

Họ, tên học sinh:Lớp:

Câu 1. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng

- A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; -5)$. Phương trình của d là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$.

Câu 4. Phần ảo của số phức $z = -5 - 2i$ bằng

- A. -5. B. 2. C. -2. D. -2i.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; -4)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

- A. $(-2; 3; -4)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; -3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 6. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 15. C. 5. D. 45.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 3z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_{(P)} = (3; 2; 3)$. B. $\vec{n}_{(P)} = (3; -1; 2)$. C. $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; 3)$. D. $\vec{n}_{(P)} = (3; -2; 3)$.

Câu 8. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 6i$. B. $7 - 2i$. C. $7 + 2i$. D. $-1 - 6i$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = e^{-x} + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = e^{-x+2} + C$. B. $\int f(x)dx = -e^{-x} + 2 + C$.
C. $\int f(x)dx = -e^{-x} + 2x + C$. D. $\int f(x)dx = e^{-x} + 2x + C$.

Câu 10. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_2 = 3 + 4i$. B. $z_3 = -3 - 4i$. C. $z_4 = -4 - 3i$. D. $z_1 = 3 - 4i$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -5; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $M(0; 0; -1)$. B. $Q(0; -5; -1)$. C. $P(3; 0; -1)$. D. $N(3; -5; 0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(5; 3; -6)$. B. $P(2; 2; -1)$. C. $M(3; 1; 5)$. D. $N(3; -1; -5)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; 3)$. B. $(-2; -4; 6)$. C. $(2; 4; -6)$ D. $(1; 2; -3)$.

Câu 14. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 6$ biết $F(1) = -2$.

- A. $2x^2 + 6x - 10$. B. $x^2 + 6x$. C. $x^2 + 6x - 9$. D. $x^2 + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 3$. Tính $I = \int_1^2 f'(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $I = -2$.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

- A. $\ln 4$. B. $\ln 3$. C. $\ln 2$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$ và $B(4; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. B. $3x + y + 2z - 3 = 0$. C. $5x + y + 2z + 5 = 0$. D. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

Câu 20. Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng:

- A. $-5 + i$. B. $-1 + 5i$. C. $5 - i$. D. $1 - 5i$.

Câu 21. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\int_0^1 e^x dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $\pi \int_0^1 e^x dx$.

Câu 22. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 5$ khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 5. C. 3. D. 4.

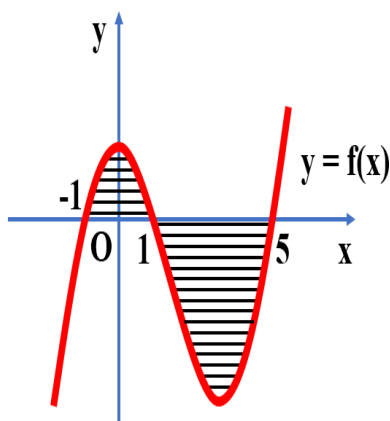
Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 6x - 4y - 2z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

- A. $6x - 4y - 2z + 14 = 0$. B. $3x - 2y - z - 7 = 0$. C. $3x - 2y + z + 1 = 0$. D. $3x - 2y + z - 1 = 0$.

Câu 24. Biết $F(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C$. B. $2e^x + 4x^2 + C$. C. $e^{2x} + 8x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.

Câu 26. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s) là

- A. $\frac{3\pi}{4}$ (m). B. $\frac{3\pi}{4} - 1$ (m). C. $\frac{\pi}{4} - 2$ (m). D. $\frac{3\pi}{4} + 1$ (m).

Câu 27. Biết rằng $I = \int xe^x dx = axe^x + be^x + C$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó $T = a.b$ bằng

- A. 1. B. 0. C. -1. D. -2.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{x^2 - 6x + 5} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{x-5}{x-1} + C$.
C. $\int f(x)dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-5} \right| + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$.

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

- A. $2x^2 \ln x + 3x^2$. B. $2x^2 \ln x + x^2$. C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$. D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $I(1;1)$. B. $I(0;-1)$. C. $I(0;1)$. D. $I(-1;0)$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của số phức z bằng.

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3;-1;2)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(3;1;-2)$. D. $(-3;-1;2)$.

Câu 33. Khẳng định nào đây là *sai*.

- A. $\int \frac{2}{2x+3} dx = \ln|2x+3| + C$. B. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$.
C. $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C$. D. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$.

Câu 34. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $x+y+z+1=0$. B. $x-2y-z-3=0$. C. $2x+2y-z-1=0$. D. $3x-2y+2z+6=0$.

Câu 35. Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 2.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m \geq 9$. B. $m \leq 9$. C. $m > 9$. D. $m < 9$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = m+3i$ và $z_2 = 2-(m+1)i$. Tìm các giá trị của tham số thực m để $z_1 \cdot z_2$ là số thực.

