

ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12
PTDL HERMANN GMEINER
(Đề gồm có ... trang)

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

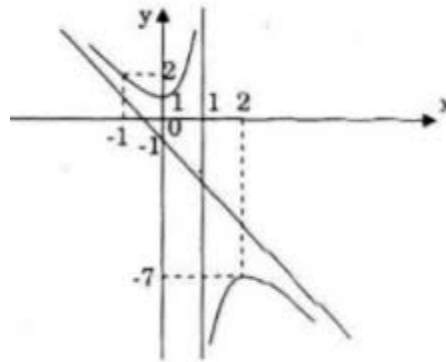
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(2 - x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2023$, trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

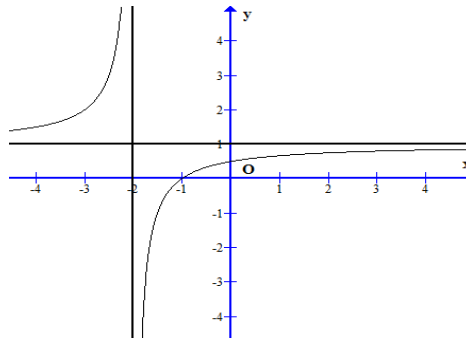
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4 . B. 2 C. 1 . D. 3 .

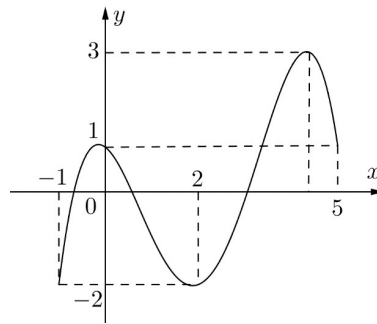
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$.
- B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.
- C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.
- D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Arrows indicate the function values at the boundaries: from 1 to $-\infty$, from 2 to $-\infty$, and from 3 to $-\infty$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = 3$.
- B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 7: Tìm a để đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + x + a}{x + a}$ có tiệm đứng đồng thời tiệm cận xiên đi qua điểm $A(2; 0)$.

A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AC} + \overline{BD}$ B. $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -2i + j - 5k$. Tọa độ của vector a là
 A. $(-2; 1; -5)$ B. $(2; -1; 5)$ C. $(1; -2; -5)$ D. $(2; 1; -5)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $a = (1; 2; 1)$ và $b = (-1; 3; 0)$. Vector $c = 2a + b$ có tọa độ là
 A. $(1; 7; 2)$ B. $(1; 5; 2)$ C. $(3; 7; 2)$ D. $(1; 7; 3)$

Câu 11: Các bạn học sinh lớp 12A5 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả số câu trả lời đúng được thống kê ở bảng sau.

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	8	8	16	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

A. 9,375 B. 8,625 C. 10,15 D. 7,5

Câu 12: Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) như sau :

68	79	65	85	52	81	55	65	49	42	68	66	56	57	65	72
69	60	50	63	74	88	78	95	41	87	61	72	59	47	90	74

Lập bảng phân bố tần số- tần suất ghép lớp:

$[40; 50)$; $[50; 60)$; $[60; 70)$; $[70; 80)$; $[80; 90)$; $[90; 100]$

Số phương sai là:

A. $s_x^2 = 190,23$ B. $s_x^2 = 192,03$ C. $s_x^2 = 193,20$ D. $s_x^2 = 192,23$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

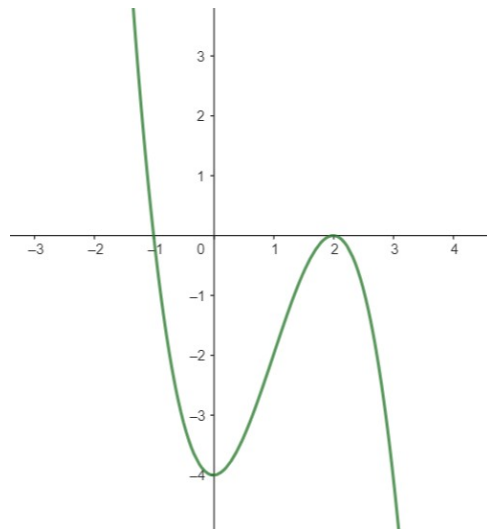
Nhóm	Số học sinh
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8

$[70; 80)$	2
$[80; 90)$	2
	$n = 40$

Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Số học sinh nặng dưới $50kg$ là 12.
- b) Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng $54,29(kg)$.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ :



Xét tính **đúng** **sai** của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng -4.
- d) Hàm số $g(x) = f(3 - x)$ nghịch biến trên $(2; 5)$.

