

NGUYỄN CẢNH HOÈ - PHẠM HUY THÔNG

*Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội*



# TÀI LIỆU VẬT LÝ NÂNG CAO CÁC BÀI GIẢNG THEO CHỦ ĐỀ

Bồi dưỡng nâng cao và luyện thi Đại học - Cao đẳng



Tài liệu bổ trợ dành  
cho học sinh khối 11,  
12, các lớp chuyên,  
học sinh chương trình  
cải cách và chương  
trình phân ban  
(Ban KHTN).



**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

**NGUYỄN CẢNH HOÈ - PHẠM HUY THÔNG**

Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội

**TÀI LIỆU VẬT LÝ 12 NÂNG CAO**  
**CÁC BÀI GIẢNG THEO CHỦ ĐỀ**

\* Lí thuyết cơ bản

\* Bài giảng theo chủ đề

\* Các bài tập tự luận

\* Các bài tập trắc nghiệm

(Tài liệu bổ trợ dành cho học sinh khối 11, 12 các lớp chuyên, học sinh  
chương trình cải cách và chương trình phân ban  
Bồi dưỡng nâng cao và luyện thi Đại học và Cao đẳng)

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**



**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  
16 Hàng Chuối - Hai Bà Trưng - Hà Nội  
ĐT (04) 9715012; (04) 7685236. Fax: (04) 9714899  
E-mail: [nxb@vnu.edu.vn](mailto:nxb@vnu.edu.vn)  
\*\*\*

***Chịu trách nhiệm xuất bản:***

*Giám đốc* PHÙNG QUỐC BẢO  
*Tổng biên tập* PHẠM THÀNH HƯNG

***Chịu trách nhiệm nội dung***

*Biên tập nội dung*  
ĐỨC HOÀNG – HỮU TÚ  
*Chế bản*  
NHÀ SÁCH ALPHA  
*Sửa bài*  
HOÀNG VĨNH  
*Trình bày bìa*  
SƠN KỲ

---

**TÀI LIỆU VẬT LÝ 12 NÂNG CAO**

Mã số: 1L - 53 - ĐH2006

In 2.000 cuốn, khổ 16 x 24 cm tại Công ty cổ phần in Tân Bình.

Số xuất bản: 172 - 2006/CXB/2 - 13/ĐHQG HN, ngày 07/03/2006

Quyết định xuất bản số: 152/LK/XB

In xong và nộp lưu chiểu quý III năm 2006

# LỜI NÓI ĐẦU

Chúng tôi biên soạn bộ sách “Tài liệu Vật lí 12 nâng cao - Các bài giảng theo chủ đề” dùng cho học sinh các lớp chuyên, chọn của các trường phổ thông trung học. Sách được biên soạn trên cơ sở các tác giả: Giảng viên Nguyễn Cảnh Hoà và Giảng viên Phạm Huy Thông nhiều năm giảng dạy, bồi dưỡng học sinh tại các khối chuyên của trường Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội.

***Sách có đủ bốn phần : lí thuyết cơ bản, bài giảng theo chủ đề, các bài tập tự luận và bài tập trắc nghiệm.***

So với sách giáo khoa lớp 12, sách có đầy đủ các chương. Do tình hình đang chuyển giai đoạn nên trong vài ba năm tới học sinh còn phải thi môn Quang hình. Bởi vậy, chúng tôi thêm chương ôn tập Quang hình, chương này tuy tóm tắt nhưng đầy đủ các loại kiến thức để học sinh thi trắc nghiệm tốt.

Giáo trình “Tài liệu Vật lí 12 nâng cao - Các bài giảng theo chủ đề” gồm 2 tập, mỗi tập gồm 4 phần:

- Tập 1:**
- + Dao động cơ học
  - + Sóng cơ học. Âm học
  - + Dao động điện. Dòng điện xoay chiều
  - + Dao động điện từ. Sóng điện từ
- Tập 2:**
- + Cơ học vật rắn
  - + Ôn tập Quang hình
  - + Quang lí
  - + Vật lí hạt nhân nguyên tử

Chúng tôi sắp xếp phần cơ học vật rắn sau phần dao động và sóng mục đích là để học sinh làm tốt một cách tự nhiên dao động của vật rắn trong con lắc vật lí.

Chúng tôi xin được tiếp thu các ý kiến đóng góp của độc giả để nội dung cuốn sách tốt hơn trong các lần tái bản sau.

Các tác giả

## A) LÝ THUYẾT CƠ BẢN

### **BÀI 1: DAO ĐỘNG TUẦN HOÀN VÀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ. CON LẮC Lò XO**

#### I. Dao động

+ Dao động là chuyển động có giới hạn trong không gian, lặp đi lặp lại nhiều lần quanh một vị trí cân bằng (thường là vị trí của vật khi nó đứng yên).

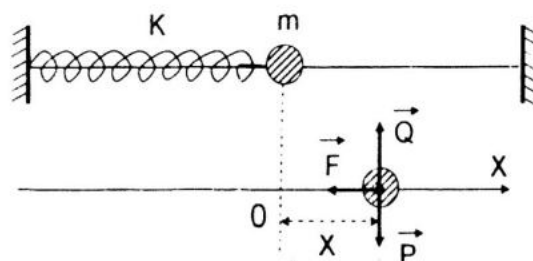
+ Dao động tuần hoàn là dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ sau những khoảng thời gian bằng nhau. Dao động tuần hoàn được đặc trưng bởi:

- Chu kì dao động: Là khoảng thời gian  $T$  ngắn nhất sau đó trạng thái dao động lặp lại như cũ.

- Tần số dao động: Đại lượng  $f = 1/T$  gọi là tần số của dao động, là số lần dao động mà vật thực hiện được trong một đơn vị thời gian. Đơn vị tần số là Hec [Hz].

#### II. Con lắc lò xo. Dao động điều hoà

Con lắc lò xo gồm một hòn bi khối lượng  $m$  gắn vào một lò xo khối lượng không đáng kể có độ cứng  $k$ . Trong hòn bi có một rãnh cho phép nó chuyển động không ma sát dọc theo một thanh nằm ngang cố định trùng với trục lò xo (Hình vẽ).



Chọn trục tọa độ  $Ox$  trùng với thanh ngang và gốc tọa độ tại vị trí cân bằng. Kéo hòn bi ra khỏi vị trí cân bằng đến tọa độ  $x$  rồi buông tay, ta thấy nó dao động quanh vị trí cân bằng. Tại một vị trí bất kì, hòn bi chịu ba lực tác dụng: trọng lực  $\vec{P}$ , phản lực  $\vec{Q}$  của thanh và lực đàn hồi  $\vec{F}$  của lò xo. Vì  $\vec{P}$  và  $\vec{Q}$  cân bằng nên chỉ còn lực  $\vec{F}$  làm cho hòn bi chuyển động.

Theo định luật Húc thì  $F = -kx$ , trong đó  $k$  là độ cứng của lò xo, còn dấu trừ chỉ rằng lực  $F$  luôn luôn hướng về vị trí cân bằng, áp dụng định luật Niuton II, ta có :

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x$$

Đặt  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  và với chú ý  $a = v' = X''$  ta có:

$$X'' + \omega^2 X = 0 \quad (1)$$



Phương trình (1) có nghiệm  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , trong đó  $A$  và  $\varphi$  là những hằng số phụ thuộc điều kiện ban đầu và tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Vì hàm sin là một hàm điều hoà, ta nói rằng dao động của hòn bi (con lắc lò xo) là một dao động điều hoà.

**Vậy:** Dao động điều hoà là một dao động được mô tả bằng một định luật dạng sin (hoặc cos), trong đó  $A$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  là những hằng số.

**\*/ Định nghĩa (ý nghĩa) của các đại lượng trong phương trình dao động:**

- $x$  gọi là li độ của dao động, là độ lệch của vật khỏi vị trí cân bằng.
- $A$  gọi là biên độ của dao động, là giá trị cực đại của li độ.
- $\varphi$  gọi là pha ban đầu của dao động ( $\varphi$  không phải là góc thật mà là đại lượng trung gian cho phép xác định trạng thái dao động ban đầu của vật).
- $(\omega t + \varphi) = \left( \frac{2\pi}{T} t + \varphi \right)$  gọi là pha của dao động, là đại lượng trung gian cho phép xác định trạng thái dao động của vật tại thời điểm  $t$ .
- $\omega$  gọi là tần số góc của dao động. Nó là lượng trung gian cho phép xác định tần số và chu kì của dao động theo công thức  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- $T$  gọi là chu kì của dao động. Nó là khoảng thời gian ngắn nhất sau đó trạng thái dao động lặp lại như cũ, hay là khoảng thời gian để vật thực hiện một dao động.
- $f = 1/T$  gọi là tần số của dao động. Nó là đại lượng nghịch đảo của chu kì, là số lần dao động mà vật thực hiện được trong một đơn vị thời gian.

### III. Mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều

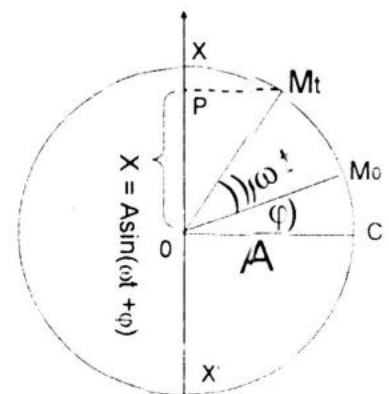
Xét một điểm  $M$  chuyển động đều trên một đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $A$ , với vận tốc góc  $\omega$  (rad/s) (Hình vẽ)

Chọn  $C$  làm điểm gốc trên đường tròn. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  vị trí của điểm chuyển động là  $M_0$ , xác định bởi góc  $\varphi$ . Tại thời điểm bất kì, vị trí của điểm chuyển động là  $M_t$ , xác định bởi góc  $(\omega t + \varphi)$ . Bây giờ ta chiếu điểm  $M_t$  xuống trục  $x'x$ . Hình chiếu của nó là  $P$ , có tọa độ  $x = \overline{OP}$ . Ta có :

$$x = \overline{OP} = OM_t \sin(\omega t + \varphi) \text{ hay } x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

Từ phương trình trên ta thấy chuyển động của  $P$  trên trục  $x'x$  là một dao động điều hoà.

Vậy ta có thể kết luận rằng: **một dao động điều hoà có thể co như hình chiếu của một chuyển động tròn đều xuống một trục bất kì nằm trong mặt phẳng của quỹ đạo của chuyển động.**



## VI. Vận tốc và gia tốc của một vật dao động điều hòa

Giả sử phương trình dao động điều hòa có dạng  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

Vận tốc tức thời theo định nghĩa là đạo hàm của tọa độ đối với thời gian:

$$v = x' = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

Còn gia tốc tức thời theo định nghĩa là đạo hàm của vận tốc tức thời đối với thời gian:

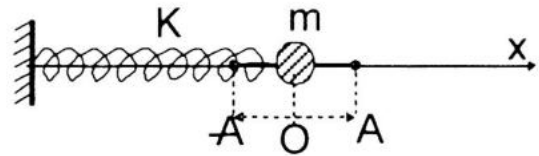
$$a = v' = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$$

Ta thấy vận tốc và gia tốc của vật dao động điều hòa cũng biến thiên theo thời gian theo định luật dạng sin (hay cos) và có chu kì bằng chu kì dao động.

## V. Khảo sát năng lượng của con lắc lò xo

### 1. Khảo sát định tính

Khi kéo hòn bi từ vị trí cân bằng O đến vị trí  $x = A$ , lực kéo đã thực hiện một công và truyền cho lò xo một năng lượng ban đầu dưới dạng thế năng đàn hồi. Khi lực kéo mất đi, lực đàn hồi kéo hòn bi chuyển động nhanh dần về vị trí O. Động năng của hòn bi tăng dần, thế năng của lò xo giảm dần. Khi hòn bi về tới O thì lực  $F = 0$ , thế năng của lò xo bằng không. Khi ấy, vận tốc của hòn bi cực đại và động năng của nó cực đại. Hòn bi tiếp tục chuyển động theo quán tính làm lò xo bị nén lại, lực  $F$  xuất hiện theo chiều ngược lại làm vận tốc của hòn bi giảm dần. Động năng của nó giảm dần, thế năng của lò xo tăng dần. Khi hòn bi tới vị trí  $x = -A$  thì nó dừng lại và lò xo bị nén tới mức tối đa.



Động năng của hòn bi bằng không thế năng của lò xo cực đại. Sau đó lực  $F$  của lò xo đẩy hòn bi chuyển động về O. Động năng của hòn bi lại tăng dần, thế năng của lò xo lại giảm dần.

**Như vậy, trong quá trình dao động của con lắc lò xo mỗi khi thế năng của lò xo giảm dần thì động năng của hòn bi tăng dần và ngược lại.**

### 2. Khảo sát định lượng

Ta hãy tính động năng, thế năng và cơ năng của con lắc lò xo tại một thời điểm  $t$  bất kì.

Giả sử tại thời điểm  $t$ , li độ  $x$  của hòn bi là:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

Khi ấy vận tốc của hòn bi bằng:  $v = x' = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$

$$\text{Động năng: } E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4}kA^2 [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

$$\text{Thế năng: } E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{4}kA^2 [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

$$\text{Cơ năng: } E = E_d + E_t = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}kA^2 = \text{const}$$

**Như vậy,** Động năng và thế năng của vật dao động điều hòa cũng biến thiên theo thời gian theo định luật dạng sin (hay cosin) và có chu kì bằng một nửa chu kì dao động. Trong suốt quá trình dao động, cơ năng của con

lắc là không đổi và tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động. Động năng của hòn bi tăng thêm bao nhiêu thì thế năng của lò xo giảm đi bấy nhiêu và ngược lại. Nói cách khác, có sự chuyển hóa năng lượng từ thế năng của lò xo sang động năng của hòn bi và ngược lại.

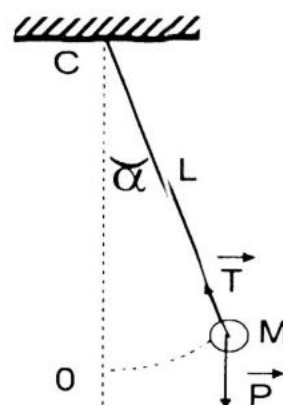
## BÀI 2:

## CON LẮC ĐƠN

### I. Lập phương trình chuyển động

Xét một con lắc đơn gồm một hòn bi nhỏ và nặng (coi như là một chất điểm) treo vào một sợi dây không giãn và có khối lượng không đáng kể. Con lắc có vị trí cân bằng là CO (Hình vẽ)

Chọn O làm điểm gốc, chiều dương hướng sang phải. Khi ấy vị trí của hòn bi M được xác định bằng độ dài đại số của cung  $OM = s$ . Ta đẩy hòn bi theo cung  $OM = s_0$  đến điểm M rồi buông tay ra, con lắc dao động xung quanh vị trí cân bằng CO với biên độ góc là  $\alpha_0$ .



Tại một vị trí bất kì được xác định bằng cung  $s$  (hay li độ  $\alpha$ ), hòn bi chịu tác dụng của trọng lực  $\vec{P}$  và lực căng  $\vec{T}$  của dây. Ta phân tích trọng lực  $\vec{P}$  thành hai lực thành phần:  $\vec{F}_n$  theo phương của dây còn  $\vec{F}_t$  vuông góc với dây tức là tiếp tuyến với quỹ đạo. Chúng ta chỉ xét trường hợp góc  $\alpha_0$  rất nhỏ ( $\alpha_0 \leq 10^\circ$ ) để có thể coi cung OM trùng với dây cung  $\overline{OM}$  (và  $\sin \alpha = \alpha$  (rad) =  $\frac{s}{l}$ ). Khi ấy lực  $\vec{F}_n$  hợp với lực căng  $\vec{T}$  thành lực hướng tâm làm vật

chuyển động tròn mà không làm thay đổi độ lớn của vận tốc. Lực  $\vec{F}_t$  làm hòn bi chuyển động nhanh dần khi đi về O và chậm dần khi đi ra xa O.

Theo định luật Newton II ta viết :  $a_t = \frac{F_t}{m}$  ( $a_t$  là gia tốc tiếp tuyến của hòn bi)

$$a_t = \frac{-mg \sin \alpha}{m} = -g \sin \alpha = -g \alpha = -g \frac{s}{l}$$

$$\text{Hay } a_t = s'' = -\frac{g}{l}s$$

$$\text{Đặt } \omega^2 = \frac{g}{l}, \text{ ta có : } s'' + \omega^2 s = 0$$

Phương trình này có nghiệm là  $s = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$ . Đây là phương trình chuyển động của con lắc đơn.

**Vậy**, với những dao động nhỏ thì chuyển động của con lắc đơn là một dao động điều hòa với tần số góc là  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ .

### II. Khảo sát năng lượng của con lắc đơn

#### 1. Khảo sát định tính

Khi kéo con lắc đơn lệch vị trí cân bằng O một góc  $\alpha_0$ , lực kéo đã thực hiện một công và truyền cho hòn bi một năng lượng ban đầu dưới dạng thế năng trọng trường. Khi lực kéo mất đi, lực thành phần  $F_t$  của trọng lực có phương tiếp tuyến với quỹ đạo hòn bi làm nó chuyển động nhanh dần về phía O. Thế năng của hòn bi giảm dần, động năng của nó tăng dần. Khi hòn bi về tới O, lực  $F_t$  bằng 0, thế năng dự trữ bằng 0, vận tốc của hòn bi đạt cực đại và do đó động năng có giá trị cực đại. Hòn bi tiếp tục chuyển động theo quán tính và lên cao dần. Thế năng của hòn bi tăng dần. Lực  $F_t$  xuất hiện theo chiều ngược lại làm vận tốc của nó giảm dần, động năng của nó giảm dần. Khi hòn bi lên tới biên thì dừng lại. Như vậy *trong quá trình dao động, mỗi khi thế năng của hòn bi giảm dần thì động năng của nó tăng dần, và ngược lại.*

## 2. Khảo sát định lượng

Chọn mốc tính thế năng là vị trí cân bằng O. Ta tính thế năng, động năng và cơ năng của con lắc tại thời điểm  $t$  mà dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$  bất kì:

Phương trình toạ độ:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$

Phương trình vận tốc:  $v = x' = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$

Thế năng:  $E_t = mgl(1 - \cos\alpha) = 2mgl \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2mgl \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{mg}{2l} x^2$  với  $\alpha_0 \leq 10^\circ$

$$E_t = \frac{mg}{2l} A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Động năng:  $E_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi)$

Cơ năng:  $E = E_d + E_t$

$$= \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \text{const}$$

Như vậy, thế năng của con lắc đơn cũng tỉ lệ thuận với bình phương li độ. Trong quá trình dao động, khi thế năng giảm đi bao nhiêu thì động năng của nó tăng lên bấy nhiêu và ngược lại. Nói cách khác, có sự chuyển hóa năng lượng từ dạng thế năng sang dạng động năng và ngược lại nhưng tổng của chúng, tức là cơ năng là đại lượng không đổi và tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động.

## III. So sánh dao động của con lắc lò xo với dao động của con lắc đơn

### 1. Giống nhau:

- Phương trình đều có dạng toán học giống nhau, đều mô tả dao động điều hòa.

- Chỉ dao động điều hoà khi không có ma sát và lực cản môi trường nhỏ (trong giới hạn đàn hồi của lò xo, biên độ góc nhỏ).

### 2. Khác nhau:

- Với con lắc lò xo thì tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  chỉ phụ thuộc độ cứng  $k$  của lò xo và khối lượng của vật.



- Với con lắc đơn thì tần số góc  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  phụ thuộc vào gia tốc trọng trường  $g$  (toạ độ địa lý, độ cao, độ sâu, chuyển động của điểm treo,...) và nhiệt độ môi trường.
- Chu kì của con lắc đơn không phụ thuộc khối lượng  $m$  của vật.

### BÀI 3:

## SỰ LỆCH PHA CỦA HAI DAO ĐỘNG. SỰ TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

### I. Sự lệch pha của hai dao động. Độ lệch pha

#### 1. Độ lệch pha

Giả sử có hai dao động điều hòa cùng tần số, pha khác nhau và có phương trình:

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Hãy tính độ lệch pha (tức là hiệu số pha) của hai dao động này :

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const.}$$

Ta nhận thấy, khi hai dao động điều hòa cùng tần số thì độ lệch pha là một lượng không đổi và bằng hiệu các pha ban đầu.

**Vậy,** độ lệch pha là đại lượng đặc trưng cho sự khác nhau về trạng thái giữa hai dao động và được xác định bằng hiệu các pha ban đầu:  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

#### 2. Sự lệch pha giữa hai dao động

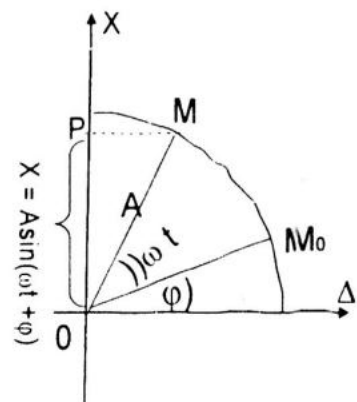
- Hai dao động lệch pha là hai dao động có độ lệch pha khác không.
- Hai dao động cùng pha là hai dao động có độ lệch pha bằng 0 hay  $2n\pi$ .
- Hai dao động ngược pha là hai dao động có độ lệch pha bằng  $\pi$  hay  $(2n+1)\pi$ .
- Dao động 2 là sớm pha hơn dao động 1 nếu  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$ . Dao động 2 trễ pha hơn dao động 1 nếu  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$ .

### II. Sự tổng hợp dao động, phương pháp vectơ quay

#### 1. Cách biểu diễn dao động điều hòa bằng một vectơ quay

Để tổng hợp hai dao động điều hòa có cùng phương, cùng tần số nhưng có biên độ và pha ban đầu khác nhau, người ta thường dùng phương pháp vectơ quay của Fresnel. Theo phương pháp này, mỗi dao động điều hòa được biểu diễn bằng một vectơ quay.

Giả sử cần biểu diễn một dao động điều hòa có dạng  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Ta vẽ một trục nằm ngang ( $\Delta$ ) và một trục thẳng đứng  $Ox$  (Hình vẽ). Tại thời điểm ban đầu vẽ một vectơ  $A$  có gốc tại  $O$ , có độ dài tỉ lệ với biên độ  $A$  và tạo với trục ( $\Delta$ ) một góc bằng pha ban đầu  $\varphi$ . Cho vectơ  $A$  quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ)



với vận tốc góc không đổi  $\omega$ , thì hình chiếu P của đầu mút của vector A xuống trục Ox dao động điều hòa với phương trình :

$x = \overline{OP} = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Ta nói rằng dao động điều hòa  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  có thể biểu diễn được bằng vector quay A.

## 2. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số bằng phương pháp vector quay

Giả sử có một vật tham gia đồng thời vào hai dao động cùng phương, cùng tần số, nhưng có biên độ và pha ban đầu khác nhau.

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

Chuyển động của vật là sự tổng hợp của hai dao động thành phần trên đây. Ta sẽ dùng phương pháp vector quay để tìm phương trình của chuyển động tổng hợp.

Vẽ vector  $A_1$  có độ lớn tỉ lệ với biên độ  $A_1$  và tạo với trục ( $\Delta$ ) một góc bằng  $\varphi_1$  (Hình vẽ). Sau đó vẽ vector  $A_2$  có độ lớn tỉ lệ với biên độ  $A_2$  và tạo với trục ( $\Delta$ ) một góc bằng  $\varphi_2$ . Vẽ vector tổng A của  $A_1$  và  $A_2$ , nó tạo với ( $\Delta$ ) một góc bằng  $\varphi$ . Từ hình vẽ ta thấy góc giữa hai vector  $A_2$  và  $A_1$  là một lượng không đổi và bằng  $\varphi_2 - \varphi_1$ .

Cho hai vector  $A_1$  và  $A_2$  quay quanh O theo chiều dương với vận tốc góc không đổi  $\omega$ . Khi đó hình bình hành  $OM_1MM_2$  không biến dạng, nên vector  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  có độ lớn không đổi và cũng quay quanh O theo chiều dương với vận tốc góc  $\omega$  và pha ban đầu  $\varphi$ . Vì  $|\vec{A}|$  không đổi và  $\vec{A}$  quay đều với vận tốc góc không đổi  $\omega$  nên hình chiếu của nó lên trục Ox là một dao động điều hòa:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

## 3. Biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp

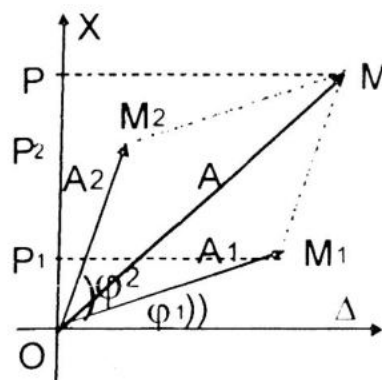
Xét tam giác  $OMM_2$  trên hình, ta có :

$$\overline{OM}^2 = \overline{OM}_2^2 + \overline{M}_2M^2 - 2\overline{OM}_2 \cdot \overline{M}_2M \cos \widehat{OM}_2M$$

$$\text{hay} \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1)$$

$$\text{tg} \varphi = \frac{\overline{MP'}}{\overline{OP'}} = \frac{\overline{OP}}{\overline{OP'}} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (2)$$

Công thức (1) cho thấy, khi hai dao động thành phần đồng pha thì biên độ dao động tổng hợp  $A = A_1 + A_2$ . Còn khi hai dao động thành phần ngược pha thì biên độ dao động tổng hợp là  $A = |A_1 - A_2|$ . Trong trường hợp tổng quát thì  $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$ .



## **BÀI 4 :**

# **DAO ĐỘNG TỰ DO, DAO ĐỘNG TẮT DẦN, DAO ĐỘNG DUY TRÌ, DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC, CỘNG HƯỞNG.**

### **I. Dao động tự do**

+ Dao động mà chu kì chỉ phụ thuộc các đặc tính của con lắc mà không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài được gọi là dao động tự do.

+ **Điều kiện để con lắc dao động tự do** là các lực ma sát phải rất nhỏ, có thể bỏ qua. Khi ấy con lắc lò xo và con lắc đơn sẽ dao động mãi mãi với chu kì riêng (dao động của con lắc đơn chỉ có thể coi là dao động tự do nếu không thay đổi vị trí)

### **II. Dao động cơ tắt dần**

Dao động tắt dần là dao động có biên độ giảm dần theo thời gian.

Nguyên nhân làm tắt dần dao động của con lắc là lực ma sát của môi trường trong đó con lắc dao động. Lực này luôn hướng ngược chiều chuyển động, nên sinh công âm làm cơ năng con lắc giảm dần, chuyển hóa thành nhiệt năng.

Tùy theo lực ma sát lớn hay nhỏ mà dao động sẽ ngừng lại (tắt) nhanh hay chậm. Thí dụ, cho con lắc dao động trong không khí thì nó dao động khá lâu mới tắt. Cho con lắc dao động trong một bình đựng nước, nó tắt dần khá nhanh. Nếu thay bình nước bằng bình đựng dầu nhớt thì có thể không xảy ra dao động.

**Ứng dụng:** làm dao động của khung xe ô tô, xe máy, ... chống tắt (dầu nhớt làm cho dao động chóng tắt và do đó dao động của khung xe cũng chóng tắt).

### **III. Dao động duy trì**

Dao động có biên độ không thay đổi theo thời gian gọi là dao động duy trì, còn gọi là tự dao động.

Muốn có dao động duy trì thì về nguyên tắc phải tác dụng vào con lắc một lực tuần hoàn với tần số bằng tần số riêng. Lực tuần hoàn này nhỏ, không làm biến đổi tần số riêng của con lắc (hệ). Lực này cung cấp cho nó ngay sau mỗi nửa chu kì một năng lượng đúng bằng phần năng lượng tiêu hao trong một nửa chu kì.

**Ứng dụng:** để duy trì dao động của con lắc đồng hồ thì sau một nửa chu kì dây cót lại dãn ra một chút và một phần năng lượng của nó qua những cơ cấu trung gian được truyền đến quả lắc. Năng lượng đó đủ để bù lại phần năng lượng đã tiêu hao do ma sát. Vì vậy, quả lắc đồng hồ vẫn tiếp tục dao động với tần số và biên độ như cũ.

### **IV. Dao động cưỡng bức**

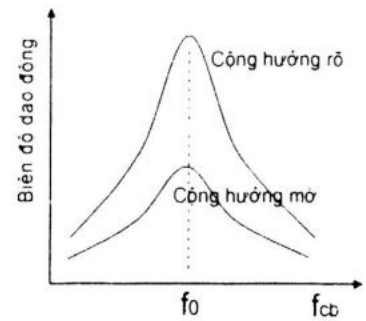
Dao động chịu tác dụng của một lực cưỡng bức biến thiên tuần hoàn gọi là dao động cưỡng bức.

Trong khoảng thời gian nhỏ  $\Delta t$  kể từ lúc bắt đầu có ngoại lực tác dụng, dao động của vật (con lắc) là một dao động phức tạp, là sự tổng hợp của dao động riêng và dao động do ngoại lực gây ra. Sau đó, dao động riêng tắt hẳn, chỉ còn lại dao động do tác dụng của ngoại lực. Đó là dao động

cưỡng bức. Dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức; tần số này nói chung khác tần số riêng.

- Dao động cưỡng bức có biên độ phụ thuộc vào độ chênh lệch giữa tần số  $f$  của lực cưỡng bức và tần số riêng  $f_0$  của con lắc (vật). Nếu tần số  $f$  càng gần tần số riêng  $f_0$  thì biên độ của dao động cưỡng bức càng tăng. Nếu  $f = f_0$  thì có hiện tượng cộng hưởng.

- Nếu lực cưỡng bức được duy trì lâu dài thì dao động cưỡng bức cũng duy trì được lâu dài.



## V. Sự cộng hưởng

Cộng hưởng là hiện tượng biên độ dao động cưỡng bức tăng nhanh đột ngột đến một giá trị cực đại khi tần số của lực cưỡng bức bằng tần số riêng của con lắc.

Hiện tượng cộng hưởng thể hiện càng rõ nét nếu lực cản của môi trường càng nhỏ. Khi đó gọi là cộng hưởng rõ (cộng hưởng nhọn). Nếu lực cản của môi trường lớn thì cộng hưởng thể hiện không rõ gọi là cộng hưởng mờ (cộng hưởng tù).

- Cộng hưởng có lợi: Một em nhỏ chỉ cần dùng một lực nhỏ để đưa võng cho người lớn bằng cách đẩy nhẹ chiếc võng mỗi khi nó lên tới biên độ cao nhất gần chỗ em đứng.

- Cộng hưởng có hại: Chiếc cầu, bệ máy, khung xe... là những hệ dao động và đều có tần số riêng giống như con lắc. Nếu vì một nguyên nhân nào đó chúng dao động cộng hưởng với một dao động khác thì chúng sẽ dao động với biên độ cực đại và có thể bị gãy, bị đổ.

## B) BÀI TẬP THEO CHỦ ĐỀ

### CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Từ các phương trình cơ bản của dao động điều hoà:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

$$W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] \quad (4)$$

$$W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] \quad (5)$$

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Leftrightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}; v_{\max} = \omega A \quad (6)$$

$$a = -\omega^2 x \text{ hay } a_{\max} = \omega^2 A \quad (7)$$



Ta dễ dàng tìm được các đại lượng cơ bản của dao động điều hoà khi biết các đại lượng còn lại. Tuy nhiên, các phương trình trên thường có nhiều nghiệm vì vậy ta phải biết cách loại nghiệm để chọn được nghiệm thích hợp. Vì thật ra, lúc  $t = 0$ , vật dao động chỉ có một vị trí, một vận tốc, ...

**Thí dụ 1:** Tìm pha ban đầu của một dao động điều hoà. Biết rằng lúc  $t = 0$  động năng bằng 3 lần thế năng, vật đang ở phía dương và hướng về vị trí cân bằng.

**Giải:** Từ phương trình (4) và (5) ta có:  $3 \frac{kA^2}{2} \sin^2 \varphi = \frac{kA^2}{2} \cos^2 \varphi$

Hay  $3 \sin^2 \varphi = \cos^2 \varphi$ . Phương trình có 4 nghiệm là  $\varphi = \pm \frac{\pi}{6}$  và

$\varphi = \pm \frac{5\pi}{6}$  nhưng với điều kiện toạ độ dương và vận tốc âm nên ta có

$$\varphi = \frac{5\pi}{6}.$$

**Thí dụ 2:** Con lắc lò xo gồm quả cầu kim loại nhỏ có khối lượng  $m = 100$  g, gắn với một lò xo rất nhẹ, dao động điều hoà trên đoạn  $AB = 10$  cm với chu kỳ  $T = 2$  s.

1/ Tính độ cứng  $K$  của lò xo, cơ năng  $E$  của con lắc.

2/ Viết phương trình dao động của vật trong các trường hợp sau:

- Chọn  $t = 0$  khi vật đi qua VTCB theo chiều âm
- Chọn  $t = 0$  khi vật có toạ độ  $x = -A$
- Chọn  $t = 0$  khi động năng bằng thế năng, vật có toạ độ âm và đang chuyển động về VTCB.

3/ Giả sử tại  $t = 0$  vật đi qua VTCB và đang chuyển động theo chiều dương.

Xác định các thời điểm mà vật có toạ độ  $x = \frac{A}{2}$

4/ Xác định thời gian  $\Delta t$  ngắn nhất để vật đi từ  $-\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A}{2}$  và từ  $-\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{3}}{2}$

5/ Tính toạ độ  $x$  của vật tại thời điểm vật có vận tốc  $v = 3\pi$  cm/s.

6/ Tính vận tốc của vật tại thời điểm vật có toạ độ  $x = 3$  cm và đang hướng về VTCB.

7/ Xác định vận tốc cực đại của dao động.

8/ Xác định gia tốc cực đại của dao động.

9/ Xác định toạ độ, vận tốc của vật tại nơi động năng bằng 8 lần thế năng.

10/ Tính thời gian ngắn nhất để con lắc đi hết quãng đường 95 cm.

**Giải:**

1/ Tần số góc của dao động:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$  (rad/s)

Từ công thức  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = 0,1 \cdot \pi^2 = 1 \text{ (N/m)}$

Biên độ dao động:  $A = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}$

Cơ năng của con lắc:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{1 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ (J)} = 1,25 \text{ (mJ)}$$

2/ Phương trình dao động của vật có dạng:  $x = 5 \sin(\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$   
(1)

a. Chọn  $t = 0$  khi vật đi qua VTCB theo chiều âm:  $\begin{cases} x = 0 = A \sin \varphi \\ v = A\omega \cos \varphi < 0 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta có  $\varphi = \pi$

Vậy phương trình dao động của vật là:  $x = 5 \sin(\pi t + \pi) \text{ (cm)}$

b. Chọn  $t = 0$  khi vật có tọa độ  $x = -A$ :  $\begin{cases} x = -A = A \sin \varphi \\ v = A\omega \cos \varphi = 0 \end{cases}$

Giải hệ phương trình ta có  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy phương trình dao động của vật là:  $x = 5 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$

c. Chọn  $t = 0$  khi động năng bằng thế năng, vật có tọa độ âm và đang chuyển động về VTCB.  $\begin{cases} \frac{kA^2}{2} \cos^2 \varphi = \frac{kA^2}{2} \sin^2 \varphi \\ x = A \sin \varphi < 0 \\ v = A\omega \cos \varphi > 0 \end{cases}$  Giải hệ phương trình ta có

$$\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Vậy phương trình dao động của vật là:  $x = 5 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$

3/ Giả sử tại  $t = 0$  vật đi qua VTCB và đang chuyển động theo chiều dương.  
Cách giải tương tự như câu (2a) ta viết được phương trình dao động của vật:  
 $x = 5 \sin(\pi t) \text{ (cm)}$

Thời điểm cần xác định là nghiệm của phương trình:  $\frac{A}{2} = A \sin \pi t$

Giải phương trình ta có: 
$$\begin{cases} \pi t_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ \pi t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2k'\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{6} + 2k \text{ (s)} \\ t_2 = \frac{5}{6} + 2k' \text{ (s)} \end{cases} \quad \text{với}$$

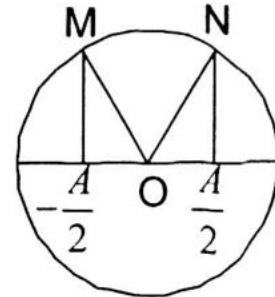
$$k, k' \in \mathbb{N}$$

4/ Xét sự tương ứng giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều, ta dễ dàng tính được thời gian ngắn nhất để vật đi từ

$$x_1 = -\frac{A}{2} \text{ đến } x_2 = \frac{A}{2} \text{ bằng thời gian để chuyển động}$$

tròn đều đi từ điểm M đến điểm N với  $\widehat{MON} = 60^\circ$ .

$$\text{Ta có } t = \frac{60}{360} T = \frac{1}{3} \text{ (s)}$$



Hoàn toàn tương tự với chuyển động từ  $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2} \rightarrow x_2 = \frac{A\sqrt{3}}{2}$ , ta tính được

$$\text{thời gian ngắn nhất là } t = \frac{120}{360} T = \frac{2}{3} \text{ (s)}.$$

5/ Tính toạ độ x của vật tại thời điểm vật có vận tốc  $v = 3\pi \text{ cm/s}$ .

Từ biểu thức độc lập:

$$A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{5^2 - \frac{(3\pi)^2}{\pi^2}} = \pm 4 \text{ (cm)}$$

6/ Tính vận tốc của vật tại thời điểm vật có toạ độ  $x = 3 \text{ cm}$  và đang hướng về VTCB.

Từ công thức (6) ta có:

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm \pi \sqrt{5^2 - 3^2} = \pm 4\pi \text{ (cm/s)}$$

Vật có toạ độ dương và đang hướng về vị trí cân bằng nên  $v < 0$ .

Vậy: tại thời điểm vật có vận tốc  $v = -4\pi \text{ (cm/s)}$

7/ Vận tốc cực đại của dao động:  $v_{\max} = \omega A = 5\pi \text{ (cm/s)}$

8/ Gia tốc cực đại của dao động:  $a_{\max} = \omega^2 A = 5\pi^2 = 50 \text{ (cm/s}^2\text{)}$

9/ Xác định toạ độ, vận tốc của vật tại nơi động năng bằng 8 lần thế năng.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{mv^2}{2} = 8 \frac{kx^2}{2} \\ \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ ta có: } 9 \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{A}{3} = \pm 1,67 \text{ (cm)} \\ v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm \frac{10\sqrt{2}\pi}{3} = \pm 14,81 \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

10/ Tính thời gian ngắn nhất để con lắc đi hết quãng đường 95 cm.

Trong một nửa chu kì con lắc đi được quãng đường  $\Delta s = 2A = 10 \text{ cm}$ . Vì vậy, sau 9 nửa chu kì con lắc đi được quãng đường 90 cm. Để thời gian là ngắn nhất thì thời gian con lắc đi 5 cm còn lại phải ngắn nhất, hay nói cách khác là vận tốc trung bình trong khoảng thời gian đó là lớn nhất.

Trong quá trình chuyển động, vận tốc con lắc đạt giá trị cực đại khi qua vị trí cân bằng. Vì vậy, vận tốc trung bình lớn nhất khi điểm đầu và cuối của chuyển động đối xứng nhau qua vị trí cân bằng và cách vị trí cân bằng một khoảng  $x = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm} = \frac{A}{2}$ . Áp dụng kết quả câu (4) ta dễ dàng tính được thời gian ngắn nhất để vật đi hết 95 cm là:

$$t = 9\frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{28T}{6} \approx 9,33(s)$$

**Thí dụ 3:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm một vật có  $m = 100\text{g}$  là lò xo  $k = 40\text{N/m}$ . Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng 3 cm và thả không vận tốc ban đầu cho vật dao động điều hoà. Chọn gốc toạ độ O trùng với vị trí cân bằng, chiều dương của trục Ox thẳng đứng từ dưới lên, gốc thời gian là lúc thả vật. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- 1) Viết phương trình dao động của vật.
- 2) Tính vận tốc cực đại của vật và cơ năng E của con lắc
- 3) Tính lực đàn hồi của lò xo và lực phục hồi tại li độ  $x = 2\text{cm}$ .

**Giải:**

- 1) Biên độ dao động  $A = x_{\max} = 3 \text{ cm}$ .

$$\text{Tần số góc } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 20 \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Pha của dao động : khi } t = 0 \text{ thì } x = -A = A \sin \varphi \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Phương trình dao động : } x = 3 \sin(20t - \frac{\pi}{2})$$

- 2) Vận tốc cực đại :  $v_{\max} = \omega A = 60 \text{ cm/s} = 0,6\text{m/s}$ .

$$\text{Cơ năng của dao động : } E = \frac{kA^2}{2} = \frac{40 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 18 \text{ (mJ)}$$

- 3) Lực phục hồi :  $F = -kx = -40 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = -0,8\text{(N)}$

$$\text{Lực đàn hồi: tại vị trí cân bằng lò xo giãn } \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{40} = 2,5 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \text{tại } x = 2\text{cm} \text{ lò xo giãn } \Delta l' = \Delta l - x = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \text{lực đàn hồi } F = k(l - l_0) = k \cdot \Delta l' = 0,2 \text{ (N)}.$$



**Thí dụ 4:** Con lắc lò xo gồm quả cầu kim loại nhỏ có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , gắn với một lò xo rất nhẹ, dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với  $T = 2\text{s}$  và biên độ  $A = 4 \text{ cm}$ , pha ban đầu là  $\frac{5\pi}{6}$ .

1/ Xác định các thời điểm vật có li độ  $x = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

2/ Lập biểu thức động năng tức thời  $W_d(t)$ , thế năng tức thời  $W_t(t)$  và vẽ đồ thị phụ thuộc  $t$  của các đại lượng đó trên cùng một hình. Lấy  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ .

3/ Tính từ lúc  $t = 0$  vật có tọa độ  $x = -2 \text{ cm}$  lần thứ 2005 vào thời điểm nào? Khi đó vận tốc, gia tốc, động năng, thế năng bằng bao nhiêu?

**Giải:**

1) Tần số dao động:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ (rad/s)}$

Phương trình dao động:  $x = 4\sin\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$

Các thời điểm vật có  $x = 2\sqrt{3}$  là nghiệm của phương trình:

$$x = 2\sqrt{3} = 4\sin\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

Giải phương trình ta có: 
$$\begin{cases} t_1 = -\frac{1}{2} + 2k \text{ (s)} \\ t_2 = -\frac{1}{6} + 2k' \text{ (s)} \end{cases} \quad \text{với } k, k' = 1, 2, 3 \dots$$

2) Thế năng  $W_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

Thay vào  $\Rightarrow W_t = 0,4 \left[1 - \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)\right] \text{ (mJ)} \quad (1)$

Động năng:  $W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{2} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$

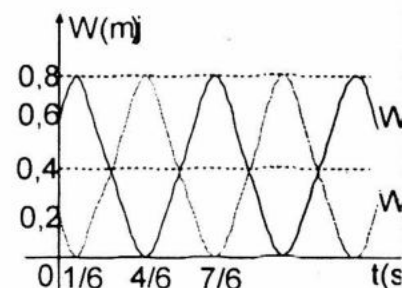
Thay số  $\Rightarrow W_d = 0,4 \left[1 + \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)\right] \text{ (mJ)} \quad (2)$

Ta có đồ thị như hình vẽ:

3) Từ phương trình dao động:

$$x = 4\sin\left(\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow$  Tại thời điểm ban đầu:



$$\begin{cases} x_0 = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 2(\text{cm}) \\ v = 4\pi \cos \frac{5\pi}{6} < 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  mỗi chu kỳ vật qua vị trí  $x = -2\text{cm}$  là 2 lần  $\Rightarrow$  sau mỗi 1002 chu kỳ vật qua  $x = -2\text{cm}$  là 2004 lần. Xét sự tương ứng giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều ta dễ dàng tính được thời gian vật đi từ  $\frac{A}{2} = 2\text{cm}$  đến  $-\frac{A}{2} = -2\text{cm}$  là  $\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{1}{3}(\text{s})$ .

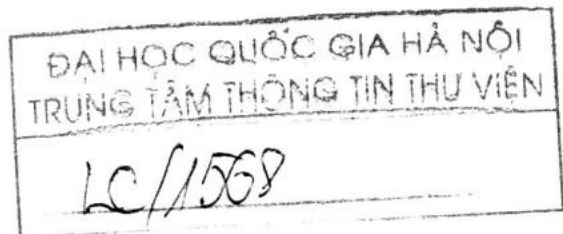
Thời gian cần tìm là :  $t = 2004 + \frac{1}{3} = 2004\frac{1}{3}(\text{s})$

Khi đó  $v = -\omega \sqrt{A^2 - x^2} = -2\pi\sqrt{3}(\text{cm/s}) \approx -10,88(\text{cm/s})$

$a = -\omega^2 x = 20 \text{ cm/s}^2$

$W_d = \frac{mv^2}{2} = 0,6 \text{ mJ}$

$W_t = \frac{kx^2}{2} = 0,2 \text{ mJ}$



**Thí dụ 5** Một dao động điều hoà, có phương trình  $x = A \sin(\omega t - \frac{3\pi}{4}) \text{ cm}$ ,

lúc  $t = t_1$  có li độ  $x_1 = -1\text{cm}$  và vận tốc  $v_1 = 5\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$ , lúc  $t = t_2$  có li độ  $x_2 = \sqrt{2} \text{ cm}$  và vận tốc  $v_2 = -5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ .

a/ Viết phương trình dao động.

b/ Xác định các thời điểm  $t_1, t_2$ .

c/ Vẽ đồ thị động năng theo biến số thời gian, với  $m = 100\text{gam}$ .

**Giải:**

a/ Từ hệ thức độc lập  $x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$  thay các giá trị vào ta có :  $A = 2(\text{cm})$ ;

$v_0 = 10\pi(\text{cm/s})$ ;  $\omega = 5\pi(\text{rad/s}) \Rightarrow$  Phương trình dao động :  $x = 2\sin(5\pi t - \frac{3\pi}{4})$   
(cm)

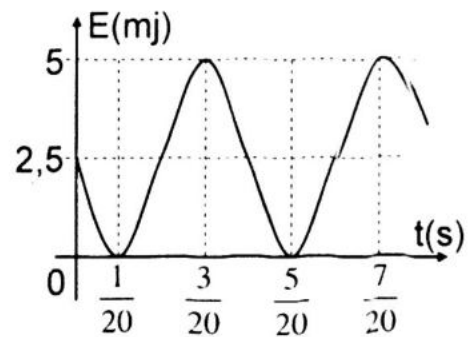
b/ Các thời điểm  $t_1, t_2$  là nghiệm của các hệ phương trình :

$$\begin{cases} x_1 = -1 = 2\sin(5\pi t - \frac{3\pi}{4}) \\ v_1 = 5\sqrt{3}\pi = 10\cos(5\pi t - \frac{3\pi}{4}) \end{cases} \quad (1) \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_2 = \sqrt{2} = 2\sin(5\pi t - \frac{3\pi}{4}) \\ v_2 = -5\sqrt{2}\pi = 10\cos(5\pi t - \frac{3\pi}{4}) \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ (1) và (2) ta có 
$$\begin{cases} t_1 = \frac{7}{60} + \frac{2k}{5} \quad (s) \\ t_2 = \frac{3}{10} + \frac{2k'}{5} \quad (s) \end{cases} \quad \text{với } k, k' \in \mathbb{Z}$$

c/ 
$$E_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \left[ 1 + \cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{2}\right) \right]$$
  

$$= 2,5 \cdot 10^{-3} \left[ 1 + \cos\left(10\pi t - \frac{3\pi}{2}\right) \right] \quad (J)$$



## CHỦ ĐỀ 2: CHỨNG MINH MỘT CƠ HỆ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỘNG LỰC HỌC

Để chứng minh một vật là dao động điều hoà bằng phương pháp động lực học ta làm như sau:

1. Vẽ đủ các ngoại lực tác dụng lên vật.
2. Viết phương trình động lực học.
3. Chọn hệ quy chiếu (gốc toạ độ trùng với vị trí cân bằng, trục Ox trùng với phương dao động của vật)
4. Chiếu phương trình động lực học lên hệ quy chiếu tại vị trí cân bằng (nếu cần) và tại li độ x ở bất kì (thường chọn  $x > 0$ )
5. Biến đổi tương đương để đưa về dạng  $F = -kx$
6. Từ phương trình  $F = -kx = ma = mx'' \Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0$

Đặt  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  ta có:  $x'' + \omega^2 x = 0 \rightarrow$  vật dao động điều hoà.

Vậy:

+ Dấu hiệu để nhận biết một chuyển động sẽ là dao động điều hoà nếu tổng hợp ngoại lực tác dụng lên vật (chiếu lên trục dao động) là lực phục hồi:  $F = -kx$ .

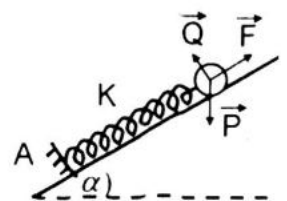
+ Như ta đã biết, với con lắc lò xo thì k là độ cứng của lò xo, với con lắc đơn thì

$k = \frac{mg}{l}$ . Với các cơ hệ khác thì ta phải tính độ cứng tương đương của hệ.

+ Lực phục hồi khác lực đàn hồi.

**Ví dụ 1:** Cho cơ hệ như hình vẽ, bỏ qua ma sát. Chứng minh rằng nếu ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ và thả nhẹ thì vật dao động điều hoà.

**Giải:** Phương trình động lực học:  $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$



Chọn hệ quy chiếu như hình vẽ ( $\vec{Ox}$  hướng lên,  $O \equiv$  vị trí cân bằng)

Chiều (1) lên  $Ox$  tại vị trí cân bằng :  $-mg\sin\alpha + k.\Delta l = 0$  (2)

Chiều (1) lên  $Ox$  tại li độ  $x$  :  $-mg.\sin\alpha + k(\Delta l - x) = ma = mx''$  (3)

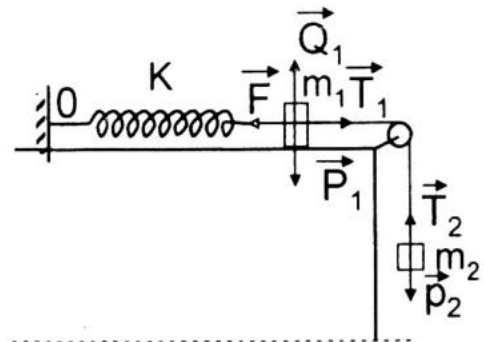
Từ (2) và (3)  $\Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0$

Vậy vật dao động điều hoà với  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

**Ví dụ 2:** Trên một bàn nằm ngang, nhẵn, đứng yên, con lắc có độ cứng  $k$ , khối lượng  $m_1$ . Đầu  $O$  cố định, đầu còn lại nối với vật  $m_2$  qua một ròng rọc. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây, chứng minh rằng nếu ta di chuyển hai vật lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ thì hai vật sẽ dao động điều hoà.

**Giải:** Phương trình động lực học của hai vật :

$$\begin{cases} \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \quad (1)$$



Tại vị trí cân bằng lò xo giãn một đoạn  $\Delta l$  và

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T_0$$

Chiều (1) lên hệ quy chiếu tại vị trí cân bằng ta có (chọn chiều chuyển động của vật khi ròng rọc quay cùng chiều kim đồng hồ là dương):

$$\begin{cases} T_0 - k.\Delta l = 0 \\ P_2 - T_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow P_2 - k.\Delta l = 0 \quad (2)$$

Chiều (1) lên hệ quy chiếu tại li độ  $x$  ta có :

$$\begin{cases} T - k(\Delta l + x) = m_1 x'' \\ P_2 - T = m_2 x'' \end{cases} \Rightarrow P_2 - k(\Delta l + x) = (m_1 + m_2) x''$$

(3)

Từ (2) và (3)  $\Rightarrow x'' + \frac{k}{m_1 + m_2}x = 0$

Vậy hai vật dao động điều hoà với  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$

**Chú ý:** Viết  $\vec{P}_1 + \vec{Q}_1 + \vec{F} + \vec{T}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}$  là sai.

**Ví dụ 3:** Cho cơ hệ như hình vẽ, bỏ qua ma sát và giả sử hai lò xo luôn căng. Chứng minh rằng khi làm vật lệch khỏi vị trí cân bằng thì vật sẽ dao động điều hoà.