- A. $m=2$ hoặc $m=-3$. B. $m=-2$ hoặc $m=3$. C. $m=1$ hoặc $m=6$. D. $m=-1$ hoặc $m=6$.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3=1$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}=(-3;4;0)$ và $\vec{b}=(5;0;12)$. Cosin của góc giữa vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 41. Cho điểm $A(2;1;0)$ và đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-t \end{cases}$. Đường thẳng d_2 qua A vuông góc với d_1 và

cắt d_1 tại $M(a;b;c)$. Khi đó $a+2b+c$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu (S) có dạng $ax+by+cz+d=0$ với $b \in \mathbb{Z}$ & $0 < b < 5$. Khi đó giá trị $b.c$ bằng

- A. 7. B. 12. C. 24. D. 14.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27.

B. 29.

C. 12.

D. 33.

Câu 44. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó d có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; -1)$. Tính $a+b$.

A. 2.

B. -6.

C. -2.

D. 6.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w+3$ và $2w-15i+9$ với w là một số phức. Tính $S = b^2 - 2c$

A. $S = -32$.

B. $S = 1608$.

C. $S = 1144$.

D. $S = -64$.

Câu 46. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^4 x + \tan^3 x + \tan^2 x) e^{3x} dx$. Biết rằng $I = \frac{a}{b} e^{\frac{3\pi}{4}}$ với b là số nguyên dương,

a là số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a+b$ bằng

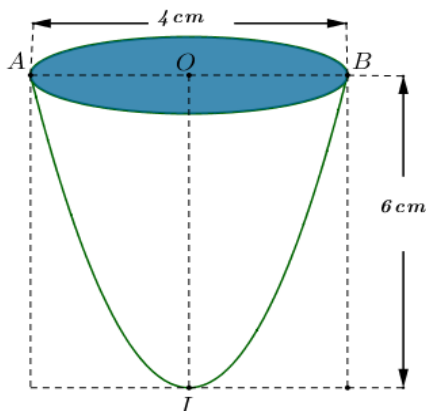
A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 3.

Câu 47. Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây.



Biết người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(\text{cm}^3)$ của vật thể đó.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 12$.

C. $V = \frac{72}{5}\pi$.

D. $V = \frac{72}{5}$.

Câu 48. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): y-1=0$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$ và hai điểm

$A(-1; -3; 11)$, $B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho $d(M; \Delta) = 2$ và $NA = 2NB$. Tìm giá trị lớn nhất của đoạn MN .

A. $MN_{\max} = 1$.

B. $MN_{\max} = 5$.

C. $MN_{\max} = 6$.

D. $MN_{\max} = 11$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn điều kiện sau:

$$f(1 + 4\sin x) - 2\sin x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = 6\sin x + 1, \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \text{ Khi đó } I = \int_{-3}^5 f(x) dx \text{ bằng:}$$

A. -2.

B. -8.

C. -24.

D. 16.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left| z^3 + 3z + \bar{z} \right| - \left| z + \frac{1}{z} \right|. \text{ Khi đó số phức } w = M + mi \text{ có } |w| \text{ thuộc khoảng nào sau đây?}$$

A. (2; 4).

B. (0; 2).

C. (4; 6).

D. (6; 8).

-----Hết-----

Họ, tên học sinh:Lớp:

Câu 1. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng

- A. -1. B. -5. **C. 5.** D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int_1^4 (f(x) - g(x))dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 3 - (-2) = 5.$$

Chọn C.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. **B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.**
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Hướng dẫn giải

Do mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3 nên phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$$

Chọn B.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; -5)$. Phương trình của d là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$**

Hướng dẫn giải

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; -5)$ nên phương trình của

$$\text{đường thẳng } d \text{ là: } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 - 5t \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 4. Phần ảo của số phức $z = -5 - 2i$ bằng

A. -5 .

B. 2 .

C. -2 .

D. $-2i$.

Hướng dẫn giải

Phần ảo của số phức $z = -5 - 2i$ bằng -2 .

Chọn C.

Câu 5. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-2; 3; -4)$. Toạ độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2; 3; -4)$.

B. $(2; -3; 5)$.

C. $(-2; -3; 5)$.

D. $(2; -3; -5)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $A(-2; 3; -4)$ nên toạ độ của vector là $\overrightarrow{OA} = (-2; 3; -4)$.

Chọn A.

Câu 6. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 3f(x) dx$ bằng

A. 9 .

B. 15 .

C. 5 .

D. 45 .

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int_0^3 3f(x) dx = 3 \int_0^3 f(x) dx = 3.5 = 15.$$

Chọn B.

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; 2; 3)$.

B. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -1; 2)$.

C. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; 1; 3)$.

D. $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\overrightarrow{n_{(P)}} = (3; -2; 3)$.

Chọn D.