Câu 3: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được

$$c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (mg / L)}$$

cho bởi hàm số có công thức . Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

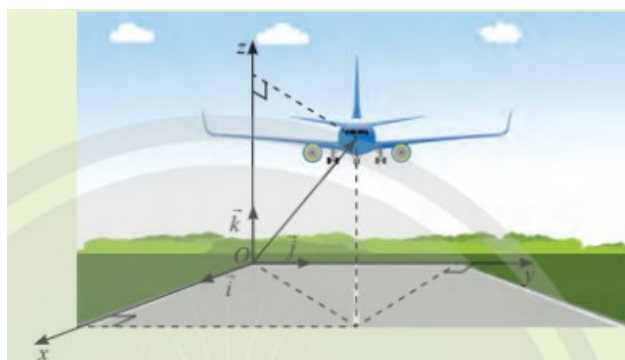
a) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau $c(3) = \frac{3}{10} (mg/L)$ 3 giờ là .

b) Đạo hàm của hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ là $c'(t) = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}$.

c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân tăng trong khoảng $t \in (0; 2)$.

d) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất khi $t = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $v = (300; 400; 3)$ (km/h)



Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).

b) Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.

c) Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).

d) Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $v_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ có hai cực trị A và B . Phương trình đường thẳng AB là $y = ax + b, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính tổng $a + b = \dots$

- Câu 2:** Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích là 96.000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100.000đồng/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.
- Câu 3:** Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x - 1500}{35x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).
- Câu 4:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Hãy tính góc giữa cặp vector sau đây $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$
- Câu 5:** Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. **d)** Vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm nào?
- Câu 6:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(400; 50; 8)$ đến điểm $B(100; 450; 10)$ trong 10 phút. Sau đúng 5 phút tính từ lúc máy bay ở vị trí A thì máy bay ở vị trí có tổng hoành độ, tung độ và cao độ là bao nhiêu?

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	B	A	C	A	C	D	A	A	A	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) S
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	- 6	83.200	57,1	180	1	509

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(2 - x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến khi $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^2(2 - x) < 0 \Leftrightarrow 2 - x < 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2023$, trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Lời giải

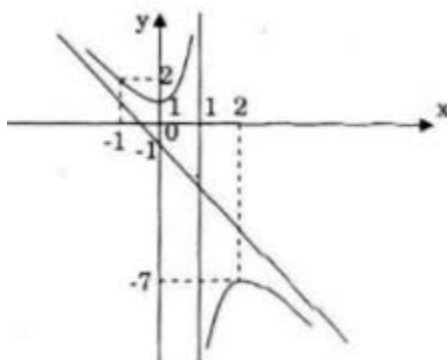
Ta có $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y			$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 2

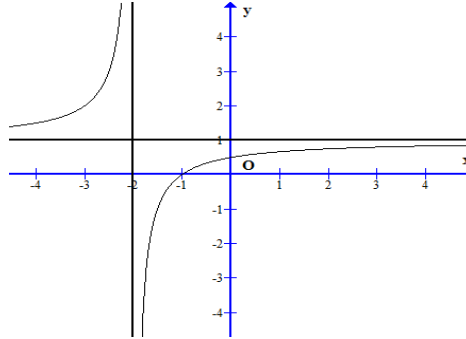
C. 1.

D. 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và 1 tiệm cận xiên.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$.

B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.