**Giải:**

Không mất tính tổng quát, ta giả sử trong quá trình dao động hai lò xo luôn căng (để ta có thể vẽ các lực tác dụng lên vật như hình vẽ). Phương trình động lực học của vật :  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = m\vec{a}$ .

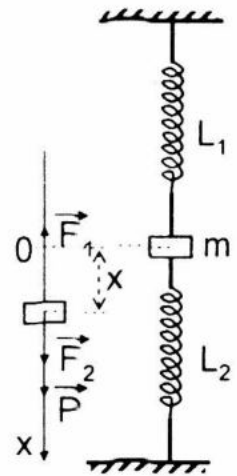
(1)

Tại vị trí cân bằng :  $P + k_2 \cdot \Delta l_2 - k_1 \cdot \Delta l_1 = 0$  (2)

Tại li độ  $x$  :  $P + k_2 (\Delta l_2 - x) - k_1 (\Delta l_1 + x) = mx''$  (3)

Từ (2) + (3)  $\Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0$

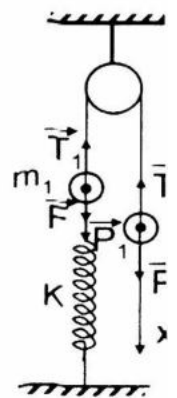
Vậy vật dao động điều hoà với  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$



**Ví dụ 4:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Bỏ qua ma sát, khối lượng của ròng rọc và dây,  $m_2 > m_1$  và trong quá trình chuyển động lò xo luôn căng. Chứng minh rằng khi nâng vật  $m_2$  cho lò xo có chiều dài tự nhiên và thả không vận tốc ban đầu thì vật sẽ dao động điều hoà.

**Giải:**

Phương trình động lực học: 
$$\begin{cases} \vec{T}_1 + \vec{F} + \vec{P}_1 = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \quad (1)$$



Tại vị trí cân bằng lò xo giãn  $\Delta l = \frac{(m_2 - m_1)g}{k}$  và  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T_0$ . Chiều (1)

lên hệ quy chiếu tại vị trí cân bằng ta có:

$$\begin{cases} T - P_1 - k\Delta l = 0 \\ P_2 - T = 0 \end{cases} \Rightarrow P_2 - P_1 - k\Delta l = 0 \quad (2)$$

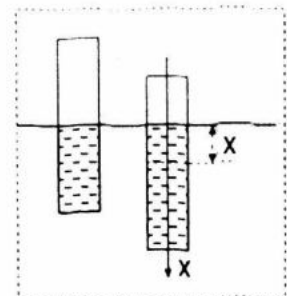
Chiều (1) lên hệ quy chiếu tại li độ  $x$  ta có :

$$\begin{cases} T - P_1 - k(\Delta l + x) = m_1 x'' \\ P_2 - T = m_2 x'' \end{cases} \Rightarrow P_2 - P_1 - k(\Delta l + x) = (m_1 + m_2)x'' \quad (3)$$

Từ (2) và (3)  $\Rightarrow x'' + \frac{k}{m_1 + m_2} x = 0$

Vật dao động điều hoà với chu kì:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$ .

**Ví dụ 5:** Vật có tiết diện  $S$ , khối lượng  $m$ , dao động bé theo phương thẳng đứng (bỏ qua nội ma sát) cho khối lượng riêng của chất lỏng là  $D$ . Chứng minh rằng vật dao động điều hoà.





**Gải:** Vật chịu tác dụng của hai lực là trọng lực  $\vec{P}$  và lực đẩy Acsimet  $\vec{F}_A$ .

Phương trình động lực học :  $\vec{P} + \vec{F}_A = m\vec{a}$  (1)

Giả sử tại vị trí cân bằng phần ngâm trong chất lỏng có thể tích  $V_0$ . Chiều (1) lên hệ quy chiếu tại vị trí cân bằng ta có:  $mg - V_0 Dg = 0$

(2)

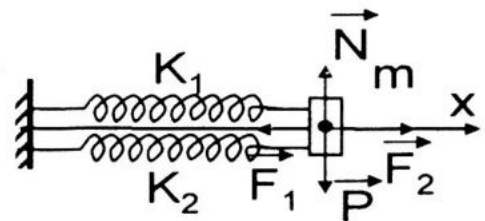
Chiều (1) lên hệ quy chiếu tại li độ  $x$  :  $mg - (V_0 + Sx)Dg = mx''$  (3)

Từ (2) và (3) ta có:  $-(SDg)x = mx''$

Chia cả hai vế cho  $m$  ta có:  $x'' + \frac{SDg}{m}x = 0 \Rightarrow$  Vật dao động điều hoà với chu kì:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{SDg}} \quad (\text{ở đây hệ số hồi phục } k = SDg)$$

**Ví dụ 6:** Cho cơ hệ như hình vẽ tại thời điểm ban đầu  $K_1$  bị dãn một đoạn  $\Delta l_1$ ,  $K_2$  bị nén một đoạn  $\Delta l_2$  ( $\Delta l_1, \Delta l_2$  nhỏ). Cho vật dao động, bỏ qua ma sát. Chứng minh rằng vật dao động điều hoà.



**Gải:** Không mất tính tổng quát ta giả sử tại thời điểm ban đầu  $F_2 > F_1$ . Khi buông tay, vật sẽ chuyển động sang bên phải nên nếu chọn chiều dương hướng từ trái sang phải và gốc toạ độ là vị trí ban đầu của vật (hình vẽ) thì trong quá trình chuyển động  $x > 0$ .

Gọi  $x_0$  là vị trí cân bằng của vật ta có:  $\vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow K_2(\Delta l_2 - x_0) - K_1(\Delta l_1 + x_0) = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x_0 = \frac{K_2 \Delta l_2 - K_1 \Delta l_1}{K_1 + K_2} \quad (2)$$

$$\text{Xét tại toạ độ } x \text{ bất kì: } F = K_2(\Delta l_2 - x) - K_1(\Delta l_1 + x) \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) và (3) } \Rightarrow F = -(K_1 + K_2)(x - x_0)$$

Đặt  $X = x - x_0$  (chuyển gốc toạ độ về vị trí cân bằng) ta có:

$$\Rightarrow F = -(K_1 + K_2)X = mX'' \Rightarrow X'' + \frac{K_1 + K_2}{m}X = 0$$

$$\Rightarrow \text{Vật dao động điều hoà với chu kì: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_1 + K_2}}$$

### CHỦ ĐỀ 3: CHỨNG MINH MỘT CƠ HỆ DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ BẰNG PHƯƠNG PHÁP NĂNG LƯỢNG

Để chứng minh một vật là dao động điều hoà bằng phương pháp năng lượng ta làm như sau:

1. Viết biểu thức động năng :  $E_d = \frac{mv^2}{2}$
2. Viết biểu thức thế năng :  $E_t = \frac{kX^2}{2}$  (chú ý : thế năng trọng lực  $E_t =$

mgh và thế năng của lực đàn hồi là  $E_t = \frac{k(l-l_0)^2}{2}$  )

3. Lập biểu thức năng lượng toàn phần :  $E = E_t + E_d = \text{const}$
4. Lấy đạo hàm 2 vế theo biến số thời gian và biến đổi tương đương để đưa đến phương trình:  $mx'' + kx = 0$

$$\Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \text{Vật dao động điều hoà với chu kì } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

**Ví dụ 1:** Dùng phương pháp năng lượng chứng minh rằng dao động của con lắc đơn với biên độ bé là dao động điều hoà.

**Giải:** Giả sử tại vị trí bất kì có li độ  $x$  (li độ góc  $\alpha$ ), vận tốc  $v$ ; con lắc có :

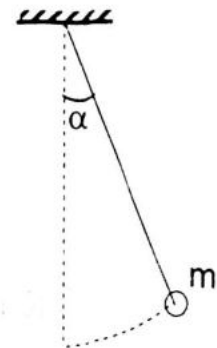
$$+ \text{ Động năng : } E_d = \frac{mv^2}{2}$$

$$+ \text{ Thế năng : } E_t = mgh = mgl(1 - \cos \alpha) = \frac{mg}{2l}x^2$$

$$+ \text{ Cơ năng : } E = \frac{mv^2}{2} + \frac{mg}{2l}x^2 = \text{const}$$

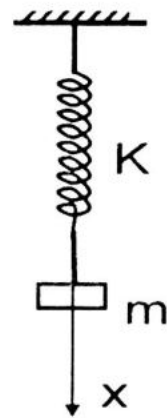
$$\text{Đạo hàm 2 vế theo thời gian : } mvv' + \frac{mg}{l}xx' = 0 \quad \Leftrightarrow x'' + \frac{g}{l}x = 0$$

$$\text{Vậy vật dao động điều hoà với chu kì: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



**Ví dụ 2 :** Dùng phương pháp năng lượng chứng minh rằng con lắc lò xo treo

thẳng đứng như hình vẽ là dao động điều hoà có  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$



**Giải:** Chọn mốc tính thế năng trọng trường là vị trí cân bằng (là vị trí mà tại đó lò xo dãn  $\Delta l = \frac{mg}{k}$ ) (1)

Xét vật tại toạ độ x ta có:

+ Động năng :  $E_d = \frac{mv^2}{2}$

+ Thế năng :  $E_t = E_{t1} + E_{t2} = -mgx + \frac{k(\Delta l + x)^2}{2}$

+ Cơ năng :  $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l + x)^2}{2} - mgx = \text{const}$  (2)

Đạo hàm hai vế của (2) theo thời gian :

$$0 = mvv' + k(\Delta l + x)x' - mgx'$$

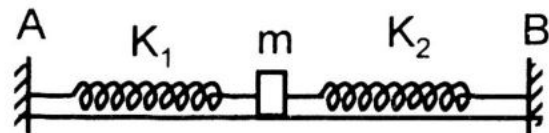
Chia hai vế cho  $x'$  với chú ý là  $x' = v$ ,  $v' = x''$  ta có :

$$0 = mx'' + kx + (k\Delta l - mg) = 0$$
 (3)

Thay (1) vào (3) ta có:  $x'' + \frac{k}{m}x = 0$

Vậy vật dao động điều hoà với chu kì:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .

**Ví dụ 3 :** Dùng phương pháp năng lượng chứng minh rằng hệ lò xo và vật như hình vẽ dao động điều hoà (giả sử trong quá trình dao động 2 lò xo luôn căng).



**Giải:**

Chọn mốc tính thế năng trọng lực là độ cao của vật, hệ chỉ còn thế năng của lực đàn hồi.

Giả sử tại vị trí cân bằng, lò xo 1 dãn  $\Delta l_1$ , lò xo 2 dãn  $\Delta l_2$ , theo định luật II của Niu tơn ta có:  $k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$  (1)

Cơ năng tại li độ x :  $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{k_1(\Delta l_1 + x)^2}{2} + \frac{k_2(\Delta l_2 - x)^2}{2} = \text{const}$

Đạo hàm 2 vế và đơn giản cho  $x'$  ta có :

$$mx'' + (k_1 + k_2)x + (k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2) = 0$$
 (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow x'' + \frac{k_1 + k_2}{m}x = 0$

Vậy vật dao động điều hoà với  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$ .

**Ví dụ 4:** Dùng phương pháp năng lượng chứng minh rằng dao động của 2 vật  $m_1$ ,  $m_2$  là dao động điều hoà (bỏ qua ma sát, khối lượng của ròng rọc và dây, lò xo luôn căng, dao động biên độ nhỏ).

**Giải:** Tại vị trí cân bằng của vật, lò xo đã dãn một đoạn  $\Delta l$  và ta có cân bằng lực:

$$P_2 - P_1 \sin \alpha - k\Delta l = 0 \quad (1)$$

Chọn mốc tính thế năng trọng trường là chân mặt phẳng nghiêng thì tại li độ  $x$ , ta có thế năng:

$$E_t = \frac{k(\Delta l + x)^2}{2} + m_1 g(h_1 + x \sin \alpha) + m_2 g(h_2 - x)$$

$$\text{và động năng: } E_d = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$$

$$\text{Cơ năng } E = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + \frac{k(\Delta l + x)^2}{2} + m_1 g(h_1 + x \sin \alpha) + m_2 g(h_2 - x) = \text{const.}$$

$$\text{Đạo hàm 2 vế ta có: } 0 = (m_1 + m_2)vv' + k(\Delta l + x)x' + (m_1 g \sin \alpha)x' - m_2 gx'$$

$$\Leftrightarrow (m_1 + m_2)x'' + kx + k\Delta l + m_1 g \sin \alpha - m_2 g = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow x'' + \frac{k}{m_1 + m_2}x = 0$$

Vậy vật dao động điều hoà với chu kì:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$ .

**Ví dụ 5:** 3 quả cầu khối lượng  $m$  và 3 lò xo giống hệt nhau có độ cứng  $k$  được mắc thành "hệ đối xứng" như hình vẽ (3 vật cùng độ cao). Chứng minh rằng khi làm các vật lệch khỏi vị trí cân bằng thì chúng sẽ dao động điều hoà. Tính chu kì dao động.

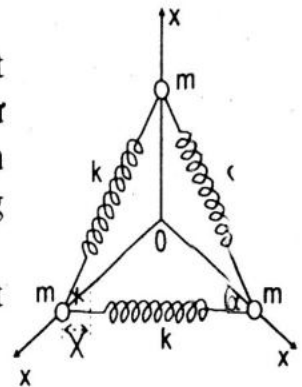
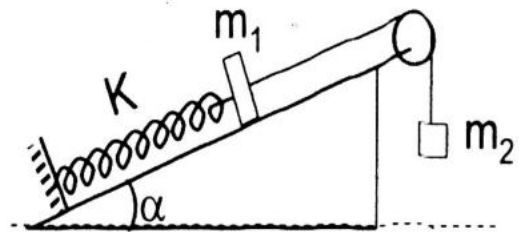
**Giải:** Khi mỗi quả cầu dịch chuyển theo trục  $Ox$  một đoạn  $x$  thì mỗi lò xo biến dạng một đoạn là  $2X$ :

$$\text{Ta có } 2X = 2x \cos \alpha = 2x \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}x.$$

$$\Rightarrow \text{Tại toạ độ } x \text{ thì thế năng: } E_t = 3 \frac{k(2X)^2}{2} = 3 \frac{k(\sqrt{3}x)^2}{2} = \frac{9kx^2}{2}$$

$$\text{Động năng: } E_d = 3 \frac{mv^2}{2} = \frac{3mv^2}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Cơ năng } E = \frac{3mv^2}{2} + \frac{9kx^2}{2} = \text{const}$$

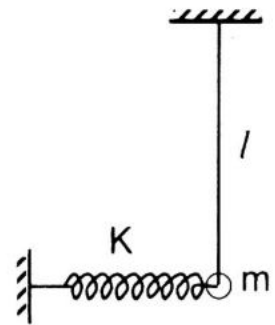


Đạo hàm 2 vế theo thời gian và giản ước cho  $v$  ta có :  $x'' + \frac{3k}{m}x = 0$

Vậy, vật dao động điều hoà với chu kì :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$ .

**Ví dụ 6 :** Cho cơ hệ liên kết như hình vẽ (bỏ qua khối lượng của lò xo và dây treo). Tại vị trí cân bằng sợi dây có phương thẳng đứng. Chứng minh rằng vật dao động điều hoà với biên độ nhỏ.

**Giải:** Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $x$  nhỏ theo phương ngang ta có:



- Biểu thức động năng :  $E_d = \frac{mv^2}{2}$
- Biểu thức thế năng :  $E_t = \frac{kx^2}{2} + mgh = \frac{kx^2}{2} + \frac{mg}{2l}x^2$
- Cơ năng :  $E = E_d + E_t = \frac{mv^2}{2} + \left(\frac{k}{2} + \frac{mg}{2l}\right)x^2 = \text{const}$
- Đạo hàm 2 vế theo thời gian với chú ý :  $x' = v, v' = x''$  ta có:

$$x'' + \left(\frac{k}{m} + \frac{g}{l}\right)x = 0$$

Vậy vật dao động điều hoà với chu kì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{kl + mg}}$ .

Khi không có lò xo ( $k = 0$ ) thì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Khi không có sợi dây (chỉ có con lắc lò xo, xem  $l = \infty$ ) thì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

## CHỦ ĐỀ 4: CÁCH VIẾT PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

**Ví dụ 1:** Lò xo có độ cứng  $K$ , treo một vật khối lượng  $m$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Lò xo có chiều dài tự nhiên là 50 cm. Khi dao động chiều dài biến đổi từ 58 cm đến 62 cm. Lúc  $t = 0$  lò xo đang có chiều dài 59 cm, vật đang đi lên. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1/ Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương từ trên xuống. Viết phương trình dao động.

2/ Cho  $m = 100 \text{ g}$ . Tính lực đàn hồi của lò xo, lực hồi phục của dao động khi chiều dài lò xo  $l = 59,5 \text{ cm}$ .

**Giải:**



$$1/ \text{ Biên độ dao động: } A = \frac{62 - 58}{2} = 2(\text{cm}) = 0,02(\text{m})$$

$$\text{Độ dẫn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng: } \Delta l_0 = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m})$$

$$\text{Tần số góc của dao động: } \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = 10(\text{rad/s})$$

$$\text{Lúc } t = 0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = -1 = 2 \sin \varphi \\ v_0 = A\omega \cos \varphi < 0 \end{cases} \text{ giải hệ ta có } \varphi = -\frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Phương trình dao động của vật: } x = 2\sin(10t - \frac{5\pi}{6})(\text{cm})$$

$$2/ \text{ Độ cứng } k \text{ của lò xo: } k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,1 \cdot 10}{0,1} = 10(\text{N/m})$$

Lực đàn hồi:

$$F_{dh} = -k \cdot \Delta l = -k(\Delta l_0 + x) = -10(0,1 - 0,005) = -0,95(\text{N})$$

$$\text{Lực hồi phục: } F_{hp} = -kx = -10(-0,005) = 0,05(\text{N})$$

**Ví dụ 2:** Một lò xo được treo thẳng đứng sao cho khi vật nặng ở vị trí cân bằng lò xo dãn 2,5 cm. Chọn trục toạ độ Ox thẳng đứng, gốc O trùng với vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ dưới lên. Kéo vật xuống dưới cách vị trí cân bằng 2 cm rồi truyền vận tốc  $40\sqrt{3}$  cm/s theo chiều dương để nó dao động điều hoà. Lấy  $t = 0$  là lúc truyền vận tốc cho vật và  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Tính khối lượng  $m$  của vật và độ cứng  $k$  của lò xo. Biết lực đàn hồi có giá trị cực đại là 2,6 N.

Giải:

a) Tại vị trí cân bằng, nếu gọi độ dãn của lò xo là  $\Delta l$ , thì  $mg = k \cdot \Delta l$  hay

$$\frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l}. \text{ Tần số dao động của vật: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = \sqrt{\frac{10}{0,025}} = 20 \text{ (rad/s)}$$

Lúc  $t = 0$ ;  $x_0 = -2(\text{cm})$  và  $v_0 = 40\sqrt{3}(\text{cm/s})$ , do đó ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} A \sin \varphi = -2 \\ A\omega \cos \varphi = 40\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \sin \varphi = -2 & (1) \\ A \cdot 20 \cdot \cos \varphi = 40\sqrt{3} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{6} \\ A = 4(\text{cm}) \end{cases}$$

Vậy phương trình dao động là:  $x = 4\sin(20t - \frac{\pi}{6})(\text{cm})$

b) Tại vị trí thấp nhất của vật, lò xo có độ dãn tối đa bằng  $(\Delta l + A)$  do đó lực đàn hồi cực đại:  $F_{\max} = k(\Delta l + A) = mg + kA$ .

Thay số vào ta được :  $10.m + 0,04k = 2,6$  (1)

Mặt khác ta lại có :  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  hay  $k = m\omega^2 = 400m$

(2)

Giải hệ phương trình (1) và (2), ta được  $m = 0,1$  (kg) và  $k = 40$  (N/m).

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, vật nặng có khối lượng  $m = 250g$ . Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống dưới đến vị trí lò xo dãn  $6,5$  cm thì buông nhẹ để vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng với năng lượng dao động là  $80mJ$ . Chọn trục toạ độ  $Ox$  thẳng đứng, gốc  $O$  trùng với vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc thả vật. Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của lực đàn hồi.

**Giải:**

Độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng là:  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,25 \cdot 10}{k} = \frac{2,5}{k}$

(1)

Khi lò xo dãn  $6,5$  cm:  $\Delta l + x_0 = 6,5 \cdot 10^{-2}$

(2)

Năng lượng dao động:  $E = \frac{1}{2}kA^2 = 80 \cdot 10^{-3}$  với chú ý:  $A = \sqrt{x^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = x_0$  (3)

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta tìm được  $\Delta l = 2,5$  (cm);  $x_0 = A = 0,04$

(m) và  $k = 100$  (N/m). Từ đó tính được :  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20$  (rad / s).

Khi  $t = 0$  thì  $x_0 = A = A \sin \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$ .

Vậy phương trình dao động là :  $x = 4 \sin(20t + \frac{\pi}{2})$  (cm).

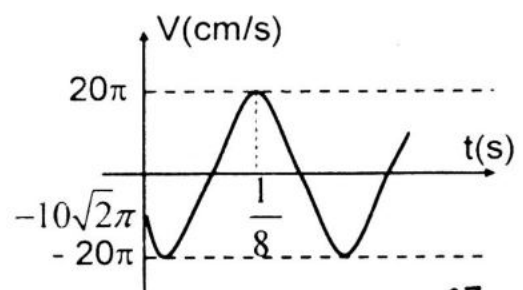
2) + Lực đàn hồi cực đại đạt được khi vật ở vị trí thấp nhất:

$$F_{\max} = k(\Delta l + A) = 100(2,5 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-2}) = 6,5 \text{ N.}$$

+ Do  $\Delta l < A$  nên lực đàn hồi cực tiểu bằng không, ứng với vị trí có li độ  $x = -2,5$  (cm), tại đó lò xo không biến dạng.

**Ví dụ 4:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 100$  gam dao động điều hoà, có đồ thị vận tốc như hình vẽ.

a/ Viết phương trình dao động của vật và xác định trạng thái ban đầu của dao động gồm: li độ, vận tốc, gia tốc, động năng, thế năng, cơ năng, lúc  $t = 0$ .



b/ Vẽ đồ thị của thế năng của dao động theo biến số thời gian  $t$ .

**Giải:**

a/ Từ đồ thị ta thấy vận tốc cực đại của dao động :  $v_{\max} = 20\pi \text{ (cm/s)}$  (1)

Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  ta có:  $v_0 = -10\sqrt{2}\pi = 20\pi \cos \varphi \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{4}$

(loại nghiệm  $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$  vì khi thời gian tăng thì  $\cos \varphi$  giảm). (2)

Khi  $t = \frac{1}{8} \text{ (s)}$  thì  $v = 20\pi \cos\left(\omega \frac{1}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) = 20\pi \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ (rad/s)}$  (3)

Từ công thức  $v_{\max} = \omega A$ , kết hợp với công thức (1) và (3) ta có:  $A = 2 \text{ (cm)}$ .

Vậy phương trình dao động của vật:  $x = 2 \sin(10\pi t + \frac{3\pi}{4}) \text{ (cm)}$

Tại thời điểm  $t = 0$  thì:

+ Toạ độ:  $x_0 = 2 \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ (cm)}$ ;

+ Vận tốc:  $v_0 = -10\sqrt{2}\pi \text{ (cm/s)}$ ;

+ Thế năng:  $E_t =$

$$\frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{0,1(10\pi)^2(\sqrt{2} \cdot 10^{-2})^2}{2} = 0,01 \text{ (J)} = 10 \text{ (mJ)}$$

$$+ \text{Cơ năng: } E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{0,1(10\pi)^2(2 \cdot 10^{-2})^2}{2} = 0,02 \text{ (J)} = 20 \text{ (mJ)}$$

$$+ \text{Động năng: } E_d = E - E_t = 20 - 10 = 10 \text{ (mJ)}$$

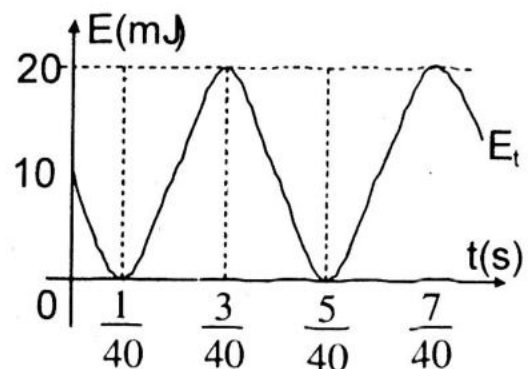
$$+ \text{Gia tốc: } a = -\omega^2 x = -(10\pi)^2 \sqrt{2} \cdot 10^{-2} = -10\sqrt{2} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

b/ Biểu thức của thế năng:

$$E_t = 20 \sin^2\left(10\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (mJ)}$$

$$E_t = 10 \left[ 1 - \cos\left(20\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \right] \text{ (mJ)}$$

Ta có đồ thị như hình vẽ:



**Ví dụ 5:** Một con lắc đơn có  $m = 100 \text{ g}$ , dao động bé xung quanh vị trí cân bằng. Lúc  $t = 0$  vật ở bên trái vị trí cân bằng và dây treo lập với phương thẳng đứng một góc  $\alpha = 0,01 \text{ rad}$ , vật được truyền vận tốc  $\pi \text{ (cm/s)}$  có chiều từ trái sang phải, năng lượng dao động của con lắc là  $E = 10^{-4} \text{ J}$ . Chọn trục toạ độ nằm ngang, gốc O trùng với vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ trái sang phải. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của con lắc. Bỏ qua ma sát và lực cản của môi trường.

**Giải:**

Phương trình dao động của vật:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  với  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$  (1)

Theo đề bài  $x_0 = -\alpha l = -0,01l = -10^{-2}l$ ;  $v_0 = \pi 10^{-2}$  (m/s). Dùng hệ thức độc lập ta có:  $A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2} = (-10^{-2}l)^2 + \frac{\pi^2 10^{-4}}{g}l = 10^{-4}(l^2 + l)$  (2)

Mặt khác, năng lượng dao động bằng:  $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 10^{-4}$  (3)

Thay (1) và (2) vào (3) ta được:  $2l = l^2 + l$  (4)

Giải (4) ta được:  $l = 1$  (m) (loại nghiệm  $l = 0$ ) (5)

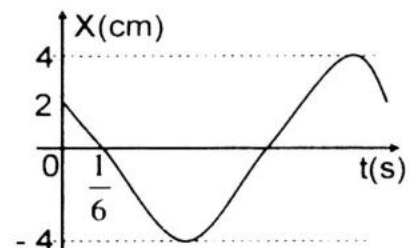
Thay (5) vào (1) và (2) ta được:  $\omega = \pi$  (rad/s);  $A = \sqrt{2} \cdot 10^{-2}$  (m) =  $\sqrt{2}$  (cm).

Tại  $t = 0$  vật có  $x_0 = -1$  (cm) và  $v_0 = \pi$  (cm/s) nên ta có:

$$\begin{cases} A \sin \varphi = -1 \\ A \omega \cos \varphi = \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \sin \varphi = -1 & (1) \\ \sqrt{2} \pi \cos \varphi = \pi & (2) \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$$

Vậy phương trình dao động của vật là:  $x = \sqrt{2} \sin(\pi t - \frac{\pi}{4})$  (cm).

**Ví dụ 6:** Viết phương trình của một dao động điều hoà, có đồ thị như hình vẽ:



**Giải:**

Tại thời điểm  $t = 0$  ta có:  $x_0 = 2 = 4 \sin \varphi$

$\Rightarrow \sin \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6}$  (ta loại nghiệm  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  vì khi thời gian tăng thì toạ độ của vật giảm).

Tại thời điểm  $t = \frac{1}{6}$  (s) ta có:

$$0 = 4 \sin(\omega \frac{1}{6} + \frac{5\pi}{6}) \Rightarrow \frac{\omega}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi \Rightarrow \omega = \pi \text{ (rad/s)}.$$

Vậy: Phương trình dao động của vật:  $x = 4 \sin(\pi t + \frac{5\pi}{6})$  (cm)

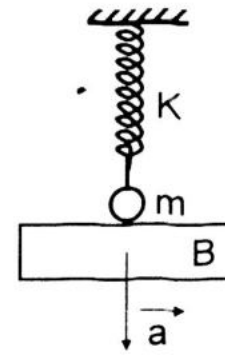
**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nặng có  $m = 1$  kg, lò xo có  $k = 100$  N/m. Lúc đầu giá B được đặt sao cho lò xo có chiều dài tự nhiên.

Cho B chuyển động đi xuống với gia tốc  $a = 2 \text{ m/s}^2$  và vận tốc ban đầu bằng không. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Tính thời gian từ khi giá bắt đầu chuyển động cho đến khi vật rời giá.

2) Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là khi vật rời giá. Viết phương trình dao động của vật.

**Giải:**



Khi vật ở vị trí cân bằng lò xo giãn:  $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{1 \cdot 10}{100} = 0,1(m)$  (1)

Tần số của dao động:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10(\text{rad/s}) \quad (2)$$

Phương trình động lực học:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{el}} = m\vec{a} \quad (3)$$

Chiếu (3) lên hệ tọa độ ta có:

$$mg - N - k \cdot \Delta l = ma \quad (4)$$

Khi vật rời giá B thì áp lực  $N = 0$ , gia tốc của vật  $a = 2 \text{ m/s}^2$  (5)

Từ (4), (5), ta có:

$$\Delta l = \frac{m(g - a)}{k} = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2m(g - a)}{ka}} = \frac{\sqrt{2}}{5} = 0,283(s) \quad (6)$$

Vậy: thời gian từ khi giá chuyển động cho đến khi vật rời giá là  $t = 0,283(s)$ .

2) Quãng đường vật đi được cho đến khi rời giá là:

$$s = \frac{at^2}{2} = 0,08(m) \quad (7)$$

Từ (1) và (7) ta tính được tọa độ ban đầu của vật (điểm vật rời giá) là:

$$x_0 = 0,08 - 0,1 = -0,02(m) = -2(cm) \quad (8)$$

Vận tốc của vật khi rời giá:

$$v_0 = at = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{2\sqrt{2}}{5}(m) = 40\sqrt{2}(cm) \quad (9)$$

Từ (2), (8) và (9) ta tính được biên độ:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 6(cm) \quad (10)$$

$$\text{Tại } t = 0 \text{ thì: } \begin{cases} 6 \sin \varphi = -2 \\ A\omega \cos \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -0,34(rad) \quad (11)$$



Từ (2), (10) và (11) ta có phương trình dao động:  

$$x = 6\sin(10t - 0,34) \text{ (cm)}.$$

## CHỦ ĐỀ 5: ĐỘ CỨNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA HỆ Lò XO

(cắt lò xo, lò xo ghép nối tiếp, lò xo ghép song song và ghép hỗn hợp)

Trong nhiều trường hợp từ một lò xo ban đầu ta cắt thành nhiều lò xo hoặc từ các lò xo ban đầu ta ghép thành một hệ lò xo. Có thể chứng minh hệ dao động điều hoà bằng cách coi hệ lò xo tương đương với một lò xo. Thông thường ta phải tìm đặc trưng động học và động lực học của hệ lò xo, từ đó suy ra độ cứng tương đương của hệ.

**Ví dụ 1:** Một lò xo có chiều dài tự nhiên  $l_0$ , độ cứng  $k_0$ , cắt lò xo thành  $n$  phần có chiều dài và độ cứng tương ứng là  $(l_1, k_1), (l_2, k_2), \dots, (l_n, k_n)$ . Tính  $k_1, k_2, \dots, k_n$ .

**Giải:**

Khi tác dụng vào lò xo lực  $F$  để lò xo biến dạng  $x_0$  thì biên độ biến dạng tương ứng của các lò xo là  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Ta có:

Phương trình động học :

$$x_0 = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (1)$$

$$\text{Phương trình động lực học : } F_0 = F_1 = F_2 = \dots = F_n \quad (2)$$

với chú ý :

$$x_1 = \frac{x_0}{l_0} l_1; \quad x_2 = \frac{x_0}{l_0} l_2; \quad \dots; \quad x_n = \frac{x_0}{l_0} l_n \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta có :

$$k_0 x_0 = k_1 \frac{x_0}{l_0} l_1 = k_2 \frac{x_0}{l_0} l_2 = \dots = k_n \frac{x_0}{l_0} l_n$$

$$\Leftrightarrow k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n$$

$$\Leftrightarrow kl = \text{const} \quad (4)$$

Kết luận: đối với mỗi lò xo thì tích độ cứng  $k$  của lò xo với chiều dài tự nhiên của lò xo là một đại lượng không đổi.

- **Chú ý:** Ta cũng có thể chứng minh công thức (4) dựa vào biểu thức của hệ số đàn hồi (độ cứng) của lò xo:

Từ công thức tính độ cứng của lò xo:

$$k = E \frac{S}{l}.$$

Ta có:  $k_0 = E \frac{S}{l_0}$ ;  $k_1 = E \frac{S}{l_1}$ ;  $k_2 = E \frac{S}{l_2}$ ; ...;  $k_n = E \frac{S}{l_n}$

$$\Rightarrow k_0 l_0 = k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n$$

$$\Rightarrow kl = \text{const}$$

**Ví dụ 2:** Tìm độ cứng của hệ 2 lò xo  $k_1, k_2$  ghép nối tiếp.

**Giải:**

+ Đặc trưng động học của hệ là khi hệ lò xo biến dạng một đoạn  $x$  thì 2 lò xo biến dạng các đoạn  $x_1, x_2$ . Ta có:  $x_1 + x_2 = x$  (1)

+ Lực đàn hồi của 2 lò xo bằng nhau và bằng lực đàn hồi của hệ nên đặc trưng động lực học của hệ là:  $F = F_1 = F_2$

$$\Rightarrow F = -k_{td}x = -k_1x_1 = -k_2x_2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{F}{k_{td}}; \quad x_1 = \frac{F}{k_1}; \quad x_2 = \frac{F}{k_2} \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1) ta có: } \frac{1}{k_{td}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (4)$$

**Chú ý:** Có thể mở rộng công thức (4) cho  $n$  lò xo ghép nối tiếp

$$\frac{1}{k_{td}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

**Ví dụ 3:** Tìm độ cứng tương đương của hệ 2 lò xo  $k_1, k_2$  (cùng chiều dài tự nhiên) ghép song song như hình vẽ (a) và (b).

+ Đặc trưng động học:  $x = x_1 = x_2$  (1)

+ Đặc trưng động lực học:  $F = F_1 + F_2$

$$\Rightarrow F = k_{td}x = k_1x_1 + k_2x_2 \quad (2)$$

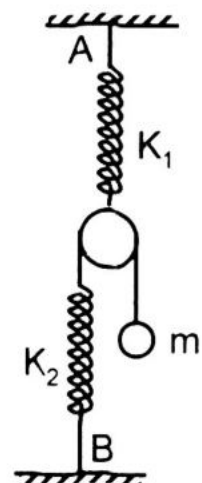
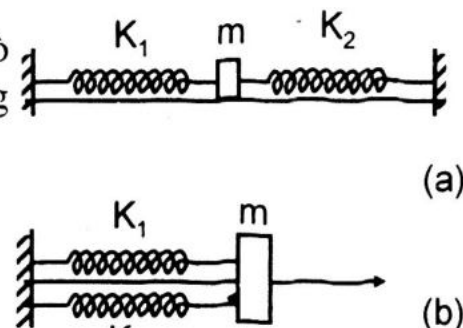
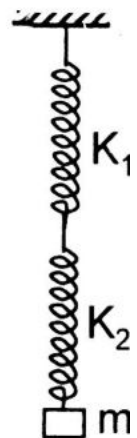
$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow k_{td} = k_1 + k_2 \quad (3)$$

$$\text{Mở rộng cho } n \text{ lò xo: } k_{td} = k_1 + k_2 + \dots + k_n = \sum_{i=1}^n k_i$$

**Ví dụ 4:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây. Tính độ cứng tương đương của hệ.

**Giải:** Giả sử tại vị trí 2 lò xo có chiều dài tự nhiên, ta kéo điểm treo  $m$  ra một đoạn  $x$  thì các lò xo giãn các đoạn  $x_1, x_2$ .

$$\text{Ta có đặc trưng động học: } x = 2x_1 + x_2 \quad (1)$$



$$\text{Đặc trưng động lực học : } F = \frac{1}{2} F_1 = F_2 \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow F = -k_{td}x = -\frac{1}{2}k_1x_1 = -k_2x_2 \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1) ta có : } \frac{1}{k_{td}} = \frac{4}{k_1} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_{td} = \frac{k_1k_2}{k_1 + 4k_2} \quad (4)$$

**Chú ý :** Từ kết quả (4) ta suy ra 2 trường hợp riêng, chỉ có 1 lò xo và 1 ròng rọc.

- Nếu không có lò xo  $k_2$  (thay  $k_2$  bằng sợi dây không dẫn) thì  $k_{td} = \frac{k_1}{4}$ .

- Nếu không có  $k_1$  (thay  $k_1$  bằng sợi dây không dẫn) thì  $k_{td} = k_2$

**Ví dụ 5:** Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây. Các sợi dây mềm không dẫn, luôn thẳng đứng. Tính độ cứng tương đương của hệ lò xo.

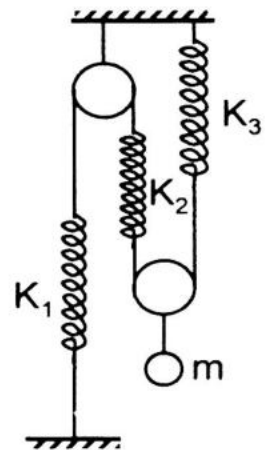
**Giải:**

$$\text{Ta có đặc trưng động học : } 2x = x_1 + x_2 + x_3 \quad (1)$$

$$\text{Đặc trưng động lực học : } F = 2F_1 = 2F_2 = 2F_3 \quad (2)$$

$$\Rightarrow F = k_{td}x = 2k_1x_1 = 2k_2x_2 = 2k_3x_3 \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (1) ta có : } \frac{4}{k_{td}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \quad (4)$$



Trong công thức (4) nếu thay một lò xo nào đó bằng một sợi dây không dẫn thì ta xem như độ cứng đó bằng vô cùng, ta suy ra độ cứng các trường hợp riêng.

**Ví dụ 6 :** Tính độ cứng tương đương của hệ 2 lò xo  $k_1$ ,  $k_2$  trong 2 cách sau :

- Cách 1: 2 lò xo luôn có độ dài bằng nhau và thẳng đứng (hình a)

- Cách 2 : Dây mềm, không dẫn, luôn thẳng đứng, bỏ qua khối lượng ròng rọc (hình b)

**Giải:**

a) Theo cách 1: vì 2 lò xo luôn có độ dài bằng nhau nên 2 lò xo này ghép song song một cách thuần túy, ta có :

$$k_{td} = k_1 + k_2 \quad (\text{xem ví dụ 3}).$$

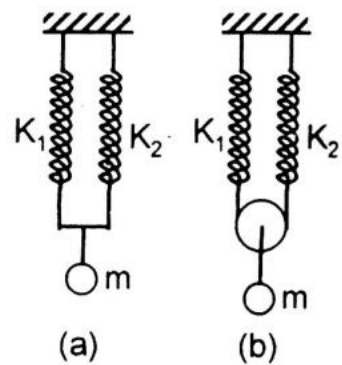
b) Theo cách 2: Một số học sinh thường nhầm cách 2 cũng như cách 1, đó là một sai lầm đáng tiếc, hệ lò xo ở hình (b) không phải là ghép song song:

$$\text{Ta có phương trình động học : } 2x = x_1 + x_2 \quad (1)$$

$$\text{Phương trình động lực học : } F = k_{td}x = 2k_1x_1 = 2k_2x_2 \quad (2)$$

Rút  $x$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  từ (2) và thay vào (1) ta có :

$$\frac{2F}{k_{td}} = \frac{F}{2k_1} + \frac{F}{2k_2} \Rightarrow \frac{4}{k_{td}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$



## CHỦ ĐỀ 6: ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ, ĐỘ CAO, ĐỘ SÂU VÀ TOẠ ĐỘ ĐỊA LÍ VÀO TẦN SỐ DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC

**Ví dụ 1:** (ảnh hưởng của độ cao). Con lắc đơn có chu kì  $T_0$  khi ở mặt đất. Hỏi khi ở độ cao  $h$  (cùng nhiệt độ) thì chu kì  $T$  là bao nhiêu?. Đồng hồ quả lắc (coi là con lắc đơn) chạy đúng khi đặt ở mặt đất. Hỏi khi đặt đồng hồ ở độ cao  $h$  thì mỗi ngày đồng hồ chạy nhanh hay chạy chậm đi bao nhiêu? Áp dụng bằng số khi  $h = 1\text{km}$ , bán kính trái đất  $R = 6400\text{km}$ .

**Giải:**

Gia tốc trọng trường là thương của lực hấp dẫn do quả đất tác dụng lên vật và khối lượng của vật, bởi vậy:

$$+ \text{ Khi ở mặt đất : } g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

$$+ \text{ Khi ở độ cao } h : g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

+ Từ công thức tính chu kì dao động ta có:

$$\begin{aligned} T_0 &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}} = 2\pi R \sqrt{\frac{l}{GM}} \\ T &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{l}{GM}} \Rightarrow \frac{T}{T_0} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R} > 1 \quad (1) \end{aligned}$$

Vậy: *Càng lên cao chu kì dao động càng tăng, đồng hồ chạy chậm lại.*

$$\text{Từ (1) ta có : } \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{h}{R} \quad (2)$$

Nếu trong một ngày đồng hồ trên mặt đất chỉ  $n_0 = 86400$  giây thì đồng hồ ở độ cao  $h$  chỉ  $n$  giây, ta có:  $n_0 T_0 = n T$

$$\Rightarrow \Delta n = n_0 - n = n_0 \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) = n_0 \frac{\Delta T}{T} \quad (3)$$

Từ (2) và (3), mỗi ngày đồng hồ ở độ cao  $h$  chạy chậm đi là :

$$\Delta n = n_0 \frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{T_0}{T_0} = \left(\frac{T_0}{T}\right) n_0 \frac{h}{R} \approx n_0 \frac{h}{R} \quad (\text{nếu } h \ll R)$$

**Kết luận** : Khi đưa đồng hồ lên độ cao  $h$  thì đồng hồ chạy chậm lại, mỗi ngày đồng hồ chạy chậm là :  $\Delta n = n_0 \frac{h}{R}$

Áp dụng khi  $h = 1\text{km}$ ,  $R = 6400\text{km}$ , mỗi ngày đồng hồ chạy chậm  $\Delta n = 13,5$  (s)

**Ví dụ 2:** (ảnh hưởng của độ sâu)

Con lắc đơn có chu kì  $T_0$  khi đặt ở mặt đất. Hỏi khi đưa con lắc vào lòng đất có độ sâu  $h$  thì chu kì của con lắc là bao nhiêu. Đồng hồ quả lắc được xem như là con lắc đơn, chạy đúng khi ở mặt đất. Hỏi khi ở độ sâu  $h$  thì mỗi ngày đồng hồ chạy nhanh hay chạy chậm bao nhiêu? áp dụng khi  $h = 1\text{km}$ ,  $R = 6400\text{km}$ .

**Giải:** Tương tự như ví dụ 1 ta có gia tốc trọng trường khi ở mặt đất và khi ở độ sâu  $h$  là:

$$+ \text{ Ở mặt đất : } g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

$$+ \text{ Ở độ sâu } h : g_h = \frac{GM(R-h)}{R^3} = g_0 \frac{R-h}{R}$$

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}} \\ T_h = 2\pi \sqrt{\frac{lR}{g_0(R-h)}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}} \sqrt{\frac{R}{R-h}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{R}{R-h}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{h}{R}}} \approx 1 + \frac{h}{2R}$$

$$\Rightarrow \frac{T_h - T_0}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{h}{2R} > 0$$

Vậy: Khi đưa con lắc xuống độ sâu  $h$  thì chu kì dao động tăng, đồng hồ chạy chậm lại.

Lập luận tương tự như ví dụ 1 ta tính được độ chậm trong 1 ngày là

$$\Delta n = n_0 \frac{\Delta T}{T_0} = n_0 \frac{h}{2R}$$

Áp dụng khi  $h = 1\text{km}$ ,  $R = 6400\text{km}$ , mỗi ngày đồng hồ chạy chậm  $\Delta n = 6,75$  (s)

**Ví dụ 3:** (ảnh hưởng của nhiệt độ)

a) Con lắc đơn có chu kì  $T_1$  khi ở nhiệt độ  $t_1$ , hỏi khi ở nhiệt độ  $t_2 > t_1$  thì chu kì tăng hay giảm bao nhiêu?

b) Đồng hồ quả lắc xem như là con lắc đơn chạy đúng khi đặt tại nơi có nhiệt độ  $t_1 = 25^\circ\text{C}$ . Hỏi ở nhiệt độ  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ , mỗi ngày đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu?. Cho hệ số nở dài của dây treo con lắc là  $\alpha = 10^{-5}\text{K}^{-1}$ .

**Giải:**

$$\text{a) Chu kì con lắc khi ở nhiệt độ } t_1 \text{ là : } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_1)}{g}}$$

Chu kì con lắc khi ở nhiệt độ  $t_2$  là :  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_2)}{g}}$  với  $l_0$  là chiều dài ở  $0^\circ\text{C}$ .

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}} \approx (1+\frac{\alpha t_2}{2})(1-\frac{\alpha t_1}{2}) \approx 1 + \frac{\alpha(t_2-t_1)}{2} = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2-T_1}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2} \quad (1)$$

Công thức (1) chứng tỏ khi nhiệt độ tăng ( $\Delta t > 0$ ) thì chu kì dao động tăng ( $\Delta T > 0$ ), tức là đồng hồ chạy chậm lại. Ngược lại khi nhiệt độ giảm thì đồng hồ chạy nhanh lên.

Làm tương tự như ví dụ 1, ta tính được thời gian đồng hồ chạy chậm trong một ngày đêm là:  $\Delta n = n_1 \frac{\Delta T}{T_1} = n_1 \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2}$

Thay  $n_1 = 86400\text{s}$ ;  $\alpha = 10^{-5}\text{K}^{-1}$ ;  $\Delta t = 15$  ta có :  $\Delta n = 6,48(\text{s})$

**Ví dụ 4:** (ảnh hưởng của toạ độ địa lí)

a) Đồng hồ quả lắc được xem như là một con lắc đơn, chạy đúng khi đặt tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g_1$ , hỏi chu kì dao động là bao nhiêu khi đặt tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g_2$  (cùng nhiệt độ).

b) Một đồng hồ quả lắc có hệ số nở dài  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}\text{K}^{-1}$  chạy đúng khi đặt tại Hà Nội ( $t = 15^\circ\text{C}$ ,  $g_1 = 9,793 \text{ m/s}^2$ ). Hỏi khi đưa vào Sài Gòn ( $t_2 = 25^\circ\text{C}$ ,  $g_2 = 9,787 \text{ m/s}^2$ ) thì mỗi ngày đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu ?

**Giải:**

a) Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g_1$  thì chu kì dao động:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}$$

Tại nơi có gia tốc trọng trường là  $g_2$  thì chu kì dao động:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\frac{g_1}{g_1 + \Delta g}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta g}{g_1}}} \approx 1 - \frac{\Delta g}{2g_1} \text{ với } \Delta g = g_2 - g_1$$

$$\Rightarrow \frac{T_2-T_1}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \approx -\frac{\Delta g}{2g_1} \Rightarrow T_2 = T_1 \left( 1 - \frac{g_2 - g_1}{2g_1} \right) \quad (1)$$

Từ công thức (1) ta thấy:

+ Khi đưa con lắc tới nơi có gia tốc trọng trường lớn hơn ( $g_2 > g_1$ ) thì  $T_2 < T_1$ . Suy ra chu kì dao động giảm, đồng hồ chạy nhanh lên. Ngược lại, khi đưa



con lắc tới nơi có gia tốc trọng trường  $g_2$  nhỏ hơn thì chu kỳ dao động tăng, đồng hồ chạy chậm lại:

$$b) \text{ Tại Hà Nội: } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1}{g_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_1)}{g_1}}$$

$$\text{Tại Sài Gòn: } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t_2)}{g_1 + \Delta g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}} \cdot \sqrt{\frac{g_1}{g_1 + \Delta g}} \approx \left(1 + \frac{\alpha \Delta t}{2}\right) \left(1 - \frac{\Delta g}{2g_1}\right) \approx 1 + \frac{\alpha \Delta t}{2} - \frac{\Delta g}{2g_1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{\alpha \Delta t}{2} - \frac{\Delta g}{2g_1} \quad (2)$$

Thay số vào ta có:  $\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10}{2} - \frac{-6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 9,793} \approx 4 \cdot 10^{-4} > 0$

$\Rightarrow$  Khi đưa từ Hà Nội vào Sài Gòn thì đồng hồ chạy chậm lại, thời gian chậm mỗi ngày là:  $\Delta n = 86400 \cdot \frac{\Delta T}{T_1} = 86400 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \approx 34,56 \text{ (s)}$

**Ví dụ 5 :** Một đồng hồ chạy đúng giờ tại một nơi trên mặt biển có  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $t = 25^\circ\text{C}$ . Thanh treo quả lắc làm bằng kim loại có  $\alpha = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Đưa đồng hồ lên độ cao  $h = 1000 \text{ m}$  so với mặt biển đồng hồ vẫn chạy đúng. Giải thích hiện tượng và tính nhiệt độ ở độ cao đó. Lấy bán kính quả đất  $R = 6400 \text{ km}$ .

**Giải:** Ví dụ 1 cho thấy, khi nhiệt độ không đổi mà độ cao tăng thì chu kỳ tăng (đồng hồ chạy chậm lại) và độ chậm trong một giây là:  $\frac{\Delta T_h}{T_0} = \frac{h}{R} \quad (1)$

Ví dụ 3 cho thấy, khi độ cao không đổi mà nhiệt độ giảm thì chu kỳ dao động giảm (đồng hồ chạy nhanh lên) và độ nhanh trong một giây là :

$$\frac{\Delta T_l}{T_0} = \frac{\alpha \Delta t}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), để đồng hồ chạy đúng thì:

$$\frac{h}{R} = -\frac{\alpha \Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t = -\frac{2h}{\alpha R} = -16,89 (^\circ\text{C})$$

$$\Rightarrow t_2 = t_1 + \Delta t = 25 - 16,89 = 8,11^\circ\text{C}.$$

Vậy ở độ cao  $1000 \text{ m}$  đồng hồ chạy đúng là vì nhiệt độ ở đỉnh núi thấp hơn nhiệt độ ở mặt biển và nhiệt độ ở đó là  $t_2 = 8,11^\circ\text{C}$ .

## CHỦ ĐỀ 7: ẢNH HƯỞNG CỦA LỰC LẠ VÀO TẦN SỐ DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC

Con lắc đơn trong trường trọng lực chịu tác dụng của 2 lực là trọng lực  $\vec{P}$  và sức căng dây  $\vec{T}$ . Trong một số trường hợp con lắc còn chịu tác dụng của một số lực khác như: lực điện trường  $F_d$ , lực quán tính  $F_{qt}$ , lực ácsimét  $F_{ASM}$ , lực từ  $F_t$ , ... gọi chung là "lực lạ". Phương pháp chung để giải các bài toán này là: khi chịu tác dụng của lực lạ  $\vec{F}$ , con lắc có trọng lượng biểu kiến  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  và ta thay gia tốc rơi tự do  $g$  bằng gia tốc biểu kiến (gia tốc trọng trường hiệu dụng)

$$\vec{g}' = \frac{\vec{P}'}{m} = \frac{\vec{P} + \vec{F}}{m} = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$$

Khi đó vị trí cân bằng của con lắc là vị trí dây treo con lắc có phương trùng với phương của  $\vec{P}'$ .

+ Lực điện:  $\vec{F} = q\vec{E}$  trong đó:  $\vec{F}$ : lực điện tác dụng vào vật (N).

$q$ : điện tích của vật (C).

$\vec{E}$ : cường độ điện trường (V/m).

+ Lực quán tính:  $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$  trong đó:  $m$ : khối lượng của vật (kg).

$a$ : gia tốc của hệ quy chiếu ( $m/s^2$ ).

$\vec{F}_{qt}$ : lực quán tính tác dụng lên vật (N).