Câu 8. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z - w$ bằng

A. $1 + 6i$.

B. $7 - 2i$.

C. $7 + 2i$.

D. $-1 - 6i$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } z - w = (4 + 2i) - (3 - 4i) = 1 + 6i.$$

Chọn A.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = e^{-x} + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^{-x+2} + C$.

B. $\int f(x) dx = -e^{-x} + 2 + C$.

C. $\int f(x) dx = -e^{-x} + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = e^{-x} + 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^{-x} + 2)dx = -e^{-x} + 2x + C$.

Chọn C.

Câu 10. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; -4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $z_2 = 3 + 4i$.

B. $z_3 = -3 - 4i$.

C. $z_4 = -4 - 3i$.

D. $z_1 = 3 - 4i$.

Hướng dẫn giải

Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$.

Do đó điểm $M(-3; -4)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -3 - 4i$.

Chọn B.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -5; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

A. $M(0; 0; -1)$.

B. $Q(0; -5; -1)$.

C. $P(3; 0; -1)$.

D. $N(3; -5; 0)$.

Hướng dẫn giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -5; -1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3; -5; 0)$.

Chọn D.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(5; 3; -6)$.

B. $P(2; 2; -1)$.

C. $M(3; 1; 5)$.

D. $N(3; -1; -5)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\frac{5-3}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{(-6)+5}{-1} = 1 \Rightarrow Q \in d$.

Chọn A.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; 3)$.

B. $(-2; -4; 6)$.

C. $(2; 4; -6)$

D. $(1; 2; -3)$.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R (R > 0)$.

Do đó $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$ có tâm là $I(1; 2; -3)$.

Chọn D.

Câu 14. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + 6$ biết $F(1) = -2$.

A. $2x^2 + 6x - 10$.

B. $x^2 + 6x$.

C. $x^2 + 6x - 9$.

D. $x^2 + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x) = \int (2x + 6)dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 6x + C = x^2 + 6x + C$ (C là hằng số).

Ta có: $F(1) = -2 \Leftrightarrow C + 7 = -2 \Leftrightarrow C = -9$.

$\Rightarrow F(x) = x^2 + 6x - 9$.

Chọn C.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 3$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 1$.

C. $I = 3$.

D. $I = -2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $I = \int_1^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 3 - 1 = 2$.

Chọn A.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \int \sqrt{2x-1}dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) \\ &= \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C\end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

A. $\ln 4$.B. $\ln 3$.**C. $\ln 2$.**D. $\frac{3}{16}$.**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2|_0^2 = \ln 2.$$

Chọn C.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_p = (1; -2; 4)$.

Gọi d là đường thẳng qua $M(-1; 3; 2)$ và vuông góc với (P) .

Vì $d \perp (P)$ nên d nhận vector $\vec{n}_p = (1; -2; 4)$ làm vector chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Chọn D.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 0)$ và $B(4; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. B. $3x + y + 2z - 3 = 0$. **C. $5x + y + 2z + 5 = 0$.** D. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

Hướng dẫn giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(-1; 0; 0)$ và vuông góc với AB .

Do $(P) \perp AB$ nên vector $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (5; 1; 2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần lập là: $5x + y + 2z + 5 = 0$.

Chọn C.

Câu 20. Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng:

A. $-5 + i$.

B. $-1 + 5i$.

C. $5 - i$.

D. $1 - 5i$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = -3 + 2i \Leftrightarrow \bar{z} = -3 - 2i$.

Vậy số phức $(1-i)\bar{z} = (1-i)(-3-2i) = -5 + i$.

Chọn A.

Câu 21. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

B. $\int_0^1 e^x dx$.

C. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

D. $\pi \int_0^1 e^x dx$.

Hướng dẫn giải

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

$$V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx.$$

Chọn C.

Câu 22. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 5$ khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 7.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 2x dx = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + 1 = 5 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 4.$$

Chọn D.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 6x - 4y - 2z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $6x - 4y - 2z + 14 = 0$.

B. $3x - 2y - z - 7 = 0$.

C. $3x - 2y + z + 1 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Do mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P): 6x - 4y - 2z - 3 = 0$ nên (Q) có phương trình dạng:

$$3x - 2y - z + m = 0 \left(m \neq -\frac{3}{2} \right).$$

Mặt khác mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;1;-3)$ nên $3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - (-3) + m = 0$ suy ra $m = -7$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x - 2y - z + 7 = 0$.

Chọn B.

