> có diện tích bằng 2 với <math>I(3;2)</math>.</p>	3,0
	<p>Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình <math>x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0</math> (1) có 3 nghiệm phân biệt.</p> $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m - 2) = 0.$	0,5
	<p>Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt <math>\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 2 = 0</math> (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 <math>\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3 - m &gt; 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m &lt; 3.</math></p>	0,5
	$S_{\Delta IBC} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot d(I, BC) \cdot BC = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot BC = 2 \Leftrightarrow BC = 2.$	0,5
	<p>Gọi <math>x_1, x_2</math> là nghiệm của phương trình (2)</p> <p>Ta có <math>B(x_1;0), C(x_2;0) \Rightarrow BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} =  x_2 - x_1 .</math></p>	0,5
	$BC = 2 \Leftrightarrow  x_2 - x_1  = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{3 - m} = 2 \Leftrightarrow m = 2.$	1,0
2	<p>Người ta đem nhốt ngẫu nhiên 9 con thỏ trong đó có 3 con thỏ lông màu trắng, 3 con thỏ lông màu vàng, 3 con thỏ lông màu đen vào 3 cái chuồng khác nhau, mỗi chuồng có 3 con. Gọi <math>A</math> là biến cố không có 3 con thỏ cùng màu lông nhốt chung 1 chuồng. Tính xác suất của biến cố <math>A</math>.</p>	2,0
	<p>Nhốt 9 con thỏ vào 3 chuồng mỗi chuồng có 3 con thỏ, số phần tử của không gian mẫu là <math>n(\Omega) = 1680.</math></p> <p>Gọi <math>A</math> là biến cố không có 3 con thỏ nào cùng màu lông nhốt chung một chuồng.</p> <p>Biến cố đối của biến cố <math>A</math> là <math>\bar{A}</math> : “Có ít nhất một chuồng có 3 con thỏ có cùng</p>	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	màu lông”.	
	<p>Đánh số các chuồng là I, II và III. Khi đó để đếm số phần tử của <math>\bar{A}</math> ta có các trường hợp sau:</p> <p><b>Trường hợp 1:</b> Ở cả ba chuồng, chuồng nào các con thỏ cũng có cùng màu lông. Số cách nhốt thỏ trong trường hợp này là 6 cách.</p>	1,0
	<p><b>Trường hợp 2:</b> Chỉ có đúng một chuồng chứa ba con thỏ có cùng màu lông có 162 cách. Từ đó ta có <math>n(\bar{A}) = 168 \Rightarrow n(A) = 1512</math>. Vậy <math>P(A) = \frac{9}{10}</math>.</p>	0,5
3	<p>Một người ngồi trên đu quay có đường kính 115 m, quan sát hai đỉnh tháp <math>B, C</math> cách nhau một khoảng <math>BC = 345</math> m (minh họa như hình dưới). Biết rằng tâm <math>O</math> của đu quay là trung điểm của đoạn thẳng <math>BC</math>. Tính góc quan sát nhỏ nhất (góc <math>\widehat{BAC}</math>) từ vị trí người đó đến hai đỉnh tháp (kết quả theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần trăm).</p> 	3,0
	<p>Để chỉ ra được <math>OB = OC = 3OA</math>, đặt <math>OA = a</math> và <math>\widehat{AOB} = \alpha</math>.          Tính được <math>AB = \sqrt{a^2 + 9a^2 - 2.a.3a.\cos\alpha} = a\sqrt{10 - 6\cos\alpha}</math>          và <math>AC = \sqrt{a^2 + 9a^2 - 2.a.3a.\cos(180^\circ - \alpha)} = a\sqrt{10 + 6\cos\alpha}</math>.</p>	1,0
	<p>Từ đó <math>\cos\widehat{BAC} = \frac{10 - 6\cos\alpha + 10 + 6\cos\alpha - 36}{2\sqrt{(10 - 6\cos\alpha)(10 + 6\cos\alpha)}} = \frac{-8}{\sqrt{100 - 36\cos^2\alpha}}</math>.</p>	1,0
	<p>Do <math>\cos^2\alpha \geq 0</math> nên đánh giá được <math>\cos\widehat{BAC} \leq \frac{-8}{10} = \frac{-4}{5}</math> nên <math>\widehat{BAC} \geq 143,13^\circ</math>.          Vậy góc quan sát nhỏ nhất là <math>143,13^\circ</math>.</p>	1,0

Câu	Nội dung	Điểm