+ Lực Ácsimét:  $\vec{F}_{ASM} = -m'\vec{g} = -V\rho'\vec{g} = -\frac{\rho'}{\rho}m\vec{g}$  trong đó:

$\vec{F}_{ASM}$ : lực Ácsimét tác dụng lên vật (N)

$m'$ : khối lượng chất lỏng hay khí mà vật chiếm chỗ (kg)

$m$ : khối lượng của vật nặng (kg)

$\rho'$ : khối lượng riêng của chất lỏng hay khí mà vật chiếm chỗ ( $kg/m^3$ ).

$\rho$ : khối lượng riêng của vật nặng ( $kg/m^3$ ).

### **Ví dụ 1:** (lực điện trường)

Con lắc đơn có khối lượng  $m$ , chiều dài  $l$ , điện tích  $q > 0$ , dao động trong điện trường đều có cường độ  $\vec{E}$ . Xác định chu kì dao động bé của con lắc khi:

a)  $\vec{E}$  có phương thẳng đứng.

b)  $\vec{E}$  có phương nằm ngang.

c)  $\vec{E}$  hướng xuống và nghiêng góc  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  so với phương thẳng đứng.

**Giải:**

Trong trường hợp này trọng lực biểu kiến  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{g} + q\vec{E}$

$$\Rightarrow \text{gia tốc trọng trường hiện dụng } \vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$$

a)  $\vec{E}$  có phương thẳng đứng:

+ Vị trí cân bằng của con lắc là vị trí dây treo có phương thẳng đứng

$$+ \vec{F} \nearrow \vec{P} \Rightarrow g' = g + \frac{F}{m} = g + \frac{qE}{m} > g \Rightarrow T' < T$$

$$+ \vec{F} \searrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m} = g - \frac{qE}{m} < g \Rightarrow T' > T$$

$$+ \vec{F} \nearrow \nearrow \vec{P} \Rightarrow g' = g + \frac{F}{m} = g + \frac{qE}{m} > g \Rightarrow T' < T$$

$$+ \vec{F} \searrow \searrow \vec{P} \Rightarrow g' = g - \frac{F}{m} = g - \frac{qE}{m} < g \Rightarrow T' > T$$

b)  $\vec{E}$  có phương ngang :

+ Vị trí cân bằng của con lắc là vị trí dây treo có hợp với phương

$$\text{ngang góc } \alpha \text{ thoả mãn: } \tan \alpha = \left| \frac{qE}{mg} \right|$$

$$+ \text{Gia tốc trọng trường hiện dụng } g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} > g \Rightarrow T' < T$$

c)  $\vec{E}$  hợp với  $\vec{g}$  góc  $\alpha$ :

$$+ \text{Vị trí cân bằng của con lắc là vị trí: } \vec{T} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$+ \text{gia tốc biểu kiến } g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2 + \frac{2g \cdot qE}{m} \cos \alpha} > g \Rightarrow T' < T$$

### Ví dụ 2: (lực quán tính)

Tìm chu kì dao động bé của con lắc đơn treo trên thang máy chuyển động với gia tốc  $|\vec{a}| = \frac{g}{10}$  trong các trường hợp sau:

a) Thang máy đi xuống nhanh dần đều.

b) Thang máy đi xuống chậm dần đều.

c) Thang máy đi lên nhanh dần đều.

d) Thang máy đi lên chậm dần đều.

### **Giải**

Trong trường hợp này trọng lực biểu kiến  $\vec{P}' = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$

$\Rightarrow$  gia tốc trọng trường hiện dụng  $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$ . Vì gia tốc có phương trùng với phương của trọng lực nên vị trí cân bằng của con lắc dây treo vẫn có phương thẳng đứng.

a) Thang máy đi xuống nhanh dần đều.

$$g' = g - a = \frac{9g}{10} \rightarrow T_1' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0,9g}} = \frac{T}{\sqrt{0,9}} > T$$

b) Thang máy đi xuống chậm dần đều.

$$g' = g + a = \frac{11g}{10} \rightarrow T_2' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{1,1g}} = \frac{T}{\sqrt{1,1}} < T$$

c) Thang máy đi lên nhanh dần đều.

$$g' = g + a = \frac{11g}{10} \rightarrow T_3' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{1,1g}} = \frac{T}{\sqrt{1,1}} < T$$

d) Thang máy đi lên chậm dần đều.

$$g' = g - a = \frac{9g}{10} \rightarrow T_4' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0,9g}} = \frac{T}{\sqrt{0,9}} > T$$

### **Ví dụ 3:** (lực Ácsimét)

Một đồng hồ quả lắc chạy đúng trong chân không. Hỏi khi đưa đồng hồ vào trong không khí (cùng độ cao và nhiệt độ) thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu trong một ngày đêm. Biết khối lượng riêng của không khí là  $\rho_1 = 1,29 \text{ g/m}^3$  và của con lắc là  $\rho_2 = 6,45 \text{ g/dm}^3$ . Bỏ qua sức cản của không khí.

**Giải:**

Khi đặt trong không khí con lắc chịu tác dụng của lực đẩy Ácsimét ngược hướng với trọng lực nên nó trọng lực biểu kiến  $\vec{P}' = m\vec{g} + \vec{F}_A$

$$\text{Mà } \vec{F}_A = -\frac{\rho_1}{\rho_2} m\vec{g}. \text{ Ta có: } \vec{P}' = m\vec{g} - \frac{\rho_1}{\rho_2} m\vec{g}$$

$$\Rightarrow \text{gia tốc biểu kiến: } \vec{g}' = \vec{g} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \vec{g} \Rightarrow g' = g(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2})$$

$$\text{Ta có phương trình: } T_A = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\frac{1}{(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2})}} = T \cdot \sqrt{\frac{1}{(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2})}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_A}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}}} \approx \left(1 + \frac{\rho_1}{2\rho_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{T_A - T}{T} = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\rho_1}{2\rho_2} > 0$$

Khi đưa vào không khí thì chu kì dao động tăng, đồng hồ chạy chậm lại.  
 Trong một ngày đồng hồ chạy chậm là:  $\Delta n = 86400 \cdot \frac{\Delta T'}{T} = 86400 \cdot \frac{1,29}{2,6,45 \cdot 10^3} = 8,64(s)$

**Ví dụ 4:** (lực từ)

Hai con lắc có cùng chiều dài, quả nặng có  $m = 160 \text{ g}$  lần lượt bằng Cu và Fe. Đặt một nam châm dưới hai quả lắc. Khi con lắc bằng Cu thực hiện 8 dao động thì con lắc bằng Fe thực hiện 10 dao động. Tính lực hút nam châm tác dụng lên con lắc.

**Giải:**

Chỉ con lắc có quả nặng bằng Fe bị nam châm hút, lực từ cùng chiều với trọng lực nên vị trí cân bằng của con lắc không đổi còn gia tốc biểu kiến:

$$\vec{P}' = m\vec{g} + \vec{F} \quad \Rightarrow \quad g' = g + \frac{F}{m}$$

(1)

Ta có: với con lắc Cu thì  $T_{Cu} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , với con lắc Fe thì  $T_{Fe} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$

(2)

Theo đề ra thì  $8T_{Cu} = 10T_{Fe}$

(3)

Thay (1) và (2) vào (3) ta có:

$$\frac{T_{Fe}}{T_{Cu}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{g}{g + \frac{F}{m}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{F}{mg}}} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{F}{mg} = \frac{25}{16} \Rightarrow F = \frac{9}{16}mg = 0,9(N)$$

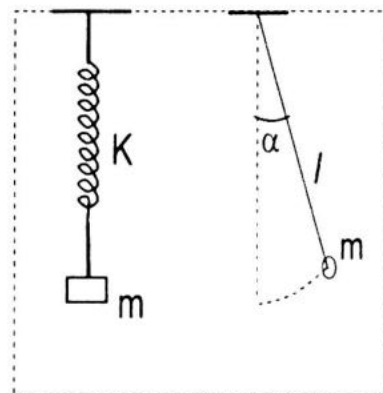
Vậy: lực hút nam châm tác dụng lên con lắc là  $F = 0,9 \text{ (N)}$ .

**Ví dụ 5:** (lực quán tính)

Trong một chiếc xe đứng yên có treo một con lắc lò xo và một con lắc đơn, chu kì dao động của của con lắc đơn bằng 2 lần chu kì dao động của con lắc lò xo. Con lắc lò xo có vật  $m = 500 \text{ g}$ , khi vật ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn  $5 \text{ cm}$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Tính chu kì dao động con lắc đơn, độ cứng  $k$  của lò xo và chiều dài của con lắc đơn.

2) Cho xe chuyển động không ma sát từ dưới lên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  thì chu kì dao động của các con lắc thay đổi thế nào ?



### Giải:

1) Tại vị trí cân bằng con lắc lò xo chịu tác dụng của hai lực là lực đàn hồi và trọng lực, theo định luật 2 của Newton ta có:

$$m\vec{g} + k\vec{\Delta l} = \vec{0} \Rightarrow mg - k\Delta l = 0$$

$$\Rightarrow \text{độ cứng } k \text{ của lò xo: } k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,5 \cdot 10}{0,05} = 100 \text{ (N/m)} \quad (1)$$

Chu kỳ dao động của của con lắc đơn bằng 2 lần chu kỳ dao động của con lắc

$$\text{lò xo: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 4\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 4\pi\sqrt{\frac{0,5}{100}} \approx 0,89 \text{ (s)} \quad (2)$$

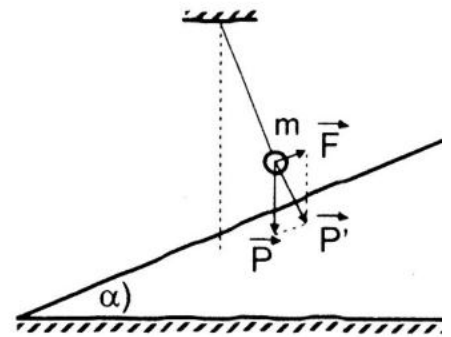
$$\text{Từ (2) ta có chiều dài của con lắc: } l = \frac{4mg}{k} = 20 \text{ (cm)}$$

2) Khi xe chuyển động không ma sát từ dưới lên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$  thì xe chuyển động chậm dần đều với  $a = g\sin\alpha$  và hướng xuống. Lực quán tính  $\vec{F} = -m\vec{a}$  song song với mặt phẳng nghiêng, hướng lên.

+ Với con lắc lò xo: Chu kỳ của con lắc lò xo không phụ thuộc gia tốc trọng lực nên không thay đổi (vị trí cân bằng của con lắc thay đổi)

+ Với con lắc đơn: Con lắc đơn có vị trí cân bằng mới được thể hiện như hình vẽ và chu kỳ

dao động mới được xác định:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$  (1)



Từ hình vẽ ta có:  $\vec{P}' = m\vec{g} + \vec{F}$

$$\Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + (g\sin\alpha)^2 - 2g(g\sin\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

$$\text{Ta có: } g' = \sqrt{g^2 + (g\sin\alpha)^2 - 2g^2\sin^2\alpha} = g\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = g\cos\alpha \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta có: } T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,2}{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}} \approx 0,95 \text{ (s)}$$

### Ví dụ 6: (lực điện trường)

Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1 \text{ m}$ , khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , điện tích  $q = 1,2 \mu\text{C}$ . Ta treo con lắc trong điện trường đều  $E = 10^5 \text{ V/m}$ , có phương nằm ngang. Bỏ qua mọi ma sát, cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ .

1. Tìm chu kỳ dao động của con lắc trong điện trường đều.



2. Con lắc đang đứng yên ở vị trí cân bằng, ta đột ngột đổi chiều điện trường theo hướng ngược lại và giữ nguyên cường độ. Mô tả chuyển động của con lắc khi đó và tính vận tốc cực đại của quả cầu.

**Giải:**

1) Không mất tính tổng quát, ta giả sử cường độ điện trường hướng sang phải. Con lắc có trọng lượng hiệu dụng:  $\vec{P}' = m\vec{g} + \vec{F}$ , khi cân bằng (điểm A) dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha$ :

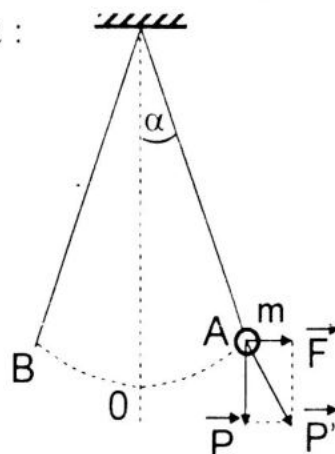
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{P} = \left| \frac{qE}{mg} \right| = 0,12 \Rightarrow \alpha \approx 6,84^\circ.$$

Gia tốc hiệu dụng:

$$\vec{g}' = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m} \Rightarrow g' = \frac{g}{\cos \alpha} \quad (1)$$

$$\text{Chu kì dao động: } T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } T' = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}} \approx 1,9929 \text{ (s)}$$



2) Khi đổi chiều điện trường thì vị trí cân bằng của con lắc thay đổi, đó là vị trí B, là vị trí đối xứng với vị trí ban đầu A qua đường thẳng đứng. Khi đó con lắc dao động với biên độ mới  $A = l\beta = l.2\alpha = 0,2389 \text{ (m)}$

$$\text{Tần số dao động của con lắc: } \omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{\pi}{\sqrt{l \cos \alpha}} = 3,1528 \text{ (rad/s)}$$

Nếu chọn chiều dương là chiều chuyển động ban đầu của con lắc thì phương trình dao động là:  $x = 0,2389 \sin(3,1528t - \frac{\pi}{2}) \text{ (m)}$

$$= 23,89 \sin(3,1528t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm).}$$

Vận tốc cực đại của dao động:  $v_{\max} = \omega' A \approx 75,32 \text{ (cm/s)}$ .

## CHỦ ĐỀ 8 : HAI ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1) Định luật bảo toàn cơ năng :

- Vật chuyển động trong trường trọng lực :  $mgh + \frac{mv^2}{2} = \text{const.}$

- Lò xo dao động theo phương ngang :  $\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \text{const.}$

- Lò xo dao động theo phương thẳng đứng :  $mgh + \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \text{const.}$

2) Định luật bảo toàn động lượng :  $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$

3) Bài toán va chạm :

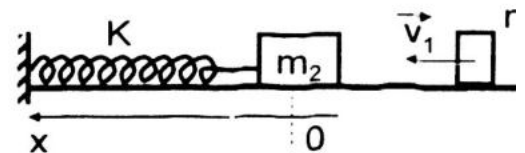
Vật khối lượng  $m_1$ , chuyển động với vận tốc  $v_1$  đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật  $m_2$  đứng yên. Sau va chạm vận tốc của 2 vật tương ứng là  $v_1'$  và  $v_2'$ .

- Hai vật va chạm đàn hồi : 
$$\begin{cases} v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{cases}$$

- Hai vật va chạm mềm :  $v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$

Nếu hai vật va chạm mềm thì nhiệt lượng toả ra trong quá trình va chạm (bằng cơ năng giảm đi) là :  $Q = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 v_1^2}{2}$

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m_2 = 300\text{g}$ , độ cứng  $k = 480\text{ N/m}$ , chiều dài tự nhiên của lò xo  $l_0 = 20\text{ cm}$ . Vật  $m_1 = 100\text{g}$  chuyển động với vận tốc  $v_1 = 0,8\text{ m/s}$  dọc theo trục của lò xo đến va chạm với vật  $m_2$  (hình vẽ). Chọn hệ toạ độ như hình vẽ, gốc thời gian là lúc va chạm. Viết phương trình chuyển động của hai vật sau va chạm trong 2 trường hợp sau:



1) Va chạm là đàn hồi xuyên tâm.

2) Va chạm mềm (sau va chạm 2 vật có cùng vận tốc).

**Giải:**

1) Do va chạm là đàn hồi xuyên tâm. Áp dụng hai định luật bảo toàn ta có :

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -0,4 \text{ (m/s)} \quad (1)$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 0,4 \text{ (m/s)} \quad (2)$$

+ Từ (1) ta thấy: vật 1 bật trở lại theo phương cũ với vận tốc có độ lớn  $v_1' = 0,4 \text{ m/s}$  và chuyển động đều ra xa vô cùng. Phương trình chuyển động của vật 1 là:

$$x = -0,4t \text{ (m)}$$

+ Vật  $m_2$  do liên kết với lò xo nên dao động điều hoà theo phương ngang

$$\text{với tần số dao động } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 40 \text{ (rad/s)} \quad (3)$$

Vị trí va chạm là vị trí vật có vận tốc cực đại:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = 0 \\ v_0 = v_{\max} = \omega A \cos \varphi = 0,4 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) ta có: } A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0,4}{40} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm); } \varphi = 0$$

Vậy phương trình dao động của vật 2 là:  $x = 1 \sin(40t) \text{ (cm)}$ .

$$2) \text{ Vận tốc 2 vật sau va chạm là: } v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = 0,2 \text{ (m/s).}$$

Khi đó hai vật dao động điều hoà như một con lắc lò xo có  $m = m_1 + m_2 =$

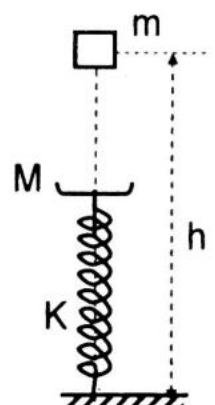
$$400\text{g. Tần số dao động của con lắc: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{480}{0,4}} = 20\sqrt{3} \text{ (rad/s).}$$

$$\text{Biên độ dao động: } A_2 = \frac{v_{2\max}}{\omega} = \frac{0,2}{20\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 10^{-2} \text{ (m)} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (cm).}$$

$$\text{Pha ban đầu của dao động: } \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = 0 \\ v_0 = A \omega \cos \varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\text{Vậy phương trình dao động của hai vật là: } x = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin(20\sqrt{3}t) \text{ (cm).}$$

**Ví dụ 2:** Vật  $M = 100\text{g}$  được gắn vào đầu một lò xo có độ cứng  $K = 50 \text{ N/m}$ , khối lượng không đáng kể, chiều dài tự nhiên  $l_0 = 12 \text{ cm}$ . Vật  $m = 50 \text{ g}$  được thả từ độ cao  $h = 14,5 \text{ cm}$  với vận tốc ban đầu bằng không để va chạm hoàn toàn không đàn hồi với vật  $M$  (hình vẽ). Chọn  $t = 0$  là lúc hai vật va chạm, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc tọa độ là vị trí cân bằng của 2 vật. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , lấy  $\pi^2 = 10$ . Viết phương trình dao động của 2 vật sau va chạm.



**Giải:**

Tại vị trí cân bằng khi chỉ có vật M lò xo bị nén một đoạn  $\Delta l_1$ , ta có phương trình:  $Mg - K\Delta l_1 = 0$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{Mg}{K} = 0,02(m) \quad (1)$$

Khi vật m dính vào vật M thì hai vật dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng mới là vị trí lò xo bị nén một đoạn  $\Delta l_2$ , ta có:

$$(M + m)g - K\Delta l_2 = 0 \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{(m + M)g}{K} = 0,03(m) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có toạ độ của vị trí va chạm: } x_0 = -(0,03 - 0,02) = -0,01(m) \quad (3)$$

Vận tốc của vật m khi va chạm với vật M là:  $v = \sqrt{2g(h - l_0 + \Delta l_1)}$

Vận tốc của hệ vật (m + M) ngay sau va chạm:

$$v_0 = \frac{m}{m + M} \sqrt{2g(h - l_0 + \Delta l_1)} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\pi} (m/s) \quad (4)$$

$$\text{Tần số của dao động: } \omega = \sqrt{\frac{K}{m + M}} = \sqrt{\frac{50}{0,15}} = \frac{10\pi}{\sqrt{3}} (rad/s)$$

(5)

+ Từ hệ thức độc lập kết hợp với phương trình (3), (4) và (5) ta có:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{(10^{-2})^2 + \frac{\left(\frac{1}{\pi}\right)^2}{\left(\frac{10\pi}{\sqrt{3}}\right)^2}} = 2 \cdot 10^{-2} (m) = 2 (cm) \quad (6)$$

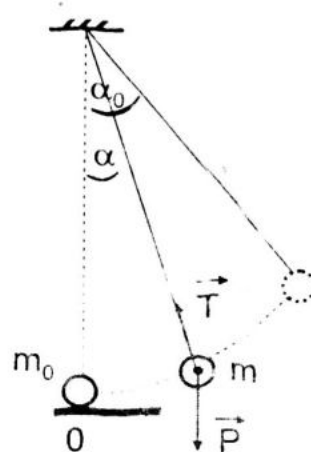
$$\text{+ Từ điều kiện ban đầu ta có hệ: } \begin{cases} x_0 = 2\sin\varphi = -1 \\ v_0 = A\omega\cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6}$$

$$\text{Phương trình dao động của 2 vật: } x = 2\sin\left(\frac{10\pi}{\sqrt{3}}t - \frac{\pi}{6}\right) (cm)$$

**Ví dụ 3:** Con lắc đơn có khối lượng  $m = 100g$ , chiều dài  $l = 1m$ , dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 10m/s^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Bỏ qua mọi lực cản.

1) Tính chu kỳ dao động của con lắc.

2) Kéo quả cầu sang phải cho dây treo hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0 = 45^\circ$  và thả không vận tốc ban đầu. Tính vận tốc của vật và lực căng dây tại



các thời điểm dây treo lệch với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$  và tại vị trí cân bằng.

3) Khi chuyển động qua vị trí cân bằng con lắc va chạm với vật  $m_0 = 200\text{g}$  đứng yên trên mặt bàn như hình vẽ. Chọn gốc toạ độ là vị trí va chạm, chiều dương là chiều vận tốc vật  $m$  ngay trước va chạm, gốc thời gian là lúc va chạm. Viết phương trình chuyển động của vật  $m$  sau va chạm nếu:

a) Va chạm đàn hồi.

b) Va chạm mềm.

**Giải:**

1) Chu kỳ dao động :  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2 \text{ (s)}.$

2) Chọn mốc tính thế năng là vị trí của vật tại thời điểm xét và vận tốc của vật tại đó là  $v_\alpha$ , áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có :

$$\frac{mv_\alpha^2}{2} = mg\Delta h = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow v_\alpha = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \quad (1)$$

Theo định luật II Niutơn ta có:  $\vec{T}_\alpha + \vec{P} = m\vec{a}_\alpha$  (2)

Chiếu (2) lên phương hướng tâm ta có:  $T_\alpha - P\cos\alpha = ma_\alpha = \frac{mv_\alpha^2}{l}$  (3)

Thay (1) vào (3) ta có:  $T_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$  (4)

Từ (1) và (4) ta có:

- Khi  $\alpha = \alpha_1 = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \sqrt{10(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = 1,78 \text{ (m/s)} \\ T_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2} = 1,18 \text{ (N)} \end{cases}$

- Khi  $\alpha = \alpha_2 = 0^\circ \Rightarrow \begin{cases} v_2 = \sqrt{10(2 - \sqrt{2})} = 2,42 \text{ (m/s)} \\ T_2 = 3 - \sqrt{2} = 1,59 \text{ (N)} \end{cases}$

3a) Vật  $m$  chuyển động với vận tốc  $v_2$  đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với vật  $m_0$  đứng yên. Sau va chạm vận tốc của 2 vật tương ứng là  $v'$  và  $v_0'$ .

Áp dụng hai định luật bảo toàn ta có:

$$\begin{cases} v' = \frac{m - m_0}{m + m_0} v_1 = -\frac{v_2}{3} = -0,81 \text{ (m/s)} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} v_0' = \frac{2m}{m + m_0} v_1 = \frac{2v_2}{3} = 1,61 \text{ (m/s)} \end{cases} \quad (6)$$

Từ (5) ta thấy: sau va chạm vật  $m$  bật ngược trở lại ( $v' < 0$ ) và vật  $m$  sẽ dao động điều hoà với:

$$+ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{10}{1}} = \pi \text{ (rad/s)}$$

$$+ \text{Pha ban đầu: } \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = 0 \\ v_0 = A \omega \cos \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\pi$$

$$+ \text{Biên độ: } A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0,81}{\pi} \approx 0,26 \text{ (m)}$$

Phương trình dao động của vật m là:  $x = 0,26 \sin(\pi t - \pi) \text{ (m)}$

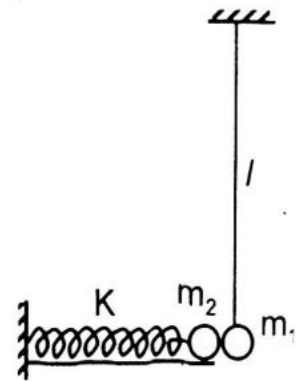
3b) Sau va chạm 2 vật có cùng vận tốc:

$$v' = \frac{m}{m + m_0} v_2 = \frac{v_2}{3} = 0,81 \text{ (m/s)} \quad (7)$$

Làm tương tự như câu (3a) ta có phương trình dao động:

$$x = 0,26 \sin(\pi t) \text{ (m)}$$

**Ví dụ 4:** Con lắc đơn có khối lượng  $m_1 = 100 \text{ g}$ , chiều dài  $l = 1 \text{ m}$  và con lắc lò xo có độ cứng  $k = 25 \text{ N/m}$ , khối lượng  $m_2 = 100 \text{ g}$  được bố trí như hình vẽ (khi lò xo không biến dạng, dây treo thẳng đứng thì 2 quả cầu tiếp xúc nhau). Kéo quả cầu  $m_1$  lệch khỏi vị trí cân bằng một góc  $\alpha = 0,1 \text{ rad}$  rồi buông tay không vận tốc ban đầu. Va chạm giữa hai vật là đàn hồi xuyên tâm. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ . Bỏ qua mọi lực cản.



- 1) Tính vận tốc quả cầu  $m_1$  ngay trước khi va chạm vào quả cầu  $m_2$ .
- 2) Tính vận tốc quả cầu  $m_2$  ngay sau khi va chạm với quả cầu  $m_1$  và độ nén cực đại của lò xo sau va chạm.
- 3) Tính chu kỳ dao động của hệ.

**Giải:**

$$1) \text{ Chu kỳ dao động của con lắc đơn: } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10}} = 2 \text{ (s)} \quad (1)$$

$$\text{Chu kỳ dao động của con lắc lò xo: } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{25}} = 0,4 \text{ (s)} \quad (2)$$

Chọn mốc tính thế năng là vị trí thấp nhất của vật  $m_1$ . Gọi vận tốc của vật  $m_1$  ngay trước khi va chạm là  $v_1$ , áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = mg \Delta h = mgl(1 - \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{gl} \alpha = 0,1\pi \text{ (m/s)}$$



2) Dùng công thức tính vận tốc hai vật sau va chạm đàn hồi ta tính được vận tốc hai vật sau va chạm là:

$$\begin{cases} v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m - m}{m + m} v_1 = 0 \\ v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m}{2m} v_1 = v_1 = 0,1\pi \text{ (m/s)} \end{cases} \quad (3)$$

tức là sau va chạm chúng đổi vận tốc cho nhau. Vật  $m_1$  có vận tốc bằng không nên con lắc đơn ngừng dao động còn vật  $m_2$  có vận tốc ban đầu  $v_2'$  nên sẽ dao động điều hoà và làm lò xo nén thêm một khoảng đúng bằng biên độ dao động:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{v_{\max} T}{2\pi} = \frac{0,1\pi \cdot 0,4}{2\pi} = 0,02 \text{ (m)} = 2 \text{ (cm)}$$

3) Khi trở về vị trí va chạm, vận tốc vật  $m_2$  có độ lớn như khi sau va chạm nhưng ngược chiều. Vật  $m_2$  lại va chạm và đổi vận tốc cho vật  $m_1$ , vật  $m_1$  nhận được vận tốc  $v_1 = v_2$  lại dao động trở về đến độ lệch cực đại ban đầu, rồi lại rơi xuống va chạm với vật  $m_2$ . Quá trình cứ thế lặp lại và mỗi con lắc chỉ dao động trong một nửa chu kì.

Vậy, chu kì của dao động là:  $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(2 + 0,4) = 1,2 \text{ (s)}$

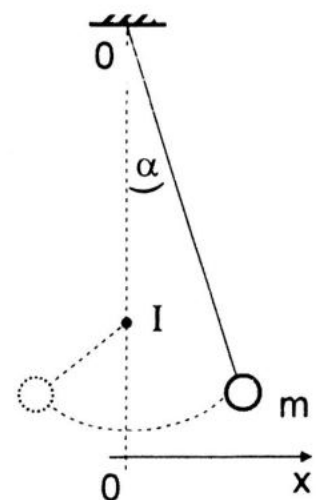
## CHỦ ĐỀ 9: CON LẮC VA CHẠM, CON LẮC VUÔNG ĐỈNH, CON LẮC ĐỨT DÂY

**Ví dụ 1:** Con lắc đơn có khối lượng  $m = 100\text{g}$ , chiều dài  $l = 1\text{m}$ , dao động tại nơi có  $g = \pi^2 = 9,87 \text{ m/s}^2$ . Phía dưới điểm treo O trên phương thẳng đứng tại I (OI = 75 cm) có đóng một cái đinh nhỏ sao cho con lắc khi dao động vướng vào đinh. Nâng vật m đến độ cao  $h_0$  và thả không vận tốc ban đầu, vận tốc của vật khi qua vị trí cân bằng là  $v = -4\pi \text{ cm/s}$ . Bỏ qua ma sát.

- 1) Tính chu kì dao động của con lắc.
- 2) Chọn gốc toạ độ là vị trí cân bằng, gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng lần thứ nhất. Lập phương trình và vẽ đồ thị chuyển động của quả cầu.
- 3) Giả sử trong quá trình dao động thì sợi dây bị đứt. Hỏi độ cao cực đại mà vật đạt được có bằng độ cao ban đầu  $h_0$  hay không?

**Giải:**

- 1) Sau khi vướng đinh, con lắc dao động như một con lắc đơn có chiều dài là  $l/4$ . Chu kì dao của con lắc chiều dài  $l$  và  $l/4$  lần lượt là:



$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{\pi^2}} = 2(s) \quad (1)$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{4g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{4\pi^2}} = 1(s) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có chu kì dao động của con lắc:  $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 1,5(s)$

2) Vật tham gia đồng thời hai dao động và vận tốc cực đại chính là vận tốc của vật lúc qua vị trí cân bằng.

+ Khi toạ độ dương, vật dao động với:

$$\text{Tần số góc của dao động: } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{2} = \pi (\text{rad/s})$$

$$\text{Biên độ dao động: } A_1 = \frac{v_{\max}}{\omega_1} = \frac{4\pi}{\pi} = 4(\text{cm})$$

$$\text{Pha ban đầu: từ } x_0 = A\sin\varphi = 0; v_0 = A\omega\cos\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$\text{Phương trình dao động của vật: } x = 4\sin(\pi t + \pi) (\text{cm})$$

+ Khi toạ độ âm vật dao động với:

$$\text{Tần số góc của dao động: } \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi (\text{rad/s})$$

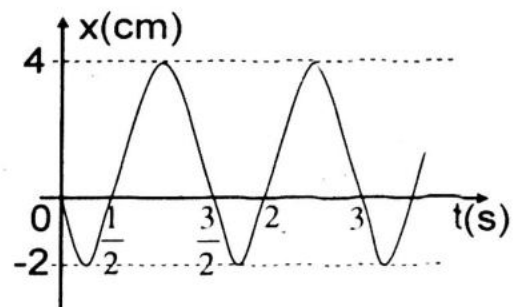
$$\text{Biên độ dao động: } A_2 = \frac{v_{\max}}{\omega_2} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2(\text{cm})$$

$$\text{Pha ban đầu: từ } x_0 = A\sin\varphi = 0; v_0 = A\omega\cos\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \pi$$

Phương trình dao động của vật :

$$x = 2\sin(2\pi t + \pi) (\text{cm})$$

Ta có đồ thị dao động như hình vẽ:

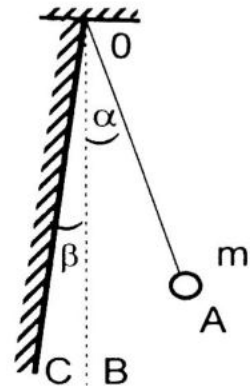


3) Giả sử trong quá trình dao động thì sợi dây bị đứt và vật đạt độ cao cực đại là h, từ định luật bảo toàn cơ năng ta

$$\text{có: } mgh_0 = mgh + \frac{mv^2}{2}. \text{ Vì vận tốc của vật } v \geq 0 \Rightarrow h \leq h_0.$$

**Ví dụ 2:** Con lắc đơn có  $l = 1 \text{ m}$ , dao động tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = \pi^2 = 9,87 \text{ m/s}^2$ . Nâng vật cho dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 10^\circ$  rồi thả

không vận tốc ban đầu. Sau khi qua vị trí cân bằng con lắc va chạm hoàn toàn đàn hồi với bức tường nghiêng góc  $\beta = 5^\circ$  so với phương thẳng đứng như hình vẽ. Tính chu kỳ dao động của con lắc.



**Giải:**

Chu kỳ là khoảng thời gian con lắc đi từ A tới C rồi trở về A.

+ Thời gian con lắc đi từ A tới B bằng một phần tư chu kỳ dao động của con lắc:

$$t_{AB} = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

+ Thời gian con lắc đi từ B tới C là nghiệm của phương trình:

$$\beta = \alpha \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right) \Rightarrow t_{BC} = \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có chu kỳ dao động:

$$T = 2(t_{AB} + t_{BC}) = 2\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{l}{g}}\right) = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Thay số vào ta có:  $T = \frac{4}{3} \approx 1,33(s)$

**Ví dụ 3:** Con lắc đơn có khối lượng  $m = 200g$ , chiều dài  $l = 40 \text{ cm}$ , dao động tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tại vị trí cân bằng vật cách mặt đất  $80 \text{ cm}$ . Bỏ qua ma sát.

- 1) Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi thả không vận tốc ban đầu. Tính độ lớn vận tốc của vật lúc lực căng dây bằng  $4N$ .
- 2) Giả sử đúng lúc trên thì dây đứt. Tính khoảng cách từ điểm vật  $m$  chạm đất đến phương thẳng đứng đi qua điểm treo.

**Giải:**

$$1) \text{ Từ hình vẽ ta thấy: } T - P \cos \alpha = m a_{ht} = \frac{mv^2}{l} \quad (1)$$

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: } v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta có: } T = mg(3 \cos \alpha - 2 \cos \alpha_0) = 4 \quad (3)$$

$$\text{Thay số vào ta có } \cos \alpha = 1 \quad (4)$$

$$\text{Thay (4) vào (2) ta có: } v = 2 \text{ (m/s)}$$

2) Dây đứt khi  $\cos \alpha = 1$ , tức là lúc vật qua vị trí cân bằng. Chọn chiều dương của trục  $Ox$  trùng với chiều vận tốc của vật, trục  $Oy$  hướng thẳng đứng xuống dưới

và gốc toạ độ là vị trí vật đứt dây ta

$$\text{có: } \begin{cases} x = vt = 2t \\ y = \frac{gt^2}{2} = 5t^2 \end{cases} \quad (5)$$

Khi vật chạm đất thì :  $y = 0,8$  (6)

Thay (6) vào (5) ta có khoảng cách từ điểm vật chạm đất đến phương thẳng đứng đi qua điểm treo là:  $x = 0,8$  (m)

**Ví dụ 4:** Con lắc đơn có khối lượng  $m = 100\text{g}$ , chiều dài  $l = 108\text{ cm}$ , được treo tại điểm O cố định. Ban đầu dây nằm ngang, thả nhẹ m với  $v_0 = 0$ . Đến vị trí thẳng đứng dây vướng một đinh với  $OI = \frac{l}{2}$ .

Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

1) Tính lực căng sợi dây khi dây ở vị trí thẳng đứng ngay sau lúc thả vật.

2) Mô tả chuyển động của m sau khi vướng đinh I. Tìm vị trí mà vật rời quỹ đạo tròn và độ cao cực đại đạt được sau đó.

3) Muốn vật lên đến điểm O sau khi vướng đinh thì ta phải cung cấp cho vật một vận tốc ban đầu bằng bao nhiêu từ vị trí ban đầu.

4) Tìm trong mặt phẳng quỹ đạo của vật những điểm mà nếu tại đó ta đóng đinh thì sau khi vướng đinh vật có thể đi hết đường tròn được.

**Giải:**

1) Tại vị trí cân bằng:  $T - mg = ma_{ht} = \frac{mv^2}{l}$ , với vận tốc  $v^2 = 2gl$

Thay vào ta có:  $T = 3mg = 3.0,1.10 = 3\text{ (N)}$

2) Xét vật tại vị trí góc lệch  $\alpha$  bất kì sau khi vướng đinh ta có:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \quad (1)$$

Chiếu (1) lên phương hướng tâm:

$$T - P\cos\alpha = ma_{ht} = \frac{mv^2}{R} = \frac{2mv^2}{l} \quad (2)$$

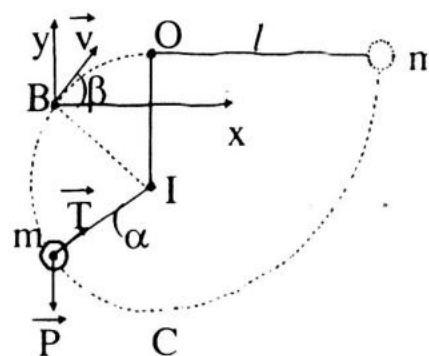
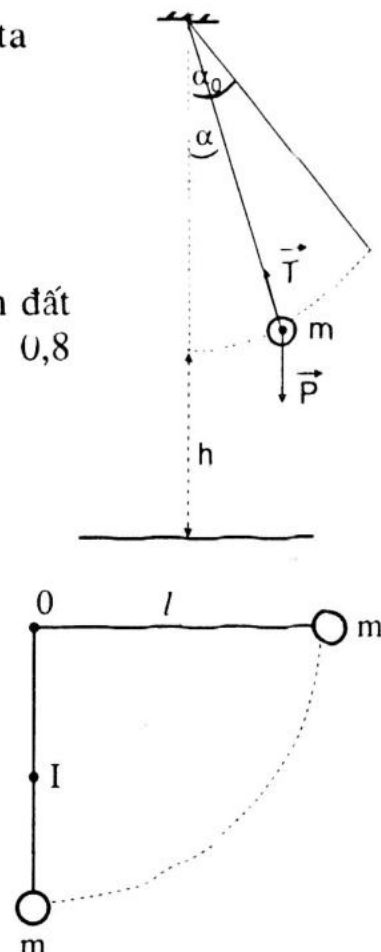
Chọn vị trí của vật tại thời điểm xét làm mốc tính thế năng, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$v^2 = 2gR(1 + \cos\alpha) = gl(1 + \cos\alpha) \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta có:

$$T = mg(2 + 3\cos\alpha) \quad (4)$$

Khi vật rời quỹ đạo tròn thì lực căng dây bằng không:



$$T = mg(2 + 3\cos\alpha) = 0 \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{2}{3} \quad (5)$$

Công thức (5) cho thấy vật rời quỹ đạo tròn tại điểm B (với  $\cos \widehat{BIC} = -\frac{2}{3}$ ).

Khi đó ta có:

$$+ \text{Độ cao vật rời quỹ đạo tròn: } h_B = R(1 - \cos\alpha) = \frac{l}{2}\left(1 + \frac{2}{3}\right) = \frac{5l}{6} \quad (6)$$

$$+ \text{Vận tốc của vật tại B: } v_B^2 = gl(1 + \cos\alpha) = gl\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{gl}{3} \quad (7)$$

Vận tốc hợp với phương ngang một góc  $\beta$  với:

$$\beta = \pi - \alpha \Rightarrow \cos\beta = \frac{2}{3}; \sin\beta = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (8)$$

Sau khi rời quỹ đạo tròn, vật chuyển động như một vật ném xiên và đi lên được một đoạn  $\Delta h$  được tính theo công thức:

$$\Delta h = \frac{v_B^2 \sin^2 \beta}{2g} \quad (9)$$

$$\text{Thay (7) và (8) vào (9) ta có: } \Delta h = \frac{\frac{gl}{3} \cdot \frac{5}{9}}{2g} = \frac{5l}{54} \quad (10)$$

Từ (6) và (10) ta có độ cao cực đại mà vật đạt được:

$$H_{\max} = h_B + \Delta h = \frac{50l}{54} = \frac{50 \cdot 1,08}{54} = 1(m)$$

3) Để vật đi hết vòng tròn thì tại độ cao cực đại của quỹ đạo tròn lực căng của sợi dây  $T \geq 0$ .

$$\Rightarrow T = \frac{mv^2}{R} - mg = \frac{2mv^2}{l} - mg \geq 0 \quad (11)$$

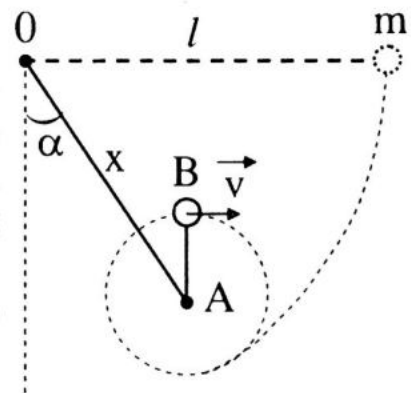
$$\Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{gl}{2}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 1,08}{2}} \approx 2,32(m/s)$$

4) Giả sử tại thời điểm dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc  $\alpha$ , con lắc vướng đinh tại điểm A cách điểm treo một khoảng  $x$  và sau khi vướng đinh thì đi hết vòng tròn như hình vẽ. Xét vật tại điểm B:

Chọn mốc tính thế năng tại B, áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$v_B^2 = 2g\Delta h = 2g[x(1 + \cos\alpha) - l] \quad (12)$$

Làm tương tự như phần (3), để vật chuyển động hết vòng tròn được thì:



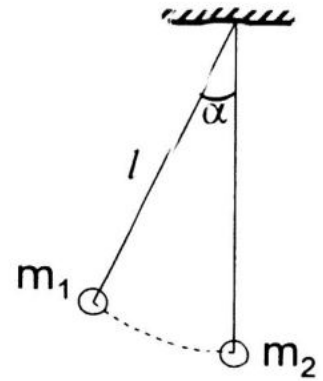
$$v_B^2 \geq g(l - x) \quad (13)$$

$$\text{Thay (13) vào (12) ta có: } x \geq \frac{3l}{3 + 2\cos\alpha} \quad (14)$$

Công thức (14) cho thấy là khi dây treo hợp với vị trí cân bằng góc càng nhỏ thì khoảng cách từ vị trí đóng đinh tới điểm treo cũng giảm.

$$x_{\min} = \frac{3l}{5} = 64,8(\text{cm}) \text{ nếu vật vướng đỉnh khi qua vị trí cân bằng.}$$

**Ví dụ 5:** Hai con lắc có cùng chiều dài  $l = 80 \text{ cm}$ , khối lượng  $m_1 = 100 \text{ g}$ ,  $m_2 = 300 \text{ g}$ . Ban đầu nâng  $m_1$  đến góc lệch  $\alpha_0 = 60^\circ$  rồi thả nhẹ cho va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_2$  như hình vẽ. Cho  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .



1/ Tìm lực căng dây của con lắc thứ nhất, tại vị trí cân bằng:

- Trước va chạm.
- Ngay sau va chạm.

2/ Cho rằng sau va chạm lần 1, chúng lại va nhau tại vị trí cân bằng một lần nữa. Tìm vận tốc của hai vật sau va chạm lần 2.

**Giải:**

1a) Dùng công thức (3) trong ví dụ 3 với  $\cos\alpha = 1$ , ta có:

$$T_1 = m_1 g (3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = m_1 g (3 - 2\cos\frac{\pi}{3}) = 1,96(\text{N}) \quad (1)$$

Vận tốc của vật 1 khi va chạm với vật 2 là:

$$v_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,8 \left(1 - \frac{1}{2}\right)} = 2,8(\text{m/s}) \quad (2)$$

1b) Do va chạm là đàn hồi xuyên tâm. Áp dụng hai định luật bảo toàn ta có vận tốc các vật sau va chạm:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -1,4(\text{m/s}) \quad (3)$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 1,4(\text{m/s}) \quad (4)$$

$$\text{Xét con lắc 1 tại vị trí cân bằng ta có: } T_1' = m_1 g + \frac{m_1 v_1'^2}{l} \quad (5)$$

$$\text{Thay (3) vào (5) ta có: } T_1' = 0,1 \cdot 9,8 + \frac{0,1 \cdot (1,4)^2}{0,8} = 1,225(\text{N}) \quad (6)$$

2) Công thức (3) và (4) cho thấy: sau va chạm vận tốc hai vật có cùng phương, cùng độ lớn nhưng ngược chiều. Vì vậy, hai vật đi lên đến cùng một độ cao và va chạm với nhau lần hai tại vị trí cân bằng. Vận tốc hai vật ngay



trước va chạm lần 2 là  $v_1' = 1,4 \text{ m/s}$ ,  $v_2' = -1,4 \text{ m/s}$ . Gọi vận tốc của hai vật sau va chạm lần 2 tương ứng là  $v_1'', v_2''$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \end{cases} \quad (7) \text{Thay}$$

các giá trị đã biết vào (7) ta có: 
$$\begin{cases} v_1'' = -2,8 \text{ (m/s)} = -v_1 \\ v_2'' = 0 \text{ (m/s)} \end{cases} \quad (8)$$

Sau va chạm lần thứ hai thì vật 1 bật ngược trở lại theo phương cũ với vận tốc có độ lớn như trước khi va chạm lần 1, vật 2 thì dừng lại. Vật 1 đi lên đến độ cao ban đầu rồi đi xuống, lại tiếp tục va chạm với vật 2 và quá trình trên cứ tiếp tục.

## CHỦ ĐỀ 10: ĐIỀU KIỆN ĐỂ TỒN TẠI DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

Con lắc lò xo và con lắc đơn chỉ dao động điều hoà khi:

- + Con lắc lò xo: + Bỏ qua ma sát, lực cản của môi trường  
+ Lò xo phải ở trong giới hạn đàn hồi
- + Con lắc đơn: + Bỏ qua ma sát, lực cản của môi trường  
+ Biên độ góc đủ nhỏ để  $\sin \alpha \approx \alpha \text{ (rad)}$

Trong các cơ hệ cụ thể, nhiều khi điều kiện để tồn tại dao động điều hoà lại rất phong phú và đa dạng. Tùy vào từng bài toán cụ thể mà điều kiện cần tìm lại khác nhau.

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$ , độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Tại thời điểm  $t = 0$ , vật có toạ độ  $x = \sqrt{2} \text{ cm}$ , có vận tốc  $v = -10\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\pi^2 = 10$ .

- 1/ Viết phương trình dao động của vật.
- 2/ Nếu vật m nối với lò xo bởi dây mềm, không dẫn thì biên độ dao động phải ở trong giới hạn nào thì vật dao động điều hoà?

**Giải:**

1) Tần số góc của dao động: 
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 10\pi \text{ (rad/s)} \quad (1)$$

Từ điều kiện ban đầu, ta có:

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = \sqrt{2} \\ v_0 = A \omega \cos \varphi = -10\sqrt{2} \pi \\ \omega = 10\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2(\text{cm}) \\ \varphi = \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có phương trình dao động:

$$x = 2 \sin(10\pi t + \frac{3\pi}{4}) \text{ (cm)}$$

2) Chọn gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, xét vật tại tọa độ  $x$  bất kì ta có:

$$\Rightarrow T = mg - mx'' = mg + m\omega^2 x \quad (1)$$

Để vật dao động điều hoà thì sợi dây phải không chùng, tức là lực căng dây phải luôn dương  $T \geq 0$  (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } T = mg + m\omega^2 x \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mg + m\omega^2 x \geq 0 \\ -A \leq x \leq A \end{cases} \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{mg}{k} = \Delta l = 0,01(\text{m}) = 1(\text{cm})$$

Vậy, nếu vật  $m$  nối với lò xo bởi dây mềm, không dẫn thì biên độ dao động của vật  $A \leq 1 \text{ (cm)}$  thì vật dao động điều hoà. Hay nói cách khác là để vật dao động điều hoà thì sợi dây phải không chùng, tức là  $A \leq \Delta l = 1 \text{ (cm)}$ .

**Ví dụ 2:** Con lắc lò xo trong hình vẽ có độ cứng  $K = 100 \text{ N/m}$ ,  $m_1 = 200 \text{ gam}$ ,  $m_2 = 50 \text{ gam}$ . Dây nối đến  $m_1$  và  $m_2$  đều là dây mềm, không dẫn. Hệ đang dao động theo phương thẳng đứng với biên độ  $A = 1 \text{ cm}$  thì tuột dây nối  $m_2$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1/ Tìm biên độ dao động của  $m_1$  nếu:

a) Tuột dây lúc hai vật đang ở vị trí dưới cùng.

b) Tuột dây lúc hai vật đang ở vị trí cân bằng.

2/ Tìm giới hạn của biên độ  $A$  để có dao động của vật  $m_1$  sau khi tuột dây tại vị trí cân bằng của hai vật.

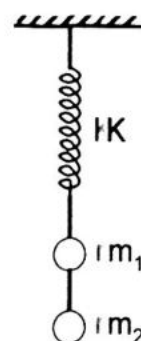
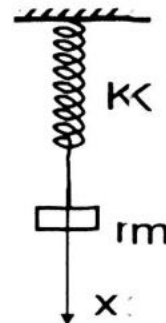
**Giải:**

1a) Tại vị trí cân bằng khi chỉ có  $m_1$  lò xo dãn một đoạn  $\Delta l_1$ :

$$\Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{100} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm}) \quad (1)$$

Tại vị trí cân bằng khi có thêm vật  $m_2$  lò xo dãn một đoạn  $\Delta l_2$ :

$$\Delta l_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{10(0,2 + 0,05)}{100} = 0,025(\text{m}) = 2,5(\text{cm}) \quad (2)$$



Chọn chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng của con lắc khi chỉ có vật 1 thì vị trí cân bằng khi có cả hai vật có tọa độ  $x_0 = 0,5 \text{ (cm)}$ . (3)

Hai vật đang dao động với biên độ  $A = 1 \text{ (cm)}$ , tuột dây lúc hai vật đang ở vị trí dưới cùng tức là cách vị trí cân bằng khi chỉ có vật  $m_1$  một khoảng:

$$A_1 = A + 0,5 = 1 + 0,5 = 1,5 \text{ (cm)}.$$

1b) Tần số dao động của con lắc khi có cả hai vật là:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20 \text{ (rad/s)}$$

(4)

Hai vật đang dao động với biên độ  $A = 1 \text{ cm}$ , tuột dây lúc hai vật đang ở vị trí cân bằng tức là lúc có vận tốc cực đại:  $v_0 = v_{\max} = \omega A = 20 \text{ (cm/s)}$  (5)

Tần số dao động của con lắc khi chỉ có vật  $m_1$  là:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 10\sqrt{5} \text{ (rad/s)}$$

(6)

Thay (3), (5), (6) vào biểu thức độc lập ta có:

$$A_1 = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_1^2}} = \sqrt{(0,5)^2 + \left(\frac{20}{10\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{\frac{21}{20}} \approx 1,02 \text{ (cm)} \quad (7)$$

2) Khi hai vật dao động với biên độ  $A$  thì  $v_0 = v_{\max} = \omega A$  (8)

Để vật  $m_1$  dao động điều hoà thì sợi dây không chùng, tức là biên độ dao động của con lắc khi chỉ có  $m_1$ :

$$A_2 = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_1^2}} = \sqrt{(0,5)^2 + \left(\frac{20A}{10\sqrt{5}}\right)^2} \leq \Delta l_1 = 2$$

$$\Rightarrow A \leq \frac{5\sqrt{3}}{4} = 2,17 \text{ (cm)}$$

Vậy: để có dao động của  $m_1$  sau khi tuột dây tại vị trí cân bằng thì biên độ dao động của hai vật  $A \leq 2,17 \text{ (cm)}$

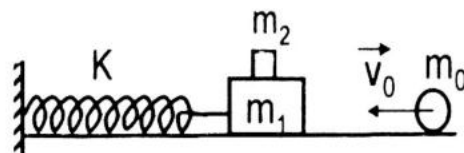
### Ví dụ 3:

Cho  $K = 100 \text{ N/m}$ . khối lượng  $m_1 = 200 \text{ gam}$ ,

$m_2 = 50 \text{ gam}$ ,  $m_0 = \frac{1}{12} \text{ kg}$ . Bỏ qua lực cản không

khí, ma sát giữa  $m_1$  và mặt sàn. Hệ số ma sát giữa

$m_1$  và  $m_2$  là  $\mu_{12} = 0,6$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



1) Giả sử  $m_2$  bám  $m_1$ ,  $m_0$  có vận tốc đầu là  $v_0$ , đến va chạm đàn hồi xuyên tâm với  $m_1$ , sau va chạm hệ  $(m_1 + m_2)$  dao động điều hoà với biên độ  $A = 1\text{cm}$ .

a/ Tính  $v_0$ .

b/ Chọn gốc thời gian ngay sau va chạm, gốc toạ độ là vị trí va chạm, chiều dương từ trong ra ngoài. Viết phương trình dao động của hệ  $(m_1 + m_2)$ .