Câu 24. Biết $F(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C.$

B. $2e^x + 4x^2 + C.$

C. $e^{2x} + 8x^2 + C.$

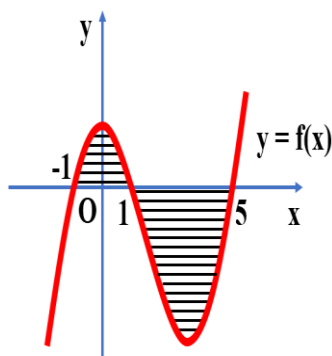
D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C.$

Hướng dẫn giải

Ta có $\int f(2x)dx = \frac{1}{2} \int f(2x)d(2x) = \frac{1}{2}(e^{2x} + 2.(2x)^2) + C = \frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C.$

Chọn A.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [-1; 1]; f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 5].$

Vậy $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Chọn B.

Câu 26. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t$ (m/s). Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s) là

A. $\frac{3\pi}{4}$ (m).

B. $\frac{3\pi}{4} - 1$ (m).

C. $\frac{\pi}{4} - 2$ (m).

D. $\frac{3\pi}{4} + 1$ (m).

Hướng dẫn giải

Ta có $s = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} v(t) dt = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt = (t + \cos 2t) \Big|_0^{\frac{3\pi}{4}} = \frac{3\pi}{4} - 1$.

Chọn B.

Câu 27. Biết rằng $I = \int x e^x dx = a x e^x + b e^x + C$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó $T = a.b$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. -2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng tích phân từng phần ta có

$$I = \int x e^x dx = \int x d e^x = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C.$$

Khi đó ta có: $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow T = a.b = -1$.

Chọn C.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{x^2 - 6x + 5} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x-5}{x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-5} \right| + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 5} dx = \int \frac{1}{(x-1)(x-5)} dx = \frac{1}{4} (\ln|x-5| - \ln|x-1|) + C = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C$.

Chọn D.

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2$.

B. $2x^2 \ln x + x^2$.

C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$.

D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Hướng dẫn giải

Cách 1. Ta có $\int f(x) dx = \int 4x(1 + \ln x) dx = \int 4x dx + \int 4x \ln x dx$

+ Tính $\int 4x dx = 2x^2 + C_1$

+ Tính $\int 4x \ln x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = 4x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = 2x^2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int 4x \ln x dx = 2x^2 \ln x - \int 2x dx = 2x^2 \ln x - x^2 + C_2$$

$$\text{Do đó } I = 2x^2 \ln x + x^2 + C.$$

$$\begin{aligned} \text{Cách 2. Ta có } (2x^2 \ln x + x^2)' &= (2x^2)' \cdot \ln x + 2x^2 \cdot (\ln x)' + (x^2)' \\ &= 4x \cdot \ln x + 2x^2 \cdot \frac{1}{x} + 2x \\ &= 4x(1 + \ln x). \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } 2x^2 \ln x + x^2 \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x) = 4x(1 + \ln x).$$

$$\text{Hay } 2x^2 \ln x + x^2 + C \text{ là họ nguyên hàm của hàm số } f(x) = 4x(1 + \ln x).$$

Chọn D.

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $I(1; 1).$

B. $I(0; -1).$

C. $I(0; 1).$

D. $I(-1; 0).$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } z = x + yi \text{ (} x, y \in \mathbb{R} \text{)}.$$

$$\text{Ta có } |z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |z - i| = |1 + i||z| \Leftrightarrow |z - i|^2 = |1 + i|^2 |z|^2.$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(0; -1).$

Chọn B.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của số phức z bằng.

A. $\sqrt{5}.$

B. 3.

C. 5.

D. $\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } z = x + yi \text{ với } x, y \in \mathbb{R}.$$

Ta có

$$3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow 3(x - yi - i) - (2 + 3i)(x + yi) = 7 - 16i \Leftrightarrow 3x - 3yi - 3i - 2x - 2yi - 3xi + 3y = 7 - 16i.$$

$$\Leftrightarrow (x + 3y) - (3x + 5y + 3)i = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=7 \\ 3x+5y+3=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=7 \\ 3x+5y=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Do đó $z = 1 + 2i$. Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Chọn A.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;2)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3;-1;-2)$. B. $(3;-1;2)$. **C. $(3;1;-2)$.** D. $(-3;-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Dễ dàng tìm được tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(-3;1;2)$ trên trục Oy là $H(0;1;0)$. Vì A' đối xứng với A qua trục Oy nên H là trung điểm của AA' , suy ra $A'(3;1;-2)$.

Chọn C.

Câu 33. Khẳng định nào đây là **sai**.

A. $\int \frac{2}{2x+3} dx = \ln|2x+3| + C$.

B. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$.

C. $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C$.

D. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$ nên **C** sai.

Chọn C.

Câu 34. Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $x + y + z + 1 = 0$. B. $x - 2y - z - 3 = 0$. **C. $2x + 2y - z - 1 = 0$.** D. $3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn: $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y - 2z - 6 = 0$.

Dễ thấy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ vì tích vô hướng của hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

Chọn C

Câu 35. Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

- A. -2 . **B. -1 .** C. 2 . D. 1 .