4	<p>Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình thang vuông tại <math>A</math> và <math>B</math>, <math>AB = BC = 4</math>. Tam giác <math>SAB</math> đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng <math>(ABCD)</math>. Gọi <math>H</math> là trung điểm của <math>AB</math>, khoảng cách từ <math>C</math> đến mặt phẳng <math>(SHD)</math> bằng <math>\sqrt{10}</math>.</p> <p>a) Tính thể tích của khối chóp <math>S.ABCD</math>.</p> <p>b) Tính cosin của số đo góc nhị diện <math>[B, SC, D]</math>.</p>	3,5
	<p>4a) Tính thể tích của khối chóp <math>S.ABCD</math>.</p> 	2,0
	<p>Kẻ <math>CK</math> vuông góc với <math>DH</math> tại <math>K</math>.          Chỉ ra <math>SH</math> vuông góc với <math>(ABCD)</math> nên <math>CK</math> vuông góc với <math>SH</math>.          Do đó <math>CK</math> vuông góc với <math>(SHK)</math> nên <math>CK = \sqrt{10}</math>.</p>	0,5
	<p>Đặt <math>AD = x</math> thì <math>HD = \sqrt{x^2 + 4}</math> và</p> $S_{CHD} = S_{ABCD} - S_{AHD} - S_{BHC} = \frac{1}{2}((x+4) \cdot 4 - x \cdot 2 - 4 \cdot 2) = \frac{1}{2}(2x+8).$ <p>Do <math>CK = \frac{2S_{CHD}}{DK}</math> nên <math>\frac{2x+8}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{10}</math>.</p> <p>Giải phương trình được <math>x = 6; x = \frac{-2}{3}</math>.</p>	0,5
	<p>Tính được đường cao của khối chóp <math>S.ABCD</math> là <math>2\sqrt{3}</math>.          Thể tích khối chóp <math>S.ABCD = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(6+4) \cdot 2\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}</math>.</p>	0,5
	<p>4b) Tính cosin của số đo góc nhị diện <math>[B, SC, D]</math>.</p>	1,5
	<p>Gọi <math>N</math> là trung điểm của <math>SD</math> thì <math>MN \parallel CD</math>.          Gọi <math>I</math> là đỉnh còn lại của hình vuông <math>ABCI</math> thì chứng minh được hai tam giác <math>BHC</math> và <math>IDC</math> bằng nhau nên <math>\widehat{BCH} = \widehat{ICD}</math>. Từ đó chỉ ra <math>CH</math> vuông góc với</p>	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	$CD$ , suy ra $CD$ vuông góc với $(SHC)$ nên $CD$ vuông góc $SC$ . Do đó $MN$ vuông góc với $SC$ .	
	Số đo góc nhị diện $[B, SC, D] = \widehat{BMN}$ . Tính được $MN = \frac{1}{2}CD = \sqrt{5}$ , $SD = \sqrt{SH^2 + AH^2 + AD^2} = \sqrt{52}$ , $BD = \sqrt{52}$ suy ra $BN = \sqrt{\frac{BD^2 + BS^2}{2} - \frac{SD^2}{4}} = \sqrt{21}$ .	0,5
	Từ đó $\cos \widehat{BMN} = \frac{8+5-21}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-\sqrt{10}}{5}$ .	0,5
5	<b>Cho <math>x, y</math> là các số thực dương thay đổi thỏa mãn <math>\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y</math>. Tìm cặp số <math>(x, y)</math> là nghiệm của phương trình <math>\sqrt{2-2y}+1 = 4x^2 + \sqrt{3-6y}</math></b>	2,5
	Ta có $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) - \log_3(x+y) = x+2y$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) = \log_3(3x+3y) + x+2y-1$ $\Leftrightarrow \log_3(2x+y+1) + 2x+y+1 = \log_3(3x+3y) + 3x+3y$ (*)	0,5
	Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$ . Khi đó $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$ , suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$ . Do đó (*) $\Leftrightarrow 2x+y+1 = 3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1 \Leftrightarrow 2y=1-x$ .	1,0
	Thay $2y=1-x$ vào phương trình ta được $\sqrt{1+x}+1 = 4x^2 + \sqrt{3x}$ $\Leftrightarrow (4x^2-1) + (\sqrt{3x} - \sqrt{x+1}) = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) + \frac{2x-1}{\sqrt{3x} + \sqrt{x+1}} = 0$ $\Leftrightarrow (2x-1) \left( 2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x} + \sqrt{x+1}} \right) = 0$ (2)	0,5
	Vì $x > 0$ nên $2x+1 + \frac{1}{\sqrt{3x} + \sqrt{x+1}} > 0$ Do đó (2) $\Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ . Với $x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{4}$ .	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	Vậy cặp số $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ là nghiệm của phương trình.	