2) Vận tốc  $v_0$  phải ở trong giới hạn nào để  $m_1$  bám  $m_2$  khi dao động?

**Giải:**

1a) Đặt  $m = m_1 + m_2 = \frac{1}{4}\text{kg}$ , áp dụng hai định luật bảo toàn ta tính được

$$\text{vận tốc hai vật sau va chạm là: } v = \frac{2m_0}{m + m_0} v_0 = \frac{v_0}{2} \quad ((1))$$

$$\text{Hai vật dao động điều hoà với tần số: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20(\text{rad/s}) \quad ((2))$$

Vận tốc hai vật sau va chạm chính là vận tốc cực đại của dao động. Từ công thức (1), với  $A = 1\text{cm}$  ta có:

$$v_0 = 2\omega A = 2.20.1 = 40(\text{cm/s}) \quad (3)$$

$$1b) \text{ Lúc } t = 0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = 0 \\ v = A\omega \cos \varphi < 0 \end{cases} \text{ giải hệ ta có } \varphi = \pi \quad (4)$$

+ Phương trình dao động của hệ  $(m_1 + m_2)$  là:  $x = 1 \sin(20t + \pi) (\text{cm})$

$$+ \text{ Vận tốc vật } m_0 \text{ sau va chạm là: } v_0' = \frac{m_0 - m}{m + m_0} v_0 = -\frac{v_0}{2} = 0,2(\text{m/s})$$

Phương trình chuyển động của vật  $m_0$ :  $x = 0,2t (\text{m})$

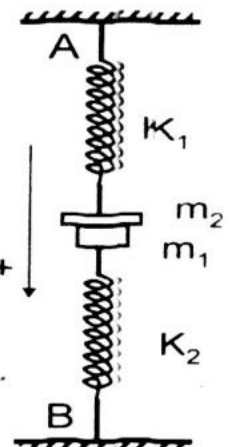
2) Khi hai vật đứng yên đối với nhau thì lực làm cho vật 2 chuyển động chính là lực ma sát nghỉ giữa hai vật, lực này gây ra gia tốc cho vật 2:

$$F_{msn} = m_2 a = -m_2 \omega^2 x \leq \mu m_2 g \Rightarrow A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} \quad (5)$$

$$\text{Mà } v_0 = 2\omega A \Rightarrow A = \frac{v_0}{2\omega} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5) và (6) ta có: } \Rightarrow v_0 \leq \frac{2\mu g}{\omega} = \frac{2.0,6.10}{20} = 0,6(\text{m/s})$$

**Ví dụ 4:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Hai lò xo có độ cứng  $k_1 = 150\text{ N/m}$ ;  $k_2 = 100\text{ N/m}$ . Trên và dưới  $m_1$  là dây căng mềm, dẫn không đáng kể,  $m_2$  chồng lên  $m_1$  và có thể di chuyển không ma sát dọc theo phương thẳng đứng. Khi cân bằng lò xo 1 dãn 6 cm, lò xo 2 dãn 6,5 cm.



1) Lúc  $t = 0$  lò xo 1 dãn 5,5 cm, hai vật đang đi lên, động năng đang bằng 3 lần thế năng. Hãy viết phương trình dao động của hai vật. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

2) Hệ cơ này có thể dao động với biên độ trong phạm vi nào ?

**Giải:**

1) Đặt  $m_{12} = m_1 + m_2 = 0,25 \text{ kg}$ , xét hệ hai vật tại vị trí cân bằng ta có:

$$m_{12}g + k_2\Delta l_2 - k_1\Delta l_1 = 0$$

(1)

Thay vào ta có:

$$m_{12} = \frac{k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2}{g} = \frac{150.0,06 - 100.0,065}{10} = 0,25 \text{ (kg)}$$

Tần số dao động:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{12}}} = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_{12}}} = \sqrt{\frac{250}{0,25}} = 10\sqrt{10} \text{ (rad/s)}$  (2)

Tại  $t = 0$  thì  $\begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = -0,5 \\ v_0 = A\omega \cos \varphi < 0 \\ \cos^2 \varphi = 3 \sin^2 \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{5\pi}{6} \\ A = 1 \text{ (cm)} \end{cases}$  (3)

Chọn gốc toạ độ là vị trí cân bằng của hai vật, ta có phương trình dao động

của hai vật là:  $x = 1 \sin(10\sqrt{10}t - \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}$

2) Để hai vật cùng dao động điều hoà thì hệ phải thoả mãn hai điều kiện:

+ Dây không chùng:  $A \leq 6 \text{ (cm)}$

+ Vật  $m_2$  luôn bám  $m_1$  khi dao động:

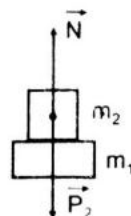
Phương trình động lực học:  $\vec{P}_2 + \vec{N} = m_2 \vec{a}$

$$\Rightarrow m_2g - N = m_2a \Rightarrow N = m_2g - m_2a \geq 0$$

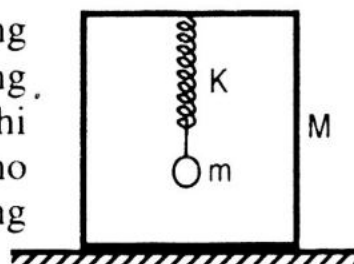
$$\Rightarrow m_2g \geq m_2a = -m_2\omega^2x$$

$$\Rightarrow m_2g \geq m_2\omega^2A \Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{1000} = 0,01 \text{ (m)} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) ta thấy, hệ cơ có thể dao động điều hoà với biên độ  $A \leq 1 \text{ (cm)}$



**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo có khối lượng  $m$ , độ cứng  $k$ , được treo vào trong một chiếc hộp rỗng khối lượng  $M = 400 \text{ g}$  đặt trên mặt phẳng ngang như hình vẽ. Khi vật  $m$  ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn 2,5 cm. Làm cho  $m$  dao động theo phương thẳng đứng với năng lượng



$E = 20 \text{ mJ}$  thì vận tốc trung bình trong một chu kỳ dao

động là  $\frac{80}{\pi} \text{ cm/s}$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Tính chu kỳ và biên độ dao động.
- 2) Biên độ dao động của  $m$  phải thoả mãn điều kiện nào thì hộp  $M$  không bị nhấc lên khỏi mặt ngang?

**Giải:**

- 1) Tại vị trí cân bằng lò xo dãn  $\Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow$  chu kỳ dao động:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 0,1\pi \approx 0,314(\text{s})$$

Trong một chu kỳ vật đi được quãng đường bằng 4 lần biên độ nên ta có:

$$4A = \bar{v} \cdot T \Rightarrow A = \frac{\bar{v} \cdot T}{4} = 2(\text{cm})$$

- 2) Do

$$\begin{cases} E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 20 \cdot 10^{-3} \\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}} = 20(\text{rad/s}) \end{cases} \Rightarrow m = 0,25(\text{kg}); k = 1000(\text{N/m})$$

Để vật  $M$  không bị nhấc lên thì khi  $m$  ở biên trên, lực đàn hồi là nén lò xo phải nhỏ thua trọng lực tác dụng lên vật  $M$ . Vì ở vị trí cân bằng lò xo đã dãn một đoạn  $\Delta l = mg/k$  nên ta có:

$$k\left(A - \frac{mg}{k}\right) \leq Mg \Rightarrow A \leq \frac{(m + M)g}{k} = 0,065(\text{m})$$

Vậy: Biên độ dao động của  $m$  phải thoả mãn  $A \leq 6,5 \text{ cm}$  thì hộp  $M$  không bị nhấc lên khỏi mặt ngang khi  $m$  dao động.

**Ví dụ 6:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết  $m_1 = 250\text{gam}$ ,  $k = 100\text{N/m}$ , dây nối mềm không giãn, bỏ qua ma sát và khối lượng ròng rọc.

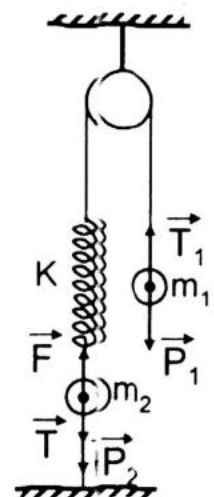
- 1) Giả sử  $m_2$  đứng yên,  $m_1$  dao động trong giới hạn đàn hồi. Hỏi biên độ dao động  $A$  phải thoả mãn điều kiện gì thì  $m_1$  dao động điều hoà. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- 2) Giả sử  $m_1$  dao động điều hoà với biên độ  $A = 2 \text{ cm}$ . Tìm điều kiện của  $m_2$ .

**Giải:**

- 1) Để vật 1 dao động điều hoà thì sợi dây nối vật phải luôn căng:  $T_1 \geq 0$  (1)

$$\text{Phương trình động lực học: } \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$\Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a = m_1 x'' \Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1 x'' \quad (2)$$





Từ (1) và (2) ta có:  $m_1 g \geq m_1 x'' = -m_1 \omega^2 x \Rightarrow g \geq \omega^2 A$

$$\Rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{m_1 g}{k} = \frac{0,25 \cdot 10}{100} = 0,025(m) = 2,5(cm) \quad (3)$$

Vậy, biên độ dao động  $A \leq 2,5$  cm thì vật  $m_1$  dao động điều hoà.

2) Để vật  $m_2$  đứng yên thì lực tác dụng lên vật phải bằng không:

$$\begin{aligned} \text{Phương trình động lực học: } \vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{F} &= \vec{0} \\ \Rightarrow F - m_2 g - T &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Khi  $m_1$  ở vị trí cân bằng thì lò xo dãn một đoạn  $\Delta l_0 = \frac{m_1 g}{k}$ . Vì vậy, lực đàn hồi của lò xo tại li độ  $x$  là:

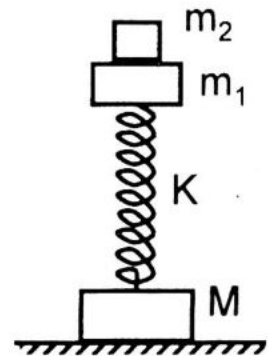
$$F = k(\Delta l_0 + x) = k\left(\frac{m_1 g}{k} + x\right) = m_1 g + kx \quad (5)$$

Thay (5) vào (4) với chú ý điều kiện  $T \geq 0$  ta có:

$$\begin{aligned} \Rightarrow T = m_1 g + kx - m_2 g &\geq 0 \\ \Rightarrow m_2 g &\leq m_1 g + kx \text{ với } -A \leq x \leq A \\ \Rightarrow m_2 g &\leq m_1 g - kA \\ \Rightarrow m_2 &\leq \frac{m_1 g - kA}{g} = \frac{2,5 - 2}{10} = 0,05(kg) = 50(gam) \end{aligned}$$

**Ví dụ 7:** Cho  $K = 100\text{N/m}$ ;  $m_1 = 400$  gam;  $m_2 = 100$  gam. Bỏ qua lực cản không khí. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Giả sử M đứng yên. Tìm điều kiện về biên độ dao động của  $(m_1 + m_2)$  để 2 vật luôn dính nhau khi dao động.
- 2) Tìm điều kiện của khối lượng M để nó luôn đứng yên khi  $(m_1 + m_2)$  dao động điều hoà với biên độ  $A = 4$  cm.
- 3) Cho  $M = 1,5$  kg. Tìm giới hạn của biên độ A để 2 vật  $(m_1 + m_2)$  dao động điều hoà.



**Giải:**

1) Làm tương tự như câu 2 ở ví dụ 4, ta có điều kiện để 2 vật luôn dính nhau

$$\text{khi dao động là: } A \leq \frac{g}{\omega^2} \quad (1)$$

$$\text{Với tần số của dao động: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0,4 + 0,1}} = 10\sqrt{2}(\text{rad/s}) \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta có:  $A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(10\sqrt{2})^2} = 0,05(m) = 5(cm)$  (3)

2) Tại vị trí cân bằng của hai vật  $(m_1 + m_2)$  lò xo bị nén  $\Delta l_0 = \frac{m_1 g + m_2 g}{k}$ ,

nên khi ở vị trí cao nhất lò xo dãn một đoạn  $|\Delta l| = A - \frac{m_1 g + m_2 g}{k}$  (4)

Vật M bị nâng lên nếu khi 2 vật  $(m_1 + m_2)$  ở vị trí cao nhất làm lò xo căng và lực đàn hồi lớn hơn trọng lực của vật M, ta có:  $k|\Delta l| \leq Mg$  (5)

Từ (4) và (5) ta có:  $k(A - \frac{m_1 g + m_2 g}{k}) \leq Mg$  (6)

$\Rightarrow M \geq \frac{kA}{g} - (m_1 + m_2) = \frac{100 \cdot 0,04}{10} - (0,4 + 0,1) = -0,1(kg)$  (7)

Kết luận: Với M có khối lượng bất kỳ thì hai vật  $m_1, m_2$  luôn dao động điều hoà với biên độ  $A = 4\text{ cm}$ .

4) Từ (6) để M không bị nhấc lên khi  $m_1, m_2$  dao động điều hoà thì:

$A \leq \frac{(M + m_1 + m_2)g}{k} = 0,2(m) = 20(cm)$  (8)

Từ (3) và (8) ta có:  $A \leq 5\text{ cm}$

Vậy: Biên độ dao động  $A \leq 5\text{ cm}$  thì hai vật  $(m_1 + m_2)$  dao động điều hoà.

## CHỦ ĐỀ 11: SỰ TỔNG HỢP DAO ĐỘNG

Trong phần này ta chỉ tổng hợp các dao động cùng phương, cùng tần số và có hiệu số pha không đổi. Đối với việc tổng hợp các dao động đơn giản, thông thường ta dùng phương pháp giản đồ vectơ (phương pháp Firexnen) như trong sách giáo khoa. Đối với các dao động có cùng biên độ hoặc liên quan đặc biệt thì ta có thể dùng phương pháp lượng giác bằng cách cộng theo hàm lượng giác thông thường. Trong trường hợp phải tổng hợp nhiều dao động thì ta theo quy tắc cộng vectơ thông thường là nhanh nhất.

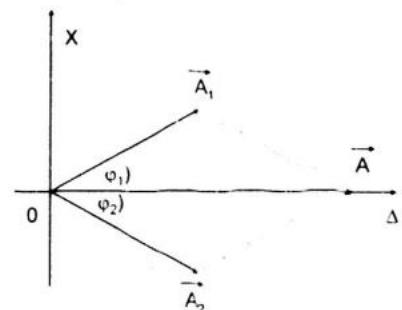
**Ví dụ 1:** Viết phương trình dao động tổng hợp của hai dao động sau:

$x_1 = 4 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (cm)$  và  $x_2 = 4 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (cm)$

**Giải:**

Ta có thể giải bài toán này theo cả 3 cách và cũng dễ dàng thấy là đối với các bài toán đơn giản thì 3 cách là như nhau:

Cách 1 (Phương pháp Firexnen)



Dựa vào giản đồ ta tính được biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp:

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot 4 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{4 \sin \frac{\pi}{4} + 4 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)}{4 \cos \frac{\pi}{4} + 4 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)} = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

Ta có phương trình dao động:  $x = 4\sqrt{2} \sin(2\pi t) \text{ (cm)}$

Cách 2 (Phương pháp lượng giác)

Dao động tổng hợp có phương trình:  $x = x_1 + x_2$

$$\Rightarrow x = 4 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + 4 \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow x = 8 \sin(2\pi t) \cos \frac{\pi}{4} = 4\sqrt{2} \sin(2\pi t) \text{ (cm)}$$

Cách 3 (Phương pháp công vector)

Dao động tổng hợp có dạng:  $x = A \sin(2\pi t + \varphi) \text{ (cm)}$

(1)

trong đó:

$$\begin{cases} A_x = A_{1x} + A_{2x} = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 = 4 \sin \frac{\pi}{4} + 4 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ A_y = A_{1y} + A_{2y} = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 = 4 \cos \frac{\pi}{4} + 4 \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{A_x}{A_y} = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta có:  $x = 4\sqrt{2} \sin(2\pi t) \text{ (cm)}$

Ví dụ 2: Vật tham gia đồng thời hai dao động có phương trình:

$$x_1 = \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \quad \text{và} \quad x_2 = \sqrt{3} \sin(\pi t + \pi) \text{ (cm)}$$

Viết phương trình dao động của vật.

**Giải:**

### Cách 1 (Phương pháp Frexnen)

Biên độ dao động:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = 2(\text{cm})$

Pha ban đầu:  $\tan \varphi = \frac{1 \sin \frac{\pi}{2} + \sqrt{3} \sin \pi}{1 \cos \frac{\pi}{2} + \sqrt{3} \cos \pi} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6}$

(ta loại nghiệm  $\varphi = -\frac{\pi}{6}$  vì  $\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi$ )

Phương trình dao động của vật:  $x = 2 \sin(\pi t + \frac{5\pi}{6}) (\text{cm})$

### Cách 2 (Phương pháp lượng giác)

Dao động tổng hợp có phương trình:

$$\Rightarrow x = x_1 + x_2 = \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{3} \sin(\pi t + \pi)$$

$$x = \cos \pi t - \sqrt{3} \sin \pi t = (\cos \pi t - \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \sin \pi t)$$

(ở đây ta đặt  $\tan \varphi = \sqrt{3} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$ )

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} \left( \cos \frac{\pi}{3} \cos \pi t - \sin \frac{\pi}{3} \sin \pi t \right) = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos(\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$\Rightarrow x = 2 \cos(\pi t + \frac{\pi}{3}) = 2 \sin(\pi t + \frac{5\pi}{6}) (\text{cm})$$

### Cách 3 (Phương pháp công vector)

Dao động tổng hợp có dạng:  $x = A \sin(2\pi t + \varphi) (\text{cm})$

(1)

trong đó:

$$\begin{cases} A_x = A_{1x} + A_{2x} = A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 = 1 \sin \frac{\pi}{2} + \sqrt{3} \sin \pi = 1 \\ A_y = A_{1y} + A_{2y} = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 = 1 \cos \frac{\pi}{2} + \sqrt{3} \cos \pi = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 2 (\text{cm}) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_x}{A_y} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6} \text{ (ta loại } \varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ vì } A_y < 0) \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta có:  $x = 2 \sin(\pi t + \frac{5\pi}{6}) (\text{cm})$

**Ví dụ 3:** Vật thực hiện đồng thời 2 dao động có phương trình:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \sin(20t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)} \\ x_2 = 3 \sin(20t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Biết vận tốc cực đại của dao động là  $v_{\max} = 140 \text{ (cm/s)}$ . Tính  $A_1$ .

**Giải:** (Ở bài này dùng cách 1 là tốt nhất)

Biên độ của dao động:  $A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{140}{20} = 7 \text{ (cm)}$  (1)

Mà biên độ:  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$  (2)

Thay (1) và các dữ kiện ở đề bài vào (2) ta có phương trình:

$$A_1^2 - 3A_1 - 40 = 0 \Rightarrow A_1 = 8 \text{ (cm)}$$

**Ví dụ 4:** Dao động tổng hợp của 2 dao động điều hoà cùng biên độ là:

$$x = 4\sqrt{3} \sin(5\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}$$

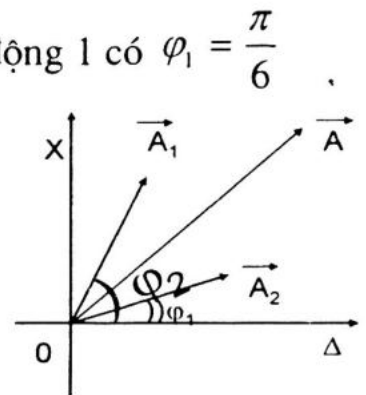
Viết phương trình các dao động thành phần biết dao động 1 có  $\varphi_1 = \frac{\pi}{6}$ .

**Giải:** (Ở bài này dùng cách 1 là tốt nhất)

Hai dao động thành phần cùng biên độ nên giản đồ tạo thành là hình thoi. Từ giản đồ ta có:

+ Biên độ:  $A = 2A_1 \cos(\varphi - \varphi_1)$

$$\Rightarrow A_1 = A_2 = \frac{A}{2 \cos(\varphi - \varphi_1)} = \frac{4\sqrt{3}}{2 \cos \frac{\pi}{6}} = 4 \text{ (cm)}$$



+ Pha của dao động:  $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \Rightarrow \varphi_2 = 2\varphi - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$

Vậy, phương trình các dao động thành phần là: 
$$\begin{cases} x_1 = 4 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)} \\ x_2 = 4 \sin(5\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)} \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Vật tham gia đồng thời 4 dao động có phương trình:

$$\begin{cases} x_1 = 10 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)} \\ x_2 = 6\sqrt{3} \sin 20\pi t \text{ (cm)} \\ x_3 = 4\sqrt{3} \sin(20\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)} \\ x_4 = 10 \sin(20\pi t + \frac{2\pi}{3}) \text{ (cm)} \end{cases}$$

Viết phương trình dao động của vật.

**Giải:** (Ở bài này dùng cách 3 là tốt nhất)

Dao động tổng hợp có dạng:  $x = A \sin(20\pi t + \varphi) (cm)$  (1)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A_x = 10 \sin \frac{\pi}{3} + 6\sqrt{3} \sin 0 + 4\sqrt{3} \sin(-\frac{\pi}{2}) + 10 \sin \frac{2\pi}{3} = 6\sqrt{3} \\ A_y = 10 \cos \frac{\pi}{3} + 6\sqrt{3} \cos 0 + 4\sqrt{3} \cos(-\frac{\pi}{2}) + 10 \cos \frac{2\pi}{3} = 6\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 6\sqrt{6} (cm) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_x}{A_y} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \quad (\text{ta loại } \varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ vì } A_x, A_y > 0) \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1) ta có:  $x = 6\sqrt{6} \sin(20\pi t + \frac{\pi}{4}) (cm)$

**Ví dụ 6:** Vật tham gia đồng thời hai dao động có phương trình:

$$\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{3} \cos 10\pi t (cm) \\ x_2 = 4 \sin 10\pi t (cm) \end{cases} \quad \text{Tính vận tốc của vật khi } t = 2 (s)$$

**Giải:** (Ở bài này dùng cách 3 là tốt nhất)

Làm tương tự như các ví dụ 1, 2, 5, từ phương trình dao động ta có:

$$\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{3} \sin(10\pi t + \frac{\pi}{2}) (cm) \\ x_2 = 4 \sin 10\pi t (cm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Biên độ dao động: } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 8 (cm)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{A_x}{A_y} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

Phương trình dao động:  $x = 8 \sin(10\pi t + \frac{\pi}{3}) (cm)$

$$\Rightarrow v = 80\pi \cos(10\pi t + \frac{\pi}{3}) (cm/s) \quad \text{thay } t = 2 \text{ ta có vận tốc:}$$

$$v = 125,7 (cm/s)$$

Kết luận: vận tốc của vật khi  $t = 2 (s)$  là  $v = 125,7 (cm/s)$



## CHỦ ĐỀ 12: DAO ĐỘNG TẮT DẦN, DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỞNG

**Ví dụ 1:** Con lắc lò xo dao động tắt dần do lực ma sát có độ lớn không đổi. Hãy tìm quy luật biến đổi của biên độ và tính số chu kì mà vật dao động cho đến khi dừng lại.

**Giải:**

+ Nếu ngoài lực hồi phục vật chịu thêm tác dụng của một lực cản có độ lớn không đổi thì:

$$mx'' = -kx \pm F \Rightarrow x'' = -\frac{k}{m}\left(x \pm \frac{F}{k}\right)$$

$$\text{Đặt } u = \left(x \pm \frac{F}{k}\right) \Rightarrow u'' = -\frac{k}{m}u$$

$$\text{Đặt } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow u'' + \omega^2 u = 0$$

$$\Rightarrow \text{Vật dao động điều hoà với chu kì } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1)$$

+ Giả sử tại thời điểm ban đầu biên độ dao động là  $A_1$ , sau một nửa chu kì biên độ dao động là  $A'_1$ , tức là biên độ dao động đã giảm  $\Delta A_1 = A_1 - A'_1$  do lực ma sát sinh công âm làm giảm cơ năng của dao động. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có:

$$E_1 - E_2 = \frac{kA_1^2}{2} - \frac{kA'^2_1}{2} = A_{ms} \quad \begin{array}{c} A'_1 \quad \quad A_1 \\ \bullet \quad \quad \bullet \\ \hline 0 \quad A_2 \quad X \end{array}$$

$$\frac{k}{2}(A_1^2 - A'^2_1) = \frac{k}{2}(A_1 + A'_1)(A_1 - A'_1) = F_{ms} \cdot s = \mu mg(A_1 + A'_1)$$

$$\Delta A_1 = \frac{2\mu mg}{k} = \text{const} \quad (2)$$

$$\text{Chúng minh hoàn toàn tương tự ta có: } \Delta A'_1 = \frac{2\mu mg}{k} = \text{const} \quad (3)$$

$$\text{Sau một chu kì biên độ dao động giảm: } \Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \text{const} \quad (4)$$

$$\text{Số dao động vật thực hiện được: } N = \frac{A_1}{\Delta A} = \frac{kA_1}{4\mu mg} \quad (5)$$

$$\text{Thời gian dao động của vật: } \tau = N \cdot T = \frac{kA_1}{4\mu mg} 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi A_1}{2\mu g} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6)$$

$$\text{Vậy, thời gian dao động của vật: } \tau = \frac{\pi\omega A_1}{2\mu g} \quad (7)$$

**Kết luận:** Khi chịu tác dụng của lực cản không đổi thì dao động của con lắc tắt dần, biên độ của dao động là một cấp số cộng có công sai  $d = -\Delta A = -4\mu mg/k$ . Dao động tắt dần của con lắc có "chu kì" bằng chu kì dao động của con lắc khi không có ma sát.

**Ví dụ 2:** Con lắc lò xo có độ cứng  $k = 80 \text{ N/m}$ , khối lượng  $m = 200 \text{ g}$ , dao động tắt dần theo phương ngang do lực ma sát có hệ số ma sát  $\mu = 0,01$  không đổi. Ban đầu vật có biên độ  $A_0 = 2 \text{ cm}$ . Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Sau một chu kì biên độ của dao động là bao nhiêu ?

2) Tính thời gian dao động của con lắc.

**Giải:**

1) Áp dụng công thức (4) ta tính được độ giảm của biên độ sau một chu kì dao động là:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,01 \cdot 0,2 \cdot 10}{80} = 0,001 \text{ (m)} = 0,1 \text{ (cm)}$

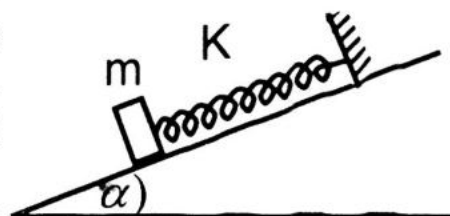
Sau một chu kì biên độ của dao động:  $A_1 = A_0 - \Delta A = 1,9 \text{ (cm)}$

2) Làm tương tự như ví dụ (1) ta có chu kì dao động:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,1\pi \text{ (s)}$

Số dao động:  $N = \frac{kA_0}{4\mu mg} = \frac{A_0}{\Delta A} = \frac{2}{0,1} = 20 \text{ (dao động)}$

Thời gian dao động của vật:  $\tau = N.T = 2\pi = 6,28 \text{ (s)}$

**Ví dụ 3:** Con lắc lò xo có  $k = 100 \text{ N/m}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ , dao động trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng  $\alpha = 60^\circ$  như hình vẽ. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng 5 cm và thả không vận tốc ban đầu.



1) Giả sử lực ma sát bằng không. Tính chu kì dao động của vật.

2) Do ma sát nên vật thực hiện được 250 dao động thì dừng lại. Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

**Giải:**

1) Chu kì dao động của vật:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,63 \text{ (s)}$

2) Vật thực hiện được 250 dao động chứng tỏ lực ma sát rất nhỏ so với lực hồi phục. Vì vậy, ta có thể xem "chu kì" của dao động tắt dần đúng bằng chu kì dao động của con lắc khi không có ma sát.

Lập luận tương tự như ví dụ (1) ta dễ dàng tính được độ giảm biên độ sau 1

chu kì và từ đó tính được số chu kì dao động:  $N = \frac{A_0}{\Delta A} = \frac{kA_0}{4\mu mg \cos \alpha}$

$$\Rightarrow \mu = \frac{kA_0}{4Nmg\cos\alpha} = \frac{100.0,05}{4.250.1.10.\frac{1}{2}} = 0,001$$

Vậy: Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là  $\mu = 0,001$ .

**Ví dụ 4:** Con lắc lò xo có  $k = 100 \text{ N/m}$ ,  $m = 250 \text{ g}$ , dao động trên mặt phẳng ngang tại nơi có  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng  $2 \text{ cm}$  và truyền cho vật vận tốc ban đầu  $v_0 = 40 \text{ cm/s}$  theo chiều dương.

- 1) Bỏ qua ma sát. Viết biểu thức lực hồi phục tác dụng lên vật.
- 2) Nếu hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 0,01$  thì quãng đường vật đi được cho tới khi dừng lại là bao nhiêu ?

**Giải:**

$$1) \text{ Tần số góc của dao động: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,25}} = 20 (\text{rad/s}) \quad (1)$$

$$\text{Tại } t = 0 \text{ ta có: } \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi = -2 \\ v_0 = A\omega \cos \varphi = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\frac{\pi}{4} \\ A = 2\sqrt{2} (\text{cm}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có phương trình dao động: } x = 2\sqrt{2} \sin\left(20t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm})$$

$$\text{Lực hồi phục tác dụng lên vật: } F = -kx = -2\sqrt{2} \sin\left(20t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{N})$$

2) Lực ma sát sinh công âm làm giảm cơ năng của dao động, vật dừng lại khi độ giảm cơ năng bằng công của lực ma sát.

$$\text{Ta có: } \frac{kA^2}{2} = A_{ms} = F_{ms}.s = \mu mg.s$$

$$\Rightarrow s = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{100.(2\sqrt{2}.10^{-2})^2}{2.0,01.0,25.10} = 1,6 (\text{m}) = 160 (\text{cm})$$

Kết luận: Khi hệ số ma sát giữa vật và sàn là  $\mu = 0,01$  thì vật đi được quãng đường là  $160 \text{ cm}$  thì dừng lại.

**Ví dụ 5:** Con lắc đơn dao động tắt dần do lực cản của môi trường phụ thuộc vận tốc  $F = -bv$  ( $b$  là hằng số dương). Hãy tìm quy luật biến đổi của biên độ và tính số "chu kì" mà vật dao động được cho đến khi dừng lại.

**Giải:**

+ Nếu ngoài lực hồi phục vật chịu thêm tác dụng của lực  $F = -bv$  thì:

$$\Rightarrow mx'' = -kx - bv$$

$$\Rightarrow mx'' + bx' + kx = 0$$

Đặt  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ;  $\beta = \frac{b}{2m}$  ta có:

$$\Rightarrow x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

Đây là phương trình vi phân bậc hai, nghiệm của phương trình vi phân này có dạng:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

với  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  (ở đây ta chỉ xét lực cản môi trường rất nhỏ so với lực hồi phục nên  $\beta \ll \omega_0$ ) (3)

Phương trình (2) mô tả chuyển động qua lại hai bên vị trí cân bằng với:

$$+ \text{Chu kì: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \geq \frac{2\pi}{\omega_0} = T_0$$

+ Biên độ giảm dần theo hàm số mũ và nó có dạng là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = e^{-\beta T} = \text{const.}$

**Kết luận:** Trong các bài tập vật lý phổ thông, thông thường ta lấy gần đúng "chu kì" của dao động tắt dần của con lắc bằng chu kì dao động của nó khi không có ma sát và công nhận rằng biên độ của dao động là giảm dần theo cấp số nhân có công bội  $q = e^{-\beta T}$  mà không cần chứng minh.

**Ví dụ 6:** Đồng hồ quả lắc được coi như một con lắc đơn có  $l = 1\text{m}$ ,  $m = 100\text{g}$ , dao động tắt dần do lực cản của môi trường tại nơi có  $g = 9,87\text{ m/s}^2$ .

1) Nếu để con lắc tự do dao động thì sau 4 chu kì biên độ góc của nó từ  $5^\circ$  sẽ giảm còn  $4^\circ$ . Tính công cần thiết để lên dây cót đồng hồ để nó chạy tốt trong một tuần lễ với biên độ góc là  $5^\circ$  (giả sử hiệu suất của đồng hồ là 80 %).

2) Đồng hồ dùng Pin điện có hiệu điện thế  $U = 3\text{V}$ . Pin dự trữ điện lượng  $q = 10^3\text{ C}$ . Tính thời gian hoạt động tốt của đồng hồ mỗi lần thay pin.

**Giải:**

$$1) \text{ Chu kì dao động của vật: } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\text{ (s)} \quad (1)$$

Vật dao động tắt dần do lực cản của môi trường nên biên độ dao động giảm dần theo cấp số nhân có quy luật:

$$A_1 = qA_0; A_2 = q^2 A_0; A_3 = q^3 A_0; A_4 = q^4 A_0; \dots$$

$$\text{Ta suy ra: } q^4 = \frac{A_4}{A_0} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad (2)$$

Để duy trì dao động, sau mỗi chu kì ta phải cung cấp cho đồng hồ một năng lượng đúng bằng năng lượng mất mát trong chu kì:

$$\begin{aligned}
|\Delta E| &= E_0 - E_1 = \frac{m\omega^2 A_0^2}{2} - \frac{m\omega^2 A_1^2}{2} \\
&= \frac{m\omega^2 A_0^2}{2} - \frac{m\omega^2 (qA_0)^2}{2} = \frac{m\omega^2 A_0^2}{2} (1 - q^2) \\
&= \frac{m\omega^2 A_0^2}{2} (1 - q^2) = \frac{mgl\alpha_0^2}{2} (1 - q^2)
\end{aligned}$$

Thay số vào ta có năng lượng cung cấp trong một tuần là:

$$E = N|\Delta E| = N \frac{mgl\alpha_0^2}{2} (1 - q^2)$$

$$\text{Thay số ta có: } E = \frac{7.86400}{2} \cdot \frac{0,1.9,87.1}{2} \cdot \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 (1 - \sqrt{0,8}) = 120 \text{ (J)} \quad (3)$$

Do hiệu suất của đồng hồ là 80 % nên năng lượng toàn phần dùng để lên dây

$$\text{cót đồng hồ là: } E' = \frac{E}{0,8} = \frac{120}{0,8} = 150 \text{ (J)}$$

$$2) \text{ Pin cung cấp cho đồng hồ một năng lượng } A = qU \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta tính được thời gian hoạt động tốt của đồng hồ sau mỗi lần thay pin là:

$$\tau = \frac{A}{E'} = \frac{qU}{E'} = \frac{3.7.1000}{150} = 140 \text{ (ngày)}$$

**Ví dụ 7:** Một con lắc lò xo có  $m = 100 \text{ g}$ , treo trên trần một toa tàu đang chuyển động đều với vận tốc  $v = 36 \text{ km/h}$ . Mỗi đoạn đường ray dài  $10 \text{ m}$  và quả cầu bị kích động mỗi khi đi qua khe hở giữa hai đoạn đường ray. Tính độ cứng  $k$  của lò xo để quả cầu dao động với biên độ cực đại.

Giải:

Quả cầu dao động với biên độ cực đại khi tần số kích thích bằng tần số dao động riêng của con lắc:

$$\begin{aligned}
T_0 &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{l}{v} \\
\Rightarrow k &= \frac{4\pi^2 mv^2}{l^2} = \frac{4(\pi)^2 0,1.10^2}{10^2} \approx 3,95 \text{ (N/m)}
\end{aligned}$$

Đáp số: Khi  $k = 3,95 \text{ (N/m)}$  thì quả cầu dao động với biên độ cực đại.

## CHỦ ĐỀ 13:

### PHÉP HOẠT NGHIỆM VÀ HIỆN TƯỢNG TRÙNG PHÙNG

+ Hiện tượng có hai con lắc có chu kỳ gần bằng nhau cùng đi qua vị trí cân bằng cùng một lúc theo cùng một chiều được gọi là sự trùng phùng. Trong cùng khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp con lắc có chu kỳ nhỏ hơn ( $T_1$ ) thực hiện nhiều hơn con lắc có chu kỳ lớn ( $T_2$ ) một dao động.

$$\text{Ta có: } \Delta t = (n + 1)T_1 = nT_2$$

với  $n$  là số dao động của con lắc thứ 2 và  $\Delta t$  gọi là thời gian trùng phùng.

+ Nội dung của phép hoạt nghiệm là quan sát một dao động tuần hoàn có chu kỳ  $T$  bằng các chớp sáng ngắn có chu kỳ  $T_0$  đã biết.

+ Hiện tượng trùng phùng và phép hoạt nghiệm thường dùng để đo chu kỳ dao động của con lắc dựa vào chu kỳ của một con lắc đã biết hoặc dùng để xác định gia tốc trọng trường.

**Ví dụ 1:** Hai con lắc đơn có chiều dài tương ứng là  $l_1$  và  $l_2$  ( $l_2$  lớn hơn  $l_1$ ). Con lắc một có chu kỳ  $T_1 = 2$  s. Quan sát hai con lắc người ta thấy thời gian trùng phùng là  $\Delta t = 200$  s. Tính chu kỳ dao động của con lắc thứ 2.

**Giải:**

Chu kỳ dao động của con lắc đơn là  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ , với điều kiện đề

bài là chiều dài  $l_2 > l_1$  nên ta có  $T_2 > T_1$

$\Rightarrow$  Nếu con lắc 1 thực hiện  $n$  dao động thì con lắc 2 thực hiện  $(n - 1)$  dao động:

$$\Rightarrow \Delta t = nT_1 = (n - 1)T_2$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{n - 1}{n} = 1 - \frac{1}{n} = 1 - \frac{T_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{1 - \frac{T_1}{\Delta t}} = \frac{2}{1 - \frac{2}{200}} = 2,0202(s) \quad (1)$$

**Chú ý:** + Công thức (1) còn được viết dưới dạng:  $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{\Delta t}$  (2)

+ Nếu  $T_2 < T_1$  thì (1) được viết:  $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{\Delta t}$  (3)

**Ví dụ 2:** Con lắc đơn 1 có chu kỳ dao động là  $T_1 = 2$  s và con lắc đơn 2 có chiều dài  $l = 1$  m cùng đặt tại một nơi trên mặt đất. Con lắc 2 dao động chậm hơn con lắc 1 một chút. Quan sát hai con lắc người ta thấy thời gian trùng phùng là 9 phút. Tính gia tốc  $g$  tại nơi quan sát.

**Giải:**



Con lắc 2 dao động chậm hơn con lắc 1 ( $T_2 > T_1$ ), áp dụng công thức (3) trong ví dụ 1 ta có :

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{\Delta t} \Leftrightarrow T_2 = \frac{T_1 \Delta t}{T_1 - \Delta t} \quad (4)$$

$$\text{Mà } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_2}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l_2}{T_2^2} \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5) ta có: } g = \frac{4\pi^2 l_2 (T_1 - \Delta t)^2}{(T_1 \Delta t)^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1 \cdot (2 - 540)^2}{(2 \cdot 540)^2} \approx 9,8 (m/s^2)$$

Kết luận: tại nơi quan sát gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Ví dụ 3:** Hai con lắc đơn A và B (chu kì  $T_A > T_B$ ) dao động trong hai mặt phẳng song song tại một nơi trên mặt đất. Một đèn phát những chớp sáng ngắn chiếu sáng hai con lắc có chu kì chớp sáng là  $T_0 = 1\text{s}$ . Quan sát cho thấy:

- Lúc  $t = 0$  (lúc chớp sáng đầu tiên), cả hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và hướng sang phải.
- Lúc  $t = 1\text{ s}$ , cả hai con lắc chưa thực hiện xong một dao động.
- Lúc  $t = 51\text{ s}$ , con lắc A qua vị trí cân bằng và hướng sang phải còn con lắc B thì không thể.
- Lúc  $t = 102\text{ s}$ , mới lại thấy cả hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và hướng sang phải.

Tính chu kì dao động của hai con lắc.

**Giải:**

Lúc  $t = 1\text{ s}$ , cả hai con lắc chưa thực hiện xong một dao động chứng tỏ chu kì dao động  $T_A, T_B > T_0$ . (6)

Lúc  $t = 51\text{ s}$ , con lắc A qua vị trí cân bằng và hướng sang phải tức là nó đã thực hiện được  $(51 - 1) = 50$  dao động. Ta có:

$$T_A = \frac{51}{50} = 1,02(s) \quad (7)$$

Lúc  $t = 102\text{ s}$ , mới lại thấy cả hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và hướng sang phải, tức là cả hai con lắc đã thực hiện một số nguyên lần dao động nhưng số lần dao động của con lắc B nhiều hơn con lắc A là 1. Ta có:

$$\text{Số lần dao động của con lắc A: } n = \frac{102}{1,02} = 100$$

$$\text{Số lần dao động của con lắc B: } n' = n + 1 = 101$$

$$\text{Chu kì dao động của con lắc B: } T_B = \frac{102}{101} \approx 1,01(s) \quad (8)$$

Kết luận: chu kì dao động của con lắc A và B là:  $T_A = 1,02(s)$ ;  $T_B = 1,01(s)$

## C) CÁC BÀI TẬP TỰ GIẢI

**Bài 1:** Một lò xo (khối lượng không đáng kể) có độ cứng  $100\text{N/m}$  đầu trên cố định, đầu dưới treo một vật có khối lượng  $400\text{g}$ . Kéo vật xuống dưới vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn  $\sqrt{2}\text{ cm}$  và truyền cho nó một vận tốc  $10\sqrt{5}\text{ cm/s}$ . Bỏ qua ma sát.

1) Chứng minh rằng vật dao động điều hoà.

2) Viết phương trình dao động của vật với điều kiện, chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, trục  $Ox$  hướng xuống, thời điểm ban đầu vật ở vị trí  $x = 1\text{ (cm)}$  và chuyển động theo chiều dương  $Ox$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ .

3) Treo thêm vật  $m_2$ , chu kỳ dao động của hai vật là  $0,5\text{ (s)}$ . Tìm chu kỳ dao động lúc chỉ có  $m_2$ .

(Đại học GTVT Hà Nội 1997)

Đáp số : 1) Vật dao động điều hoà với  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5\pi\text{ (rad/s)}$

$$2) x = 2\sin(5\pi t + \frac{\pi}{6})\text{ (cm)}$$

$$3) T_2 = \sqrt{T^2 - T_1^2} = 0,3\text{ (s)}$$

**Bài 2:** Một quả cầu nhỏ khối lượng  $300\text{g}$  được treo vào đầu một lò xo có độ cứng  $30\text{N/m}$  đặt thẳng đứng, đầu trên gắn cố định.

1) Chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng của quả cầu, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian lúc quả cầu bắt đầu dao động. Hãy viết phương trình dao động theo hai kiểu kích thích sau:

a) Nâng quả cầu lên khỏi vị trí cân bằng  $1\text{ cm}$  rồi buông không vận tốc ban đầu.

b) Kéo xuống dưới vị trí cân bằng  $4\text{ cm}$  rồi truyền cho nó một vận tốc  $v_0 = 40\text{ cm/s}$  hướng xuống dưới.

2) Tính lực đàn hồi cực đại của lò xo trong hai trường hợp trên.

(ĐH GTVT TP HCM 1997)

Đáp số : 1.a)  $x = 1\sin(10t - \pi/2)\text{ (cm)}$

$$1.b) x = 4\sqrt{2}\sin(10t + \frac{\pi}{4})\text{ (cm)}$$

$$2) F_1 = k(\Delta l + A_1) = 3,3\text{ (N)}; F_2 = k(\Delta l + A_2) = 4,7\text{ (N)}$$

**Bài 3:** Một con lắc lò xo cấu tạo bởi một lò xo có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$  có khối lượng không đáng kể ; một đầu treo vào điểm cố định I, đầu kia móc vào một vật nặng có khối lượng  $m = 40\text{g}$ , có kích thước không đáng kể.

1) Tìm tần số và chu kỳ của dao động bé của con lắc.

2) Thả vật từ vị trí lò xo tự nhiên với vận tốc ban đầu bằng  $0$ . Viết phương trình dao động dạng  $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ . Chọn gốc thời gian lúc bắt đầu thả, gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, chiều dương từ trên xuống.

3) Xác định giá trị cực đại và cực tiểu của lực tác dụng lên điểm treo và lên vật m trong quá trình dao động.

(Đại học Thăng Long Hà Nội 1997)

Đáp số : 1)  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 50 \text{ (rad/s)}$  ;  $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 0,13 \text{ (s)}$

2)  $x = 0,4 \sin(50t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

3) + Lực tác dụng lên điểm treo bằng lực đàn hồi của lò xo

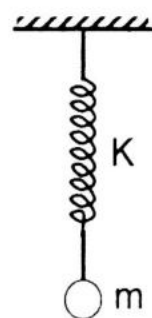
$$0 \leq F_1 \leq 2k\Delta l = 2mg \Leftrightarrow 0 \leq F_1 \leq 0,8 \text{ (N)}$$

+ Lực tác dụng lên m chính là lực phục hồi  $F_2 = -kx$ :

$$-0,4 \text{ (N)} \leq F_2 \leq 0,4 \text{ (N)}.$$

#### Bài 4:

1) Một vật có khối lượng m treo vào đầu một lò xo như hình vẽ. Vật dao động điều hoà với tần số  $f_1 = 6\text{Hz}$ . Khi treo thêm một gia trọng  $\Delta m = 44 \text{ g}$  thì tần số dao động là  $f_2 = 5\text{Hz}$ . Tính khối lượng m và độ cứng K của lò xo. Bỏ qua ma sát, lực cản và lấy  $g = \pi^2 = 10$ .



2) Xét con lắc trên khi có thêm gia trọng, ở thời điểm ban đầu vật có li độ  $-2 \text{ cm}$  (so với chiều dương quy ước, lấy gốc ở vị trí cân bằng) và có vận tốc  $20\pi \text{ cm/s}$  hướng về vị trí cân bằng. Viết phương trình dao động của vật.

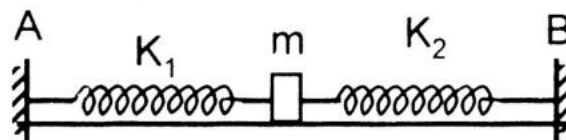
(HV Quan hệ quốc tế 1997)

Đáp số : 1)  $m = 100\text{g}$ ;  $k = m\omega_1^2 = 144 \text{ (N/m)}$

2)  $\omega_2 = 2\pi f_2 = 10\pi \text{ (rad/s)}$ ;  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_2^2}} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$ ;  $\varphi = -\pi/4$

Vậy:  $x = 2\sqrt{2} \sin(10\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$

Bài 5 : Cho một vật có khối lượng  $m = 100\text{g}$  chiều dày không đáng kể có thể trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Vật được nối vào hai giá cố định A và B qua hai lò xo có độ cứng



$K_1 = 60\text{N/m}$  và  $K_2 = 40\text{N/m}$ . Ta kéo vật đến vị trí sao cho lò xo  $K_1$  bị dãn một đoạn  $l_1 = 20\text{cm}$  thì lò xo  $K_2$  không bị nén và dãn, rồi thả cho vật dao động với vận tốc ban đầu bằng 0. Bỏ qua ma sát, chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, chiều dương là chiều từ A sang B. Lấy  $\pi^2 = 10$ .

1) Chứng minh rằng vật dao động điều hoà. Viết phương trình dao động.

2) Tính chu kỳ dao động của vật.

3) Tính vận tốc của vật khi có li độ  $x = 5\text{cm}$ .

(Đại học Thương mại 1997)

Đáp số : 1) Phương trình dao động:  $x = 12\sin(10\pi t + \frac{\pi}{2})$  (cm)

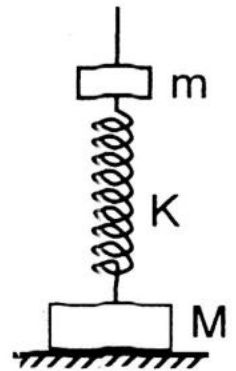
2) Chu kì dao động:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2$ (s)

3)  $V = \pm \omega \sqrt{A^2 - X^2} = \pm 10\pi \sqrt{119} \approx \pm 342,71$  (cm/s)

**Bài 6** : Một vật A có khối lượng  $m = 1$ kg, nối với vật B có khối lượng  $M = 4,1$ kg bằng một lò xo có độ cứng  $K = 625$ N/m. Hệ đặt trên bàn như hình vẽ. Kéo A khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $a = 1,6$  cm rồi thả cho nó dao động. Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tính:

- Chu kì dao động của vật A.
- Vận tốc cực đại của nó trong quá trình dao động.
- Lực tác dụng cực đại và cực tiểu lên mặt bàn.

(ĐH Kinh tế Quốc dân 1997)



Đáp số : a)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{2\pi}{25} \approx 0,25$  (s)

b)  $v_{\max} = \omega A = 25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} = 0,4$  (m/s)

c) + Tại vị trí cân bằng lò xo bị nén  $\Delta l = \frac{mg}{K} = 1,6$  (cm)

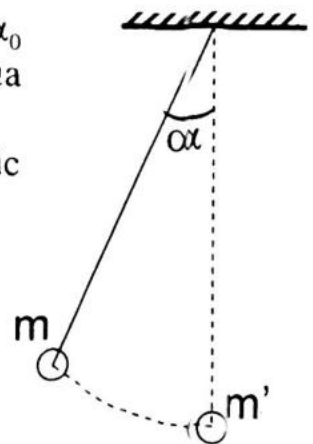
+ Lực đẩy của lò xo lên M là :  $0 \leq F \leq 2kA = 2mg \Rightarrow 0 \leq F \leq 20$  (N)

+ Lực do M tác dụng lên mặt bàn :  $Q = F + P_M \Rightarrow 41$  (N)  $\leq Q \leq 61$  (N)).

**Bài 7** : Một con lắc đơn có chiều dài  $l = 1$ m, khối lượng  $m$ . Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng đến góc lệch  $\alpha_0$  ( $\cos \alpha_0 = 0,875$ ) và thả cho dao động. Lấy  $g = 9,85$  m/s<sup>2</sup>, bỏ qua ma sát và lực cản (xem hình vẽ).

a) Xác định vận tốc cực đại của con lắc và vận tốc lúc  $\alpha = 6^\circ$  so với vị trí cân bằng.

b) Khi chuyển động đến vị trí cân bằng con lắc va chạm với quả cầu có khối lượng  $m' = 4m$ , đang đứng yên ở cùng độ cao như hình vẽ. Sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và cùng dao động. Viết phương trình dao động, lấy gốc thời gian ngay sau khi va chạm và xác định những thời điểm để con lắc có động năng bằng 3 lần thế năng.



(ĐH Kiến trúc Hà Nội 1997)

Đáp số : a)  $v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_0)} \Rightarrow v_{\max} = 1,57$  m/s;  $v_\alpha = 1,53$  m/s.

$$b) \dot{v} = \frac{m}{m+4m} v_{\max} = 0,314 \text{ m/s} = \omega A \Rightarrow x = 10 \sin \pi t \text{ (cm)}$$

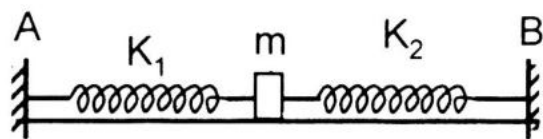
$$W_d = 3W_t \Leftrightarrow \cos^2 \pi t = 3 \sin^2 \pi t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{6} + k & (s) \\ t_2 = \frac{5}{6} + k' & (s) \end{cases} \quad k, k' \in \mathbb{Z}$$

**Bài 8:** Cho cơ hệ như hình vẽ. Biết  $AB = 50 \text{ cm}$ ,  $m = 100 \text{ g}$ ,  $K_1 = 100 \text{ N/m}$ ,  $K_2 = 150 \text{ N/m}$ . Độ dài tự nhiên của hai lò xo là  $l_1 = 20 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 30 \text{ cm}$ . Dùng một lực  $F = 10 \text{ N}$  đẩy vật ra khỏi vị trí cân bằng đến một đoạn  $x_0$  thì vật dừng.