D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

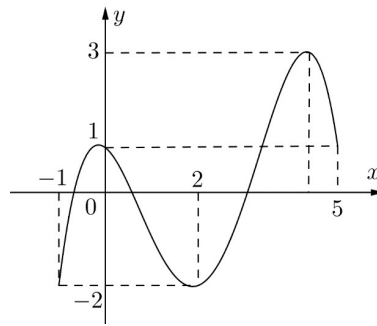
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. - 1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = 3$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 2$.

Lời giải

A. Đúng. Vì ta thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$. Nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = 3$.

B. Sai. Vì ta thấy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$, nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 0$.

C. Sai. Vì đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận, hai đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận đứng.

D. Sai.

Câu 7: Tìm a để đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + x + a}{x + a}$ có tiệm đứng đồng thời tiệm cận xiên đi qua điểm $A(2; 0)$.

A. - 1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Ta có $y = \frac{-x^2 + x + a}{x + a} = -x + a + 1 + \frac{-a^2}{x + a}$

Nếu $a = 0$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Nếu $a \neq 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -a$ và tiệm cận xiên $y = -x + a + 1$

Đồ thị đường tiệm cận xiên đi qua $A(2;0)$ thì $0 = -2 + a + 1 \Leftrightarrow a = 1$ (thỏa mãn)

Vậy $a = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

Ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Vậy đáp án đúng là D

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -2i + j - 5k$. Tọa độ của vector a là

A. $(-2; 1; -5)$

B. $(2; -1; 5)$

C. $(1; -2; -5)$

D. $(2; 1; -5)$

Lời giải

$a = -2i + j - 5k \Rightarrow \vec{a} = (-2; 1; -5)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $a = (1; 2; 1)$ và $b = (-1; 3; 0)$. Vector $c = 2a + b$ có tọa độ là

A. $(1; 7; 2)$

B. $(1; 5; 2)$

C. $(3; 7; 2)$

D. $(1; 7; 3)$

Lời giải

Có $c = 2a + b$, gọi $c = (c_1; c_2; c_3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2.1 + (-1) = 1 \\ c_2 = 2.2 + 3 = 7 \\ c_3 = 2.1 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $c = (1; 7; 2)$

Câu 11: Các bạn học sinh lớp 12A5 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả số câu trả lời đúng được thống kê ở bảng sau.

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
---------------------	----------	----------	----------	----------	----------

Số học sinh	4	8	8	16	4
--------------------	---	---	---	----	---

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là

- A. 9,375 . B. 8,625 . C. 10,15 D. 7,5 .

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 4 + 8 + 8 + 16 + 4 = 40$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$. Do $x_{10}; x_{11}$ đều thuộc nhóm $[21; 26)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó: $p = 2$, $a_2 = 21$, $m_2 = 8$, $m_1 = 4$, $a_3 - a_2 = 5$. Ta có:

$$Q_1 = 21 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{8} \cdot 5 = 24,75$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do $x_{30}; x_{31}$ đều thuộc nhóm $[31; 36)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó: $p = 4$, $a_4 = 31$, $m_4 = 16$, $m_1 + m_2 + m_3 = 20$, $a_5 - a_4 = 5$. Ta có:

$$Q_3 = 31 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 20}{16} \cdot 5 = 34,125$$

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 34,125 - 24,75 = 9,375$

Câu 12: Điểm thi của 32 học sinh trong kì thi Tiếng Anh (thang điểm 100) như sau :

68	79	65	85	52	81	55	65	49	42	68	66	56	57	65	72
69	60	50	63	74	88	78	95	41	87	61	72	59	47	90	74

Lập bảng phân bố tần số- tần suất ghép lớp:

$[40; 50); [50; 60); [60; 70); [70; 80); [80; 90); [90; 100]$

Số phương sai là:

- A. $s_x^2 = 190,23$. B. $s_x^2 = 192,03$. C. $s_x^2 = 193,20$. D. $s_x^2 = 192,23$.