Hướng dẫn giải

$$\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = \int_0^1 \frac{(x+2)-2}{(x+2)^2} dx = \int_0^1 \frac{dx}{x+2} - \int_0^1 \frac{2dx}{(x+2)^2}$$

$$= \ln(x+2) \Big|_0^1 - 2 \cdot \frac{(x+2)^{-1}}{-1} \Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2 + \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} - \ln 2 + \ln 3.$$

Vậy $a = -\frac{1}{3}; b = -1; c = 1 \Rightarrow 3a + b + c = -1.$

Chọn B.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{3}.$

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = \frac{1}{2}.$

Chọn A.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m \geq 9.$

B. $m \leq 9.$

C. $m > 9.$

D. $m < 9.$

Hướng dẫn giải.

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 1 + 4 + 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9.$

Chọn D.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$ và $z_2 = 2 - (m+1)i$. Tìm các giá trị của tham số thực m để $z_1 \cdot z_2$ là số thực.

A. $m = 2$ hoặc $m = -3.$

B. $m = -2$ hoặc $m = 3.$

C. $m = 1$ hoặc $m = 6.$

D. $m = -1$ hoặc $m = 6.$

Hướng dẫn giải

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (m + 3i) \cdot [2 - (m+1)i] = 2m - m(m+1)i + 6i - 3(m+1)i^2$

$\Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (5m + 3) - (m^2 + m - 6)i.$

Để $z_1 \cdot z_2$ là số thực $\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}.$

Chọn A.

Câu 39. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 = 1$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Ta có $z^3 = 1 \Leftrightarrow z^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + z + 1) = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-1=0 \\ z^2+z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z=-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức cần tìm.

Chọn C.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $\frac{3}{13}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{3}{13}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 12 \cdot 0}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}.$$

Chọn D.

Câu 41. Cho điểm $A(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$. Đường thẳng d_2 qua A vuông góc với d_1 và cắt

d_1 tại $M(a; b; c)$. Khi đó $a + 2b + c$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

$$M \in d_1 \Rightarrow M(1+2t; -1+t; -t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-1+2t; -2+t; -t).$$

$$d_1 \text{ có VTCP } \vec{u} = (2; 1; -1).$$

$$\text{Vì } d_1 \perp d_2 \Rightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow 6t - 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow M\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Vậy } a = \frac{7}{3}; b = -\frac{1}{3}; c = -\frac{2}{3} \Rightarrow a + 2b + c = 1.$$

Chọn C

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu (S) có dạng $ax + by + cz + d = 0$ với $b \in \mathbb{Z}$ & $0 < b < 5$. Khi đó giá trị $b.c$ bằng

A. 7.

B. 12.

C. 24.

D. 14.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 1$.

Mặt phẳng (Q) chứa trục hoành nên có phương trình là (Q): $by + cz = 0$ với $b^2 + c^2 \neq 0$.

Lại có (Q) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d(I, (Q)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|2b - c|}{\sqrt{b^2 + c^2}} = 1 \Leftrightarrow (2b - c)^2 = b^2 + c^2$

$\Leftrightarrow 3b^2 - 4bc = 0 \Leftrightarrow b(3b - 4c) = 0 \Leftrightarrow 3b - 4c = 0$ (do $b > 0$).

$\Leftrightarrow b = \frac{4}{3}c$. Chọn $c = 3 \Rightarrow b = 4 \in (0; 5)$.

Vậy (Q): $4y + 3z = 0 \Rightarrow b.c = 12$.

Chọn B.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$.

Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 27.

B. 29.

C. 12.

D. 33.

Hướng dẫn giải

Ta có $I = \int_0^{-1} f(x)dx + 2 \int_0^2 f(x)dx = F(-1) - F(0) + 2F(2) - 2F(0)$.

Do đó $I = F(-1) + 2F(2) - 3F(0) = F(-1) + 2F(2) - 6 \Rightarrow F(-1) + 2F(2) = I + 6$.

Mà $\int_0^{-1} f(x)dx = -\int_{-1}^0 (3x^2 + 4)dx = -5$ và $2 \int_0^2 f(x)dx = 2 \left(\int_0^1 (3x^2 + 4)dx + \int_1^2 (2x + 5)dx \right) = 26$.

Suy ra $I = 26 - 5 = 21$.

Vậy $F(-1) + 2F(2) = 21 + 6 = 27$.

Chọn A.

Câu 44. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $x + y - 2z + 5 = 0$. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó d có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; -1)$. Tính $a + b$.