1) Xác định  $x_0$ .

2) Sau đó thả nhẹ cho vật dao động điều hoà.

Viết phương trình dao động của vật, Lấy gốc thời gian là khi vật qua vị trí cân bằng.



3) Tính quãng đường mà vật đi được sau khoảng thời gian  $t = \frac{\pi}{12} \text{ (s)}$  kể từ thời điểm lấy làm gốc.

từ thời điểm lấy làm gốc.

**Đáp số :** 1) Công của lực  $F$  biến thành cơ năng toàn phần của dao động :

$$A = F \cdot x_0 = \frac{Kx_0^2}{2} \Rightarrow x_0 = 0,08 \text{ m.}$$

2) Chọn chiều dương là chiều từ A đến B :  $x = 8 \sin 50t \text{ (cm)}$

3) Sau thời gian  $t = \frac{\pi}{12}$  vật dao động được  $n = \frac{t}{T} = \frac{25}{12} = 2 \frac{1}{12}$  chu kì .

Với 2 chu kì đầu vật đi được  $S_1 = 8A = 64 \text{ (cm)}$ , với  $\frac{1}{12}$  chu kì, tính từ

vị trí cân bằng, vật đi được  $S_2 = 4 \text{ cm}$ . Quãng đường tổng cộng  $S = 64 + 4 = 68 \text{ cm}$ .

### **Bài 9 :**

a) Một lò xo có độ cứng  $K = 80 \text{ N/m}$ , độ dài tự nhiên  $l_0 = 20 \text{ cm}$ , một đầu cố định, đầu kia mắc vào một vật  $m_1 = 600 \text{ g}$  có thể trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Vật  $m_1$  được nối với vật  $m_2 = 200 \text{ g}$  bằng một sợi dây không dẫn qua một ròng rọc. Sợi dây và ròng rọc đều có khối lượng không đáng kể (hình a). Giữ vật  $m_2$  sao cho lò xo có độ dài  $l_1 = 21 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát và cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Chứng minh rằng hệ dao động điều hoà và viết phương trình dao động của hệ.

b) Đặt hệ thống lò xo, hai vật đã cho như hình b, góc  $\alpha = 30^\circ$ . Các điều kiện khác



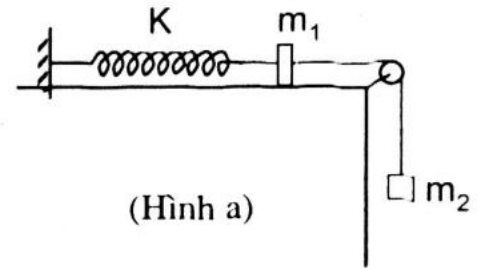
như trong câu (a). Chứng minh rằng trường hợp này hệ vẫn dao động điều hoà, viết phương trình dao động.

(ĐH Bách khoa Hà Nội 1998)

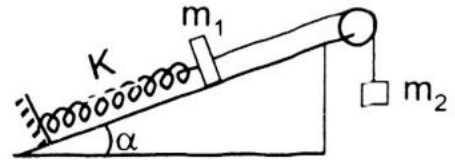
**Đáp số :** a)  $x = 1,5 \sin(10t - \frac{\pi}{2})$  (cm)

b)  $x = 2,25 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$  (cm)

(trong cả 2 câu chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật ngay sau khi thả)



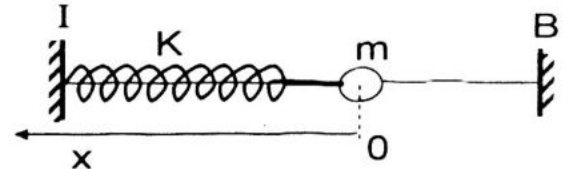
(Hình a)



(Hình b)

**Bài 10 :** Cho con lắc lò xo như hình vẽ có  $m = 100\text{g}$ ,  $K = 80\text{N/m}$ . Kéo vật  $m$  khỏi vị trí cân bằng  $O$  một đoạn  $OB = x_0 = 2\text{cm}$  và truyền cho nó một vận tốc  $v_0 = 40\sqrt{6}\text{ cm/s}$  hướng về  $O$ . Bỏ qua ma sát và sức cản của môi trường.

- 1) Tính tần số góc và biên độ dao động của vật.
- 2) Viết phương trình dao động của  $m$ , chọn trục toạ độ  $Ox$  như hình vẽ, gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động.
- 3) Tính lực cực đại lúc vật tác dụng lên điểm  $I$ .



(ĐH Luật Hà Nội 1998)

**Đáp số :** 1)  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 20\sqrt{2}$  (rad/s)

2)  $x = 4\sin(20\sqrt{2}t - \frac{\pi}{6})$  (cm)

3) Lực tác dụng lên điểm  $I$  là lực đàn hồi của lò xo :  $F = -Kx$   
 $\Rightarrow -KA \leq F \leq KA \Rightarrow F_{\max} = KA = 3,2$  (N)

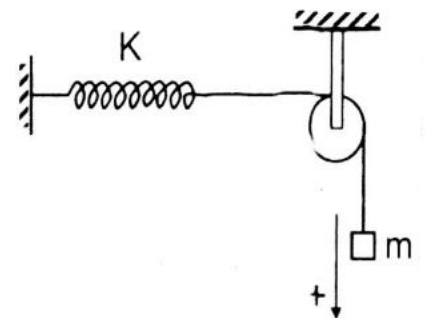
**Bài 11 :** Một con lắc lò xo được vắt qua một ròng rọc như hình vẽ. Biết  $m = 200\text{g}$ , độ cứng của lò xo  $K = 20\text{N/m}$ . Bỏ qua khối lượng ròng rọc, lò xo và của dây nối; bỏ qua ma sát và sức cản của môi trường. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

1) Tìm độ giãn của lò xo khi hệ ở vị trí cân bằng.

2) Kích thích cho vật dao động điều hoà.

Hãy viết phương trình dao động của vật. Cho biết khi vật ở vị trí  $x_1 = \sqrt{2}\text{ cm}$  thì vận tốc của nó là  $v_1 = 10\sqrt{2}\text{ cm/s}$ .

3) Tìm vectơ lực tác dụng lên trục của ròng rọc.





Đáp số : 1)  $\Delta l = \frac{mg}{K} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$ .

$$2) x = 2\sin(10t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$$

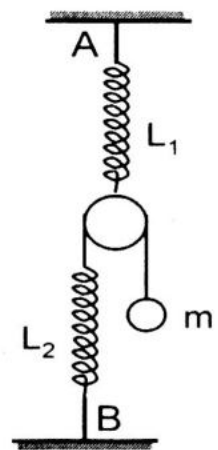
3) Lực  $\vec{Q}$  tác dụng lên trục quay của ròng rọc là tổng hợp của 2 lực căng dây bằng nhau nên  $\vec{Q}$  hợp với phương ngang  $45^\circ$  và  $Q = T\sqrt{2}$ . Chọn chiều dương như hình vẽ  $\Rightarrow T = mg - mx'' = m[g + \omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)]$

$$\Rightarrow T = 0,2 \left[ 10 + 2\sin(10t + \frac{\pi}{4}) \right] \text{ (J)} \Rightarrow Q = 0,2\sqrt{2} \left[ 10 + 2\sin(10t + \frac{\pi}{4}) \right] \text{ (J)}$$

**Bài 12** : Cho một lò xo cấu tạo đồng đều, khối lượng không đáng kể, có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 45\text{cm}$ , hệ số đàn hồi  $K_0 = 200\text{N/m}$ . Cắt lò xo đã cho thành hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có chiều dài và hệ số đàn hồi tương ứng là  $l_1, K_1$  và  $l_2, K_2$  với  $l_2 = 2l_1$ .

1) Chứng minh rằng  $\frac{K_1}{K_2} = \frac{l_2}{l_1}$ . Tính  $K_1, K_2$ .

2) Bố trí hệ cơ học như hình vẽ. Bỏ qua mọi sức cản, hệ sẽ dao động theo phương thẳng đứng, các điểm A, B của hai lò xo được gắn cố định. Các dây nối không dẫn. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây nối. Kéo vật m xuống dưới theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng với li độ nhỏ  $x = a = 2\text{cm}$  rồi thả vật không vận tốc ban đầu.



a) Chứng minh vật m dao động điều hoà.

b) Viết phương trình dao động biết chu kỳ dao động của vật  $T = 1\text{s}$ . Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu thả vật, chiều dương của chuyển động hướng xuống dưới.

3) Tính lực tác dụng cực đại của hệ lên điểm A và lực tác dụng cực tiểu của hệ lên điểm B. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ ;  $\pi^2 = 10$ .

(ĐH Xây dựng 1998)

Đáp số : 1)  $K_1 = 600\text{N/m}$ ;  $K_2 = 300 \text{ N/m}$ .

$$2) \text{Độ cứng tương đương của hệ lò xo } K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + 4K_2} = 100(\text{N/m})$$

$$\text{Phương trình dao động: } x = 2\sin(2\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$$

3) Lực tác dụng lên A, B chính là lực đàn hồi của lò xo 1 và 2 với  $|\vec{F}_{dh1}| = 2|\vec{F}_{dh2}|$  Sức căng dây treo vật  $T = mg - ma$

$$\Rightarrow F_{A\max} = 2T_{\max} = 2\frac{K}{\omega^2}(g + \omega^2 A) = 2(\frac{Kg}{\omega^2} + KA) = 54(\text{N}).$$

$$F_{B\min} = T_{\min} = \frac{K}{\omega^2} (g - \omega^2 A) = \frac{Kg}{\omega^2} - KA = 23 \text{ (N)}.$$

**Bài 13 :** Trong hình vẽ :  $m_1 = 500\text{g}$ ,  $m_2 = 1\text{kg}$ ;  $K = 150\text{N/m}$ . Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và các sợi dây, ma sát không đáng kể.

1) Chọn hệ toạ độ như hình vẽ. Thả vật từ vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên.

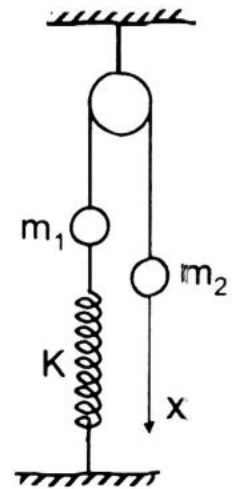
a) Chứng minh rằng hai vật  $m_1$ ,  $m_2$  dao động điều hoà.

b) Viết phương trình dao động, chọn gốc thời gian là lúc thả vật.

2) Xác định thế năng cực đại và cực tiểu của lò xo.

3) Xác định lực tác dụng lên trục của ròng rọc khi

$x = \frac{A}{2}$  với  $A$  là biên độ dao động.



**Đáp số :** 1) a) Viết phương trình động lực học cho từng vật và chứng minh hệ dao động

điều hoà với tần số  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = 10 \text{ (rad/s)}$  với chú ý là tại vị trí cân bằng lò xo dãn

$$\Delta l = \frac{P_2 - P_1}{K} = \frac{1}{30} \text{ (m)} = \frac{10}{3} \text{ (cm)}$$

b) Phương trình dao động :  $x = \frac{10}{3} \sin(10t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

$$2) 0 \leq \Delta l \leq 2A \Rightarrow \begin{cases} W_{t\min} = 0 \\ W_{t\max} = \frac{K(2A)^2}{2} = \frac{1}{3} \text{ (J)} \end{cases}$$

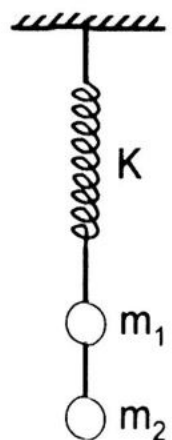
3) Khi  $x = \frac{A}{2} = \frac{5}{3} \text{ cm}$  thì sức căng sợi dây  $T = m_2 g + m_2 \omega^2 \frac{A}{2}$

$$\Rightarrow Q = 2T = 2m_2 g + m_2 \frac{KA}{m_1 + m_2} = \frac{70}{3} \approx 23,33 \text{ (N)}$$

**Bài 14 :** Cho  $m_1 = 100\text{g}$ ,  $m_2 = 50\text{g}$ ,  $K = 45\text{N/m}$ . Bỏ qua khối lượng lò xo, dây nối và các loại lực ma sát.

1) Thả vật từ vị trí lò xo tự nhiên, Viết phương trình dao động. Gốc thời gian ở lúc thả hai vật, gốc toạ độ là vị trí cân bằng của mỗi vật, chiều dương từ trên xuống.

2) Khi qua vị trí cân bằng, đang chuyển động từ dưới lên thì đứt dây nối giữa hai vật. Chọn gốc toạ độ mỗi vật là vị trí lúc đứt



dây, gốc thời gian lúc đứt dây, chiều dương từ trên xuống. Viết phương trình chuyển động của hai vật.

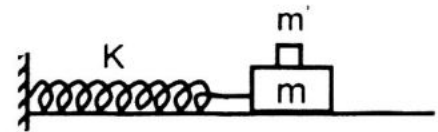
Đáp số : 1) Phương trình dao động:  $x = \frac{10}{3} \sin(10\sqrt{3}t - \frac{\pi}{2})$  (cm)

2) Tại vị trí đứt dây vận tốc của 2 vật là  $v_1 = v_2 = v_{\max} = \frac{100\sqrt{3}}{3}$  (cm/s)

Phương trình chuyển động của vật 2 :  $x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}t + 5t^2$

Phương trình chuyển động của vật 1:  $x_1 = \frac{10}{9} - \frac{10\sqrt{7}}{9} \sin(15\sqrt{2}t + \frac{7\pi}{8})$  (cm)

**Bài 15** : Con lắc lò xo có độ cứng  $K = 45\text{N/m}$ , khối lượng  $m = 100\text{g}$ , dao động trên mặt phẳng nằm ngang, nhấn, trên  $m$  ta chồng một vật  $m' = 50\text{g}$ , hệ số ma sát trượt giữa hai vật là  $\mu = 0,5$ . Hỏi biên độ dao động là bao nhiêu để  $m'$  không trượt khỏi  $m$  lúc dao động ?

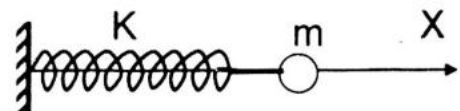


Đáp số :  $A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{\mu g(m+m')}{K} = \frac{1}{60}(m) \approx 1,67$  (cm)

**Bài 16**: Con lắc lò xo có  $K = 100\text{N/m}$ ,  $m = 0,1\text{kg}$ , dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang với biên độ  $A = 1\text{cm}$ . Lúc  $t = 0$ , vật ở li độ  $x_0 = 0,5\text{cm}$  và đang đi khỏi vị trí cân bằng. Chọn chiều dương như hình vẽ. Lấy  $\pi^2 = 10$ .

1) Sau bao lâu thì vật  $m$  đi được một đoạn đường dài 9cm.

2) Lúc đó vật ở li độ nào, có vận tốc bao nhiêu và lò xo có lực đàn hồi bằng bao nhiêu?



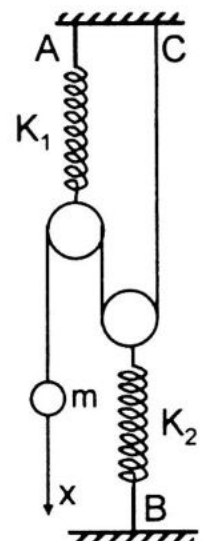
Đáp số: 1)  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 0,2$  (s)  $\Rightarrow$  thời gian  $t = 4\frac{T}{2} + \frac{T}{3} = \frac{7T}{3} \approx 0,47$  (s)

2)  $x = x_0 = 0,5$  cm;  $v = -\omega\sqrt{A^2 - x_0^2} \approx -27,21$  cm/s;

$F_{\text{đh}} = -Kx_0 = -0,5$  (N)

**Bài 17**: Hệ cơ bố trí như hình vẽ,  $m = 100\text{g}$ ,  $K_1 = 40\text{N/m}$ ,  $K_2 = 60\text{N/m}$ . Bỏ qua khối lượng của ròng rọc, các sợi dây và lò xo. Sợi dây mềm, không dẫn mắc cố định tại C, luồn qua hai ròng rọc rồi nối với vật  $m$ . Các phần của sợi dây và các lò xo đều thẳng đứng.

1) Chọn hệ toạ độ như hình vẽ. Gốc toạ độ ở vị trí cân bằng. Lúc  $t = 0$  ta thả vật với  $v_0 = 0$  từ vị trí hai lò xo tự nhiên (chưa biến dạng). Chứng minh rằng  $m$  dao động điều hoà và



viết phương trình dao động của vật khi chọn chiều dương từ trên xuống.

2) Lúc  $x = \frac{A}{2}$ , tìm thế năng của :

- a) Trọng lực
- b) Lò xo 1
- c) Lò xo 2
- d) Của dao động điều hoà.

**Đáp số :** 1) Độ cứng tương đương của hệ lò xo  $K = \frac{K_1 K_2}{4(K_1 + K_2)} = 6 \text{ (N/m)}$

nên hệ xem như 1 lò xo và vật dao động điều hoà.

$$\text{Từ } A = x_0 = \frac{mg}{K} = \frac{1}{6} \text{ (m)}; \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = 2\sqrt{15} \text{ (rad/s)} \Rightarrow x = \frac{50}{3} \sin(2\sqrt{15}t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$$

2) a) Chọn mốc tính thế năng trọng lực ở vị trí cân bằng ta có :

$$W_t = -mgx = -mg \frac{A}{2} = -\frac{1}{12} \text{ (J)}$$

c) Tại vị trí cân bằng lò xo một dẫn  $\Delta l_1$ , lò xo 2 dẫn  $\Delta l_2$  ta có:

$$\begin{cases} \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{x_0}{2} = \frac{1}{12} \\ K_1 \Delta l_1 = K_2 \Delta l_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{1}{20} \text{ (m)}; \Delta l_2 = \frac{1}{30} \text{ (m)}.$$

Làm tương tự ta có độ dẫn của 2 lò xo tại li độ  $x$  là :

$$\Delta l_1' = \frac{9x_0}{20} = \frac{3}{40} \text{ (m)}; \Delta l_2' = \frac{6x_0}{20} = \frac{1}{20} \text{ (m)};$$

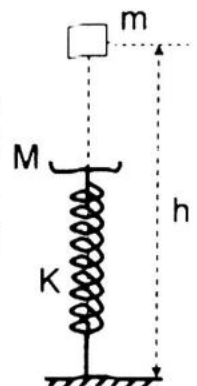
$$\text{Vậy thế năng của lò xo 1: } W_{t1} = \frac{K_1 (\Delta l_1')^2}{2} = \frac{9}{80} \text{ (J)}$$

$$\text{c) Thế năng của lò xo 2 là: } W_{t2} = \frac{K_2 (\Delta l_2')^2}{2} = \frac{3}{40} \text{ (J)}$$

$$\text{d) Thế năng của dao động: } W_t = \frac{Kx^2}{2} = \frac{6}{2} \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{1}{48} \text{ (J)}$$

**Chú ý :** Thế năng của dao động bằng tổng của 3 thế năng trên trừ đi tổng 3 thế năng thành phần tại vị trí cân bằng (chọn mốc sao cho tại vị trí cân bằng tổng 3 thế năng bằng không).

**Bài 18 :** Cho  $m = M = 100\text{g}$ , lò xo có khối lượng không đáng kể, có độ cứng  $K = 100\text{N/m}$ , chiều dài tự nhiên  $l_0 = 21\text{cm}$ . Thả vật từ  $v_0 = 0$  ở độ cao  $h$ , vật rơi dọc trục lò xo đến va chạm hoàn toàn không đàn hồi với đĩa cân  $M$  (ngay sau va chạm hai vật có cùng vận tốc). Tìm độ cao  $h$  để  $m$  cùng dao động với đĩa cân  $M$ .



Đáp số:  $v_0 = \frac{m}{M+m} \sqrt{2g(h-l_0+\Delta l_1)}$  với  $\Delta l_1 = \frac{Mg}{K} = 10^{-2} \text{ (m)}$  (1)

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{10^{-4} + \frac{h-l_0+\Delta l_1}{100}} \text{ với } x_0 = 10^{-2} \text{ (m)} \quad (2)$$

Để hai vật dao động điều hoà thì:  $A \leq \frac{g}{\omega^2} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}$  (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có:  $h \leq 23 \text{ (cm)}$ .

**Câu 19:** a) Treo vào điểm O cố định một đầu của một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên  $L_0 = 30 \text{ cm}$ . Đầu phía dưới của lò xo treo một vật M, lò xo dãn ra một đoạn bằng 10 cm. Bỏ qua mọi lực cản, cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nâng vật M lên đến vị trí cách O một khoảng bằng 38 cm rồi truyền cho vật một vận tốc ban đầu hướng xuống dưới bằng 20 cm/s. Viết phương trình dao động của vật M.

b) Giữ các điều kiện như trong câu a), nếu treo con lắc kể trên vào trần một xe đang chuyển động thẳng đều trên đoạn đường dốc hợp với mặt phẳng ngang một góc  $15^\circ$  thì dao động của con lắc có thay đổi gì so với dao động của nó trong trường hợp câu a).

(Đại học Bách khoa Hà Nội 1999 - 2000)

Đáp số:

a) Chọn chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ trùng vị trí cân bằng,  $t = 0$  là lúc truyền vận tốc thì phương trình dao động:

$$x = 2\sqrt{2} \sin(10t - \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}.$$

b) Vì xe chuyển động thẳng đều nên dao động của con lắc vẫn có chu kỳ không đổi (vật vẫn dao động theo phương thẳng đứng như cũ).

**Câu 20:** Một lò xo có độ dài tự nhiên  $l_0 = 30 \text{ cm}$ , khối lượng không đáng kể, đầu trên O cố định, đầu dưới treo một vật nặng  $m = 100 \text{ g}$ , kích thước không đáng kể. Khi vật cân bằng, lò xo có độ dài  $l = 34 \text{ cm}$ . Cho  $g = \pi^2 = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Tính độ cứng K của lò xo, và chu kỳ dao động T của vật.

2) Kéo m theo phương thẳng đứng, xuống dưới, một đoạn cách vị trí cân bằng 6 cm và truyền cho m một vận tốc  $V_0 = 30\pi \text{ cm/s}$ , hướng về vị trí cân bằng. Chọn lúc đó là gốc thời gian, vị trí cân bằng là gốc tọa độ và chiều dương hướng xuống. Hãy viết phương trình dao động của m.

3) Xác định cường độ và chiều của lực mà lò xo tác dụng vào điểm treo O, khi vật qua vị trí cân bằng, khi vật xuống thấp, và khi vật lên cao nhất.

(Đại học Công đoàn 1999 - 2000)

Đáp số:

1)  $k = \frac{mg}{\Delta l} = 25 \text{ (N/m)}$  ;  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,4 \text{ (s)}$



2) Phương trình dao động:  $x = 6\sqrt{2} \sin(5\pi t + \frac{3\pi}{4})$  (cm).

3) Lực mà lò xo tác dụng vào O bằng lực mà lò xo tác dụng vào vật nhưng ngược chiều :  $f_0 = k\Delta l + kx = mg + kx$ .

+ Tại vị trí cân bằng ( $x = 0$ ) :  $f_0 = mg = 1$  (N)  $> 0 \rightarrow$  lực hướng xuống.

+ Khi vật thấp nhất ( $x = A$ ) :  $f_0 \approx 3,12$  (N)  $> 0 \rightarrow$  lực hướng xuống.

+ Khi vật cao nhất ( $x = -A$ ) :  $f_0 \approx -1,12$  (N)  $< 0 \rightarrow$  lực hướng lên.

**Câu 21:** Tại một nơi ngang bằng mực nước biển, ở nhiệt độ  $10^\circ\text{C}$ , một đồng hồ quả lắc trong một ngày đêm chạy nhanh 6,48 s. Coi con lắc đồng hồ như một con lắc đơn. Thanh treo con lắc có hệ số nở dài  $\lambda = 2.10^{-5}\text{K}^{-1}$ .

1) Tại vị trí nói trên, ở nhiệt độ nào thì đồng hồ chạy đúng giờ?

2) Đưa đồng hồ lên đỉnh núi, tại đó nhiệt độ là  $6^\circ\text{C}$ , ta thấy đồng hồ chạy đúng giờ. Giải thích hiện tượng và tính độ cao của đỉnh núi so với mực nước biển. Coi trái đất là hình cầu, có bán kính  $R = 6400$  km.

(Đại học Thương mại 1999 -2000)

**Đáp số :**

1) Từ  $\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\alpha \Delta t}{2} \Rightarrow 86400 \cdot \frac{\alpha \Delta t}{2} = 6,48 \Rightarrow \Delta t = 7,5^\circ\text{C}$ .

$\Rightarrow$  Đồng hồ chạy đúng khi nhiệt độ  $t = 10 + 7,5 = 17,5^\circ\text{C}$ .

2) Khi đó  $\frac{h}{R} = \frac{\alpha \Delta t}{2} \Rightarrow h = \frac{R \alpha \Delta t}{2} = 736$  (m).

**Câu 22:** Con lắc lò xo có khối lượng  $m = 1$  kg, dao động điều hoà với phương trình  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  và có cơ năng  $E = 0,125$  J. Tại thời điểm ban

đầu vật có vận tốc  $v = 0,25$  m/s và gia tốc  $a = -6,25\sqrt{3}$  m/s<sup>2</sup>.

a) Tìm A,  $\omega$ ,  $\varphi$  và độ cứng k của lò xo.

b) Tìm động năng và thế năng của con lắc tại thời điểm  $t = 7,25T$  với T là chu kỳ dao động của con lắc.

**Đáp số :**

a) Ta có hệ : 
$$\begin{cases} \frac{kA^2}{2} = E = 0,125 \\ v_0 = A\omega \cos \varphi = 0,25 \\ a = -A\omega^2 \sin \varphi = -6,25\sqrt{3} \\ k = m\omega^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \text{ (cm)} \\ \omega = 25 \text{ (rad/s)} \\ \varphi = \frac{\pi}{3} \\ k = 625 \text{ (N/m)} \end{cases}$$

b) Khi  $t = 7,25T$ , ta có  $\omega t = 14,5\pi \Rightarrow E_d = \frac{3E}{4} = \frac{3}{32}$  (J);  $E_t = \frac{E}{4} = \frac{1}{32}$  (J).

**Câu 23 :** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, một đầu gắn cố định, đầu còn lại dùng để treo vật. Biết độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng vật



treo vào nó. Khi khối lượng của vật bằng 20 g thì lò xo dãn 4,9 mm. Bỏ qua mọi lực cản. Cho  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

a) Treo vào lò xo vật có khối lượng  $m = 100 \text{ (g)}$ , kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn bằng 2 (cm) rồi thả nhẹ cho vật dao động. Viết phương trình dao động của vật. Chọn gốc toạ độ là vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng xuống dưới.

b) Treo hệ lò xo và vật kể trên vào trong một chiếc xe đang chuyển động nhanh dần đều theo phương nằm ngang thì góc giữa trục lò xo và phương thẳng đứng là  $30^\circ$ . Tìm gia tốc của xe.

c) Treo con lắc đơn có chiều dài  $l = 25 \text{ (cm)}$  trong xe đang chuyển động như ở ý b). Xác định chu kỳ dao động của con lắc đơn đó.

(Đại học Hàng hải 1999 – 2000)

Đáp số :

$$a) K = 40 \text{ (N/m)}; \Delta l = \frac{mg}{K} = 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ (m)} = 2,45 \text{ (cm)};$$

$$x = 2 \sin(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

$$b) \text{ Gia tốc: } a = g \cdot \tan \alpha = 5,66 \text{ m/s}^2.$$

$$c) \text{ Gia tốc hiệu dụng: } g' = \frac{g}{\cos \alpha} \text{ nên}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{l \cdot \cos \alpha}{g}} \approx 0,93 \text{ (s)}.$$

**Câu 24:** Một lò xo khối lượng không đáng kể, độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ , một đầu gắn vào một điểm A của một vật cố định, đầu còn lại gắn vào một vật nhỏ có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$ . Vật m có thể dao động trên trục x nằm ngang hướng từ A đến m. Điểm gắn A chịu được lực nén tùy ý, nhưng chỉ chịu được lực kéo có độ lớn tối đa là  $F_0 = 2 \text{ N}$ . Lò xo bị nén bằng một lực  $F = 1 \text{ N}$  không đổi đặt vào m. Bỏ qua các lực ma sát.

a) Tính độ biến dạng của lò xo lúc m ở vị trí cân bằng.

b) Tại thời điểm  $t = 0$  ngừng đột ngột tác dụng lực F. Viết phương trình li độ dao động của m tại thời điểm bất kỳ, giả thiết lò xo không bị tuột khỏi A.

c) Viết biểu thức lực mà lò xo tác dụng vào vật cố định ở đầu A.

d) Vật m ở vị trí nào thì lực đó là lực kéo cực đại?

e) F bằng bao nhiêu thì lò xo chưa bị tuột khỏi A.

(Đại học Mở địa chất 1999 -2000)

Đáp số :

$$a) \text{ Độ biến dạng nén của lò xo: } \Delta l = \frac{F}{k} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ (cm)}.$$

$$b) \text{ Phương trình dao động: } x = 1 \cdot \sin(10t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

c)  $F_A = kx = 100.0,01\sin(10t - \frac{\pi}{2}) = 1.\sin(10t - \frac{\pi}{2}) \text{ (N)}.$

d)  $F_{A_{\max}} = 1 \text{ khi } x = 1 \text{ (cm)}.$

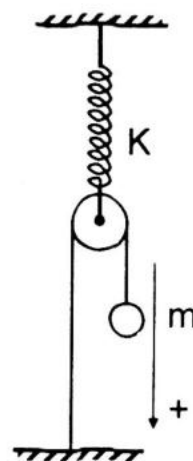
e) Lực cực đại:  $F \leq F_0 = 2 \text{ (N)}.$

**Câu 25 :** Cho hệ cơ học như hình vẽ. Lò có độ cứng  $k = 100 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ có khối lượng  $m = 50 \text{ g}$  vắt qua một ròng rọc bằng một sợi dây mảnh khối lượng không đáng kể, không dẫn. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và lò xo. Bỏ qua mọi ma sát và sức cản. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Lúc đầu nâng vật lên theo phương thẳng đứng tới vị trí sao cho lò xo không bị biến dạng. Tại thời điểm  $t = 0$  thả vật không vật tốc ban đầu cho nó dao động. Lấy trục toạ độ có chiều như hình vẽ, gốc tại vị trí cân bằng của vật. Chứng minh vật dao động điều hoà. Tính biên độ, tần số góc, pha ban đầu và chu kỳ của dao động.

b) Tính sức căng của dây treo trong quá trình vật dao động.

(Học viện Kỹ thuật Quân sự 1999 – 2000)



**Đáp số :**

a)  $\omega = \sqrt{\frac{k}{4m}} = 10\sqrt{5} \text{ (rad/s)}; \quad x = 2\sin(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$

b)  $T = mg - mx'' = mg + m\omega^2 x$  với  $-A \leq x \leq A$   
 $\Rightarrow m(g - \omega^2 A) \leq T \leq m(g + \omega^2 A) \Rightarrow 0 \leq T \leq 1 \text{ (N)}.$

**Câu 26:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể được treo thẳng đứng, đầu trên cố định đầu dưới nối với vật M có khối lượng  $m = 400 \text{ g}$  tạo thành con lắc lò xo.

1) Kéo vật M xuống phía dưới cách vị trí cân bằng O một đoạn bằng  $1 \text{ cm}$  rồi truyền cho nó vận tốc bằng  $25 \text{ cm/s}$  theo phương thẳng đứng hướng xuống dưới. Bỏ qua mọi ma sát, coi vật dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật. Biết năng lượng toàn phần của con lắc khi nó dao động bằng  $25 \text{ mJ}$ .

2) Kí hiệu P và Q là hai vị trí cao nhất và thấp nhất của vật M trong quá trình dao động, R là trung điểm của PO. S là trung điểm của OQ. Tính thời gian ngắn nhất mà vật M chuyển động từ S đến R.

(Đại học Bách khoa 2000- 2001)

**Đáp số :**

1)  $x = \sqrt{2}\sin(25t + \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$  (chiều dương hướng thẳng đứng xuống dưới)

2) Thời gian ngắn nhất:  $t = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{75} \approx 0,042 \text{ (s)}.$

**Bài 27:** Con lắc lò xo có  $m = 100 \text{ g}$ , dao động điều hoà theo phương nằm ngang theo quy luật:  $x(t) = 2\sin(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$ .

- 1) Tính chu kì  $T$ , tần số  $f$ , cơ năng  $E$  của con lắc và độ cứng  $K$  của lò xo.
- 2) Ở những thời điểm  $t$  bằng bao nhiêu thì quả cầu có li độ  $x = 1 \text{ cm}$ .
- 3) Sau thời gian bao nhiêu kể từ khi bắt đầu dao động quả cầu sẽ đi qua vị trí  $x = 1 \text{ cm}$  lần thứ 1999.

**Đáp số :**

1)  $\omega = 20 \text{ (rad/s)}$ ;  $f = \frac{10}{\pi} \text{ (Hz)}$ ;  $T = \frac{\pi}{10} \text{ (s)}$ ;  $K = 40 \text{ (N/m)}$ ;  $E = 8 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$ .

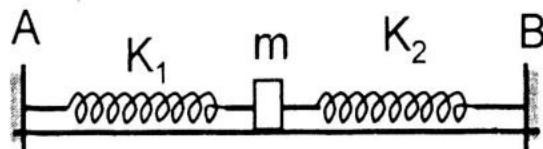
2) Quả cầu có li độ  $x = +1 \text{ cm}$  khi: 
$$\begin{cases} t_1 = -\frac{\pi}{60} + \frac{k\pi}{10} \text{ (s)}, k = 1, 2, 3... \\ t_2 = \frac{\pi}{60} + \frac{k'\pi}{10} \text{ (s)}; k' = 0, 1, 2, 3.. \end{cases}$$

3) Từ  $t = \frac{\pi}{60} + \frac{k'\pi}{10}$  thay  $k = 999 \Rightarrow t = 313,89 \text{ (s)}$ .

**Bài 28:** Một lò xo có cấu tạo đồng đều độ cứng  $K_0 = 30 \text{ N/m}$ , chiều dài tự nhiên  $l_0$  được cắt thành hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có độ cứng và chiều dài tương ứng là  $K_1, l_1$  và  $K_2, l_2$  với  $l_1 : l_2 = 2 : 3$ .

1) Tính độ cứng  $K_1, K_2$ .

2) Bố trí hệ dao động như hình vẽ A, B cố định, vật  $m$  có kích thước không đáng kể chỉ có thể trượt dọc theo phương AB nằm ngang, khối lượng của vật  $m = 800 \text{ g}$ . Đưa vật theo phương AB



từ vị trí cân bằng tới vị trí sao cho lò xo  $L_1$  dãn  $6 \text{ cm}$  lò xo  $L_2$  bị nén  $1 \text{ cm}$ . Sau đó thả vật đồng thời truyền cho nó một vận tốc ban đầu  $v_0 = 0,5 \text{ m/s}$  theo phương AB hướng về vị trí cân bằng. Chứng minh rằng vật dao động điều hoà. Chọn gốc tính thời gian là lúc thả vật, viết phương trình dao động. Tính độ lớn của lực tác dụng lên điểm A tại thời điểm vận tốc của vật bằng không. Bỏ qua mọi ma sát và khối lượng các lò xo. Chiều dương của trục tọa độ hướng từ A đến B.

(ĐH Xây dựng 2000 - 2001)

**Đáp số :**

1)  $K_1 = 75 \text{ (N/m)}$ ;  $K_2 = 50 \text{ (N/m)}$ .

2) Ta có: 
$$\begin{cases} x_0 = 0,04 \text{ (cm)} \\ v_0 = -0,5 \text{ (m/s)} \\ \omega = 12,5 \text{ (rad/s)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = 4\sqrt{2} \sin(12,5t + \frac{3\pi}{4}) \text{ (cm)}.$$

Vật có  $v = 0$  khi  $x = \pm A$ . Khi  $x = A$  thì  $F_A = 5,74 \text{ (N)} \Rightarrow$  lực kéo.  
 Khi  $x = -A$  thì  $F_A' = -2,74 \text{ (N)} \Rightarrow$  lực nén.

**Bài 29:** 1) Con lắc lò xo dao động điều hoà theo phương nằm ngang theo quy luật:  $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Viết các biểu thức thế năng  $W_t$ , động năng  $W_d$  của con lắc và chứng minh cơ năng của nó bảo toàn trong quá trình dao động.

2) Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ có khối lượng  $m = 0,1 \text{ kg}$  gắn với một đầu lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu kia cố định. Con lắc dao động theo phương nằm ngang theo quy luật:  $x(t) = 4 \sin(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

a. Tính chu kỳ  $T$  của con lắc, độ cứng  $K$  của lò xo.

b. Ở vị trí  $x$  bằng bao nhiêu thì con lắc có thế năng bằng 3 lần động năng?  
 (ĐH Dân lập Đồng Đô 2000- 2001)

Đáp số :

$$1) W_t = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi); W_d = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi); W_d + W_t = \frac{kA^2}{2} = \text{const.}$$

$$2a) T = \frac{\pi}{10} \text{ (s)}; K = 40 \text{ (N/m)}.$$

$$2b) x = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2} = \pm 2\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

**Bài 30:** Con lắc đơn gồm quả cầu có khối lượng  $60 \text{ g}$  treo vào một sợi dây dài  $1 \text{ m}$  ở một nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,86 \text{ m/s}^2$ . Bỏ qua mọi ma sát.

1) Góc lệch cực đại của con lắc so với phương thẳng đứng là  $\alpha_m = 30^\circ$ .

a. Thành lập công thức tính vận tốc của quả cầu và lực căng của dây treo.

b. Tính vận tốc lớn nhất của quả cầu, lực căng nhỏ nhất của dây treo.

2) Treo con lắc trên vào trần một thang máy. Cho thang máy lên nhanh dần đều với gia tốc  $a$ , ta thấy chu kỳ của con lắc (khi nó dao động với biên độ góc nhỏ) giảm 3% so với chu kỳ của nó lúc thang máy đứng yên. Tính  $a$ .

Đáp số :

$$1a) v = \sqrt{2gl(\cos \alpha - \cos \alpha_m)}; T = mg(3\cos \alpha - 2\cos \alpha_m).$$

$$1b) v_{\max} = \sqrt{gl(2 - \sqrt{3})} = 1,63 \text{ m/s}; T_{\min} = mg\cos \alpha_m = 0,512 \text{ (N)}$$

$$2) \text{ Ta có: } 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}} = 0,97 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow a = g \frac{1 - 0,97^2}{0,97^2} \\ = 0,62 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

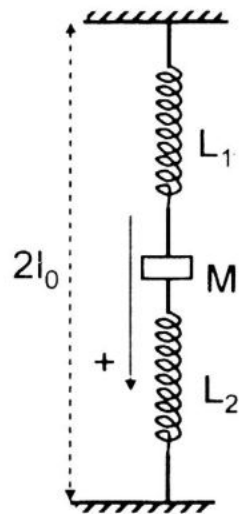
**Bài 31** Hai lò xo khối lượng không đáng kể, cùng chiều dài  $l_0$  cùng độ cứng  $k = 1000 \text{ N/m}$  và vật có khối lượng  $M = 2 \text{ kg}$  tạo thành hệ như hình vẽ. Các lò xo luôn thẳng đứng. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2; \pi^2 = 10$ .

- 1) Tính độ biến dạng của mỗi lò xo khi vật cân bằng.
- 2) Đưa vật M về vị trí để các lò xo có độ dài tự nhiên rồi buông ra không vận tốc đầu. Vật dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật (gốc toạ độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng xuống, gốc thời gian là lúc thả vật)
- 3) Xác định độ lớn và phương chiều của các lực đàn hồi do từng lò xo tác dụng lên vật M khi M xuống đến vị trí thấp nhất.

(ĐH Thủy lợi 2000 - 2001)

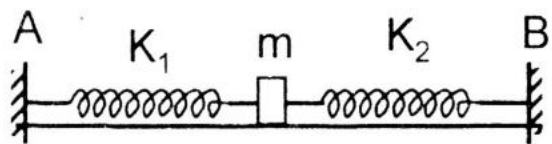
Đáp số :

- 1) Độ biến dạng:  $\Delta l = \frac{mg}{k_1 + k_2} = 0,01 \text{ (m)} = 1 \text{ (cm)}.$
- 2) Phương trình dao động:  $x = 1 \sin(10\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$
- 3)  $F_1 = F_2 = 20 \text{ (N)}.$



**Bài 32:** Một lò xo đồng chất, các vòng cách đều nhau, có chiều dài tự nhiên là L và độ cứng 40 N/m. Người ta cắt lò xo thành hai đoạn có chiều dài tự nhiên là  $L_1 = \frac{1}{5}L$  và  $L_2 = \frac{4}{5}L$ .

- 1) Tính  $K_1, K_2$ .
- 2) Mắc vật  $m = 100\text{g}$  vào hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  rồi mắc hệ vào hai điểm cố định A và B sao cho cả hai lò xo không bị biến dạng. Đưa vật sang phải 6 cm rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát.



- a. Viết phương trình dao động của vật.
- b. Tính vận tốc của vật khi li độ của nó có độ lớn  $x = 2 \text{ cm}$ .

Đáp số :

- 1)  $K_1 = 200 \text{ (N/m)} ; K_2 = 50 \text{ (N/m)}$
- 2) a)  $x = 6 \sin(50t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$  (chọn chiều dương từ A đến B)
- b)  $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm 2\sqrt{2} \text{ (cm/s)}.$

**Bài 33:** Một con lắc đơn dài  $l = 1\text{m}$  đầu O buộc chặt vào giá cố định, đầu kia buộc vật nhỏ khối lượng  $m = 50\text{g}$ . Ban đầu vật được kéo ra sao cho dây hợp với phương thẳng đứng một góc  $90^\circ$ , rồi thả không vận tốc đầu. Bỏ qua mọi ma sát và lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ .

- 1) Tính lực căng của dây khi vật đi xuống và dây hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 30^\circ$ .



2) Tới vị trí cân bằng sợi dây bị vướng vào một đỉnh D nằm cách điểm treo O một đoạn  $l/2$ . Mô tả chuyển động của vật m sau khi dây vướng đỉnh và xác định vị trí của nó tại thời điểm đầu tiên mà sức căng của dây bằng không.

(ĐH Sư phạm Hà Nội II 2000 - 2001)

Đáp số: 1)  $T \approx 1,3$  (N).

2) Vị trí mà  $T = 0$  ứng với độ cao  $\frac{l}{3}$  tính từ D. Sau đó vật chuyển động như vật ném xiên có nghiêng góc  $\beta$  với  $\cos\beta = \frac{2}{3}$ .

**Bài 34:** Cho con lắc lò xo như hình vẽ. Vật nặng có khối lượng m, lò xo có độ cứng k. Bỏ qua khối lượng của lò xo. Chọn gốc tọa độ O là vị trí cân bằng của vật nặng m. Một đầu lò xo được gắn chặt vào một giá đỡ nằm ngang. Vật nặng có thể dao động dọc theo trục lò xo.

a. Đưa vật về vị trí mà lò xo không bị biến dạng rồi thả ra không vận tốc ban đầu cho vật dao động điều hoà với tần số góc  $\omega = 10$  rad/s.

Chọn chiều dương Ox hướng xuống, viết phương trình dao động của vật với gốc thời gian là lúc thả vật. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

b. Tính vận tốc của vật tại vị trí mà thế năng bằng 1,25 lần động năng.

c. Để vận tốc của vật tại vị trí cân bằng là  $2 \text{ m/s}$  thì biên độ dao động của vật bằng bao nhiêu?

(Đại học Cần Thơ 2000 – 2001)

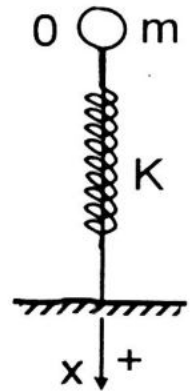
Đáp số:

$$a) \quad A = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 0,1 \text{ (m)} = 10 \text{ (cm)} \Rightarrow$$

$$x = 10 \sin(10t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$$

$$b) \quad W_t = 1,25 W_d \Rightarrow W_d = \frac{4}{9} W_{d\max} \Rightarrow v = \pm \frac{2}{3} v_{\max} = \pm \frac{2}{3} \omega A \Rightarrow v = \pm \frac{2}{3} \text{ (m/s)}$$

$$c) \quad A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 20 \text{ (cm)}.$$



**Bài 35:** Vật dao động điều hoà dọc theo trục Ox, vận tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là  $62,8 \text{ cm/s}$ , gia tốc cực đại của vật là  $2 \text{ m/s}^2$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ .

a. Xác định biên độ, chu kỳ, tần số dao động của vật.

b. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian là lúc vật có li độ  $x_0 = -10\sqrt{2} \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương trục tọa độ. Viết phương trình dao động của vật.

c. Tính thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến tọa độ  $x_1 = 10 \text{ cm}$ .



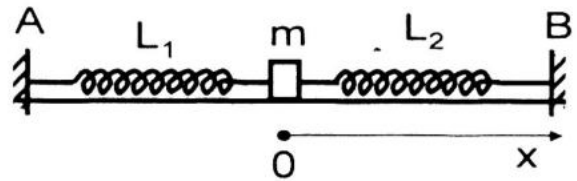
Đáp số :

a)  $A = 20 \text{ (cm)} ; \omega = \pi \text{ (rad/s)} ; T = 2 \text{ (s)} ; f = 0,5 \text{ Hz}.$

b) Phương trình dao động:  $x = 20 \sin(\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}.$

c) Thời gian ngắn nhất:  $t = \frac{T}{12} = \frac{1}{6} \text{ (s)}.$

**Câu 36:** Cho vật  $m = 1,6 \text{ kg}$  và hai lò xo  $L_1, L_2$  có khối lượng không đáng kể được mắc như hình vẽ 1, trong đó A, B là hai vị trí cố định. Lò xo  $L_1$  có chiều dài  $l_1 = 10 \text{ cm}$ , lò xo  $L_2$  có chiều dài  $l_2 = 30 \text{ cm}$ . Độ cứng của hai lò xo lần lượt là  $k_1$  và  $k_2$ . Kích thích cho vật  $m$  dao động điều hoà theo trục lò xo với phương trình  $x = 4\sin\omega t \text{ (cm)}$ . Chọn gốc toạ độ O tại vị trí cân bằng. Trong khoảng thời gian  $\frac{\pi}{30} \text{ (s)}$  đầu tiên (kể từ thời điểm  $t = 0$ ) vật di chuyển một đoạn  $2 \text{ cm}$ . Biết độ cứng của mỗi lò xo tỉ lệ nghịch với chiều dài của nó và độ cứng  $k$  của hệ hai lò xo là  $k = k_1 + k_2$ . Tính  $k_1$  và  $k_2$ .



(Đại học Quốc gia TPHCM 2001 – 2002)

Đáp số :

Giải phương trình  $4\sin(\omega \frac{\pi}{30}) = 2$  với chú ý  $\cos(\omega \frac{\pi}{30}) > 0$  ta có :  $\omega = 5$

(rad/s);

$k = m\omega^2 = 40 \text{ (N/m)} \Rightarrow k_1 = 30 \text{ (N/m)} ; k_2 = 10 \text{ (N/m)}.$

**Câu 37:** Một quả cầu kim loại có  $m = 300 \text{ g}$ , mang điện tích  $q = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$  treo vào một điểm cố định bằng một sợi dây không dẫn, không có khối lượng, dài  $l = 100 \text{ cm}$ . Quay cho quả cầu chuyển động tròn đều trong mặt phẳng nằm ngang với vận tốc góc  $\omega = 2\sqrt{5} \text{ rad/s}$ . Bỏ qua mọi ma sát và sức cản. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Tính góc nghiêng của dây treo so với phương thẳng đứng, lực căng của dây treo quả cầu và vận tốc dài của quả cầu.

2) Nếu thiết lập một điện trường đều  $\vec{E}$  hướng thẳng đứng xuống dưới trong khu vực treo quả cầu, giữ nguyên vận tốc góc như trước thì góc lệch của dây treo quả cầu so với phương thẳng đứng là  $45^\circ$ . Tính cường độ điện trường  $E$ .

(Ban TSQS Bộ Quốc phòng 2001- 2002)

Đáp số :

1) Khi vật quay đều thì:  $m\omega^2 l \sin\alpha = mg \cdot \tan\alpha \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$

Lực căng dây:  $T = \frac{mg}{\cos\alpha} = 6 \text{ (N)} ; v = \omega l \sin\alpha = \sqrt{15} = 3,87 \text{ (m/s)}.$

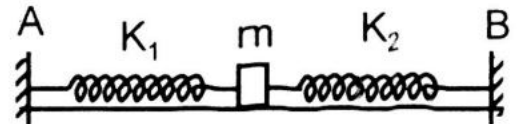
$$2) g_1 = l\omega^2 \cos\alpha_1 = 10\sqrt{2} \text{ (m/s)} = g + \frac{qE}{m}; E = 6(\sqrt{2} - 1)10^4 = 24,85 \cdot 10^3 \text{ (V/m)}.$$

**Câu 38:** Cho hệ gồm vật  $m = 100 \text{ g}$  và hai lò xo giống nhau có khối lượng không đáng kể,  $K_1 = K_2 = K = 50 \text{ N/m}$  mắc như hình vẽ. Bỏ qua ma sát và sức cản. (Lấy  $\pi^2 = 10$ ). Giữ vật  $m$  ở vị trí lò xo 1 bị dãn  $7 \text{ cm}$ , lò xo 2 bị nén  $3 \text{ cm}$  rồi thả không vận tốc ban đầu, vật dao động điều hoà.

a) Lấy  $t = 0$  lúc thả vật, gốc toạ độ  $O$  ở vị trí cân bằng và chiều dương hướng về điểm B. Viết phương trình dao động của vật.

b) Tính lực cực đại tác dụng vào điểm A.

c) Xác định thời điểm để hệ có  $W_d = 3W_t$ .



(Đại học Kiến trúc Hà Nội 2001 – 2002)

**Đáp số :**

a) Phương trình dao động:  $x = 5 \sin(10\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$

b)  $F_{K_{\max}} = 3,5 \text{ (N)}; F_{N_{\max}} = 1,5 \text{ (N)}$  nên lực cực đại  $F_{\max} = 3,5 \text{ (N)}.$

c)  $W_d = 3W_t \Rightarrow x = \pm 2,5 \text{ (cm)} \Rightarrow$  có 4 nghiệm:

Khi  $x = -\frac{A}{2}$  thì:  $t_1 = \frac{1}{30}(6k \pm 2) \text{ (s)}; \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

Khi  $x = \frac{A}{2}$  thì:  $t_2 = \frac{1}{30}(6k \pm 1) \text{ (s)}; \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 39:** 1) Phương trình chuyển động của vật có dạng:

$$x = 3\sin(5\pi t - \pi/6) + 1 \text{ (cm)}.$$

b. Mô tả chuyển động của vật đó.

c. Gốc thời gian được tính lúc vật đang ở đâu?

d. Trong giây đầu tiên vật qua vị trí  $x = 1 \text{ cm}$  mấy lần?

2) Con lắc lò xo gồm vật khối lượng  $m$  mắc với lò xo, dao động điều hoà với tần số  $5 \text{ Hz}$ . Bớt khối lượng của vật đi  $150 \text{ gam}$  thì chu kỳ dao động của nó là  $0,1 \text{ giây}$ . Lấy  $\pi^2 = 10, g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a. Tìm  $m$  và độ cứng  $k$  của lò xo.

b. Viết phương trình dao động của con lắc khi chưa bớt khối lượng của nó. Biết rằng khi bắt đầu dao động vận tốc của vật cực đại và bằng  $314 \text{ cm/s}$ .

(Đại học Thủy lợi 2001 – 2002)

**Đáp số :** 1a) Vật dao động điều hoà với  $T = 0,4 \text{ (s)}; A = 3 \text{ (cm)}; \varphi = -\frac{\pi}{6};$

vị trí cân bằng có toạ độ  $x = +1 \text{ (cm)}.$

1b) Gốc thời gian được tính khi vật có toạ độ:  $x = 3\sin(-\frac{\pi}{6}) + 1 = -0,5 \text{ cm}$

1c) Vật qua vị trí  $x = 1$  khi:  $3\sin(5\pi t - \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{30} + \frac{k}{5} \text{ (s)}.$

Xét trong giây đầu tiên :  $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow$  có 5 lần vật qua vị trí có li độ  $x = 1$  (cm)

2a)  $m = 200$ (g) ;  $k = 200$  (N/m).