Lời giải

Lớp điểm	Tần số n_i	Tần suất f_i %	Đại diện c_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$
[40; 50)	4	13	45	180	8100
[50; 60)	6	19	55	330	18150
[60; 70)	10	31	65	650	42250
[70; 80)	6	19	75	450	33750
[80; 90)	4	13	85	340	28900
[90; 100]	2	6	95	190	18050
N	32	100%		2140	149200

$$s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum n_i x_i^2 - \left(\frac{1}{N} \sum n_i x_i \right)^2 = \frac{149200}{32} - \left(\frac{2140}{32} \right)^2 = 190,23$$

[

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2
	$n = 40$

Các mệnh đề sau **đúng hay sai?**

- a)** Số học sinh nặng dưới 50kg là 12.
- b)** Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29(kg).
- c)** Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.
- d)** Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

Lời giải

a) Số học sinh nặng dưới 50kg là $2 + 10 = 12$.

Vậy ý a) đúng.

b)

Nhóm	Tần số
$[30; 40)$	2
$[40; 50)$	10
$[50; 60)$	16
$[60; 70)$	8
$[70; 80)$	2
$[80; 90)$	2
	$n = 40$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là $[50; 60)$.

Do đó $u_m = 50; n_m = 16; n_{m-1} = 10, n_{m+1} = 8, u_{m+1} - u_m = 60 - 50 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng:

$$M_0 = 50 + \frac{16 - 10}{(16 - 10) + (16 - 8)} \cdot 10 = \frac{380}{7} \approx 54,29(\text{kg}).$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng $54,29(\text{kg})$.

Vậy ý b) đúng.

c)

Nhóm	Tần số
$[30; 40)$	2
$[40; 50)$	10
$[50; 60)$	16
$[60; 70)$	8
$[70; 80)$	2
$[80; 90)$	2
	$n = 40$

Cỡ mẫu $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2 \in [30; 40); x_3, \dots, x_{12} \in [40; 50); x_{13}, \dots, x_{28} \in [50; 60); x_{29}, \dots, x_{36} \in [60; 70); x_{37}, x_{38} \in [70; 80);$
 $x_{39}, x_{40} \in [80; 90).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [40; 50)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} \cdot (50 - 40) = 48.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31}) \in [60; 70)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot (70 - 60) = \frac{125}{2}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{125}{2} - 48 = \frac{29}{2}.$$

Vậy ý c) sai.

d)

Ta có bảng cân nặng của các em học sinh theo giá trị đại diện:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[30; 40)$	35	2
$[40; 50)$	45	10
$[50; 60)$	55	16
$[60; 70)$	65	8
$[70; 80)$	75	2
$[80; 90)$	85	2
		$n = 40$

Cỡ mẫu $n = 2 + 10 + 16 + 8 + 2 + 2 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

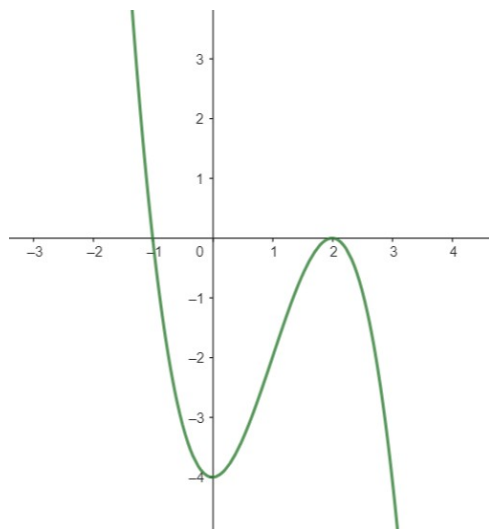
$$\frac{35 \cdot 2 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 16 + 65 \cdot 8 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{40} = \frac{2240}{40} = 56 (kg)$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 35^2 + 10 \cdot 45^2 + 16 \cdot 55^2 + 8 \cdot 65^2 + 2 \cdot 75^2 + 2 \cdot 85^2) - 56^2 = 3265 - 3136 = 129.$$

Vậy ý d) sai.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ :



Xét tính **đúng sai** của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng -4 .
- d) Hàm số $g(x) = f(3 - x)$ nghịch biến trên $(2; 5)$.

Lời giải

a) Đúng.