A. 2.

B. -6.

C. -2.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Do $A \in d_1 \Rightarrow A(-1+t; -2+2t; t)$; do $B \in d_2 \Rightarrow B(2+2u; 1+u; 1+u)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3+2u-t; 3+u-2t; 1+u-t)$$

+ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -2)$. Do $d // (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow u = t - 4$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2t^2 - 8t + 35} \geq 3\sqrt{3}. \text{ Suy ra độ dài đoạn } AB \text{ nhỏ nhất bằng } 3\sqrt{3} \text{ khi } t = 2.$$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; -3)$ cùng phương với $\vec{u} = (-1; -1; -1)$.

Suy ra $a + b = -2$.

Chọn C.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w + 3$ và $2w - 15i + 9$ với w là một số phức. Tính $S = b^2 - 2c$

A. $S = -32$.

B. $S = 1608$.

C. $S = 1144$.

D. $S = -64$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi hai nghiệm của phương trình là } \begin{cases} z_1 = w + 3 = x + yi \\ z_2 = 2w - 15i + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = w + 3 = x + yi \\ w = (x - 3) + yi \\ z_2 = 2[(x - 3) + yi] - 15i + 9 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w = (x - 3) + yi \\ z_1 = x + yi \Rightarrow \bar{z}_1 = x - yi \\ z_2 = (2x + 3) + (2y - 15)i \end{cases}.$$

Do phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hệ số thực với hai nghiệm phức z_1, z_2 nên ta có:

$$z_2 = \bar{z}_1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = x \\ 2y - 15 = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó ta có: } \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -3 + 5i \\ z_2 = -3 - 5i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = (-3 + 5i) + (-3 - 5i) = -6 \\ z_1 \cdot z_2 = (-3 + 5i) \cdot (-3 - 5i) = 34 \end{cases}$$

$$\text{Theo Viet ta có: } \begin{cases} -b = z_1 + z_2 = -6 \\ c = z_1 \cdot z_2 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ c = 34 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = b^2 - 2c = -32.$$

Chọn A.

Câu 46. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^4 x + \tan^3 x + \tan^2 x) e^{3x} dx$. Biết rằng $I = \frac{a}{b} e^{\frac{3\pi}{4}}$ với b là số nguyên dương, a là số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^4 x + \tan^3 x + \tan^2 x) e^{3x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^4 x + \tan^2 x) e^{3x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x e^{3x} dx = A + B$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan^4 x + \tan^2 x) e^{3x} dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^{3x} \\ dv = \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = 3e^{3x} dx \\ v = \frac{1}{3} \tan^3 x dx \end{cases}.$$

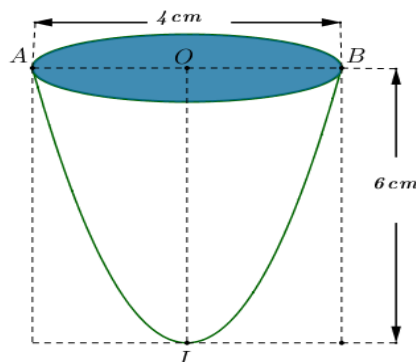
$$\Rightarrow A = \frac{1}{3} e^{3x} \cdot \tan^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{3x} \cdot \tan^3 x dx$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{3} e^{\frac{3\pi}{4}} - B.$$

$$\Rightarrow I = A + B = \frac{1}{3} e^{\frac{3\pi}{4}}$$

Chọn C.

Câu 47. Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây.



Biết người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V(\text{cm}^3)$ của vật thể đó.

A. $V = 12\pi$.

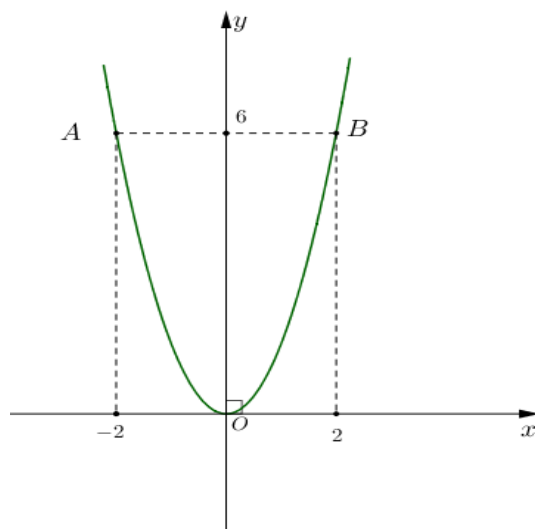
B. $V = 12$.

C. $V = \frac{72}{5} \pi$.

D. $V = \frac{72}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: Gốc tọa độ O trùng với điểm I



Hàm số bậc hai có đồ thị mà đỉnh trùng với gốc tọa độ có phương trình dạng: $y = ax^2$ (P).

Vì (P) qua điểm $B(2,6)$ nên ta có: $4a = 6 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3}y$.