2b) Phương trình dao động:  $x = 10\sin 10\pi t$  (cm).

**Câu 40:** 1) Một con lắc đơn có khối lượng  $m$ , chiều dài  $l = 1$  m, đặt tại nơi có gia tốc  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản của môi trường.

a) Tính chu kỳ dao động khi con lắc dao động với biên độ nhỏ.

b) Kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng đến góc lệch  $\alpha_m$  để khi thả ra thì hòn bi có vận tốc cực đại bằng 3,14 m/s. Tính góc  $\alpha_m$ .

2) Con lắc trên được treo trong một xe chuyển động nhanh dần đều với gia tốc  $a = 2$  m/s<sup>2</sup> từ đỉnh một mặt phẳng nghiêng với mặt phẳng ngang một góc  $\alpha = 30^\circ$ . Hỏi con lắc dao động với chu kỳ bằng bao nhiêu?

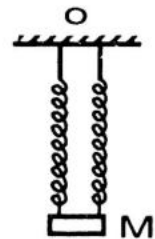
(Đại học Đà Nẵng 2001 – 2002)

**Đáp số :** 1a) Chu kỳ:  $T = 2,007$  (s).

$$1b) \text{ Từ biểu thức : } \cos \alpha_m = 1 - \frac{v_{\max}^2}{2gl} \Rightarrow \alpha_m = 60,2^\circ$$

$$2) g' = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ag \cos \frac{\pi}{3}} = 8,969 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}} = 2,008 \text{ (s)}$$

**Câu 41:** Một lò xo có chiều dài 2 m, hệ số đàn hồi  $k_0 = 25$  N/m được chia thành hai phần bằng nhau. Dùng hai phần đó treo chất điểm  $M$  có khối lượng  $m = 250$  gam theo phương thẳng đứng (như hình vẽ). Kéo  $M$  xuống phía dưới một đoạn (lò xo vẫn còn trong giới hạn đàn hồi) rồi buông tay nhẹ nhàng. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.



1) Thiết lập hàm số mô tả chuyển động của  $M$ . Gọi tên chuyển động của  $M$ . Bỏ qua mọi ma sát.

2) Cơ năng của chuyển động bằng 0,02 J. Tính và vẽ vector lực cực đại tác dụng vào điểm treo  $O$  khi  $M$  ở phía dưới vị trí cân bằng.

(Viện Đại học Mở Hà Nội 2001 – 2002)

**Đáp số :**

1)  $k_1 = k_2 = 2k_0 = 50$  (N/m).

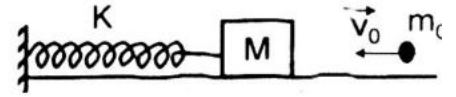
Hệ lò xo tương đương với một lò xo có độ cứng  $k = 2k_1 = 100$  (N/m) nên vật dao động điều hoà với phương trình  $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ .

2) Từ  $E = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = 2 \cdot 10^{-2}$  (m). Tại vị trí cân bằng:  $\Delta l = \frac{Mg}{k} = 2,5 \cdot 10^{-2}$  (m).

$\Rightarrow$  Tại vị trí thấp nhất hai lò xo dãn  $\Delta l = \Delta l_0 + A = 4,5 \cdot 10^{-2}$  (m)

$\Rightarrow$  Lực  $F_{\max} = k\Delta l = 4,5$  (N) và có chiều thẳng đứng từ trên xuống.

**Câu 42:** Cho một hệ dao động như hình vẽ. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng  $k$ . Vật  $M = 400\text{g}$  có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật  $m_0 = 100\text{g}$  bắn vào  $M$  theo phương nằm ngang với vận tốc  $v_0 = 1\text{ m/s}$ . Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật  $M$  dao động điều hoà, chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là  $28\text{ cm}$  và  $20\text{ cm}$ . Cho  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



- 1) Tìm chu kỳ dao động của vật  $M$  và độ cứng  $k$  của lò xo.
- 2) Đặt một vật  $m = 100\text{ g}$  lên trên vật  $M$ , hệ gồm 2 vật  $m + M$  đang đứng yên, vẫn dùng một  $m_0$  bắn vào với cùng vận tốc  $v_0$ . Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của hệ  $(m + M)$ . Chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.
- 3) Cho biết hệ số ma sát giữa  $m$  và  $M$  là  $0,4$ . Tìm điều kiện  $v_0$  của vật  $m_0$  để vật  $m$  vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật  $M$  trong khi hệ dao động.

(Đại học Ngoại thương 1999)

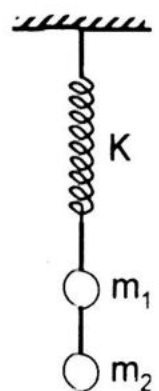
**Đáp số :**

- 1)  $T = \frac{\pi}{5} \text{ (s)} ; k = M\omega^2 = 40 \text{ (N/m)}$ .
- 2) Chọn chiều dương theo chiều của  $\vec{v}_0$  ta có:  $x = \frac{5\sqrt{5}}{3} \sin 4\sqrt{5} t \text{ (cm)}$
- 3) Để vật  $m$  không trượt trên vật  $M$  thì  $A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} \Rightarrow v_0 \leq \frac{3\sqrt{5}}{5} = 1,34 \text{ (cm/s)}$ .

**Câu 43:** 1) Một vật chuyển động được mô tả bởi phương trình:

$$x = 5\cos\pi t + 1 \text{ (cm)}$$

- a. Chứng tỏ rằng chuyển động đó là dao động điều hoà.
  - b. Tìm vị trí cân bằng, biên độ, pha ban đầu và chu kỳ dao động của vật.
- 2) Hai vật có khối lượng  $m_1 = 200\text{ g}$ ,  $m_2 = 100\text{ g}$ , được nối với nhau và được treo vào lò xo bằng một sợi dây không giãn, khi cân bằng lò xo giãn một đoạn  $3\text{ cm}$ . Cho  $g = 10\text{ m/s}^2$ .
- a) Tính độ cứng  $K$  của lò xo.
  - b) Tính khối lượng của  $m_2$ , để khi cắt bỏ  $m_2$  (cắt nhanh, nhẹ) thì vật  $m_1$  vẫn dao động điều hoà.



(Đại học Thủy lợi 1999 - 2000)

**Đáp số :**

- 1) a) Đặt  $X = x - 1$  ta có:  $X = 5\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$ .

b) Vật dao động điều hoà với:  $A=5(\text{cm})$ ;  $\varphi=\frac{\pi}{2}$ ;  $T=2(\text{s})$  quanh vị trí  $x = 1 (\text{cm})$ .

2) a) Độ cứng của lò xo:  $K = \frac{(m_1 + m_2)}{\Delta l} = 100 (\text{N/m})$

b) Vật dao động điều hoà khi:  $A = \frac{m_2 g}{K} \leq \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow m_2 \leq m_1$ .

**Câu 44:** Cho hệ dao động gồm hai lò xo khối lượng không đáng kể, có độ dài tự nhiên và hệ số đàn hồi tương ứng  $L_1 = 20 \text{ cm}$ ,  $K_1 = 60 \text{ N/m}$  và  $L_2 = 25 \text{ cm}$ ,  $K_2 = 40 \text{ N/m}$ . Vật nặng có khối lượng  $M = 250 \text{ gam}$ , kích thước không đáng kể được gắn giữa hai lò xo và treo thẳng đứng vào hai giá cố định A, B;  $AB = 50 \text{ cm}$ . Bỏ qua mọi ma sát.

1) Xác định vị trí cân bằng của vật. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

2) Nâng vật lên  $0,5 \text{ cm}$  theo phương thẳng đứng kể từ vị trí cân bằng và truyền cho nó vận tốc ban đầu  $v_0 = 10\sqrt{3} \text{ cm/s}$  theo phương thẳng đứng hướng lên trên.

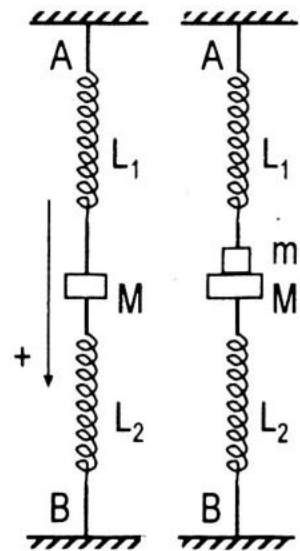
a. Chứng minh vật dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của vật (chọn gốc thời gian lúc vật bắt đầu chuyển động; chiều dương hướng xuống).

b. Xác định các thời điểm lúc lò xo  $L_2$  ở trạng thái tự nhiên (không bị biến dạng).

c. Tại thời điểm  $t$  vật có li độ  $x = 0,8 \text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương. Hãy xác định vị trí và vận tốc của vật sau đó một khoảng thời gian là  $\pi/4 (\text{s})$ .

3) Đặt thêm một vật có khối lượng  $m = 150 \text{ g}$  lên trên vật M, lồng qua lò xo  $L_1$  và không gắn với  $L_1$ . Sau đó kích thích cho hệ dao động theo phương thẳng đứng. Hỏi biên độ dao động của hệ vật phải có giá trị lớn nhất là bao nhiêu để vật m không rời M.

(Đại học Xây dựng 1999 – 2000)



**Đáp số :**

1) Gọi  $\Delta l_1, \Delta l_2$  là độ dãn của 2 lò xo tại vị trí cân bằng ta có :

$$\begin{cases} 60\Delta l_1 - 40\Delta l_2 = 2,5 \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = 0,05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta l_1 = 4,5 \text{ cm} \\ \Delta l_2 = 0,5 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{tại vị trí cân bằng cả hai lò xo}$$

đều dãn.

2a) Phương trình dao động:  $x = 1 \sin(20t - \frac{5\pi}{6}) (\text{cm})$ .

2b) Thời điểm  $L_2$  không dãn ( $x = 0,5 \text{ cm}$ )  $\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{10} (\text{s}) \\ t_2 = \frac{\pi}{12} + \frac{k'\pi}{10} (\text{s}) \end{cases}$  với  $k, k' \in \mathbb{Z}$

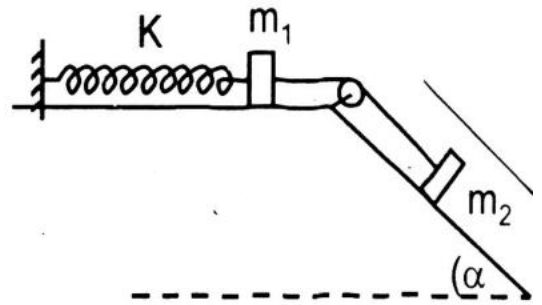


2c) Đã cho :  $x_0 = 1 \sin(20t - \frac{5\pi}{6}) = 0,8 \text{ (cm)}$

$$\Rightarrow x_{t+\frac{\pi}{4}} = 1 \sin\left[(20t - \frac{5\pi}{6}) + \pi\right] = -x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_{t+\frac{\pi}{4}} = -0,8 \text{ (cm)} \\ v_{t+\frac{\pi}{4}} = -12 \text{ (cm/s)} \end{cases}$$

3)  $a_{\max} = \omega^2 A \leq g \rightarrow A \leq \frac{g}{\omega^2} = 0,04 \text{ (m)}$  hay  $A \leq 4 \text{ (cm)}$ .

**Bài 45:** Cho một hệ dao động như hình vẽ: lò xo và ròng rọc có khối lượng không đáng kể độ cứng của lò xo là  $K$ , khối lượng  $m_1 = 300\text{g}$ ,  $m_2 = 200\text{g}$ . Các vật  $m_1$ ,  $m_2$  có kích thước nhỏ và trượt không ma sát. Góc nghiêng  $\alpha = 30^\circ$ . Bỏ qua mọi ma sát và sức cản của môi trường. Xem rằng dây mảnh không giãn và luôn căng.



1) Từ vị trí cân bằng kéo vật  $m_2$  dọc theo mặt phẳng nghiêng xuống dưới một đoạn nhỏ rồi thả ra nhẹ. Chứng minh hệ dao động điều hoà.

2) Cơ năng của hệ  $E = 2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ , chọn thời điểm ban đầu vật  $m_2$  có vận tốc  $v_0 = 0,1\sqrt{2} \text{ m/s}$  và gia tốc  $a_0 = -\sqrt{6} \text{ m/s}^2$ . Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a. Viết phương trình dao động của vật  $m_2$ , lấy vị trí cân bằng làm gốc tọa độ, trục tọa độ hướng dọc theo mặt phẳng nghiêng từ trên xuống.

b. Tính độ cứng của lò xo và những thời điểm lò xo không nén, không giãn. (ĐH Ngoại thương 2000 - 2001)

**Đáp số :** 1) Vật dao động điều hoà với tần số:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}$ .

2a) Từ 
$$\begin{cases} \omega^2 A^2 = 8 \cdot 10^{-2} \\ A\omega \cos \varphi = 0,1\sqrt{2} \\ -A\omega^2 \sin \varphi = -\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ (m)} \\ \omega = 10 \text{ (rad/s)} \\ \varphi = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow x = 2\sqrt{2} \sin(10t + \frac{\pi}{3}) \text{ (cm)}.$$

2b)  $K = m\omega^2 = 50 \text{ (N/m)}$ ;

Lò xo không nén, không giãn khi:  $x = -\Delta = -\frac{m_2 g \sin \alpha}{K} = -0,02 \text{ (m)}$ .

Các thời điểm lò xo không nén, giãn: 
$$\begin{cases} t_1 = \frac{7\pi}{120} + \frac{k\pi}{5} \text{ (s)}; k = 1, 2, 3.. \\ t_2 = \frac{11\pi}{120} + \frac{k'\pi}{5} \text{ (s)}; k' = 0, 1, 2, 3.. \end{cases}$$



**Câu 46:** Một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ, khối lượng  $m = 150 \text{ g}$  treo vào một lò xo nhẹ  $L_1$  thẳng đứng, có độ cứng  $k_1 = 60 \text{ N/m}$  như hình a.

1) Kéo vật  $m$  theo phương thẳng đứng xuống dưới cách vị trí cân bằng một đoạn  $5 \text{ cm}$ , rồi thả cho vật chuyển động không có vận tốc ban đầu.

a) Vật  $m$  dao động điều hoà. Viết phương trình dao động. Chọn gốc tọa độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống. Thời điểm ban đầu là lúc thả vật.

b) Viết biểu thức tức thời của động năng và thế năng của con lắc. Vẽ đồ thị sự phụ thuộc vào thời gian của động năng và thế năng. Xác định các thời điểm động năng bằng thế năng và chỉ rõ các thời điểm đó trên đồ thị.

2) Gắn thêm vào  $m$  một lò xo nhẹ  $L_2$  có độ cứng  $k_2 = 75 \text{ N/m}$  như hình b. Điểm dưới của  $L_2$  gắn cố định tại  $N$ . Trục của hai lò xo thẳng đứng và trùng nhau. Kéo vật  $m$  theo phương thẳng đứng, lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ, rồi thả nhẹ.

a) Chứng minh vật  $m$  dao động điều hoà.

b) Tìm tần số và biên độ dao động, biết rằng tại vị trí vận tốc của vật bằng không thì  $L_1$  dãn  $2,5 \text{ cm}$ ,  $L_2$  dãn  $5,4 \text{ cm}$ . Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(Đại học Quốc gia Hà Nội và  
Học viện Ngân hàng 2001 – 2002)

**Đáp số :**

1a) Phương trình dao động:  $x = 5\sin(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

1b)  $E_d = 0,075\cos^2(20t + \frac{\pi}{2}) = 0,0375 - 0,0375\cos 40t \text{ (J)}$   
 $\approx 37,5 - 37,5\cos 40t \text{ (mJ)}.$

$E_t = 0,075\sin^2(20t + \frac{\pi}{2}) = 0,0375 + 0,0375\cos 40t \text{ (J)}$   
 $\approx 37,5 + 37,5\cos 40t \text{ (mJ)}.$

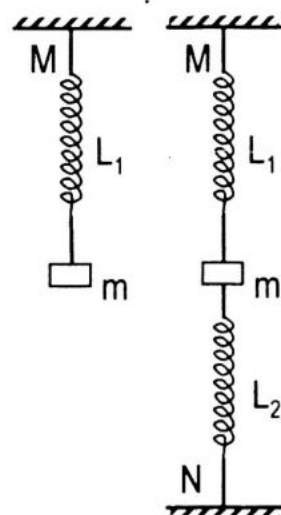
Ta có đồ thị như hình vẽ:

Các thời điểm mà  $E_t = E_d$  là:  $t = (2k +$

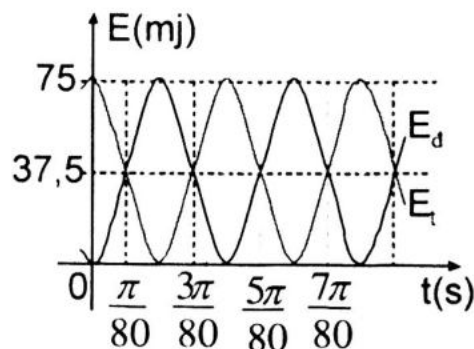
1)  $\frac{\pi}{80} \text{ (s)}$

2) Tại vị trí cân bằng lò xo 1 dãn  $\Delta l_1 = 5,5 \text{ (cm)}$ ; lò xo 2 dãn  $\Delta l_2 = 2,4 \text{ cm}$ , phương

trình dao động của vật:  $x = 3\sin(30t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}.$



(Hình a) (Hình b)



**Câu 47:** Con lắc lò xo gồm vật nặng khối lượng  $M = 300 \text{ g}$ , lò xo có độ cứng  $k = 200 \text{ N/m}$  lồng vào một trục thẳng đứng như hình vẽ. Khi  $M$  đang ở vị trí cân

bằng, thả vật  $m = 200 \text{ g}$  từ độ cao  $h = 3,75 \text{ cm}$  so với  $M$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , va chạm là hoàn toàn mềm, bỏ qua ma sát.

1) Tính vận tốc của  $m$  ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

2) Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hoà. Lấy  $t = 0$  là lúc va chạm. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ tọa độ như hình vẽ, gốc  $O$  là vị trí cân bằng của  $M$  trước va chạm.

3. Tính biên dao động cực đại của hai vật để trong quá trình dao động  $m$  không rời khỏi  $M$ .

(Đại học Kinh tế Quốc dân 2001 – 2002)

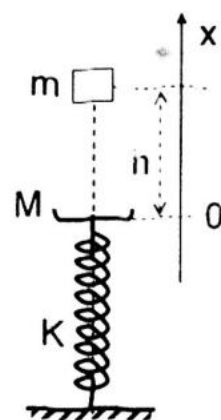
**Đáp số :**

2) Vận tốc vật  $m$  ngay trước khi va chạm:  $v_m = 0,5\sqrt{3} \text{ (m/s)} = 0,866 \text{ (m/s)}$ ;

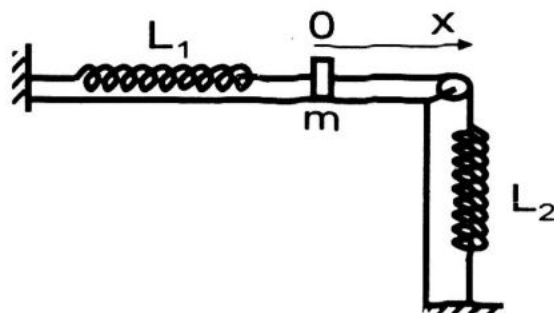
Vận tốc hai vật ngay sau va chạm:  $v_{Mm} = v_0 = 0,2\sqrt{3} \text{ (m/s)} = 0,346 \text{ (m/s)}$ .

2) Phương trình dao động:  $x = -1 + 2\sin(20t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}$ .

3) Để  $m$  không rời khỏi  $M$  thì biên độ dao động  $A \leq \frac{g}{\omega^2} = 0,025 \text{ (m)} = 2,5 \text{ (cm)}$ .



**Câu 48:** Cho hệ dao động như hình vẽ. Hai lò xo  $L_1$  và  $L_2$  có độ cứng  $K_1 = 60 \text{ N/m}$ ,  $K_2 = 40 \text{ N/m}$ . Vật có khối lượng  $m = 250 \text{ gam}$ . Bỏ qua khối lượng ròng rọc và lò xo, dây nối không dẫn và luôn căng khi vật dao động. Ở vị trí cân bằng ( $O$ ) của vật, tổng độ dẫn của  $L_1$  và  $L_2$  là  $5 \text{ cm}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



a) Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt bàn, thiết lập phương trình dao động, chọn gốc ở  $O$ , chọn  $t = 0$  khi đưa vật đến vị trí sao cho  $L_1$  không co dẫn rồi truyền cho nó vận tốc ban đầu  $v_0 = 40 \text{ cm/s}$  theo chiều dương. Viết biểu thức lực căng của dây và tìm điều kiện của  $v_0$  để vật dao động điều hoà.

b) Nếu hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn là  $\mu = 0,1$  thì quãng đường vật đi được từ khi bắt đầu dao động đến khi dừng hẳn là bao nhiêu ?

(Đại học Giao thông Vận tải 2001 – 2002)

**Đáp số:** a) Phương trình dao động:  $x = 2\sqrt{2} \sin(20t - \frac{\pi}{4}) \text{ (cm)}$ ;

$$T = F_{dh1} + ma = k_1 \Delta l_1 + mx'' = k_1(-x_0 + x) - m\omega^2 x$$

$$= -k_1 x_0 + k_1 x - m \frac{k_1 + k_2}{m} x = -k_1 x_0 - k_2 x$$

Biểu thức lực căng dây:  $T = 1,2 - 0,8\sqrt{2} \sin\left(20t - \frac{\pi}{4}\right)$  (N).

Để vật dao động điều hoà:  $T \geq 0 \rightarrow -k_1 x_0 - k_2 x \geq 0 \rightarrow x \leq -$

$$\frac{k_1 x_0}{k_2} = 2 \frac{60}{40} = 3 \text{ (m)}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = A = 3 \text{ (cm)} \Rightarrow v_{0\max} = \omega \sqrt{A^2 - x_0^2} = 20\sqrt{5} = 44,7 \text{ (cm)}.$$

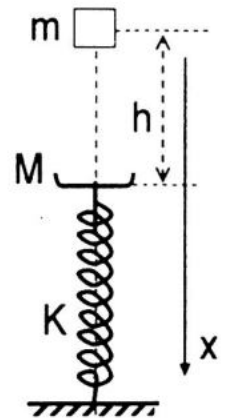
Vậy khi  $v_0 \leq v_{0\max} = 44,7 \text{ (m/s)}$  thì  $T \geq 0$  nên vật dao động điều hoà.

b) Quãng đường đi được  $S = \frac{E}{\mu mg} = 0,16 \text{ (m)} = 16 \text{ (cm)}.$

**Câu 49:** Một cái đĩa khối lượng  $M = 900 \text{ g}$  đặt trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng  $k = 25 \text{ N/m}$ . Một vật nhỏ  $m = 100 \text{ g}$  rơi không vận tốc ban đầu từ độ cao  $h = 20 \text{ cm}$  (so với đĩa) xuống đĩa rồi dính vào đĩa (hình vẽ). Sau va chạm hai vật dao động điều hoà.

1) Viết phương trình dao động của hai vật, chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng của hai vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ trên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

2) Tính các thời điểm để động năng của hai vật bằng 3 lần thế năng của lò xo, lấy gốc tính thế năng của lò xo là vị trí cân bằng của hai vật.



(Đại học Ngoại thương Tp. HCM 2000 – 2002)

**Đáp số :**

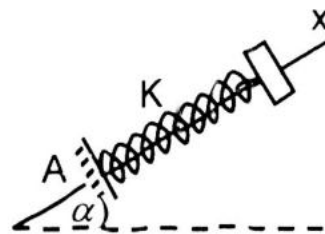
1) Phương trình dao động :  $x = 4\sqrt{2} \sin(5t - \frac{\pi}{4})$  (cm)

2)  $W_d = 3W_t \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$

+ Với  $x = \frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{5} \text{ (s)} \\ t_2 = \frac{13\pi}{60} + \frac{2k'\pi}{5} \text{ (s)} \end{cases}$  với  $k, k' \in \mathbb{Z}$

+ Với  $x = -\frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_3 = \frac{\pi}{60} + \frac{2m\pi}{5} \text{ (s)} \\ t_4 = \frac{17\pi}{60} + \frac{2n\pi}{5} \text{ (s)} \end{cases}$  với  $m, n \in \mathbb{Z}$

**Câu 50:** Một lò xo có khối lượng không đáng kể, một đầu gắn vào điểm A cố định, đầu còn lại gắn với một vật có khối lượng  $m = 300\text{g}$ . Vật chỉ có thể chuyển động không ma sát dọc theo một thanh cứng Ax nghiêng một góc  $\alpha = 30^\circ$  so với phương nằm ngang (hình vẽ). Đẩy vật xuống dưới vị trí cân bằng tới vị trí sao cho lò xo bị nén một đoạn 3 cm rồi thả nhẹ cho vật dao động không vận tốc ban đầu. Coi vật dao động điều hoà, hãy viết phương trình dao động của vật và tính khoảng cách thời gian lò xo bị dẫn trong một chu kì. Chọn gốc toạ độ tại vị trí cân bằng, chiều dương hướng từ A đến x, gốc tính thời gian là lúc vật bắt đầu dao động. Cho  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



(Đại học Xây dựng Hà Nội 2001 – 2002)

**Đáp số :**

+ Tại vị trí cân bằng:  $\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = \frac{1,5}{k} \Rightarrow \text{Biên độ } A = 3 \cdot 10^{-2} - \frac{1,5}{k}$  (1)

Năng lượng dao động :  $E = \frac{kA^2}{2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ (J)}$  (2)

Từ (1), (2) ta có:  $0,9k^2 - 15k + 225 = 0 \Rightarrow \begin{cases} K_1 = 150 \text{ (N/m)} \\ K_2 = \frac{50}{3} \text{ (N/m)} \end{cases}$  (loại  $K_2$  vì  $A < 0$ ).

Vậy, phương trình dao động:  $x = 2 \sin(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

+ Lò xo dẫn khi  $x \geq 1 \Rightarrow t = \frac{T}{3} = \frac{\pi}{15\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{15} = 0,094 \text{ (s)}$ .

**Câu 51:** Con lắc đơn dao động tự do có chiều dài  $l = 1\text{m}$ , khối lượng  $m = 500\text{g}$ . Nâng con lắc đến góc lệch  $\alpha_1$  là bao nhiêu để khi qua vị trí cân bằng, tổng hợp lực tác dụng lên vật m là 5 (N). Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) Cho con lắc dao động điều hoà với biên độ 2 cm, lúc  $t = 0$  góc lệch của sợi dây so với phương thẳng đứng là  $10^{-2} \text{ Rad}$ , vật đang ở phía âm và đang đi ra xa vị trí cân bằng. Viết phương trình dao động. Lấy  $\pi^2 = 10$ ,  $\sin \alpha = \alpha \text{ (rad)}$ .

2) Vẽ đồ thị động năng của vật theo biến số thời gian.

**Đáp số:**

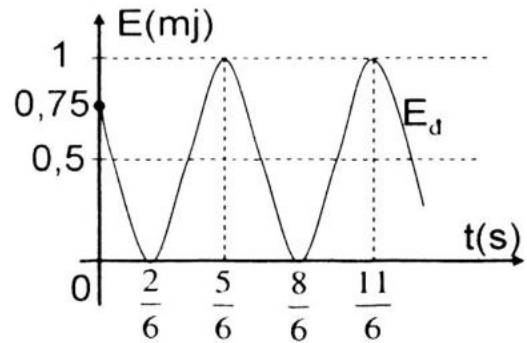
1)  $F_h = T - P = \frac{mv^2}{l} = 2mg(1 - \cos \alpha) = 5 \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

2) Ta có:  $\begin{cases} A = 2 \text{ (cm)} \\ x_0 = A \sin \varphi = -1 \text{ (cm)} \\ v_0 = A \omega \cos \varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = 2 \sin(\pi t - \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}$

$$3) W_d = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \left[ 1 + \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{3}\right) \right]$$

$$= 0,5 \left[ 1 + \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{3}\right) \right] (mJ)$$

Ta có đồ thị như hình vẽ:



**Câu 52:** Con lắc lò xo có khối lượng

$m = 100$  g, dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Lúc  $t = 0$ , vật cách vị trí cân bằng  $\sqrt{2}$  cm, có vận tốc  $-10\sqrt{2}\pi$  cm/s và gia tốc  $100\sqrt{2}\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>.

1/ Viết phương trình dao động của vật.

2/ Ở li độ  $x = -0,5$  cm, vật có vận tốc, gia tốc, động năng, thế năng là bao nhiêu?

3/ Nếu vật  $m$  nối với dây mềm đến lò xo thì biên độ dao động phải ở trong giới hạn nào?

**Đáp số:**

1) Từ

$$\begin{cases} x_0 = A\sin\varphi = -\sqrt{2} \\ v_0 = A\omega\cos\varphi = -10\sqrt{2}\pi \\ a_0 = -\omega^2 x_0 = 100\sqrt{2}\pi^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2(\text{cm}) \\ \omega = 10\pi (\text{rad/s}) \\ \varphi = -\frac{3\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 2\sin(10\pi t - \frac{3\pi}{4}) (\text{cm})$$

2)  $K = m\omega^2 = 100(N/m)$

Khi  $x = -0,5$  cm

thì:  $\begin{cases} v = \pm 60,84(\text{cm/s}); a = 5(\text{m/s}^2) \\ W_t = 1,25(\text{mJ}); W_d = W - W_t = 18,75(\text{mJ}) \end{cases}$

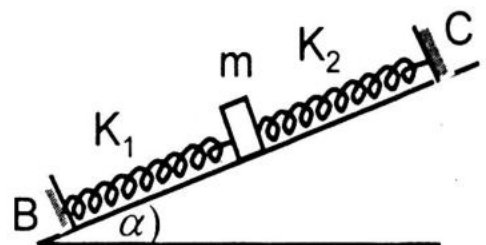
3) Biên độ  $A \leq \Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2} = 10^{-2}(\text{m}) = 1(\text{cm})$

**Câu 53:** Một lò xo đồng chất có khối lượng không đáng kể và độ cứng  $k_0 = 60$  N/m. Cắt lò xo đó thành hai đoạn có tỉ lệ chiều dài  $L_1 : L_2 = 2 : 3$ .

1) Chứng minh rằng độ cứng  $k_1, k_2$  của hai đoạn lò xo nối trên tỉ lệ nghịch với chiều dài của chúng. Từ đó tính độ cứng  $k_1, k_2$  của hai đoạn này.

2) Nối hai đoạn lò xo nối trên với vật nặng khối lượng  $m = 400$  g rồi mắc vào hai điểm

BC cố định như hình vẽ trên mặt phẳng nghiêng góc  $\alpha = 30^\circ$ . Bỏ qua ma sát



giữa vật m và mặt phẳng nghiêng. Tại thời điểm ban đầu giữ vật m ở vị trí sao cho lò xo độ cứng  $k_1$  giãn  $\Delta l_1 = 2 \text{ cm}$ , lò xo độ cứng  $k_2$  nén  $\Delta l_2 = 1 \text{ cm}$  so với độ dài tự nhiên của chúng. Thả nhẹ vật m cho nó dao động. Biết gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Xác định vị trí cân bằng O của m so với vị trí ban đầu.
- Chứng tỏ rằng vật m dao động điều hoà. Tính chu kỳ T.
- Viết phương trình dao động của vật. Tính vận tốc cực đại.
- Tính độ lớn cực đại và cực tiểu của lực mà hệ tác dụng lên điểm B trong quá trình dao động.

(Đại học Cảnh sát Nhân dân 2001 – 2002)

**Đáp số :**

1)  $k_1 = 150 \text{ (N/m)} ; k_2 = 100 \text{ (N/m)} ;$

2a) Tại vị trí cân bằng, lò xo  $k_1$  bị nén  $= \Delta l_1 = \frac{mg \sin \alpha - 0,01 k_2}{k_1 + k_2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ (m)} = 0,4 \text{ (cm)};$

lò xo  $k_2$  bị giãn  $\Delta l_2 = \Delta l_1 + 0,01 = 0,014 \text{ (m)} = 1,4 \text{ (cm)}.$

2b)  $\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 25 \text{ (rad/s)} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,08\pi \approx 0,251 \text{ (s)}$

2c) Chọn chiều dương từ B đến C, ta có:  $x = 2,4 \sin(25t + \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)};$

$v_{\max} = 60 \text{ (cm/s)}.$

2d) Tại  $x = A$  lò xo 1 giãn 2 cm, tại  $x = -A$  lò xo 1 bị nén 2,8 cm.

Ta có:  $F_{\min} = 0 ; F_{\max} = 4,2 \text{ (N)}$  (đó là lực đẩy vào B).

**Câu 54:** Tổng hợp 3 dao động điều hoà cùng chu kỳ  $T = 2 \text{ s}$ , cùng phương, có biên độ và pha ban đầu là:  $A_1 = 4 \text{ cm}, \varphi_1 = -\frac{\pi}{6}; A_2 = 2 \text{ cm}, \varphi_2 = \frac{\pi}{6};$

$A_3 = 2\sqrt{3} \text{ cm}, \varphi_3 = \frac{2\pi}{3}.$

**Đáp số:**  $x = 4 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$

**Câu 55:** Xác định dao động tổng hợp của 3 dao động cùng phương có các phương trình là:

$x_1 = 4 \sin(\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (cm)}; x_2 = 4 \sin(\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (cm)}; x_3 = 6 \sin(\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (cm)}$

**Đáp số:**  $x = 2 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$

**Câu 56:** Viết phương trình dao động tổng hợp của ba dao động điều hoà có tần số góc  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ , cùng phương, có biên độ và pha ban đầu là:



$$A_1 = 1,5 \text{ cm}; \varphi_1 = 0; A_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}; \varphi_2 = \frac{\pi}{2}; A_3 = \sqrt{3} \text{ cm}; \varphi_3 = \frac{5\pi}{6}$$

Đáp số:  $x = \sqrt{3} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$

**Câu 57:** Viết phương trình dao động tổng hợp của 3 dao động cùng phương có phương trình:

$$x_1 = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm}); x_2 = 2\sqrt{3}\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{cm}); x_3 = 8\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm})$$

Đáp số:  $x = 6\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm})$

## **D) CÂU HỎI NÂNG CAO**

**Câu 1.** Hai dao động có phương trình là:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$x_2 = a_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Trong đó  $a_1, a_2, \varphi_1, \varphi_2$  là các số đại số. Để 2 dao động này cùng pha thì câu nào trong các câu sau là đúng:

- a) Chỉ cần  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$
- b) Chỉ cần  $(\omega_1 t + \varphi_1) - (\omega_2 t + \varphi_2) = 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$
- c) Phải có  $a_1 a_2 > 0$ , cùng chu kỳ,  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi$ .
- d) Phải có  $a_1 a_2 < 0$ , cùng chu kỳ,  $\varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\pi$
- e) Cả c và d mới đúng.

ĐS: e

**Câu 2.** Hai dao động cùng chu kỳ (tần số):

$$x_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

- a) Hai dao động cùng pha trong đó,  $a_1, a_2$  đều dương nếu  $\varphi_1 = \varphi_2$
- b) Hai dao động ngược pha nếu  $\varphi_1 = -\varphi_2$
- c) Hai dao động vuông pha nhau nếu  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
- d) Cùng pha, nếu  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$   
 Ngược pha, nếu  $\varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\pi \quad m \in \mathbb{Z}$
- e) Vuông pha, nếu  $\varphi_1 - \varphi_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

Chỉ ra câu nào sai, câu nào không đầy đủ.

ĐS: sai: câu b; không đầy đủ: a và c.

**Câu 3.** Liên hệ giữa li độ và vận tốc tức thời:

- a) v sớm pha hơn x 1 góc  $\frac{\pi}{2}$
- b) x sớm pha hơn v 1 góc  $\frac{\pi}{2}$
- c) cả a và b đều có thể xảy ra.
- d) v và x cùng pha.
- e) v và x ngược pha.

Hãy chỉ ra kết luận đúng

ĐS: a

**Câu 4.** Trong các câu sau đây câu nào đúng:

- a) Tổng vectơ ngoại lực tác dụng lên vật đang dao động điều hoà tại vị trí cân bằng là vectơ  $\vec{0}$ .
- b) a chỉ đúng cho con lắc đơn.
- c) a không đúng cho con lắc lò xo.
- d) Trong mọi loại con lắc, hình chiếu của tổng vectơ các ngoại lực trên trục dao động luôn bằng 0.
- e) a không đúng cho con lắc nào.

ĐS: d

**Câu 5.** Con lắc gồm hai lò xo và 1 vật m dao động điều hoà trên mặt phẳng ngang. Hỏi câu nào trong các câu sau là đúng:

- a) Quy ước một, thế năng trọng lực tại vị trí cân bằng bằng không.
- b) Người ta quy ước tổng thế năng 2 lực đàn hồi tại vị trí cân bằng bằng không.

$$\frac{1}{2}k\Delta l_1^2 + \frac{1}{2}k\Delta l_2^2 = 0 \text{ nên thế năng tại li độ } x \text{ là } W_t = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2$$

- c) Chọn mốc thế năng trọng lực ở vị trí cân bằng và quy ước tổng thế năng hai lò xo tại vị trí cân bằng bằng 0 thì  $W_t = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2$

- d) Chọn mốc thế năng trọng lực sao cho độ cao của mặt bàn h là số âm, thỏa mãn:  $mgh + \frac{1}{2}k_1\Delta l_1^2 + \frac{1}{2}k_1\Delta l_2^2 = 0$  thì thế năng của dao động là

$$\frac{1}{2}(k_1 + k_2)x^2.$$

- e. Chọn như c và d là sai

ĐS: d

**Câu 6.** Chỉ ra kết luận đúng trong các câu sau:

- a. Khi bỏ qua lực cản không khí, tính đến ma sát trượt, con lắc lò xo dao động tắt dần trên mặt bàn nằm ngang có biên độ giảm theo cấp số nhân.

- b. Nếu lực cản của không khí tỉ lệ thuận với vận tốc thì biên độ dao động của con lắc đơn giảm theo cấp số cộng.
- c. Cả hai kết luận a và b đều đúng
- d. a đúng, b sai
- e. Con lắc lò xo trong câu a, có biên độ giảm theo cấp số cộng. Con lắc đơn trong câu b, có biên độ giảm theo cấp số nhân.

ĐS: e

**Câu 7.** Trong dao động điều hoà nói chung:

- a. Động năng và thế năng không phải là hàm điều hoà của thời gian
- b. Động năng là hàm điều hoà, thế năng không phải là hàm điều hoà
- c. Động năng và thế năng cũng là hàm điều hoà của thời gian, chu kì của chúng là chu kì dao động.
- d. Động năng và thế năng cũng là hàm điều hoà của thời gian có chu kì bằng một nửa chu kì dao động
- e. Thế năng là hàm điều hoà. Động năng không phải là hàm điều hoà

ĐS: d

**Câu 8.** Trong các câu sau, câu nào sai:

- a. Dao động tắt dần không phải là dao động vì nó có những 2 vị trí cân bằng lực.
- b. Dao động tắt dần có thể coi gần đúng là dao động vì nó lặp đi lặp lại qua vị trí lò xo tự nhiên (con lắc lò xo) hoặc vị trí thẳng đứng (con lắc đơn)
- c. Dao động tắt dần không phải là dao động tuần hoàn. Vậy không thể nói đến chu kì của nó
- d. Chu kì dao động tắt dần là khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái lặp lại.
- e. Chu kì dao động tắt dần là khoảng thời gian để thực hiện được một dao động toàn phần

ĐS: d

**Câu 9.** Trong các câu sau, câu nào đúng:

- a. Biên độ dao động cưỡng bức chỉ phụ thuộc vào tương quan giữa tần số riêng và tần số cưỡng bức
- b. Biên độ dao động cưỡng bức vừa phụ thuộc vào biên độ của lực cưỡng bức, vừa phụ thuộc vào tương quan giữa hai tần số
- c. Biên độ dao động cưỡng bức còn phụ thuộc vào lực cản của môi trường
- d. Biên độ dao động cưỡng bức không phụ thuộc vào lực cản môi trường
- e. Cả b và c đều đúng

ĐS: e

**Câu 10.** Câu nào đúng trong các câu sau:

- a. Ngoại lực tác dụng lên vật m đang dao động cưỡng bức chỉ là ngoại lực tuần hoàn cưỡng bức
- b. Ngoại lực tác dụng lên dao động cưỡng bức phải tính cả lực ma sát
- c. Vật dao động cưỡng bức cũng chịu tác dụng của lực hồi phục
- d. Cả ba loại ở a, b và c nhưng lực cưỡng bức là đặc trưng cho dao động
- e. Có 2 loại lực ở a và b

ĐS: d

**Câu 11:** Trong các câu sau, câu nào sai:

- a. Dao động của con lắc lò xo không hề phụ thuộc nhiệt độ
- b. Tần số riêng thay đổi theo nhiệt độ, vì khi nhiệt độ tăng thì độ cứng giảm
- c. Tần số riêng, và ngay cả vị trí cân bằng cũng có thể phụ thuộc nhiệt độ vì khi nhiệt độ tăng thì  $K$  giảm
- d. Có phụ thuộc nhiệt độ, nhưng không đáng kể, có thể bỏ qua khi tính toán
- e. b và c đều đúng

ĐS: a

**Câu 12:** Dao động tắt dần có phải là dao động điều hoà không ? vì sao ?

ĐS: không

**Câu 13:** Tại vị trí cân bằng tổng hợp lực tác dụng lên con lắc bằng không là đúng hay sai ? vì sao ?

ĐS: vừa đúng lại vừa sai.

**Câu 14:** Có học sinh cho rằng: trong dao động của con lắc thì mức tính thế năng trọng lực và thế năng đàn hồi là tùy ý chọn. Quan niệm đó đúng hay sai ?

ĐS: sai

**Trong 8 câu từ câu 15 đến câu 22, mỗi câu có đưa ra hai phát biểu. Hãy lựa chọn các đánh giá sau:**

- a. Cả 2 cùng đúng có liên quan nhau
- b. Cả 2 đúng không liên quan nhau
- c. 1 đúng 2 sai
- d. 1 sai 2 đúng

**Câu 15:**

**Phát biểu I:** Nếu nói dao động là chuyển động mà chất điểm chỉ di chuyển trong 1 vùng hẹp của không gian và lặp đi lặp lại xung quanh một vị trí cân bằng thì dao động tắt dần không phải là dao động vì nó có hai vị trí cân bằng lực.

**Phát biểu II:** Nếu nói dao động là chuyển động có lặp lại xung quanh một vị trí đặc biệt. Đó là vị trí của vật khi nó đứng yên, thì dao động tắt dần là một dao động.

**Câu 16:**

**Phát biểu 1:** Hai dao động ngược pha nhau là hai dao động luôn luôn có li độ ngược dấu nhau.

**Phát biểu 2:** Nếu ta để pha ban đầu trong dao động nói chung là góc ở trong phạm vi  $(-\pi, \pi)$  thì hai dao động ngược pha nhau là hai dao động có hiệu số pha ban đầu  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$  (tất nhiên là phải đưa về hàm điều hoà cùng là sin hay cùng là cosin, và không để dấu âm ở thành phần biên độ).

**Câu 17:**

**Phát biểu 1:** Hai dao động ngược pha nhau thì các thông số của nó như li độ, vận tốc, gia tốc luôn khác dấu nhau.

**Phát biểu 2:** Cũng như hai dao động cùng pha, động năng (và thế năng) của hai dao động ngược pha nhau, luôn pha dao động cùng pha nhau.

**Câu 18:**

**Phát biểu 1:** Vì vận tốc tức thời và li độ của một dao động khác pha nhau **Error!** (vuông pha nhau) nên động năng và thế năng của một dao động điều hoà cũng dao động vuông pha nhau.

**Phát biểu 2:** Động năng và thế năng của dao động điều hoà luôn dao động ngược pha nhau.

**Câu 19:**

**Phát biểu 1:** Chu kì của dao động tắt dần là khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái dao động lặp lại.

**Phát biểu 2:** Chu kì dao động tắt dần là khoảng thời gian cần thiết để vật thực hiện được 1 dao động toàn phần.

**Câu 20:**

**Phát biểu 1:** Dao động duy trì có thể coi là một trường hợp riêng của dao động cưỡng bức vì nó giữ nguyên biên độ nhờ một ngoại lực tuần hoàn.

**Phát biểu 2:** Dao động duy trì không phải là dao động cưỡng bức vì nó không nhất thiết phải có tần số là lần số của lực tuần hoàn cưỡng bức. Có thể coi tần số của dao động duy trì gần đúng là tần số riêng của con lắc.

**Câu 21:**

**Phát biểu 1:** Trong mọi dao động điều hoà, tổng hợp các véc tơ ngoại lực tại vị trí cân bằng, bằng không:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{0}$ .

**Phát biểu 2:** Trong mọi dao động điều hoà tổng hình chiếu của các ngoại lực tác dụng lên vật lên trục dao động luôn bằng không.

**Câu 22:**

**Phát biểu 1:** Dao động điều hoà là dao động chịu tác dụng của tổng hợp lực là lực hồi phục. Lực hồi phục là lực hướng về vị trí cân bằng và tỉ lệ thuận với khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng.

**Phát biểu 2:** Dao động tự do cũng chịu tác dụng của lực hồi phục. Chỉ khác dao động điều hoà ở chỗ, có biên độ bất kì.

**Bài 23:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng dao động điều hoà, lúc  $t = 0$  vật qua vị trí cân bằng, lò xo đang bị dãn 10 cm, vật đang có vận tốc 20 cm/s (lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Phương trình dao động của vật:

a.  $x = 2\sin 10t$  (cm)

b.  $x = -2\sin 10t$  (cm)

c.  $x = 2\sin 10t$  (cm) nếu chọn chiều dương là chiều véc tơ  $\vec{v}_0$ .

d. Một giá trị khác

**Bài 24:** Con lắc đơn dao động điều hoà với chu kì  $T = 2s$ , biên độ  $A = 2cm$ , khối lượng  $m = 100 g$ . Lấy  $g = \pi^2 = 10$ . Tổng hợp lực tác dụng lên vật m tại vị trí cân bằng là:

- a. 0  
b. 1N  
c. 0,004N  
d. 0,5N  
e. Một giá trị khác.

**Bài 25:** Con lắc lò xo đang cân bằng trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang. Tác dụng một lực  $\vec{F}$  không đổi dọc theo trục lò xo, lò xo giãn đoạn cực đại là  $\Delta l$ . Ta tính được độ cứng của lò xo là:

- a.  $K = \frac{F}{\Delta l}$   
b.  $K = \frac{2F}{\Delta l}$   
c.  $K = \frac{F}{2\Delta l}$   
d.  $K = \frac{F}{3\Delta l}$

e. Tất cả đều sai

Đáp số nào đúng ?

**Bài 26.** Trong bài trên vật m có dao động hay không ? nếu có thì vị trí cân bằng ở đâu và biên độ là bao nhiêu ? Hãy chọn đáp số:

- a. Không  
b. Có, vị trí cân bằng là vị trí lò xo tự nhiên, biên độ là  $\Delta l$ .  
c. Có, vị trí cân bằng là vị trí lò xo giãn  $\Delta l/2$ , biên độ dao động  $A = \Delta l/2$ .  
d. Có, vị trí cân bằng lò xo giãn  $\Delta l$ , biên độ dao động  $A = \Delta l$ .  
e. Tất cả đều sai.

**Bài 27:** Dùng hai con lắc có độ cứng là  $K_1, K_2$  và một vật m. Nếu dùng lò xo 1 và vật m thì chu kì dao động điều hoà là  $T_1$ . Nếu dùng lò xo 2 và vật m thì chu kì dao động điều hoà là  $T_2$ . Hỏi nếu dùng hệ hai lò xo thì chu kì là bao nhiêu ?

1. Ghép nối tiếp

2. Ghép song song

Chọn đáp số đúng:

1) a.  $T_1 + T_2$

2) a.  $\frac{T_1 T_2}{T_1^2 + T_2^2}$

b.  $|T_1 - T_2|$

b.  $T_1 + T_2$

c.  $\sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

c.  $\sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

d.  $\frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

d.  $\frac{T_1 T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}}$

e. Một kết quả khác

e. Cả 4 đều sai

**Bài 28:** Một lò xo có độ cứng K và 2 vật có khối lượng khác nhau  $m_1, m_2$ . Nếu dùng  $m_1$  thì tần số riêng là  $\omega_1$ . Nếu dùng  $m_2$  thì tần số riêng là  $\omega_2$ . Hỏi tần số riêng là bao nhiêu nếu ta dùng lò xo và khối lượng  $m_1 + m_2$ .

Chọn đáp số đúng:

a.  $\omega_1 + \omega_2$

b.  $\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$

c.  $\frac{\omega_1 \omega_2}{\sqrt{\omega_1 + \omega_2}}$

d.  $\omega_1 - \omega_2$

e. Một kết quả khác



**Bài 29:** Bỏ qua khối lượng ròng rọc, ma sát giữa ròng rọc và trục, dây mềm và không dẫn. Hệ đang dao động điều hoà. Khi đó, chu kì dao động của vật  $m_1$  trong hai hình là:

a.  $\omega_A = \omega_B = \sqrt{\frac{K}{m_1}}$

b.  $\omega_A = \omega_B = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}$

c.  $\omega_A = \omega_B = \sqrt{\frac{K}{m_1 - m_2}}$

d.  $\omega_A = \omega_B = \sqrt{\frac{K}{m_2}}$

e.  $\omega_A \neq \omega_B$ , lấy một giá trị khác

Hãy chọn đáp số đúng

**Bài 30** Trong cơ hệ câu 7 cho  $K = 100\text{N/m}$ ,  $m_1 = 200\text{ gam}$ ,  $m_2 = 50\text{g gam}$ , lò xo có chiều dài là  $l_0 = 20\text{cm}$ . Tìm giới hạn của biên độ để có dao động điều hoà của  $m_1$ . Ký hiệu  $A_1$ ,  $A_2$  là biên độ của dao động này trong 2 hình.

- $A_1$  nhỏ hơn hoặc bằng  $20\text{ cm}$ ,  $A_2$  nhỏ hơn hoặc bằng  $2\text{ cm}$
- $A_1$ ,  $A_2$  đều nhỏ thua  $2,5\text{ cm}$
- $A_1$  bất kì,  $A_2$  nhỏ thua  $2,5\text{ cm}$
- $A_1$  nhỏ hơn hoặc bằng  $2,5\text{ cm}$ ,  $A_2$  nhỏ hơn hoặc bằng  $1,5\text{ cm}$
- Một kết quả khác.