Vì dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Sai.

Vì dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

c) Đúng.

Theo đồ thị ta thấy $\max_{[-1; 1]} f(x) = 0$ và $\min_{[-1; 1]} f(x) = -4$.

d) Sai.

Xét hàm số $g(x) = f(3 - x)$. Vì $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Ta có: $g'(x) = (3 - x)' f'(3 - x) = -f'(3 - x)$.

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x=0 \\ 3-x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra được bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	0	+

Vậy hàm số $g(x)$ không nghịch biến trên $(2;5)$.

Câu 3: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được

$$c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (mg / L)}$$

cho bởi hàm số có công thức . Các mệnh đề sau **đúng hay sai?**

a) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau 3 giờ là $c(3) = \frac{3}{10} \text{ (mg / L)}$.

b) Đạo hàm của hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ là $c'(t) = \frac{1-t^2}{(t^2 + 1)^2}$.

c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân tăng trong khoảng $t \in (0;2)$.

d) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất khi $t = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 3
a) Đ
b) Đ
c) S
d) S

a) Xét hàm số $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \text{ (} t > 0 \text{)} \Rightarrow c(3) = \frac{3}{3^2 + 1} = \frac{3}{10}$.

$$c'(t) = \frac{t^2 + 1 - 2t^2}{(t^2 + 1)^2} = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}$$

b)

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

c)

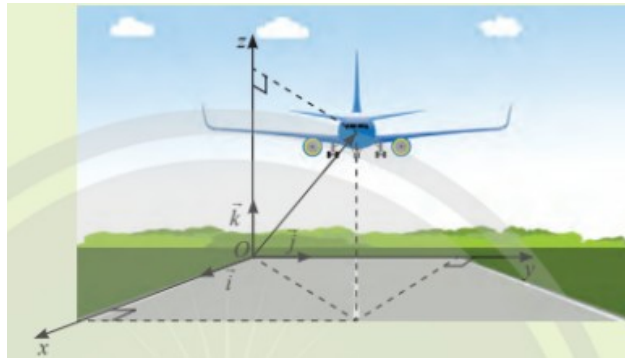
$$c(t) = \frac{t}{t^2 + 1} \quad (t > 0)$$

Bảng biến thiên của hàm số

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	0

d) Với $t = 1$ giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 4: Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h)



Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).

b) Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.

c) Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).

d) Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

Lời giải

a) Đúng, $\overrightarrow{OM} = (50; 120; 4) \Rightarrow OM = \sqrt{50^2 + 120^2 + 4^2} \approx 130,06$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và trạm không lưu tại thời điểm 8h xấp xỉ 130km.

b) Sai, Ta có $\overrightarrow{OM} + v = (350; 520; 7)$

Tại thời điểm 9h, tọa độ của máy bay là $M_1 (350; 520; 7)$

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 7km.

c) Sai, Ta có $\overrightarrow{OM} + 2v = (650; 920; 10)$

Vậy tại thời điểm 10h, tọa độ của máy bay là $M_2 (650; 920; 10)$

Ta có: $\overrightarrow{M_2 F} = (600; 100; 10) \Rightarrow M_2 F = \sqrt{600^2 + 100^2 + 10^2} \approx 608,36$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và tháp truyền hình F xấp xỉ 600km.

d) Đúng, Từ độ cao 10km, với tốc độ hạ độ cao là 5km/h thì máy bay cần 2h để đáp xuống đất.

Ta có: $\overrightarrow{OM_2} + 2v_2 = (1450; 1520; 0)$

Vậy tọa độ của máy bay khi đáp xuống đất là $M_3 (1450; 1520; 0)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$ có hai cực trị A và B . Phương trình đường thẳng AB là $y = ax + b, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính tổng $a + b = \dots$

Lời giải

Trả lời: - 6

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 + 6x - 9$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	26	-6	$+\infty$	

Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên là $A(1; -6)$, $B(-3; 26)$.