Vật thể tròn xoay đã cho được sinh ra bởi các đường: $x = \sqrt{\frac{2}{3}}y$; $y = 0$; $y = 6$ quay quanh trục $Oy \Rightarrow$ Thể tích của vật thể đã cho là: $V = \pi \int_0^6 \frac{2}{3}y^2 dy = 12\pi$.

Chọn A.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $y - 1 = 0$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$ và hai điểm

$A(-1; -3; 11)$, $B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho $d(M; \Delta) = 2$ và $NA = 2NB$. Tìm giá trị lớn nhất của đoạn MN .

A. $MN_{\max} = 1$.

B. $MN_{\max} = 5$.

C. $MN_{\max} = 6$.

D. $MN_{\max} = 11$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\begin{cases} \Delta \perp (P) \\ \Delta \cap (P) = \{I(1; 1; 1)\} \end{cases}$.

Vì $d(M; \Delta) = 2$ nên điểm M thuộc mặt trụ tròn xoay (H) có trục là đường thẳng Δ .

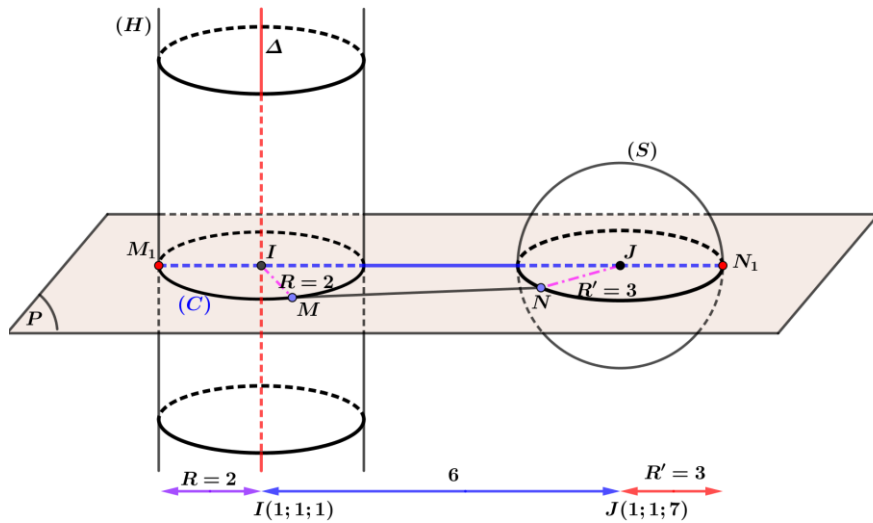
Khi đó M nằm trên giao của mặt phẳng (P) và mặt trụ (H) là đường tròn (C) có tâm $I(1; 1; 1)$ và bán kính $R = 2$.

Giả sử $N(x; y; z)$.

$$\text{Do } NA = 2NB \Leftrightarrow NA^2 = 4NB^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14z + 42 = 0.$$

Suy ra N nằm trên mặt cầu (S) có tâm $J(1;1;7)$ và bán kính $R' = 3$.

Mặt khác: $\begin{cases} N \in (P) \\ J \in (P) \end{cases}$, do đó N nằm trên giao của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là đường tròn (C') có tâm $J(1;1;7)$ và bán kính $R' = 3$.



Bài toán đã cho trở thành: “Trên mặt phẳng (P) cho hai điểm M, N . Biết M thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 2$ và N thuộc đường tròn (C') có tâm $J(1;1;7)$, bán kính $R' = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của đoạn MN .”

Từ hình vẽ trên, dễ thấy $MN_{\max} = IJ + (R + R') = 6 + (2 + 3) = 11$.

Chọn D.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn điều kiện sau:

$$f(1 + 4\sin x) - 2\sin x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = 6\sin x + 1, \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \text{ Khi đó } I = \int_{-3}^5 f(x) dx \text{ bằng:}$$

A. -2.

B. -8.

C. -24.

D. 16.

Hướng dẫn giải

$$+ \text{Ta có: } f(1 + 4\sin x) - 2\sin x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = 6\sin x + 1$$

$$\Rightarrow 4\cos x \cdot f(1 + 4\sin x) - 8\cos x \cdot \sin x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = 4(6\sin x \cdot \cos x + \cos x)$$

$$\Leftrightarrow 4\cos x \cdot f(1 + 4\sin x) - 4\sin 2x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = 4(3\sin 2x + \cos x) \quad (*)$$