Hãy chọn đáp số đúng

**Câu 31** Con lắc lò xo mà lò xo có độ cứng  $K$ , vật  $M$  có dạng hình trụ tiết diện  $S$  (khối lượng riêng của  $M$  là  $D_0$ ). Vật dao động dọc theo trục lò xo (theo phương thẳng đứng). Phía dưới con lắc là chất lỏng có khối lượng riêng là  $D$ . Hỏi tần số dao động  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  là bao nhiêu nếu:

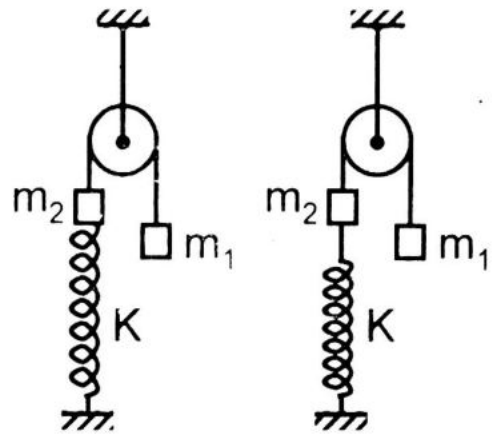
- Khi dao động vật  $M$  ở trên không khí
- Khi dao động vật  $M$  ở hoàn toàn trong chất lỏng
- Khi dao động vật  $M$  có một phần nổi, một phần chìm

Chọn đáp số đúng

a.  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ ,  $\omega_3 = \sqrt{\frac{SDg}{M}}$

b.  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ ,  $\omega_3 = \sqrt{\frac{k + SDg}{M}}$

c.  $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{kD}{MD_0}}$ ,  $\omega_3 = \sqrt{\frac{SDg}{M}}$



Hình a

Hình b

$$d. \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

e. Một kết quả khác

**Câu 32:** Hai lò xo có độ cứng là  $K_1 = 150 \text{ N/m}$ ,  $K_2 = 100 \text{ N/m}$  được nối với  $m_1$  bởi dây mềm, không dẫn. Vật  $m_2$  chồng lên  $m_1$ , di chuyển dễ dàng không ma sát dọc theo dây luôn qua nó. Tại vị trí cân bằng lò xo 1 căng 4 cm, lò xo 2 căng 3,5 cm. Cho các vật dao động điều hoà dọc theo phương thẳng đứng. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1. Tính  $\omega$

2. Tìm giới hạn trên của biên độ dao động

Chọn đáp số đúng

1) a. 10

b.  $15 \text{ s}^{-1}$

c.  $20 \text{ s}^{-1}$

d.  $25 \text{ s}^{-1}$

e. Một kết quả khác

2) a. 4 cm

b. 3,5 cm

c. 0,5 cm

d. 2,5 cm

e. Một kết quả khác

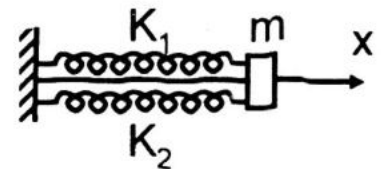
**Câu 33:** Cho  $k_1 = 150 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 100 \text{ N/m}$  thả nhẹ vật từ trạng thái lò xo 1 dãn 3cm, lò xo 2 dãn 2cm. Tìm biên độ A.

a) 1cm;

b) 2,5cm;

c) 2,6cm;

d) kết quả khác.



ĐS. c

**Câu 34:** Một dao động điều hoà có chu kỳ  $T = 2 \text{ s}$  biên độ  $A = 2 \text{ cm}$  Hỏi vật đi từ  $x_1 = 1 \text{ cm}$  thẳng ra biên rồi về đến  $x_2 = \sqrt{3} \text{ cm}$  hết thời gian bao nhiêu?

a)  $\frac{1}{3} \text{ s}$ ;

b)  $\frac{5}{6} \text{ s}$ ;

c) 0,5s và 1,5s;

d) kết quả khác.

ĐS. c

**Câu 35:** Dao động điều hoà có phương trình là  $x = 2\sin(10\pi t - \frac{5\pi}{6}) \text{ cm}$ . Kể

từ lúc  $t = 0$  sau khi trượt được quãng đường tổng cộng là 22cm thì vật có ly độ, vận tốc, gia tốc là bao nhiêu ?

a) - 1cm,  $10\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$ ,  $100\pi^2 \text{ cm/s}^2$

b) 1cm,  $-10\sqrt{3}\pi \text{ cm/s}$ ,  $-100\pi^2 \text{ cm/s}^2$

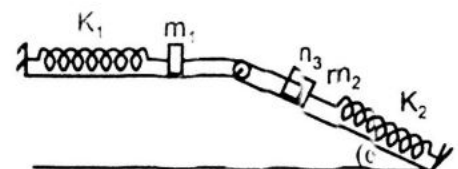
c)  $\sqrt{3} \text{ cm}$ ,  $10 \text{ cm/s}$ ,  $-100\sqrt{3}\pi^2 \text{ cm/s}^2$

d) Một kết quả khác.

ĐS. b

**Câu 36:**  $m_1 = m_2 = m_3$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $k_1 = 150 \text{ N/m}$ ;  $k_2 = 100 \text{ N/m}$ . Tại vị trí cân bằng lò xo 1 dãn 3cm; lò xo 2 dãn 2cm. Tính chu kỳ dao động của vật.

a) 0,5s; b) 1s; c) 0,6s; d) 0,344s.



ĐS. d

**Câu 37:** Trong hình vẽ bài số 36, nếu  $m_1 = m_2 = m_3 = \frac{1}{3}$  kg. Các dây mềm,  $m_3$  chỉ dựa trên  $m_2$  và mặt phẳng nghiêng. Bỏ qua mọi ma sát. Hỏi hệ có thể dao động với biên độ A trong phạm vi nào, nếu tại vị trí cân bằng lò xo 2 dãn 1cm.

- a) 2,89cm ;    b) 2cm;    c) 1cm ;    d) kết quả khác.

ĐS. c

Hướng dẫn:

- lò xo 1 không bị nén khi  $\Delta l_1 + x \geq 0$  hay  $A \leq 2,89$  cm (a)
- lò xo 2 không bị nén khi:  $A \leq 1$ cm (b)
- điều kiện 3:  $m_3$  dựa trên  $m_2$  khi:  $A \leq 2$  cm (c)

**Câu 38:** Con lắc đơn có  $m = 0,1$  kg,  $l = 1$  m dao động điều hoà với biên độ góc là  $\alpha_0 = 0,04$  Rad. Hỏi tổng hợp lực tác dụng lên vật m tại vị trí cân bằng.

- a) 0 ;    b) 1N ;    c) 0,0016N;    d) cả ba đều sai.

ĐS. c

**Câu 39:** Con lắc lò xo dao động điều hoà với phương trình :

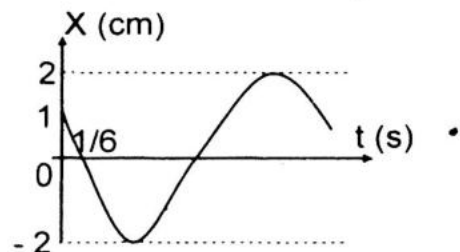
$$x = 4\sin\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm.}$$

- 1) Vật qua vị trí  $x = 2$ cm lần thứ 4 vào lúc nào?
  - 2) Vật qua vị trí  $x = 2$ cm (với vận tốc âm) lần thứ 4 vào lúc nào ?
- a)  $\frac{25}{6}$  s,  $\frac{49}{6}$  s    b)  $\frac{25}{6}$  s,  $\frac{25}{6}$  s    c)  $\frac{49}{6}$  s,  $\frac{49}{6}$  s    d) Một kết quả khác.

ĐS. a

**Câu 40:** Một dao động điều hoà có đồ thị li độ như hình vẽ. Hãy tính vận tốc ban đầu  $v_0$ .

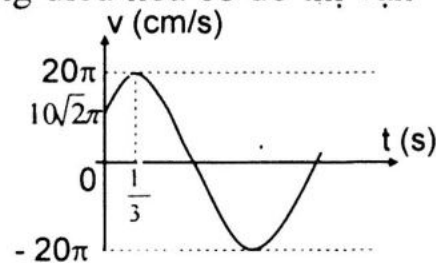
- a)  $\pi\sqrt{3}$  cm/s    b)  $-\pi\sqrt{3}$  cm/s  
c)  $\pi$  cm/s    d) Kết quả khác.



ĐS. b

**Câu 41:** Viết phương trình dao động của 1 dao động điều hoà có đồ thị vận tốc như hình vẽ.

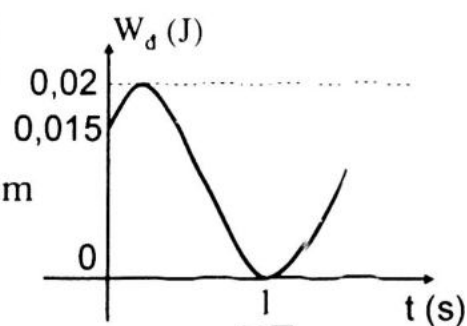
- a)  $x = \frac{80}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{4}t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$   
b)  $x = \frac{80}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$   
c)  $x = \frac{80}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{4}t - \frac{3\pi}{4}\right) \text{ cm}$



- d) Một kết quả khác.

ĐS. a

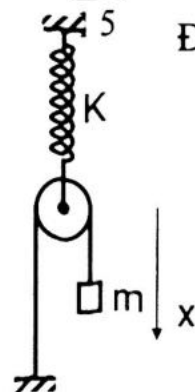
**Câu 42:** Cho đồ thị động năng của một dao động điều hoà. Cho biết  $m = 100\text{gam}$ . Viết phương trình dao động. Biết rằng lúc  $t = 0$ , vật đang có vận tốc âm.



- a)  $x = 2\sin(\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ cm}$     b)  $x = 2\sin(10\pi t - \frac{\pi}{6}) \text{ cm}$   
 c)  $x = 2\sin(10\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ cm}$   
 d) Một kết quả khác.

ĐS. c

**Câu 43:**  $k = 100 \text{ N/m}$ ;  $m = 250 \text{ gam}$ . Ban đầu các dây đều thẳng đứng và đỡ  $m$  cho lò xo không biến dạng. Bỏ qua khối lượng ròng rọc, ma sát trong ròng rọc, các dây mềm và dẫn không đáng kể. Tính tần số và biên độ dao động.



ĐS. d

- a)  $20\text{s}^{-1}$ ,  $2,5\text{cm}$

- b)  $10\sqrt{2} \text{ s}^{-1}$ ,  $2,5\text{cm}$     c)  $20 \text{ s}^{-1}$ ,  $5\text{cm}$     d)  $10 \text{ s}^{-1}$ ,  $10\text{cm}$

**Câu 44:** Cho  $m_1 = 200 \text{ gam}$ ;  $m_2 = 100 \text{ gam}$ ;

$\alpha = 60^\circ$ , lúc  $t = 0$  thì  $x_0 = -\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$ ;

$v_0 = 20 \text{ cm/s}$ ;  $a_0 = 400 \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm/s}^2$ .

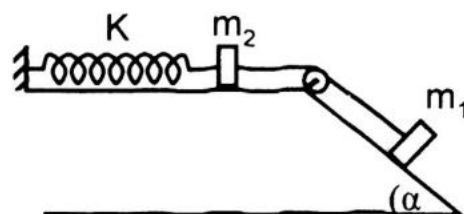
Viết phương trình dao động:

a)  $x = 2\frac{\sqrt{3}}{3}\sin(20t - \frac{\pi}{6}) \text{ cm}$

b)  $x = \sqrt{3}\sin(20t + \frac{\pi}{6}) \text{ cm}$

c)  $x = 2\sin(20t + \frac{5\pi}{6}) \text{ cm}$

d) Kết quả khác.



ĐS. a

**Câu 45:** Trong hình vẽ câu 44. Tìm lực cực đại mà ròng rọc đè lên trục của nó:

a)  $12\sqrt{3} \text{ (N)}$

b)  $2\sqrt{3} \text{ (N)}$

c)  $\sqrt{3} \text{ (N)}$

d) Kết quả khác.

ĐS. d

Hướng dẫn:

Đã có:  $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ ;  $\alpha = 60^\circ$ ; biên độ  $A = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Tính được  $k = (m_1 + m_2)\omega^2 = 0,3 \cdot 400 = 120 \text{ N/m}$

Viết phương trình động lực học cho  $m_2$ , để tìm lực căng:

$$T - k(\Delta l_0 + x) = m_2 x''$$

$$T = -\omega^2 m_2 x + k\Delta l_0 + kx = k\Delta l_0 + x[k - \omega^2 m_2]$$

$$T = P_1 \sin \alpha + x \left[ k - \frac{k \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right]$$

$$T = P_1 \sin \alpha + x \frac{k \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

$$T = P_1 \sin \alpha + x \left[ \frac{2}{3} k \right] = P_1 \sin \alpha + 80x$$

$$T_{\max} = \sqrt{3} + 80 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 10^{-2} = 2,66 \text{ N}$$

Tổng hợp 2 lực căng, có số trị là lực ép mà ròng rọc đè lên trục.

$$Q_{\max} = T_{\max} = 2,66 \text{ (N)}$$

**Câu 46:** Tìm giới hạn của biên độ trong bài 44, 45

- a) 1 cm      b)  $\sqrt{3}$  cm      c) 1,44 cm      d) Kết quả khác.

ĐS. c

Hướng dẫn:

Điều kiện 1: Lò xo không bị nén khi:  $\Delta l_0 + x \geq 0$

$$-x \leq \Delta l_0 \Rightarrow A \leq \frac{P_1 \sin \alpha}{k} = \frac{\sqrt{3}}{120} \text{ (m)}$$

Điều kiện 2: Dây luôn căng:  $T = P_1 \sin \alpha + m_2 \omega^2 x \geq 0$

$$\Rightarrow -x \leq \frac{g \sin \alpha}{\omega^2} \Rightarrow A \leq \frac{\sqrt{3}}{80} \text{ (m)}$$

Kết hợp hai điều kiện, hệ chỉ có thể dao động với biên độ  $A \leq \frac{\sqrt{3}}{120} \text{ m} = 1,44 \text{ cm}$ .

**Câu 47:** Tổng hợp 2 dao động điều hoà cùng tần số, có biên độ và pha ban đầu lần lượt là:  $A_1 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ ;  $\varphi_1 = \frac{5}{12}\pi$ ;  $A_2 = 2 \text{ cm}$ ;  $\varphi_2 = -\frac{1}{12}\pi$ .

- a)  $A = 4\sqrt{3}$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{6}$       b)  $A = 4 \text{ cm}$ ;  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$   
c)  $A = 4 \text{ cm}$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{4}$       d) Kết quả khác.

ĐS. c

**Câu 48:** Tổng hợp 4 dao động có cùng tần số, có biên độ và pha ban đầu lần lượt là:  $A_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $\varphi_1 = 0$ ;  $A_2 = 4 \text{ cm}$ ,  $\varphi_2 = -\frac{2}{3}\pi$ ;  $A_3 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ ,  $\varphi_3 = \frac{\pi}{6}$ ;

$$A_4 = 6 \text{ cm}, \varphi_4 = \frac{\pi}{3}.$$

- a)  $A = 6 \text{ cm}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$       b)  $A = 4 \text{ cm}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{3}$

c)  $A = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$

d) Kết quả khác.

ĐS. c

**Câu 49:** Con lắc đơn dao động điều hoà trong điện trường đều có phương nằm ngang. Do tích điện nên vị trí cân bằng của dao động lệch một góc  $\beta$  so với phương trọng lực. Cho  $l = 1\text{m}$ ,  $\cos\beta = 0,81$ ,  $g = 10 = \pi^2$  Tính chu kỳ dao động?

a) 2 s

c) 1,62 s

b) 1,8 s

d. kết quả khác.

ĐS. b

## CHƯƠNG II: SÓNG CƠ HỌC. ÂM HỌC

### A) LÝ THUYẾT CƠ BẢN

#### I. Đại cương về sóng cơ

##### 1. Khái niệm sóng

Nếu ta dùng một âm thoa kích động một điểm S trên mặt nước thì từ điểm S lan ra xung quanh một sóng chạy có hình dạng như sau: các vòng tròn đồng tâm cách đều, vòng gợn lồi và gợn lõm xen kẽ, sinh ra từ S mở rộng dần và lan vô tận. Hiện tượng trên được gọi là sóng cơ học.

➤ **Định nghĩa:** sóng cơ học là sự lan truyền dao động từ điểm này đến điểm khác trong môi trường đàn hồi.

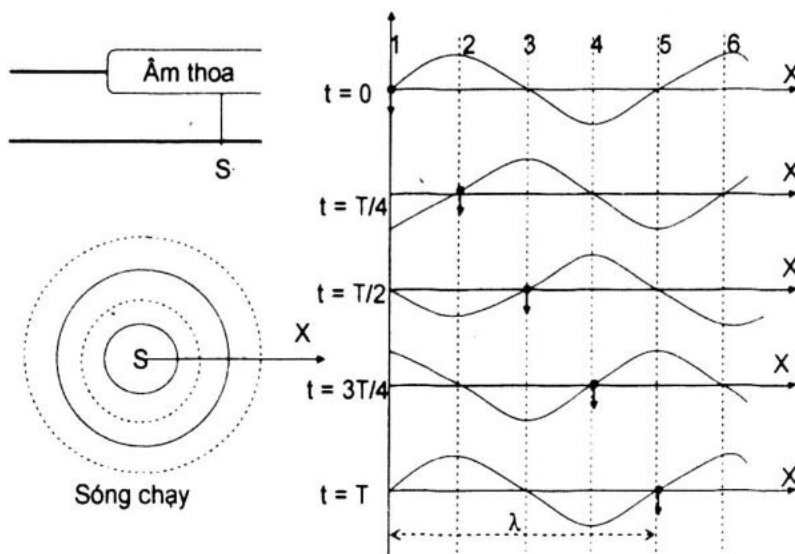
➤ **Phân loại:** có 2 loại sóng cơ:

▪ Sóng dọc là sóng mà phương dao động của các phân tử dọc theo phương truyền sóng. Sóng dọc truyền trong lòng các môi trường rắn, lỏng, hơi (sóng âm là sóng dọc).

▪ Sóng ngang là sóng mà phương dao động của các phân tử vuông góc với phương truyền sóng. Sóng ngang lan truyền ở mặt ngoài các chất lỏng (sóng trên mặt nước là sóng ngang).

##### 2. Khảo sát sóng

Trong hình vẽ ta quan sát hình dạng mặt nước dọc theo phương truyền sóng Sx. Ta tưởng tượng phân tích mặt nước thành nhiều hạt nước.





Tại  $t = 0$ , xét các hạt tại VTCB như 1, 3, 5; ở trên gợn lồi như 2, 6; ở dưới gợn lõm như 4.

Sau  $\frac{1}{4}$  chu kì, các hạt này vẫn có vị trí đặc biệt: hạt 1 xuống vị trí thấp nhất; hạt 2 về VTCB, đi xuống; hạt 3 lên vị trí cao nhất.

$\frac{1}{4}$  chu kì tiếp theo hạt 1 ở VTCB, đi lên; hạt 2 xuống vị trí thấp nhất; hạt 3 về VTCB, đi xuống. Quá trình cứ tiếp diễn, ta có kết quả sau đây:

- Các hạt nước dao động tại chỗ với pha dao động khác nhau
- Có sự lan truyền pha dao động dọc theo phương truyền sóng:

pha dao động của 1 chuyển sang 2 sau  $\frac{1}{4}$  chu kỳ và  $\frac{1}{4}$  chu kì tiếp theo chuyển cho 3; pha dao động của 2 chuyển sang 3 sau  $\frac{1}{4}$  chu kỳ và  $\frac{1}{4}$  chu kì tiếp theo chuyển cho 4, rồi cho 5, ...

### 3. Các đại lượng đặc trưng

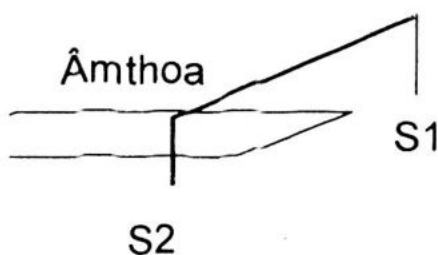
#### a) Chu kì $T$ và tần số $f$

Chu kì và tần số sóng cơ chính là chu kì và tần số dao động của mọi điểm trong môi trường mà sóng truyền qua. Nếu sóng phát ra từ nguồn  $S$  thì chu kì của sóng là chu kì dao động của nguồn.

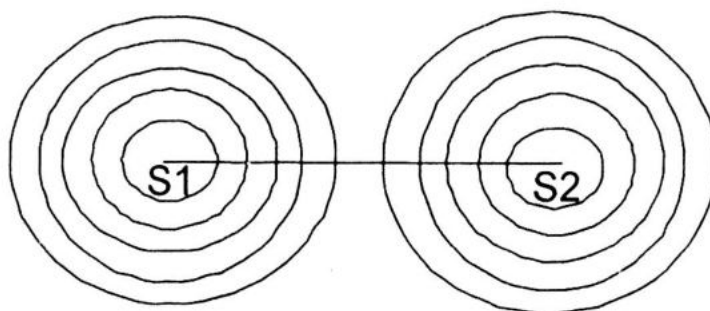
#### b) Bước sóng

Bước sóng là khoảng cách giữa 2 điểm gần nhất (tính dọc theo phương truyền sóng) có dao động cùng pha với nhau, đồng thời chính là quãng đường mà sóng truyền đi trong một chu kì.

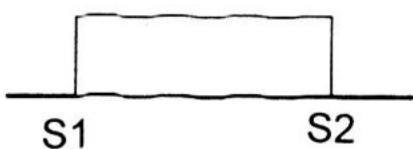
#### c) Vận tốc truyền sóng



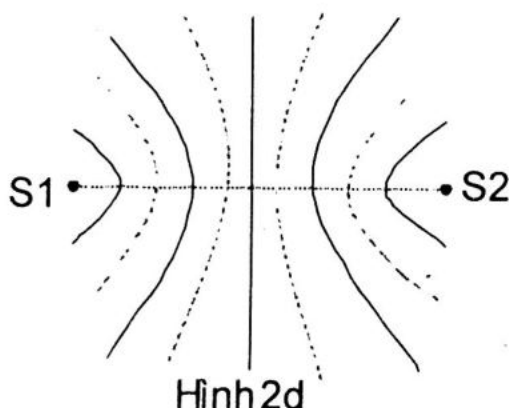
Hình 2a



Hình 2c



Hình 2b



Hình 2d

Trong sóng chạy có sự lan truyền pha của dao động, vận tốc truyền sóng được đo bằng quãng đường đi của pha dao động dọc theo phương truyền sóng trong một đơn vị thời gian.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Vận tốc sóng phụ thuộc rất phức tạp vào môi trường:

- Bản chất môi trường: ở đktc thì vận tốc truyền sóng cơ trong không khí, hơi nước, khí hiđrô luôn khác nhau.
- Trạng thái môi trường: ví dụ đối với nước, sóng truyền trong nước với vận tốc lớn hơn trong hơi nước và nhỏ hơn trong nước đá.
- Điều kiện vật lí: vận tốc truyền sóng phụ thuộc vào nhiệt độ, áp suất, mật độ, khối lượng riêng. Sóng cơ học không truyền trong chân không.

## II. Phương trình sóng

Giả sử tại nguồn phát ra dao động có phương trình:  $u_s = a \sin \omega t$

Ta tìm phương trình dao động tại 1 điểm M bất kì cách nguồn một đoạn là  $d$ . Sóng tại M xảy ra chậm hơn tại nguồn một khoảng thời gian  $t_0 = \frac{d}{v}$  nên phương trình sóng tại M là:

$$u_M = A \sin \omega(t - t_0) = A \sin(\omega t - \frac{\omega}{v} d) = A \sin(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi d}{\lambda})$$

➤ **Phương trình sóng là phương trình dao động, trong đó li độ dao động là một hàm điều hoà của 2 biến số: biến số thời gian tuần hoàn với chu kì  $T$  và biến số không gian tuần hoàn với chu kì  $\lambda$ .**

Nếu sóng truyền theo một phương thì biên độ không suy giảm ( $A = a$ ), nếu sóng lan truyền là sóng trụ thì cường độ sóng giảm tỷ lệ với quãng đường truyền sóng, nếu sóng lan truyền là sóng cầu thì cường độ sóng (mật độ dòng năng lượng) giảm tỷ lệ với bình phương quãng đường truyền sóng.

## III. Sự giao thoa của sóng cơ

Sóng kết hợp là sóng tạo ra bởi các nguồn kết hợp (cùng chu kì, tần số và hiệu số pha không đổi)

### 1. Mô tả thí nghiệm

Dùng một thanh thép trên đó có 2 kim  $S_1$  và  $S_2$  tiếp xúc với mặt nước (âm thoa). Khi ta kích thích cho thanh thép dao động thì hai kim kích thích mặt nước tại  $S_1, S_2$ . Từ  $S_1, S_2$  lan ra 2 sóng chạy. Đó là các vòng tròn sinh ra từ  $S_1, S_2$  mở rộng dần và lan ra vô tận. Hai sóng này tổng hợp với nhau trên mặt nước.

Sau một thời gian rất ngắn thì trên mặt nước không còn hai sóng chạy mà là một sóng tổng hợp có hình dạng như sau: trên một hệ các đường hyperbol (nét liền) mặt nước dao động với biên độ cực đại, xen kẽ là một hệ các đường nét đứt - tại đó mặt nước không hề dao động. Hiện tượng trên được gọi là sự giao thoa sóng cơ.

### 2. Giải thích

Trên mặt nước có sự tổng hợp của hai dao động cùng phương vuông góc mặt nước và cùng chu kì, tần số. Kết quả là tồn tại những điểm mà hai dao động thành phần cùng pha với nhau. Chúng tăng cường cho nhau làm nên các điểm dao động với biên độ cực đại. Tập hợp: đường nét liền.

Ngược lại đường nét đứt là tập hợp các điểm mà hai dao động thành phần ngược pha nhau nên dao động tổng hợp có biên độ cực tiểu.

Để có bức tranh giao thoa ổn định thì hai nguồn phải là hai nguồn kết hợp: cùng chu kì, tần số và có hiệu số pha không đổi theo thời gian.

### 3. Lí thuyết chung về giao thoa

Giả sử sóng phát ra từ hai nguồn sóng có phương trình tương ứng là:

$$\begin{cases} u_{S_1} = A_1 \sin \omega t \\ u_{S_2} = A_2 \sin \omega t \end{cases}$$

Tại M có 2 sóng thành phần là sóng từ  $S_1$  đến:  $u_1 = A_1 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1)$

Và sóng từ  $S_2$  đến:  $u_2 = A_2 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2)$

Sóng tổng hợp của hai sóng này là:  $u = u_1 + u_2 = A \sin(\omega t + \varphi)$

Trong đó biên độ tổng hợp là  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$

*\*/ Ta biện luận từ biểu thức biên độ*

+ Điểm M có biên độ cực đại nếu:  $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = 1 = \cos 2k\pi$

$$\text{Trong đó } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = 2k\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$$

Vậy điểm M mà hiệu khoảng cách đến 2 nguồn bằng một số nguyên lần bước sóng sẽ có biên độ cực đại. Với một giá trị k xác định thì M tập hợp trên một đường hyperbol có tiêu điểm là  $S_1$  và  $S_2$  (nét liền)

+ Điểm M có biên độ cực tiểu nếu:  $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -1 = \cos(2m + 1)\pi$

$$\text{hay } d_2 - d_1 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Vậy điểm M mà hiệu khoảng cách đến 2 nguồn bằng một số nguyên lẻ lần nửa bước sóng sẽ có biên độ cực tiểu. Với một giá trị m xác định thì M tập hợp trên một đường hyperbol nét đứt.

❖ **Chú ý:** Trong các bài tập về sóng thường gọi giả thiết là sóng không tắt dần. Khi đó các biên độ  $A_1 = A_2 = A$ ; người ta tìm dao động tổng hợp bằng phương pháp lượng giác.

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 = A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1) + A \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2) \\ &= 2A \cos(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}) \cdot \sin(\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}) = A' \sin(\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}) \end{aligned}$$

*\*/ Ta biện luận từ biểu thức biên độ*

- Điểm M có biên độ cực đại:  $\cos(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}) = \pm 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda$

- Điểm M có biên độ cực tiểu:  $\cos(\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda}) = 0 \Rightarrow d_2 - d_1 = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$

Ta được kết quả như đã tổng hợp ở trên.

\* / Số đường dao động với biên độ cực đại: là số các giá trị  $k$  nguyên trong bất đẳng thức kép sau:  $-\frac{d}{\lambda} \leq k \leq \frac{d}{\lambda}$

\* / Số đường dao động với biên độ cực tiểu: là số các giá trị  $k$  nguyên trong bất đẳng thức kép sau:  $-\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2}$

#### IV. Sóng dừng

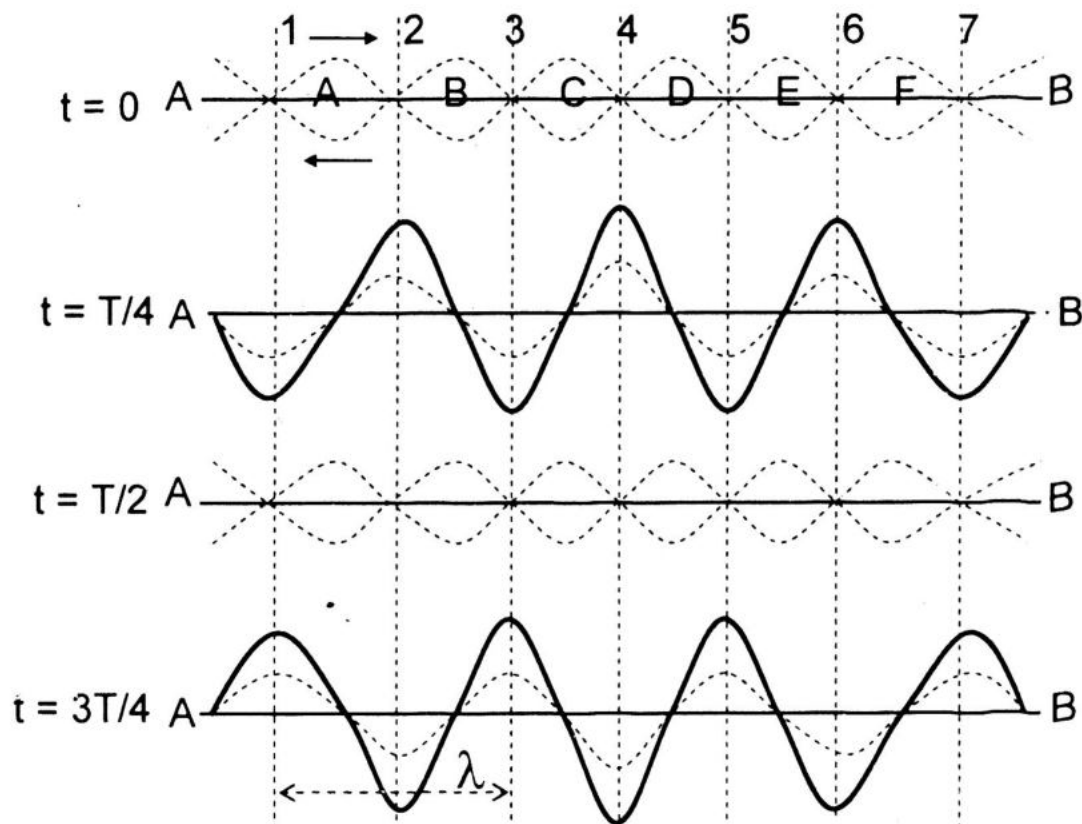
##### **1. Mô tả sự tạo thành sóng dừng**

Nếu trên một dây căng AB ta kích thích vào một điểm bất kì S thì trên dây có sự tổng hợp của hai sóng ngược chiều nhau. Kết quả là trên dây tồn tại một sóng dừng: một số điểm trên dây không hề dao động gọi là nút. Xen kẽ là những điểm dao động với biên độ cực đại gọi là bụng của sóng dừng.

##### **2. Giải thích hiện tượng**

Sóng tới và sóng phản xạ là hai sóng có cùng chu kỳ và bước sóng. Ta chọn thời điểm ban đầu  $t = 0$ , hai sóng đang ngược pha nhau. Sóng tổng hợp có biên độ bằng 0 tại mọi điểm.

Sau  $\frac{1}{4}$  chu kỳ, tại  $t = \frac{T}{4}$ , hai sóng dịch được  $\frac{1}{4}$  bước sóng, cùng pha với nhau tại mọi điểm trên dây. Sóng tổng hợp có biên độ bằng 2 lần biên độ sóng thành phần. Dây căng có hình dạng là đường hình sin có biên độ bằng 2 lần biên độ sóng thành phần



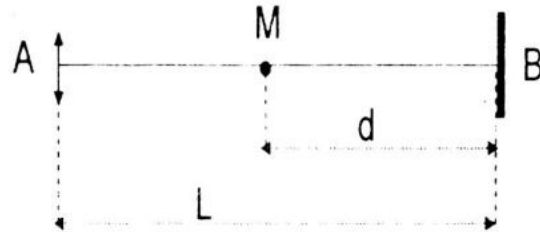
Sau  $\frac{1}{4}$  chu kì tiếp, 2 sóng lại ngược pha nhau, sóng tổng hợp có biên độ bằng 0 tại mọi điểm.

Quá trình tiếp diễn, ta thấy trên dây tồn tại các điểm như 1, 2, 3, 4, 5,... dao động với biên độ cực đại là các bụng của sóng dừng. Xen kẽ là các điểm như A, B, C, D, ... không bao giờ dao động là nút của sóng dừng.

### 3. Điều kiện tồn tại sóng dừng

Để tồn tại một sóng dừng thì hai sóng phải là sóng kết hợp. Trên dây căng, hai sóng có cùng chu kì của nguồn, có hiệu số pha không đổi, không phụ thuộc vào vị trí.

Giả sử sóng phát ra từ nguồn sóng A có phương trình:  
 $u_A = A \sin \omega t$



Tại M có 2 sóng là sóng tới từ A:  $u_{1M} = A \sin(\omega t - 2\pi \frac{L-d}{\lambda})$

Và sóng phản xạ từ B:  $u_{2M} = -A \sin(\omega t - 2\pi \frac{L+d}{\lambda})$

❖ Sóng tổng hợp của hai sóng này tại M là :

$$\begin{aligned} u_M &= u_{1M} + u_{2M} = A \sin(\omega t - 2\pi \frac{L-d}{\lambda}) - A \sin(\omega t - 2\pi \frac{L+d}{\lambda}) \\ &= 2A \sin(\frac{2\pi d}{\lambda}) \cos(\omega t - \frac{2\pi L}{\lambda}) \end{aligned}$$

\*/ Ta biện luận từ biểu thức biên độ

- Điểm M có biên độ cực đại (điểm bụng) nếu  $\sin(\frac{2\pi d}{\lambda}) = \pm 1$

Hay  $d = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$  với k là số nguyên: k = 0, 1, 2, 3, ...

- Điểm M có biên độ cực tiểu (điểm nút) nếu:  $\sin(\frac{2\pi d}{\lambda}) = 0$

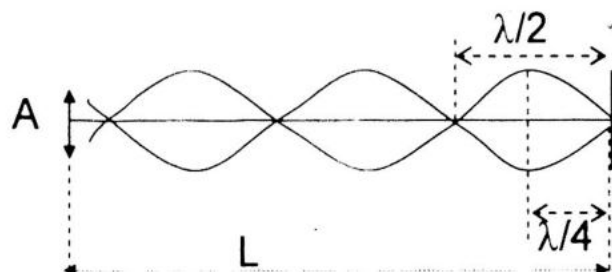
Hay  $d = \frac{k\lambda}{2}$  với k là số nguyên: k = 0, 1, 2, 3, ...

**Vậy:** Nếu sợi dây có hai đầu giữ chặt, để có sóng dừng thì chiều dài sợi dây phải bằng một số nguyên lần nửa bước sóng:  $l = k \frac{\lambda}{2}$ .

Nếu sợi dây có một đầu giữ chặt, để có sóng dừng thì chiều dài sợi dây phải bằng một số lẻ lần một phần tư bước sóng :

$$l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Các điểm trên cùng một bụng thì luôn dao động cùng





pha, hai bụng kề nhau thì luôn ngược pha. Khoảng cách giữa hai nút hoặc hai bụng kề nhau là  $\frac{\lambda}{2}$ . Hai sóng thành phần vẫn truyền đi theo hai chiều ngược nhau, nhưng sóng tổng hợp "dừng lại" tại chỗ.

## **V. Sóng âm**

### **1. Định nghĩa và phân loại**

- Sóng âm là các sóng dọc truyền trong môi trường đàn hồi.
- Người ta phân sóng âm thành 3 loại
  - Âm thanh (âm nghe được) là sóng có tần số:  $16\text{Hz} < f < 20000\text{Hz}$
  - Siêu âm:  $f > 20000\text{Hz}$
  - Hạ âm (đề âm)  $f < 16\text{Hz}$

### **2. Các đại lượng vật lý đặc trưng**

a/ **Tần số âm:** Dao động âm có tần số  $16\text{Hz} < f < 20000\text{Hz}$

b/ **Vận tốc âm:**

- Vì là sóng cơ nên vận tốc âm phụ thuộc vào trạng thái, bản chất và điều kiện vật lý của môi trường. Ở điều kiện tiêu chuẩn, âm truyền trong không khí với vận tốc  $340\text{ m/s}$
- Sóng âm không truyền được trong chân không; truyền trong chất rắn với vận tốc lớn hơn trong chất lỏng và lớn hơn trong chất khí.
- Sóng âm tuân theo các định luật trong quang hình như truyền thẳng, phản xạ, khúc xạ, phản xạ toàn phần,...

b/ **Năng lượng âm ( $E \sim A^2$ )**

+ **Cường độ âm:** được đo bằng năng lượng âm truyền qua 1 đơn vị diện tích vuông góc với phương truyền âm trong một đơn vị thời gian. Với âm có tần số  $f = 1000\text{ Hz}$  thì cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12} [\text{W/m}^2]$

+ **Mức cường độ âm**  $L(B) = \lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$

Trong đó:  $I_0$  là cường độ âm chuẩn

$L$  là mức cường độ âm có đơn vị Ben (B)

Trong âm học dùng đơn vị dB:  $L(\text{dB}) = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$

+ **Công suất của nguồn âm:** là năng lượng do nguồn âm phát ra theo mọi phương trong một đơn vị thời gian. Nếu nguồn âm phát ra đẳng hướng và là nguồn điểm thì giữa công suất và cường độ âm có liên hệ với

nhau như sau:  $I = \frac{P}{4\pi R^2}$

### **3/ Các đặc trưng sinh lý**

a/ **Độ cao của âm** (tính trầm bổng của âm): là đại lượng sinh lý. Độ cao của âm được quyết định bằng đại lượng vật lý là tần số  $f$  ( $f$  càng lớn, âm càng cao).

b/ **Âm sắc:** là đại lượng sinh lý. Đó là đặc tính riêng của âm phát ra từ các nguồn khác nhau được hình thành trên cơ sở các đặc tính vật lý của âm là



tần số và biên độ. Chất giọng của mỗi người khác nhau, tiếng của các loại đàn phân biệt được là do âm sắc khác nhau. Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi một nhạc cụ hoặc một người phát ra âm có tần số bằng  $f_1$  (âm cơ bản hay còn gọi là họa âm thứ nhất), thì đồng thời cũng phát ra các âm có tần số  $f_2 = 2f_1$ ,  $f_3 = 3f_1$ ,  $f_4 = 4f_1$ , ... gọi là các họa âm thứ 2, thứ 3, thứ 4, ... Đại lượng vật lý tạo ra âm sắc là số họa âm và cường độ các họa âm.

**c/ Độ to:** là đại lượng phụ thuộc mức cường độ âm. Âm nghe to hay nhỏ vừa phụ thuộc vào đại lượng khách quan là cường độ âm vừa phụ thuộc vào đại lượng chủ quan là độ nhạy của tai người với âm. Với cùng một cường độ, âm thanh cao nghe to hơn là âm trầm. Với cùng một cường độ, người này có cảm giác to hơn người kia.

**d/ Ngưỡng nghe:** là mức cường độ âm thấp nhất của một âm mà tai người bắt đầu nghe được (0 dB)

**e/ Ngưỡng đau:** là cường độ cao nhất mà tai người còn phân biệt được âm thanh. Nếu cường độ âm cao hơn ngưỡng đau thì tai bắt đầu đau và không nghe được (130 dB).

## B) BÀI TẬP THEO CHỦ ĐỀ

### CHỦ ĐỀ 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ SÓNG

**Ví dụ 1:** Phương trình sóng tại nguồn O trên mặt chất lỏng có dạng:

$u = 4 \sin \frac{\pi}{3} t \text{ (cm)}$ . Biết bước sóng  $\lambda = 240 \text{ cm}$ . Coi biên độ sóng không thay đổi

- 1) Tính vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng.
- 2) Viết phương trình dao động tại điểm M trên mặt chất lỏng cách O một đoạn  $OM = 360 \text{ cm}$ .
- 3) Tìm độ lệch pha của sóng tại hai điểm cách nhau 180 cm trên cùng một phương truyền sóng.

**Giải:**

1) Tần số sóng:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi/3}{2\pi} = \frac{1}{6} \text{ (Hz)}$

Vận tốc truyền sóng:  $v = \lambda f = 240 \cdot \frac{1}{6} = 40 \text{ (cm/s)}$ .

2) Phương trình sóng tại điểm M:  $u_M = 4 \sin\left(\frac{\pi}{3} t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

Thay số vào ta có:  $u_M = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{3} - 3\pi\right) = 4 \sin\left(\frac{\pi t}{3} - \pi\right) \text{ (cm)}$

Ta thấy sóng tại điểm M dao động ngược pha với nguồn (M cách nguồn một số lẻ lần nửa bước sóng).

3) Độ lệch pha:  $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$   

$$= \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{2\pi d_1}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 180}{240} = 1,5\pi (rad)$$

**Ví dụ 2:** Nguồn sóng trên mặt chất lỏng dao động có phương trình  $u = 4\sin 5\pi t (cm)$ . Vận tốc truyền sóng là  $v = 20 \text{ cm/s}$ . Coi biên độ sóng không thay đổi.

1) Tại thời điểm  $t$ , li độ dao động của điểm O là 2,5 cm. Xác định li độ dao động của điểm O sau đó 1 s, 10 s.

2) Tính độ lệch pha dao động của điểm M trên mặt chất lỏng và điểm O tại cùng một thời điểm ( $OM = 8 \text{ cm}$ ). Nhận xét li độ dao động điểm M và điểm O.

**Giải:**

1) Tại thời điểm  $t' = t + 1$  ta có:  $u = 4\sin[5\pi(t + 1)] = 4\sin(5\pi t + 5\pi)$   
 $= 4\sin(5\pi t + \pi) = -4\sin 5\pi t = -u = -2,5 \text{ cm}$

Tại thời điểm  $t'' = t + 10$  ta có:

$u = 4\sin[5\pi(t + 10)] = 4\sin(5\pi t + 50\pi) = 4\sin 5\pi t = u = 2,5 \text{ cm}.$

2) Phương trình dao động tại M:  $u_M = 4\sin(5\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda})$  (1)

Bước sóng:  $\lambda = vT = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{20 \cdot 2\pi}{5\pi} = 8 (cm)$

Thay số vào ta có:  $u_M = 4\sin(5\pi t - 2\pi) = 4\sin 5\pi t = u$

$\Rightarrow$  Điểm M và điểm O dao động cùng pha.

**Ví dụ 3:** Sóng truyền đi không đổi với vận tốc  $v = 10 \text{ m/s}$  từ một điểm A tới một điểm B trên cùng một phương truyền sóng, biết  $AB = d = 50 \text{ cm}$ . Coi biên độ sóng không thay đổi. Thành lập phương trình sóng tại A biết sóng tại B có phương trình:  $u_B = 2\sin(10\pi t + \frac{\pi}{6}) (cm)$ .

**Giải:**

Bước sóng:  $\lambda = vT = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{10 \cdot 2\pi}{10\pi} = 2 (m)$

Giả sử sóng tại A có phương trình:  $u_A = 2\sin(10\pi t + \varphi) (cm)$  (1)

Khi đó, sóng tại B có phương trình:  $u_B = 2\sin(10\pi t + \varphi - \frac{2\pi d}{\lambda}) (cm)$  (2)

Theo đề ra thì:  $u_B = 2\sin(10\pi t + \frac{\pi}{6})$  (3)

Từ (2) và (3) ta có:  $\varphi - \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{6}$

Thay số vào ta có:  $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi \cdot 0,5}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$  (4)

Thay (4) vào (3) ta có:  $u_A = 2\sin(10\pi t + \frac{2\pi}{3}) \text{ (cm)}$

**Ví dụ 4:** Một sợi dây đàn hồi dài có đầu A dao động với tần số  $f$  theo phương vuông góc với dây. Biết biên độ dao động  $a = 4 \text{ cm}$ , vận tốc truyền sóng  $v = 4 \text{ m/s}$ . M là điểm trên dây cách A một đoạn  $AM = 28 \text{ cm}$ , người ta thấy M luôn dao động lệch pha với A một góc  $\varphi = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

- 1) Biết  $22 \text{ Hz} \leq f \leq 26 \text{ Hz}$ . Tính bước sóng  $\lambda$ .
- 2) Sóng tại A có phương trình  $u_A = 4\sin \omega t \text{ (cm)}$ . Viết phương trình sóng tại M

**Giải:**

- 1) Phương trình sóng tại M:  $u_M = 4\sin(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}) \text{ (cm)}$  (1)

$$\text{Độ lệch pha: } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = v.T = \frac{v}{f} \\ k = \frac{2d}{\lambda} - \frac{1}{2} \\ 22 \leq f \leq 26 \end{cases}$$

Giải hệ ta có:  $2,58 \leq k \leq 3,14 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow \lambda = 16 \text{ (cm)}$

$$2) \text{ Tần số sóng: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\lambda/v} = \frac{2\pi v}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 400}{16} = 50\pi \text{ (rad/s)}$$

- 3) Viết phương trình sóng tại M

$$u_M = 4\sin(50\pi t - \frac{2\pi d}{\lambda}) = 4\sin(50\pi t - \frac{3\pi}{2}) \text{ (cm)}$$

**Ví dụ 5:** Sóng âm có biên độ  $0,2 \text{ mm}$ , tần số  $500 \text{ Hz}$  truyền trong không khí với vận tốc  $350 \text{ m/s}$ . Tính bước sóng âm và vận tốc cực đại của các phân tử.

**Giải:**

$$+ \text{ Bước sóng âm: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{350}{500} = 0,7 \text{ (m)}$$

+ Vận tốc cực đại của các phân tử:

$$v_{\max} = \omega A = 2\pi f A = 2\pi \cdot 500 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 0,6283 \text{ (m/s)} = 62,83 \text{ (cm/s)}$$

## CHỦ ĐỀ 2: GIAO THOA SÓNG

**Ví dụ 1:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là  $S_1, S_2$  phát ra hai dao động có phương trình  $u_{S1} = u_{S2} = a \sin \omega t$ . Sóng không suy giảm. Cho  $S_1 S_2 = d = 6,5 \text{ cm}$ , tần số  $f = 80 \text{ Hz}$ , vận tốc sóng  $v = 32 \text{ (cm/s)}$ , biên độ sóng  $a = 0,5 \text{ cm}$ .

1/ Lập phương trình sóng tại điểm M trên mặt nước cách các nguồn  $S_1, S_2$  những đoạn tương ứng  $d_1 = 7,79 \text{ cm}$  và  $d_2 = 5,09 \text{ cm}$ .

2/ So sánh pha dao động tổng hợp tại điểm M và dao động tại các nguồn  $S_1, S_2$ .

3/ Tìm số các cực đại và vị trí của chúng trên đoạn  $S_1, S_2$ .

**Giải:**

Phương trình sóng do nguồn  $S_1, S_2$  gửi tới M là: 
$$\begin{cases} u_1 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) \\ u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}) \end{cases}$$

Phương trình sóng tại M:

$$\begin{aligned} u_M &= u_1 + u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) + a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}) \\ u_M &= 2a \cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda}\right) \quad (1) \end{aligned}$$

Trong đó:  $\omega = 2\pi f = 160\pi \text{ (rad/s)}; \lambda = \frac{v}{f} = 0,4 \text{ (cm)};$

$$a = 0,5 \text{ cm};$$

$$d_1 - d_2 = 2,7 \text{ (cm)}$$

$$d_1 + d_2 = 12,88 \text{ (cm)}$$

Thay vào ta có:  $u_M = \cos(6,75\pi) \cdot \sin(160\pi t - 32,2\pi)$

$$\begin{aligned} u_M &= 2 \cdot 0,5 \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{2,7}{0,4}\right) \sin\left(160\pi t - n \frac{12,88}{0,4}\right) \\ &= \cos(6,75\pi) \sin(160\pi t - 32,2\pi) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(160\pi t + \frac{4\pi}{5}\right) \text{ (cm)} \quad (2) \end{aligned}$$

1) Pha tại M chậm hơn tại nguồn là  $(32,2 \pm 1)\pi$ . Tuy nhiên bỏ qua một số nguyên lần  $2\pi$  thì pha tại M sớm hơn nguồn là  $\frac{4\pi}{5}$ .

2) Từ phương trình (1) ta thấy:

+ M là cực đại khi:  $\cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda \quad (3)$

Chọn hệ toạ độ như hình vẽ, ta có:  $d_1 - d_2 = 2x \quad (4)$

Từ (3) và (4) ta có M có cực đại khi:  $x = k \frac{\lambda}{2}$  (k nguyên)

+ Số cực đại trên mặt nước cũng chính là số điểm dao động cực đại trên đoạn  $S_1S_2$ :

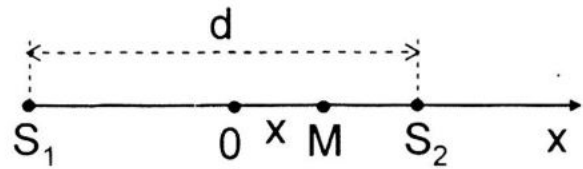
$$\Rightarrow -\frac{d}{2} \leq x = k \frac{\lambda}{2} \leq \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq k \leq \frac{d}{\lambda}$$

$$\Rightarrow -16,25 \leq k \leq 16,25 \Rightarrow \text{có 33 giá trị của } k.$$

Vậy: Có 33 cực đại, nếu chọn trung điểm AB là gốc toạ độ thì toạ độ của những điểm dao động với biên độ cực đại là:

$$x_{CD} = k \frac{\lambda}{2} \text{ với } k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \dots \pm 16.$$



**Ví dụ 2:** 1) Một mũi nhọn S chạm vào mặt nước. Khi S dao động với  $f = 50 \text{ Hz}$  nó tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 5 mm. Khoảng cách giữa 9 ngọn lồi liên tiếp là 6,4 cm.

a) Tính vận tốc truyền sóng.

b) Viết phương trình dao động tại một điểm M nằm trên mặt nước cách nguồn một khoảng 3,2 cm.

2) Nếu chiếu sáng mặt nước bằng đèn nhấp nháy phát ra 12,5 chớp sáng trong 1 giây thì ta có thấy sóng lan truyền không? Tại sao?

3) Xét hai mũi nhọn  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $l = 10 \text{ cm}$  chạm vào mặt nước và cùng dao động. Phương trình dao động tại hai nguồn là:  $u_{S1} = u_{S2} = u_0 \sin \omega t$

với  $u_0 = 5 \text{ mm}$ ;  $\omega = 100\pi \text{ (rad/s)}$ ; vận tốc truyền sóng là 40 cm/s.

a) Tìm phương trình dao động tại điểm N trên mặt nước cách  $S_1, S_2$  lần lượt là  $d_1 = 7 \text{ cm}$ ;  $d_2 = 9 \text{ cm}$ .

b) Tìm số các cực đại trên đoạn  $S_1S_2$ .