Phương trình đường thẳng qua A và B là $\Delta: y = -8x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = -6$

Câu 2: Để thiết kế một chiếc bể cá hình chữ nhật có chiều cao là 60cm , thể tích là 96.000cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 100.000đồng/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

Lời giải

Trả lời: 83.200 đồng.

Diện tích của đáy hộp là: $S = \frac{V}{h} = \frac{96.000}{60} = 1600\text{cm}^2 = 0,16\text{m}^2$

Gọi chiều dài cạnh đáy của hộp là $x, (x > 0, \text{m})$

Chiều rộng của hộp là $\frac{0,16}{x}$

Gọi $F(x)$ là hàm chi phí để làm bể cá.

Chi phí để hoàn thành bể cá:

$$\begin{aligned} F(x) &= 0,16 \times 100.000 + 2,0,6x \cdot 70.000 + 2,0,6 \cdot \frac{0,16}{x} \cdot 70.000 \\ &= 16.000 + 48.000x + \frac{13440}{x} \end{aligned}$$

Câu toán trở thành tìm x để $F(x)$ đạt GTNN.

$$F'(x) = 84.000 - \frac{13440}{x^2}$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 84.000 - \frac{13440}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

Bảng biến thiên:

X	0	0,4	$+\infty$
$F'(x)$		0	
$F(x)$		$F_{\min}$	

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là: 83.200 đồng.

Câu 3: Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x - 1500}{35x + 5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Lời giải

Trả lời: $\frac{400}{7} \approx 57,1$ (triệu đồng).

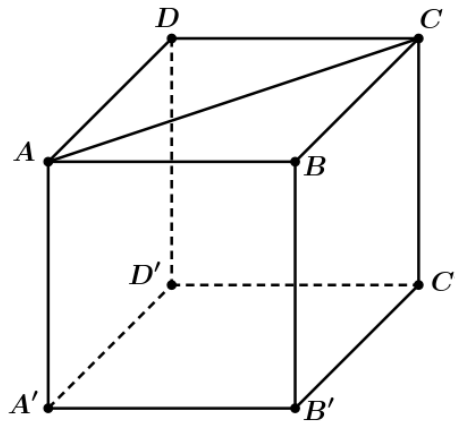
Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2000x - 1500}{35x + 5} = \frac{2000}{35} = \frac{400}{7}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = \frac{400}{7}$ làm tiệm cận ngang, tức là khi số năm x càng lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm càng tiến gần đến $\frac{400}{7} \approx 57,1$ (triệu đồng).

Câu 4: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Hãy tính góc giữa cặp vector sau đây $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$

Lời giải

Trả lời: 180°



Vì $\vec{AA'} \parallel \vec{CC'}$ nên hai vector $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$ ngược hướng nhau.

$$(\vec{AA'}, \vec{C'C}) = 180^\circ$$

Suy ra

Câu 5: Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t > 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong t giây tính bằng mét. **d)** Vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm nào?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có: $s'(t) = 3t^2 - 6t + 7$ và $s''(t) = 6t - 6$.

Vận tốc của chuyển động có phương trình $v(t) = 3t^2 - 6t + 7$.

Có $v'(t) = 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$v'(t)$	-	0	+
$v(t)$	7	4	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $t=1$.

Vậy tại thời điểm $t=1$ thì vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4(m/s)$.

Câu 6: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(400; 50; 8)$ đến điểm $B(100; 450; 10)$ trong 10 phút. Sau đúng 5 phút tính từ lúc máy bay ở vị trí A thì máy bay ở vị trí có tổng hoành độ, tung độ và cao độ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 509

Gọi $T(x; y; z)$ là vị trí của máy bay tại thời điểm 5 phút sau khi xuất phát từ A

Ta có $\overrightarrow{AT} = (x - 400; y - 50; z - 8)$; $\overrightarrow{AB} = (-300; 400; 2)$

Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ A đến T nên

$$\overrightarrow{AT} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AT} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow (x - 400; y - 50; z - 8) = \frac{1}{2}(-300; 400; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 400 = -150 \\ y - 50 = 200 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250 \\ y = 250 \\ z = 9 \end{cases}$$

Suy ra $x + y + z = 509$