+ Lấy tích phân từ $-\frac{\pi}{2}$ đến 0 hai vế của $(*)$ ta được:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4\cos x \cdot f(1 + 4\sin x) dx - \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4\sin 2x \cdot f(3 - 2\cos 2x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4(3\sin 2x + \cos x) dx \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } C = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4(3\sin 2x + \cos x) dx = -8.$$

$$* \text{ Tính } A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4 \cos x \cdot f(1 + 4 \sin x) dx.$$

$$\text{Đặt } u = 1 + 4 \sin x \Rightarrow du = 4 \cos x dx.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow u = -3 \\ x = 0 \Rightarrow u = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \int_{-3}^1 f(u) du \Rightarrow A = \int_{-3}^1 f(x) dx.$$

$$* \text{ Tính } B = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 4 \sin 2x \cdot f(3 - 2 \cos 2x) dx.$$

$$\text{Đặt } v = 3 - 2 \cos 2x \Rightarrow dv = 4 \sin 2x dx.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow v = 5 \\ x = 0 \Rightarrow v = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = \int_5^1 f(v) dv \Rightarrow B = -\int_1^5 f(x) dx$$

$$\text{Khi đó thế } A, B \text{ \& } C \text{ vào (1), ta có: } \int_{-3}^1 f(x) dx - \left[-\int_1^5 f(x) dx \right] = -8 \Leftrightarrow I = \int_{-3}^5 f(x) dx = -8.$$

Chọn B.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \left| z^3 + 3z + \bar{z} \right| - \left| z + \frac{1}{z} \right|. \text{ Khi đó số phức } w = M + mi \text{ có } |w| \text{ thuộc khoảng nào sau đây?}$$

A. (2; 4).

B. (0; 2).

C. (4; 6).

D. (6; 8).

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x.$$

$$\text{Ta có: } |z|=1 \Rightarrow \begin{cases} |z|^2 = 1 \\ z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \bar{z} = \frac{1}{z} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } P = \left| z^3 + 3z + \bar{z} \right| - \left| z + \frac{1}{z} \right| = \left| z^3 + 3z + 1 \cdot \bar{z} \right| - \left| z + \frac{1}{z} \right|$$

$$\Rightarrow P = \left| z^3 + 3z + (z \cdot \bar{z}) \cdot \bar{z} \right| - \left| z + \bar{z} \right| = |z| \left| z^2 + 3 + (\bar{z})^2 \right| - \left| z + \bar{z} \right| = \left| z^2 + 3 + (\bar{z})^2 \right| - \left| z + \bar{z} \right|.$$

$$\Rightarrow P = \left| z^2 + (\bar{z})^2 + 2z \cdot \bar{z} + 1 \right| - \left| z + \bar{z} \right| = \left| z^2 + (\bar{z})^2 + 2 + 1 \right| - \left| z + \bar{z} \right| = \left| z^2 + (\bar{z})^2 + 3 \right| - \left| z + \bar{z} \right|$$

$$\Rightarrow P = \left| (2x)^2 + 1 \right| - |2x| = (2x)^2 + 1 - |2x| \text{ (do } z + \bar{z} = 2x).$$

$$\text{Đặt } t = |2x|.$$

$$\text{Do } x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq |x| \leq 1 \Rightarrow 0 \leq t = |2x| \leq 2.$$

$$\text{Khi đó ta có: } P = (2x)^2 + 1 - |2x| = t^2 - t + 1.$$

$$\text{Xét hàm số } P = t^2 - t + 1 \text{ với } t \in [0; 2], \text{ ta có: } \begin{cases} M = \max_{t \in [0; 2]} P = 3 \Leftrightarrow t = 2 \\ m = \min_{t \in [0; 2]} P = \frac{3}{4} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Như vậy } w = M + mi = 3 + \frac{3}{4}i \Rightarrow |w| = \frac{3\sqrt{17}}{4} \in (2; 4).$$

Chọn A.

-----Hết-----

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ II – MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: **90 phút**; Ngày 23/04/2023

PHÂN MÔN	CHƯƠNG	NỘI DUNG	NB	TH	VDT	VDC	SỐ CÂU
GIẢI TÍCH	NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN	Nguyên hàm	2	2			4
		Một số phương pháp tìm nguyên hàm	2	2			4
		Tích phân	2	3			5
		Một số phương pháp tính tích phân-tp hàm ẩn			1	1	2
		Ứng dụng của tích phân		2	1		3
	SỐ PHỨC	Số phức	2	2			4
		Căn bậc hai của số phức	1	2			3
		Nghiệm của phương trình số phức	1	1	1		3
		Modul của số phức và bài toán cực trị		1		1	2
HÌNH HỌC	VECTOR	Hệ tọa độ trong không gian	1	2			3
	PT MẶT PHẪNG	Phương trình mặt phẳng.	2	2			4
		Các vấn đề liên quan		1	1		2
	PT ĐƯỜNG THẲNG	Phương trình đường thẳng.	2	1			3
		Các vấn đề liên quan		2	1		3
	MẶT CẦU	Phương trình mặt cầu, tâm, bán kính	2	1	1		4
	BT TỔNG HỢP	Mặt phẳng, mặt trụ, mặt cầu				1	1
		TỔNG SỐ CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI	17	24	6	3	50

----- HẾT -----