**Giải:**

1a) Khoảng cách 9 đỉnh lồi liên tiếp tính từ nguồn ra xa là  $8\lambda$ .

$$\text{Ta có: } \lambda = 8\lambda = 6,4 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{6,4}{8} = 0,8 \text{ (cm)}$$

Vận tốc truyền sóng:

$$v = \lambda f = 0,8 \cdot 50 = 40 \text{ (cm/s)}$$

1b) Giả sử pha ban đầu tại nguồn bằng 0, sóng không tắt dần theo khoảng cách thì sóng tại nguồn có li độ:

$$x_0 = 0,5 \sin 2\pi f t = 0,5 \sin 100\pi t \quad (\text{cm})$$

Tại điểm M cách nguồn một khoảng d:

$$x = 0,5 \sin \left( 100\pi t - \frac{2\pi}{\lambda} d \right)$$

$$\lambda = 0,8 \text{ (cm)}; d = 3,2 \text{ (cm)} = 4\lambda \quad x = 0,5 \sin \left( 100\pi t - \frac{2\pi}{0,8} \cdot 3,2 \right)$$

$$x = 0,5 \sin\left(100\pi t - \frac{2\pi}{\lambda} 4\lambda\right) = 0,5 \sin(100\pi t - 8\pi) = 0,5 \sin(100\pi t - 8\pi)$$

$$x = 0,5 \sin 100\pi t \text{ (cm)} = x_0$$

$$2) \text{ Chu kì của sóng là: } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ (s)}$$

$$\text{Chu kì của các chớp sáng là: } T' = \frac{1}{12,5} = 4T$$

Giữa hai chớp sáng là 4 chu kì dao động của sóng. Do đó trạng thái lặp lại như cũ, ta không thấy sóng lan truyền.

$$3a) \text{ Tại N: Sóng từ } S_1 \text{ đến: } u_1 = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1\right)$$

$$\text{Sóng từ } S_2 \text{ đến: } u_2 = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2\right)$$

$$\text{Sóng tổng hợp: } u = u_1 + u_2 = 2\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \cdot \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = 0,8 \text{ (cm)}$$

$$d_1 + d_2 = 16 \text{ (cm)} = 20\lambda$$

$$d_2 - d_1 = 2 \text{ (cm)} = 2,5\lambda$$

$$u = 10 \cos 2,5\pi \cdot \sin(100\pi t - 20\pi)$$

$$u = 0 \text{ (điểm N không dao động)}$$

3b) Từ kết quả phần a, ta có các cực đại khi:

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \pm 1 = \cos k\pi$$

$$d_2 - d_1 = k\lambda$$

Xét trên đoạn  $S_1S_2$ , ta có:

$$l = 10 \text{ (cm)} = 12,5\lambda; d_2 = \frac{l}{2} - x; d_1 = \frac{l}{2} + x$$

$$\text{Ta có: } d_2 - d_1 = -2x$$

$$\text{Toạ độ bụng là: } -2x = k\lambda$$

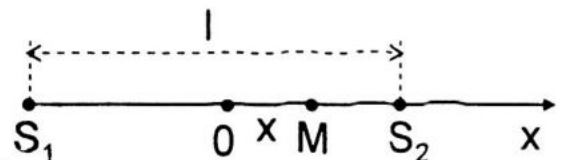
$$x = -\frac{k\lambda}{2} = \frac{n\lambda}{2} \quad (n \text{ nguyên})$$

$$-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$$

$$-\frac{12,5\lambda}{2} \leq \frac{n\lambda}{2} \leq \frac{12,5\lambda}{2}$$

$$-12 \leq n \leq 12 \Rightarrow n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 12.$$

Số cực đại trên đoạn  $S_1S_2$  là 25





**Chú ý:** Khoảng cách 2 cực đại liên tiếp là  $\frac{\lambda}{2}$ , trung điểm O là cực đại nên số

$$\text{cực đại là: } N = 2 \left[ \frac{l/2}{\lambda/2} \right] + 1 = 2 \left[ \frac{l}{\lambda} \right] + 1 = 25$$

(công thức này chỉ áp dụng cho trường hợp 2 nguồn cùng pha ban đầu)

**Ví dụ 3:** Trên mặt nước, hai nguồn sóng kết hợp  $S_1, S_2$  phát ra sóng có phương trình (tại nguồn) là  $u_{01} = 2\sin 100\pi t$  (cm);  $u_{02} = -2\cos 100\pi t$  (cm). Cho  $S_1S_2 = 10,5\lambda$ .

1) Viết phương trình sóng tại một điểm M bất kì trên mặt nước.

2) Xác định tọa độ các điểm cực đại, cực tiểu.

3) Số đường cực đại trên mặt nước.

Giải:

1) Phương trình sóng do hai nguồn gửi tới M cách  $S_1$  khoảng  $d_1$ ,  $S_2$  khoảng  $d_2$

$$\text{Nguồn } S_1: u_1 = 2\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1\right)$$

$$\text{Nguồn } S_2: u_2 = -2\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2\right) = 2\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2 - \frac{\pi}{2}\right)$$

Sóng tổng hợp tại M:

$$u = u_1 + u_2 = 2\cos\left[\left(\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)\right) + \frac{\pi}{4}\right] \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) - \frac{\pi}{4}\right] \quad (1)$$

2) Để tìm tọa độ cực đại, cực tiểu, ta biến luận thành phần biên độ của (1)

$$\text{a) Cực đại: } \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4}\right] = \pm 1 = \cos k\pi$$

$$\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \left(k - \frac{1}{4}\right)\pi$$

$$d_2 - d_1 = \left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda; \quad k \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

Cho M dời từ  $S_1$  đến  $S_2$

$$\text{Khi M ở } S_1 \text{ thì: } d_2 - d_1 = \left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda \Rightarrow d_2 = \frac{1}{2}\left[\left(k - \frac{1}{4}\right)\lambda + d\right]$$

Mà  $d_1 + d_2 = d$ ;  $0 \leq d_2 \leq d$

Ta có:  $-10,25\lambda \leq k \leq 10,75\lambda$  do  $k \in \mathbb{Z}$   $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 10$ .

Thay vào ta tìm được tọa độ các đường cực đại

Có 21 giá trị  $k$  thỏa mãn, do đó có 21 điểm trên  $S_1S_2$  mà sóng tổng hợp có cực đại.

Làm tương tự ta tính được số cực tiểu trên đoạn  $S_1S_2$  là 21.

$$\text{b) Cực tiểu: } \cos\left[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4}\right] = 0 = \cos(2m+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) = \left(m + \frac{1}{4}\right)\pi$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = \left(m + \frac{1}{4}\right)\lambda \quad \text{với } m \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

3. Theo trên có 21 điểm cực đại  $\Rightarrow$  Có 21 đường cực đại trên mặt nước.

**Ví dụ 4:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là  $S_1, S_2$  phát ra hai dao động có phương trình  $u_1 = a \sin \omega t$  và  $u_2 = a \cos \omega t$ . Sóng không suy giảm. Cho  $S_1 S_2 = 11\lambda$ .

a/ Trên đoạn nối  $S_1 S_2$  có mấy điểm mà sóng có biên độ cực đại?

b/ Tìm điểm M trên trung trực của  $S_1 S_2$ , gần nhất, có dao động cùng pha với dao động phát ra ở nguồn  $S_1$ .

**Giải:**

a) Phương trình sóng do nguồn  $S_1, S_2$  gửi tới M cách  $S_1, S_2$  các khoảng  $d_1, d_2$  là:

$$\begin{cases} u_1 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) \\ u_2 = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}) \end{cases}$$

Phương trình sóng tại M:

$$u_M = u_1 + u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) + a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d_2}{\lambda})$$

$$u_M = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \right] \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\text{Cực đại} \Leftrightarrow \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \right] = \pm 1 \Rightarrow d_1 - d_2 = (k - \frac{1}{4})\lambda$$

$$\text{Mà } d_1 + d_2 = 11\lambda \Rightarrow -\frac{43}{4} \leq k \leq \frac{45}{4} \Rightarrow \text{Có 22 điểm cực đại.}$$

$$\text{b) M thuộc trung trực của } S_1 S_2 \Rightarrow d_1 = d_2 \Rightarrow \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \right] > 0$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) + \frac{\pi}{4} = -\frac{2\pi d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} = 2k\pi \quad (\text{vì pha ban đầu của nguồn } S_1 \text{ bằng không})$$

$$\Rightarrow d_1 = \left(\frac{1}{8} - k\right)\lambda \geq \frac{11\lambda}{2} \Rightarrow k \leq -5,375 \Rightarrow k = -6 \quad (\text{vì } k \text{ nguyên})$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{49\lambda}{8}$$

Vậy: điểm M trên trung trực của  $S_1 S_2$ , gần nhất, có dao động cùng pha với dao động phát ra ở nguồn  $S_1$  cách  $S_1$  một khoảng  $d_1 = \frac{49\lambda}{8}$ .

**Ví dụ 5:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là  $S_1, S_2$  phát ra hai dao động có phương trình  $u_1 = 0,4 \sin(50\pi t)$  (cm) và  $u_2 = 0,4 \sin(50\pi t + \pi)$  (cm). Sóng không suy giảm. Cho  $S_1 S_2 = 10$  (cm); vận tốc sóng  $v = 0,5$  (m/s).

a/ Tìm phương trình dao động tổng hợp tại điểm M trên mặt chất lỏng cách các nguồn  $S_1, S_2$  những đoạn tương ứng  $d_1, d_2$ .

b/ Trên đoạn nối  $S_1 S_2$  có mấy điểm mà sóng có biên độ cực đại?

**Giải:**

1) Làm tương tự như các ví dụ trên, ta có phương trình sóng tại M:

$$u_M = 0,8 \cos \left[ \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right] \cdot \sin \left( 50\pi t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (cm)}$$

2) Những điểm có biên độ cực đại (0,8 cm) thỏa mãn điều kiện:

$$\cos \left[ \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} - \frac{\pi}{2} \right] = \pm 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

$$\text{Từ đầu bài ta có: } f = \frac{\omega}{2\pi} = 25 \text{ (Hz)}; \lambda = \frac{v}{f} = 2 \text{ (cm)} \quad (2)$$

$$\text{Mà: } d_1 + d_2 = S_1 S_2 = 10 \text{ (cm)}; 0 \leq d_1 \leq 10 \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có:  $-5,5 \leq k \leq 4,5$

do  $K \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = -5, \pm 4, \pm 3, \pm 1, \pm 1; 0$

Vậy: trên đoạn nối  $S_1 S_2$  có 10 điểm sóng có biên độ cực đại.

**Ví dụ 6:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là A, B phát ra hai sóng kết hợp có tần số  $f = 50$  Hz và pha ban đầu bằng không. Sóng không suy giảm. Cho  $AB = 20$  cm, vận tốc sóng truyền sóng  $v = 3$  (m/s).

1/ Tìm số đường dao động cực đại, cực tiểu quan sát được trên mặt nước.

2/ Xác định vị trí những điểm dao động cực đại, dao động cực tiểu trên đoạn AB.

**Giải:**

$$1) \text{ Bước sóng: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3}{50} = 0,06 \text{ (m)} = 6 \text{ (cm)}$$

Giả sử pha ban đầu của 2 sóng bằng không, ta có phương trình sóng do hai

$$\text{nguồn gửi tới M là: } \begin{cases} u_1 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}) \\ u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda}) \end{cases}$$

Phương trình sóng tại M:

$$u_M = u_1 + u_2 = 2a \cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \cdot \sin \left( \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} \right) \quad (1)$$

$$+ \text{ Số đường dao động cực đại: } N = 2 \left[ \frac{AB}{\lambda} \right] + 1 = 7$$

+ Từ (1) ta thấy, M dao động cực tiểu khi:  $d_1 - d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  (2)

Mà  $d_1 + d_2 = d$ ;  $0 \leq d_2 \leq d$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} - \frac{d}{\lambda} \leq k \leq -\frac{1}{2} + \frac{d}{\lambda}$$

$$\Rightarrow -3\frac{5}{6} \leq k \leq 2\frac{5}{6} \Rightarrow k = -3, -2, -1, 0, 1, 2 \Rightarrow \text{có 6 giá trị của } k.$$

Vậy: trên mặt nước quan sát được 7 đường dao động cực đại và 6 đường dao động cực tiểu (không dao động).

2) Các cực đại cách nhau  $\frac{\lambda}{2} = 3(\text{cm})$ , các cực tiểu cách nhau  $\frac{\lambda}{2} = 3(\text{cm})$  và đường trung trực của AB là cực đại. Vì vậy, nếu chọn gốc toạ độ là trung điểm của AB, chiều dương từ A đến B ta có:

+ Toạ độ cực đại:  $d_1 = 10 + 3k$  (cm) với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$

+ Toạ độ cực tiểu:  $d_1 = 10 + \frac{3}{2}(2k + 1)$  với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$

**Ví dụ 7:** Trên mặt nước cho hai nguồn phát sóng  $S_1, S_2$  cách nhau một đoạn  $S_1S_2 = 2\lambda$ . Sóng phát ra từ  $S_1$  và  $S_2$  có phương trình  $u_{S_1} = u_{S_2} = a \sin \omega t$ . Sóng không tắt dần.

1) Viết phương trình sóng tại một điểm M trên mặt nước cách  $S_1$  và  $S_2$  các đoạn tương ứng là  $d_1$  và  $d_2$ .

2) Trên mặt nước có mấy đường mà sóng có biên độ cực đại? biên độ bằng không?

3) Vẽ hai đường ellip mà tại đó  $d_1 + d_2 = 3\lambda$  và bằng  $4\lambda$ , và chỉ ra trên các đường đó tập hợp các điểm mà sóng tổng hợp cùng pha với sóng phát ra từ mỗi nguồn.

**Giải:**

1) Ta dễ dàng tính được:  $u = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2) \right]$  (1)

2) Toạ độ các điểm M cực đại trên đoạn  $S_1S_2$  (M là giao điểm của các đường cực đại và đoạn  $S_1S_2$ )  $x = k \frac{\lambda}{2}$ .

Số điểm M cực đại là:

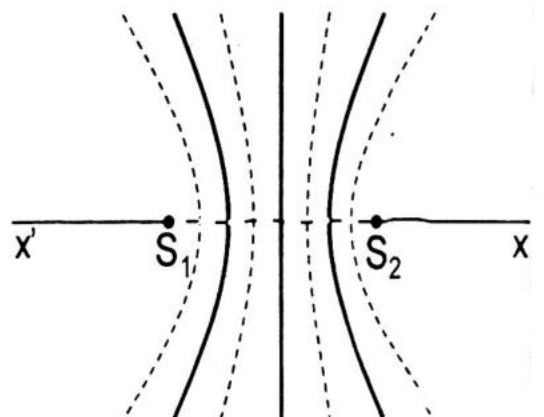
$$N = 2 \left[ \frac{S_1S_2}{\lambda} \right] + 1 = 5$$

+ Vậy có 5 đường cực đại, trong đó có 2 đường đặc biệt qua  $S_1$  và  $S_2$  (hai Hypebol đặc biệt là hai nửa đường thẳng qua  $S_1S_2$ ). Còn lại 3 đường như hình vẽ.

+ Có 4 đường Hypebol xen kẽ tại đó là nút sóng dừng.

3) Sóng phát ra từ hai nguồn có phương trình  $u_0 = a \sin \omega t$ .

Sóng tổng hợp tại một điểm M bất kì có phương trình như phương trình (1)

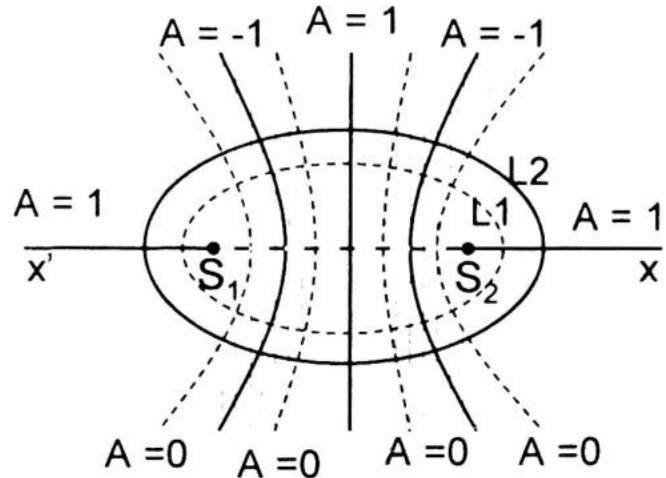


Đặt  $A = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$ ;

$B = \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$

a) Các đường Hypebol nét liền ứng với  $A = \pm 1$  xen kẽ nhau. Trong đó có hai đường  $A = -1$ , ba đường  $A = +1$ . Các đường nét đứt, ứng với  $A = 0$

Trên mặt phẳng hình vẽ (tức là trên mặt nước). Các điểm trong miền kẻ sọc, có  $A < 0$ , các miền còn lại có  $A > 0$



b) Đường elip  $d_1 + d_2 = 3\lambda$  là đường nét đứt, trong đó pha ban đầu của

$B = \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$  là  $-3\pi$  (là số nguyên lẻ của  $\pi$ ).

Đường elip nét liền  $d_1 + d_2 = 4\lambda$ , trên đó pha ban đầu của hàm

$B = \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$  là  $-4\pi$  (là số nguyên của  $2\pi$ ).

c) Tập hợp các điểm trên mặt phẳng dao động cùng pha với dao động phát ra từ hai nguồn gồm:

Các đoạn của đường L1 nằm trong vùng kẻ sọc

Các đoạn của đường L2 nằm ngoài vùng kẻ sọc

**Ghi chú:** 2 dao động cùng pha là 2 dao động có phương trình

$x_1 = |a_1| \sin \omega t$  và  $x_2 = |a_2| \sin(\omega t \pm 2n\pi)$

hoặc  $x_1 = |a_1| \sin \omega t$  và  $x_2 = -|a_2| \sin[\omega t \pm 2(k+1)\pi]$

### CHỦ ĐỀ 3: SÓNG DỪNG

**Ví dụ 1:** Trên một dây căng có một nguồn phát dao động điều hoà tại S, một đầu dây là A cố định,  $SA = l$ . M là một điểm bất kì trên đoạn SA.

1) Viết phương trình sóng tổng hợp tại M theo các cách chọn hệ quy chiếu sau:

- Sóng phát ra từ S có pha ban đầu bằng 0, gốc toạ độ ở S.
- Sóng phát ra từ S có pha ban đầu bằng 0, gốc toạ độ ở điểm phản xạ A.
- Sóng tới đến A có pha ban đầu bằng 0, gốc toạ độ ở điểm A.

2) Từ một trong ba kết quả, hãy xác định toạ độ các bụng và nút của sóng dừng cách điểm phản xạ bao nhiêu.

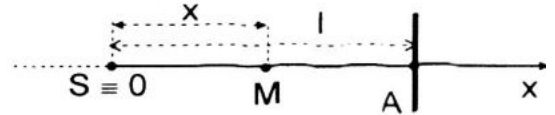
**Giải:**

1a) Phương trình dao động của sóng phát ra từ S:  $u_s = a \sin \omega t$

Sóng tới phát ra từ S đến M:  $u_1 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x)$

Sóng phản xạ từ A qua M:

$$u_2 = -a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (2l - x)]$$



Sóng tổng hợp tại M là:

$$u_M = u_1 + u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x) - a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (2l - x)]$$

$$u_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (l - x) \cdot \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l \right) \quad (a)$$

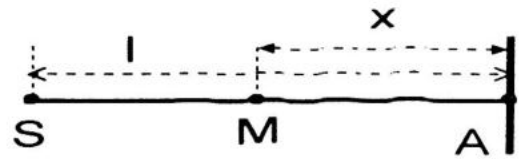
b) Dao động  $z$  phát ra từ nguồn S là  $u_s = a \sin \omega t$

Sóng tới từ S đến M:

$$u_1 = a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (l - x)]$$

Sóng phản xạ qua M:

$$u_2 = -a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (l + x)]$$



Sóng tổng hợp tại M:

$$u = u_1 + u_2 = a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (l - x)] - a \sin[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (l + x)]$$

$$u = 2a \left( \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \cos \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l \right] \quad (b)$$

c) Xem hình vẽ ở câu b.

Dao động đến điểm phản xạ A có phương trình:  $u_A = a \sin \omega t$

Dao động của sóng tới qua M sớm pha hơn dao động đến A:

$$u_1 = a \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Dao động của sóng phản xạ qua M chậm pha hơn sóng tới A:

$$u_2 = -a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

$$\text{Sóng tổng hợp tại M: } u = u_1 + u_2 = a \left[ \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x \right) - \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \right]$$

$$u = 2a \left( \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right) \cos \omega t \quad (c)$$

2) Từ (a), (b), (c), ta có biên độ cực đại:  $\left| \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \right| = 1$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$



Các bụng của sóng cách điểm phản xạ A một số nguyên lẻ của  $\frac{\lambda}{4}$

Các nút có tọa độ:  $\sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0 = \sin k\pi \Rightarrow x = k \frac{\lambda}{2}$  với  $k = 1, 2, 3, \dots$  (2)

Các nút sóng cách điểm phản xạ một số nguyên lần  $\frac{\lambda}{2}$ .

**Ví dụ 2:** Một sóng truyền trên sợi dây có dạng:

$$u = 2\left(\sin \frac{\pi}{4} x\right) \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}.$$

- 1) Tính vận tốc truyền sóng dọc theo sợi dây.
- 2) Xác định vị trí của những điểm trên dây có biên độ là 1 cm.

**Giải:**

1) Biên độ dao động của phần tử tại tọa độ x là  $A_M = 2 \left| \sin \frac{\pi}{4} x \right|$

$\Rightarrow$  tại nút  $A_M = 0 \rightarrow x = 4k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

$\Rightarrow$  khoảng cách giữa hai nút  $\Delta x = x_{k+1} - x_k = 4 = \frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm}; v = \lambda f = 80 \text{ cm/s}$

2) Điểm trên dây có biên độ là 1 cm khi:  $A_M = 1 = 2 \left| \sin \frac{\pi}{4} x \right|$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi x}{4} = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{2}{3} + 4k \text{ (cm) với } k = 1, 2, 3, 4, \dots$$

**Ví dụ 3:** Dây căng AB hai đầu giữ chặt đang có sóng dừng. Chứng minh rằng khoảng cách từ một bụng đến một nút bất kì là  $(2k + 1) \frac{\lambda}{4}$ . Pha ban đầu của dao động của các điểm trên dây có bằng nhau không? vì sao?

**Giải:**

\*) Giả sử sóng phát ra từ S có pha ban đầu bằng 0, gốc tọa độ ở điểm phản xạ A, ta có:

Sóng từ nguồn S:  $u_s = a \sin \omega t$

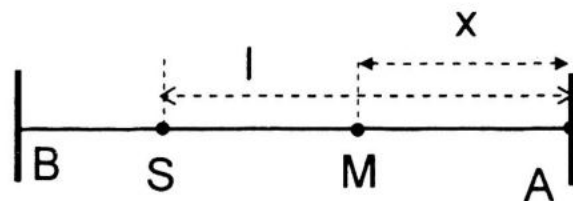
Sóng tới từ S đến M:

$$u_1 = a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l - x)\right]$$

Sóng phản xạ qua M:

$$u_2 = -a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l + x)\right]$$

Sóng tổng hợp tại M:



$$u_M = u_1 + u_2 = a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right] - a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l+x)\right]$$

$$u_M = 2a \left(\sin \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l\right] \quad (1)$$

Từ công thức (1) ta thấy:

$$+ \text{Toạ độ các bụng: } x_b = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \quad (2)$$

$$+ \text{Toạ độ các nút: } x_n = n\frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

Từ công thức (2) và (3) ta có khoảng cách giữa một bụng và một nút bất kì:

$$\Delta d = |x_n - x_b| = \left| n\frac{\lambda}{2} - (2m+1)\frac{\lambda}{4} \right|$$

$$= \left| 2(n-m) + 1 \right| \frac{\lambda}{4} = |2k+1| \frac{\lambda}{4} \quad \text{trong đó } k = |n-m| \quad (4)$$

Công thức (4) cho ta dạng tổng quát để tính khoảng cách từ một bụng đến một nút bất kì là  $\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ .

\*) Mặc dù có vẻ như là pha ban đầu của các dao động bằng nhau và bằng  $\frac{-2\pi l}{\lambda}$  nhưng do dấu của biểu thức biên độ  $\sin \frac{2\pi x}{\lambda}$  (hàm  $\sin \frac{2\pi x}{\lambda}$  tuần hoàn với chu kỳ  $\lambda$  nên cứ sau một khoảng  $x = \frac{\lambda}{2}$  tính từ điểm A thì đổi dấu một lần).

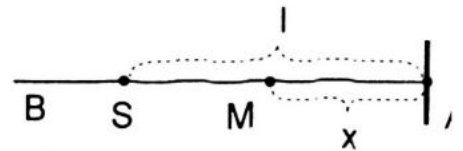
Vì vậy, tất cả các điểm nằm trên cùng một nút thì dao động cùng pha, hai nút kề nhau thì luôn dao động ngược pha.

**Ví dụ 4:** Dây căng AB có chiều dài bằng  $n\frac{\lambda}{2}$ . Tại S, cách A một đoạn

$SA = 10,75\lambda$  phát ra một dao động có li độ  $u = a \sin \omega t$ . Sóng không suy giảm.

a) Viết phương trình sóng dừng tại M, cách A một đoạn  $x$ .

b) Tìm điểm M gần A nhất, có biên độ là  $a\sqrt{2}$ , có dao động cùng pha với dao động phát ra từ S.



**Giải:**

a) Sóng tại S:  $u_S = a \sin \omega t \quad (1)$

$$\Rightarrow u_M = u_1 + u_2 = a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x)\right] - a \sin\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l+x)\right]$$

$$\Rightarrow u_M = 2a \left(\sin \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l\right]$$

Thay số vào ta có:

$$\Rightarrow u_M = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos(\omega t - 21,5\pi) = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos(\omega t - 22\pi + 0,5\pi)$$

$$\Rightarrow u_M = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos(\omega t + 0,5\pi) = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin(\omega t + \pi) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \text{Độ lệch pha: } \Delta\varphi = \pi - 0 = \pi \quad (3)$$

b) Từ (1), (2) và (3), muốn hai dao động cùng pha thì:  $2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = -a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sin \frac{2\pi x}{\lambda} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{\lambda}{8} + k\lambda \\ x_2 = -\frac{3\lambda}{8} + k\lambda \end{cases} \quad \text{với } k = 1, 2, 3, \dots$$

$$\Rightarrow k_{\min} = 1 \text{ khi đó } x = x_2 = \lambda - \frac{3\lambda}{8} = \frac{5\lambda}{8}$$

Thay  $x = \frac{5\lambda}{8}$  vào biểu thức (2) ta có:  $u_M = 2a \sin \frac{5\pi}{4} \sin(\omega t + \pi)$

$$\Rightarrow u_M = 2a \sin \frac{\pi}{4} \sin(\omega t + 2\pi) = a\sqrt{2} \sin(\omega t + 2\pi) = a\sqrt{2} \sin \omega t$$

Vậy: điểm M gần A nhất, có biên độ là  $a\sqrt{2}$ , có dao động cùng pha với dao động phát ra từ S cách A một khoảng  $x = \frac{5\lambda}{8}$ .

**Ví dụ 5:** Trên dây đàn hồi AB đang có sóng dừng (đầu A cố định, đầu B được rung nhờ một dụng cụ để tạo thành sóng dừng). Cho  $f = 100 \text{ Hz}$  và khoảng cách giữa 9 nút liên tiếp là  $l = 2 \text{ m}$ , tính vận tốc truyền sóng trên dây.

**Giải:**

Làm tương tự các bài tập trên ta có phương trình sóng tại một điểm M bất kì trên dây là:  $u_M = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda})$

Tại những chỗ mà  $x = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$  luôn dao động với biên độ cực đại (các bụng)

$x = k \frac{\lambda}{2}$  luôn dao động với biên độ cực tiểu (các nút).

Vì khoảng cách giữa hai nút liên tiếp bằng nửa bước sóng, nên khoảng cách  $l$  giữa 9 nút liên tiếp bằng 8 lần nửa bước sóng:  $8 \frac{\lambda}{2} = l$

Suy ra:  $\lambda = \frac{2l}{8} = 0,5 \text{ (m)}$

Vận tốc truyền sóng trên dây là:  $v = \lambda f = 0,5 \cdot 100 = 50 \text{ (m/s)}$

## CHỦ ĐỀ 4: SÓNG ÂM

**Ví dụ 1:** Hai nguồn âm  $S_1, S_2$  coi là 2 nguồn điểm cách nhau 4 m phát sóng kết hợp có cùng tần số 425 Hz, biên độ  $a = 1$  cm, vận tốc  $v = 340$  m/s, pha ban đầu bằng 0. Coi biên độ sóng không đổi.

2) Tìm phương trình dao động tại một điểm bất kì trên đoạn thẳng  $S_1S_2$ .

3) Tìm công thức xác định vị trí các điểm dao động với biên độ 2 cm. Có bao nhiêu điểm như vậy trên đoạn  $S_1S_2$  (trừ  $S_1, S_2$ ).

Giải:

1) Phương trình sóng tại M là tổng hợp của sóng từ hai nguồn tới M:

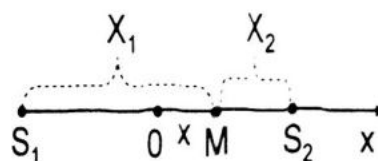
Sóng từ M do truyền từ  $S_1$  đến là:  $u_1 = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1\right)$

Sóng từ M do truyền từ  $S_2$  đến là:  $u_2 = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2\right)$

Sóng tổng hợp của hai sóng, có phương trình là:

$$u = u_1 + u_2 = a \left[ \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1\right) + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_2\right) \right]$$

$$u = 2a \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(x_1 + x_2)\right] \cos\frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$$



Tách thành phần biên độ, thành phần điều hoà, ta có:

$$u = 2a \cos\frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \sin\left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(x_1 + x_2)\right]$$

Từ hình vẽ:  $x_2 - x_1 = -2x$

Mà:  $x_1 + x_2 = l$

Ta có:  $u = 2a \cos\frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi l}{\lambda}\right)$

Trong đó  $l$  là khoảng cách  $S_1S_2$ ,  $x$  là khoảng từ trung điểm đến điểm đang xét. (chọn hệ toạ độ như hình vẽ thì  $x$  là hoành độ điểm M)

Thay số:  $\omega = 2\pi f = 850\pi$  (rad/s)

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{425} = 0,8 \text{ (m)}$$

$$l = 4 \text{ (m)} = 5\lambda$$

$$u = 2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \sin(850\pi t - 5\pi) \text{ (cm)}$$

$$u = 2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}x \cdot \sin(850\pi t + \pi) \text{ (cm)}$$

2) Biên độ dao động là  $A = \left| 2 \cos\frac{2\pi}{\lambda}x \right|$

Các điểm có biên độ  $A = 2$  là các điểm thoả mãn phương trình:

$$\Rightarrow 2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 2$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1 = \cos n\pi$$

$$\Rightarrow x = n \frac{\pi}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vì } -\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} \quad \text{nên} \quad -\frac{5\lambda}{2} \leq \frac{n\lambda}{2} \leq \frac{5\lambda}{2} \Rightarrow -5 \leq n \leq 5$$

Vậy: có 11 điểm trong đó có trung điểm O và 2 nguồn  $S_1, S_2$  dao động với biên độ cực đại. Nếu không kể 2 nguồn thì có 9 điểm dao động với biên độ cực đại.

**Ví dụ 2:** Hai nguồn sóng âm A và B phát ra hai dao động âm có phương trình là  $u_A = u_B = a \sin \omega t$ . Sóng không suy giảm. Cho  $AB = 20 \text{ m}$ , tần số  $f = 420 \text{ Hz}$ , vận tốc sóng  $v = 336 \text{ m/s}$ , biên độ sóng  $a = 2 \text{ mm}$ .

1/ Chứng minh rằng trên AB có những điểm tại đó âm thanh nghe to nhất, có những điểm tại đó không nhận được âm thanh.

2/ Xác định trên AB những điểm tại đó không nhận được âm thanh.

3/ Lập phương trình dao động âm tổng hợp tại trung điểm M của AB và tại N trên AB cách M một khoảng 20 cm.

**Giải:**

1) Phương trình sóng do hai nguồn gây ra tại một điểm M bất kì cách các nguồn một khoảng tương ứng  $d_1, d_2$  là:

$$\text{Sóng do nguồn A gửi đến M là: } u_A = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \right) \quad (1)$$

$$\text{Sóng do nguồn B gửi đến M là: } u_B = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right) \quad (2)$$

Sóng tổng hợp của hai sóng, có phương trình là:

$$u_M = u_A + u_B = a \left[ \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \right) + \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right) \right]$$

$$u_M = 2a \cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \sin \left[ \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} \right] \quad (3)$$

Biên độ của sóng âm phụ thuộc hiệu khoảng cách  $(d_1 - d_2)$  nên trên đoạn AB có những điểm tại đó âm thanh nghe to nhất, có những điểm tại đó không nhận được âm thanh.

+ Điểm âm thanh nghe to nhất (cực đại):

$$\cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow d_1 - d_2 = k\lambda \quad (4)$$

+ Điểm không nhận được âm thanh (cực tiểu):

$$\cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = 0 \Rightarrow d_1 - d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

2) Ta có:  $d_1 + d_2 = d; 0 \leq d_1 \leq d$  (6)

Từ (5) và (6) ta có:  $-\frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \Rightarrow -25,5 \leq k \leq 24,5$

$\Rightarrow$  Có 50 giá trị của  $k$ .

Vậy: trên đoạn AB có 50 điểm mà tại đó không nhận được âm thanh. Nếu chọn gốc toạ độ trùng với trung điểm của AB thì toạ độ của các điểm đó là:

$$x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} = (2k+1)\frac{0,8}{4} = 0,2(2k+1) \text{ (m)}$$


Với  $k = -25, 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 24$

3) Thay vào (3) ta có:

$$u_M = 2a \sin \left[ 840\pi t - \frac{20\pi}{0,8} \right] = 4 \sin [840\pi t - \pi] \text{ (mm)} \quad (7)$$

Điểm N cách M một đoạn 0,2 m nên ta có:  $\cos \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} = \cos \frac{\pi}{2} = 0$  (8)

$\Rightarrow$  Có 2 điểm N thoả mãn (8)  $\Rightarrow$  đây là 2 điểm không nhận được âm thanh.

**Ví dụ 3:** Nguồn âm S phát ra một âm có công suất P không đổi, truyền đẳng hướng về mọi phương. Tại điểm A cách nguồn S một đoạn  $R_A = 1(\text{m})$ , mức cường độ âm là  $L_A = 70 \text{ dB}$ . Biết cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12} (\text{W/m}^2)$ .

- 1) Tính mức cường độ âm tại điểm B cách nguồn một đoạn  $R_B = 10 \text{ m}$ .
- 2) Hỏi đứng cách nguồn một đoạn bao nhiêu thì không nghe được âm ?
- 3) Tính công suất của nguồn âm S.

**Giải:**

1) Mức cường độ âm:  $L_A = 10 \lg \frac{I_A}{I_0} = 70 \text{ dB}$

Suy ra  $I_A = 10^7 \cdot I_0 = 10^7 \cdot 10^{-12} = 10^{-5} (\text{W/m}^2)$

Do  $I = \frac{P}{4\pi R^2}$  nên ta có:  $\frac{I_A}{I_B} = \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^2 = \left( \frac{10}{1} \right)^2 = 100$

Vậy  $I_B = \frac{I_A}{100} = \frac{10^{-5}}{100} = 10^{-7} (\text{W/m}^2)$

Mức cường độ âm tại điểm B:  $L_B = 10 \lg \frac{I_B}{I_0} = 10 \lg \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \lg 10^5 = 50 (\text{dB})$

2) Gọi R là khoảng cách từ nguồn âm đến điểm có cường độ âm là  $I_0$ , ta có:

$$I_0 = \frac{P}{4\pi R^2}; I_A = \frac{P}{4\pi R_A^2}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{R}{R_A} \right)^2 = \frac{I_A}{I_0} = \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 10^7$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{10^7 R_A^2} = \sqrt{10^7} = 10^3 \sqrt{10} \text{ (m)} \quad (1)$$



Người không nghe được âm khi  $I < I_0$  (2)

Từ (1) và (2) ta có: người không nghe được âm khi  $R \geq \sqrt{10}$  (km)

3) Công suất của nguồn âm:  $P = I \cdot 4\pi R^2$

$$\Rightarrow P = I_A \cdot 4\pi R_A^2 = 10^{-5} \cdot 4\pi \cdot 1^2 = 4\pi \cdot 10^{-5} \text{ (W)}$$

**Ví dụ 4:** Hai âm thoa dao động tại A và B cách nhau  $15\lambda$ , phát ra hai dao động âm có phương trình  $u_A = a \sin \omega t$  và  $u_B = a \sin \left( \omega t + \frac{3\pi}{2} \right)$ . Sóng không suy giảm. Xác định trên AB những điểm tại đó âm thanh nghe to nhất, không nhận được âm thanh.

**Giải:**

Phương trình sóng do hai nguồn gây ra tại điểm M bất kì cách các nguồn một khoảng tương ứng  $d_1, d_2$  là:

$$\text{Sóng từ nguồn A gửi đến M: } u_A = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \quad (1)$$

$$\text{Sóng từ nguồn B gửi đến M: } u_B = a \sin \left( \omega t + \frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \quad (2)$$

Sóng tổng hợp:

$$u_M = u_A + u_B = 2a \cos \left[ \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} - \frac{3\pi}{4} \right] \sin \left[ \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} + \frac{3\pi}{4} \right] \quad (3)$$

Từ công thức (3) ta có:

+) Điểm âm thanh nghe to nhất (cực đại):

$$\cos \left[ \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} - \frac{3\pi}{4} \right] = \pm 1 \Rightarrow d_2 - d_1 = \left( k + \frac{3}{4} \right) \lambda \quad \text{với } k \in Z \quad (4)$$

$$\text{Mà ta có: } d_1 + d_2 = d = 15\lambda; \quad 0 \leq d_2 \leq 15\lambda \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5) ta có: } -\frac{d}{\lambda} - \frac{3}{4} \leq k \leq \frac{d}{\lambda} - \frac{3}{4} \Rightarrow -15,75 \leq k \leq 14,25$$

$$\Rightarrow k = -15, 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 14.$$

$\Rightarrow$  Có 30 điểm tại đó âm thanh nghe to nhất.

+) Điểm không nhận được âm thanh (cực tiểu):

$$\cos \left[ \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} - \frac{3\pi}{4} \right] = 0 \Rightarrow d_2 - d_1 = \left( k' + \frac{5}{4} \right) \lambda \quad \text{với } k' \in Z \quad (5)$$

$$\text{Số điểm cực tiểu: } -15\lambda \leq \left( k' + \frac{5}{4} \right) \lambda \leq 15\lambda \Rightarrow -16,25 \leq k' \leq 13,75$$

$\Rightarrow$  Có 30 điểm tại đó ta không nghe được âm

**Ví dụ 5:** Nguồn âm O phát ra một âm có công suất P không đổi, truyền đẳng hướng theo mọi phương. Tại điểm M cách nguồn âm O một đoạn  $r_M = 2$  m, mức cường độ âm là  $L_M = 50$  dB. Biết cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12}$  (W/m<sup>2</sup>).

Một người nếu đứng cách nguồn O trên 100 m thì không còn nghe thấy âm do nguồn phát ra nữa. Xác định ngưỡng nghe của tai người đó.

**Giải:**

Ta có mức cường độ âm:

$$+ \text{ Khi người đứng tại M: } L_M = 10 \lg \frac{I_M}{I_0} = 50 \text{ dB} \quad (1)$$

$$+ \text{ Khi người đứng tại N cách nguồn 100 m: } L_N = 10 \lg \frac{I_N}{I_0} \quad (2)$$

$$\text{Do } I = \frac{P}{4\pi R^2} \text{ nên ta có: } \frac{I_N}{I_M} = \left( \frac{R_M}{R_N} \right)^2 = \left( \frac{2}{100} \right)^2 = 4 \cdot 10^{-4} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có: } L_N = L_M + 10 \lg \frac{I_N}{I_M} = 50 + 20 \lg(4 \cdot 10^{-4}) = 16,02 \text{ (dB)} \quad (4)$$

$$\text{Thay (4) vào (2) ta có: } L_N = 10 \lg \frac{I_N}{I_0} = 16,02 \text{ (dB)}$$

$$\text{Suy ra } I_N = 10^{1,602} \cdot I_0 = 10^{1,602} \cdot 10^{-12} = 40 \cdot 10^{-12} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy: ngưỡng nghe của tai người đó là: } I = 40 \cdot 10^{-12} \text{ (W/m}^2\text{)}$$

### **C) CÁC BÀI TẬP TỰ GIẢI**

**Câu 1:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là  $S_1, S_2$  phát ra hai dao động có phương trình  $u_1 = a \sin \omega t$  và  $u_2 = a \cos \omega t$ . Sóng không suy giảm. Cho  $S_1 S_2 = 9\lambda$ .

a/ Trên đoạn nối  $S_1 S_2$  có mấy điểm mà sóng có biên độ cực đại ?

b/ Tìm điểm M trên trung trực của  $S_1 S_2$ , gần nhất, có dao động cùng pha với dao động phát ra ở nguồn  $S_1$ .

**ĐS:** a/ Có 18 điểm sóng có biên độ cực đại.

$$\text{b/ Điểm M cách } S_1 \text{ một khoảng } d = \frac{41\lambda}{8}.$$

**Câu 2.** Cho 2 nguồn sóng nước có qui luật dao động là  $u_1 = a \sin(\omega t + \pi)$ ;  $u_2 = a \sin \omega t$  có cùng bước sóng  $\lambda$ .

1) Lập biểu thức dao động ở M cách 2 nguồn các khoảng là  $d_1, d_2$ .

2)  $(d_1 - d_2)$  thế nào thì:

a) M là bụng sóng

b) M là nút sóng

3) Cho  $a = 2 \text{ (mm)}$ ,  $\omega = 100\pi \text{ (rad/s)}$ ,  $v = 0,8 \text{ (m/s)}$ ,  $d_1 = 12 \text{ (cm)}$ ,  $d_2 = 6,6 \text{ (cm)}$ ,  $S_1 S_2 = 16,8 \text{ (cm)}$ . Viết biểu thức dao động ở M và số nút sóng trên  $S_1 S_2$ .

$$\text{ĐS: } 1) u_M = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right] \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$2) \text{ Cực đại khi } d_2 - d_1 = (k - \frac{1}{2})\lambda \text{ và cực tiểu khi } d_2 - d_1 = k\lambda.$$

3)  $u_M = 4 \sin(100\pi t + \pi)$  (mm) ; có 21 cực tiểu.

**Câu 3** Cho hai nguồn sóng trên mặt chất lỏng cách nhau  $l = 10\lambda$ , các sóng phát ra từ 2 nguồn có phương trình  $u_1 = a \sin \omega t$ ;  $u_2 = a \cos \omega t$ , sóng không suy giảm.

- Viết phương sóng tổng hợp tại M cách 2 nguồn các khoảng là  $d_1, d_2$ .
- Xác định M mà tại điểm đó sóng có cực đại, cực tiểu.
- Tìm số điểm cực đại trên đoạn thẳng  $S_1, S_2$ .

**ĐS:** 1)  $u_M = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda} \right] \cdot \sin \left[ \omega t - \frac{\pi(d_1 + d_2)}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right]$

2) Cực đại khi  $d_1 - d_2 = (k - \frac{1}{4})\lambda$  và cực tiểu khi  $d_1 - d_2 = (k + \frac{1}{4})\lambda$ .

3) Có 20 cực đại.

**Câu 4:** Hai nguồn sóng trên mặt nước là A, B phát hai sóng kết hợp có tần số  $f = 16$  Hz, sóng không suy giảm. Tại điểm M trên mặt nước cách A, B những đoạn tương ứng  $d_1 = 30$  cm và  $d_2 = 25,5$  cm, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và trung trực của AB có hai dãy cực đại khác. Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

**ĐS:** M thuộc dao động cực đại số 3  $\Rightarrow$  vận tốc sóng  $v = 24$  (cm/s).

**Câu 5:** Trên dây đàn hồi  $AB = l = 64$  cm đang có sóng dừng (đầu A cố định, đầu B dao động có phương trình  $u_B = 0,75 \sin 500\pi t$  (cm)). Sóng không suy giảm, vận tốc sóng là  $v = 80$  m/s.

- Lập phương trình dao động tổng hợp tại điểm M cách A một khoảng  $d$ .
- Xác định vị trí những nút sóng. Tính khoảng cách giữa hai nút sóng kế tiếp.
- Xác định vị trí của các bụng sóng và tính bề rộng của 1 bụng sóng.

**ĐS:** 1)  $u_M = 2a \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda}) = 1,5 \sin \frac{\pi d}{16} \sin(500\pi t + \frac{\pi}{2})$  (cm)

2) Vị trí các nút  $d_n = k \frac{\lambda}{2} = 16k$  (cm);

$$\text{Vị trí các bụng } d_b = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} = 8(2k + 1) \text{ (cm)}$$

3) Bề rộng một bụng sóng là  $4a = 3$  (cm)

**Câu 6:** Trong thí nghiệm về giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  cách nhau 50 mm dao động với phương trình  $u_1 = u_2 = 2 \sin 200\pi t$  (mm), vận tốc truyền sóng là 80 cm/s. Sóng không suy giảm.

- Trên đoạn nối  $S_1 S_2$  có mấy điểm mà sóng có biên độ cực đại?
- Tính vận tốc cực đại của một phần tử tại M trên  $S_1 S_2$  và cách  $S_1$  là 4,5 cm.

**ĐS:** 1) Điểm cực đại:  $-6,25 < k < 6,25 \Rightarrow$  có 13 điểm cực đại

2)  $u_M = 4 \sin(200\pi t + \frac{3\pi}{4})$  (mm)  $\Rightarrow V_{\max} = \omega a = 0,8\pi$  (m/s)

**Câu 7:** Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau 50 mm phát ra hai sóng có phương trình  $u_1 = u_2 = a \sin 200\pi t$  (mm). Sóng không suy giảm. Xét về một phía đường trung trực của  $S_1S_2$  ta thấy: vân bậc  $k$  đi qua điểm M có  $MS_1 - MS_2 = 12$  mm; vân bậc  $k + 3$  (cùng loại với vân bậc  $k$ ) đi qua điểm M' có  $M'S_1 - M'S_2 = 36$  mm.

- 1) Tính bước sóng và vận tốc truyền sóng. Vân bậc  $k$  là cực đại hay cực tiểu?
- 2) Trên đoạn  $S_1S_2$  có mấy điểm sóng có biên độ cực đại? Xác định vị trí của các cực đại đối với nguồn  $S_1$ .
- 3) Điểm M trên trung trực của  $S_1S_2$ , gần nhất, có dao động cùng pha với nguồn cách  $S_1$  một khoảng bao nhiêu?

**ĐS:** 1)  $\delta_1 = 12 = k\lambda$ ;  $\delta_2 = 36 = (k+3)\lambda \Rightarrow \lambda = 8$  mm;  $v = 80$  cm/s;  
 $k = 1,5$  nên vân  $k$  là cực tiểu.

2) Có 13 cực đại; vị trí các cực đại  $d_1 = 25 + 4k$  (mm) với  $k = 0, \pm 1, \dots$

3)  $d_1 = k\lambda \geq \frac{S_1S_2}{2} = 25$  (mm)  $\Rightarrow k \geq \frac{25}{8} \Rightarrow d_{\min} = k_{\min}\lambda = 32$  (mm).

**Câu 8:** Trong thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt nước, hai nguồn kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau 8 cm phát ra hai sóng có  $f = 20$  Hz. Sóng không suy giảm. Tại điểm M trên mặt nước cách  $S_1, S_2$  những đoạn tương ứng  $d_1 = 25$  cm và  $d_2 = 20,5$  cm, sóng có biên độ cực đại. Giữa M và trung trực của  $S_1S_2$  có hai dãy cực đại khác.

- 1) Tính vận tốc truyền sóng trên mặt nước.
- 2) Trên đoạn  $S_1S_2$  có mấy điểm sóng có biên độ cực đại?
- 3) Gọi  $S_3, S_4$  là hai điểm trên mặt nước sao cho  $S_1S_2S_3S_4$  là hình vuông. Hỏi trên đoạn  $S_3S_4$  có bao nhiêu điểm dao động với biên độ cực đại?

**ĐS:** 1) Vận tốc sóng  $v = 30$  cm/s; bước sóng  $\lambda = 1,5$  cm.  
 2) Trên đoạn  $S_1S_2$  có 11 điểm sóng có biên độ cực đại.  
 3) Trên đoạn  $S_3S_4$  có 5 điểm dao động với biên độ cực đại.

**Câu 9:** Hai nguồn sóng âm A và B phát ra hai dao động âm có phương trình là:  $u_A = u_B = a \sin \omega t$ . Cho  $AB = 2$  m, tần số  $f = 420$  Hz, vận tốc sóng  $v = 336$  m/s. Xem rằng môi trường không hấp thụ âm.

- 1/ Chứng minh rằng trên AB có những điểm tại đó âm thanh nghe to nhất và xác định những điểm đó.
- 2) Bây giờ chỉ cho A phát âm. Biết rằng ở tại điểm M cách nguồn A một đoạn  $R_M = 1$  m, mức cường độ âm là  $L_M = 25$  dB. Tính mức cường độ âm  $L_N$  tại điểm N cách nguồn A một đoạn  $R_N = 10$  m.

**ĐS:** 1) Trên AB có 5 điểm tại đó âm thanh nghe to nhất, vị trí các điểm đó cách nguồn A một khoảng là:  $d_1 = 0,2, 0,6, 1, 1,4, 1,8$  (m)

2) Mức cường độ âm tại điểm N là  $L_N = 5$  dB.

## **D) CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Khi bỏ qua sự toả nhiệt trong môi trường, nếu sóng phát ra với công suất không đổi, truyền đẳng hướng thì:

- a. Năng lượng sóng giảm dần theo khoảng cách
- b. Vì năng lượng sóng không giảm khi truyền đi xa nên cường độ sóng (mật độ dòng năng lượng) giảm dần khi ra xa nguồn.
- c. Vì năng lượng bảo toàn khi truyền đi xa nên mật độ năng lượng (năng lượng phân bố trong một đơn vị thể tích) giảm dần khi ra xa nguồn
- d. Cả b và c đều đúng
- e. Câu a là sai vì năng lượng bảo toàn

ĐS: a

**Câu 2.** Câu nào trong các câu sau là sai ?

- a. Hai sóng kết hợp là hai sóng có cùng chu kì (tần số) có một hiệu số pha xác định, không thay đổi theo thời gian.
- b. Hai sóng kết hợp là 2 sóng có hiệu số pha tại mọi điểm không thay đổi theo thời gian.
- c. Hai sóng kết hợp là hai sóng có cùng chu kì tần số và có hiệu số pha tại mọi điểm không đổi theo thời gian.
- d. b và c là tương đương và đều đúng
- e. Hai sóng kết hợp định nghĩa như hai nguồn kết hợp

ĐS: a

**Câu 3.** Câu nào đúng ?

- a. Sóng do tổng hợp từ 2 nguồn kết hợp trên mặt nước chỉ là giao thoa mà không phải là sóng dừng.
- b. Giao thoa trên mặt nước cho ta sóng dừng vì có các bụng ở đường cực đại, và nút ở đường cực tiểu.
- c. Giao thoa trên mặt nước cũng là sóng dừng vì không có sự truyền pha của dao động tổng hợp từ điểm này đến điểm khác như sóng chạy.
- d. Cả b và c đều đúng.
- e. b và c đều sai .

ĐS: d

**Câu 4.** Câu nào đúng

Sóng dừng trên dây căng có phương trình sóng tổng hợp là

$$u = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} d \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l\right)$$

Trong đó  $a > 0$ ,  $d$  là khoảng cách đến điểm nút giữ chặt,  $l$  là khoảng cách từ nguồn đến nút trên.

- a. Mọi điểm có cùng pha dao động
- b. Các điểm nằm trong khoảng giữa 2 nút kề nhau có dao động cùng pha
- c. 2 bụng kề nhau có dao động ngược pha nhau
- d. 2 điểm cách nhau  $\lambda/2$  có dao động ngược pha nhau
- e. 2 điểm cách nhau  $k\lambda$  có dao động cùng pha

ĐS: a

**Câu nào sai?**

Trong các câu 5, 6 có 2 phát biểu được đưa ra. Hãy lựa chọn các phương án:



- a. Phát biểu I và II đều đúng và có tương quan nhau
- b. Phát biểu I và II đều đúng nhưng độc lập nhau
- c. Phát biểu I sai, phát biểu II đúng.
- d. Phát biểu I đúng, phát biểu II sai
- e. Cả hai phát biểu đều sai

**Câu 5:** Trong sự giao thoa của 2 nguồn kết hợp trên mặt nước

**Phát biểu I:** Đường gợn lồi (đường nút liền trên hình vẽ) là tập hợp các điểm có biên độ sóng tổng hợp cực đại. Đường gợn lõm là tập hợp các điểm có biên độ cực tiểu.

**Phát biểu II:** Đường cực đại (đường nét liền) không thể gọi là đường gợn lồi vì tại đó mặt nước có lúc lồi lên  $u = 2A$  và lõm xuống  $u = -2A$  ( $A$  là biên độ sóng thành phần). Đường cực tiểu (nét đứt) không thể là gợn lõm vì đó là nơi mà dao động tổng hợp có biên độ  $a \approx 0$ , ngang với mặt nước

ĐS: c

**Câu 6:** 2 nguồn sóng kết hợp cùng pha trên mặt nước tạo ra sóng tổng hợp có

phương trình tại M là:  $u = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \sin[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)]$

**Phát biểu I:** Các điểm có  $d_1 + d_2 = 2k\pi$  có dao động cùng pha với 2 nguồn

Các điểm có  $d_1 + d_2 = (2m+1)\pi$  có dao động ngược pha với 2 nguồn.

**Phát biểu II:** Các điểm có  $d_1 + d_2 = 2k\pi$

$$d_1 + d_2 = (2m+1)\pi$$

nằm trên 2 họ đường parabol xen kẽ nhau. Trên mỗi đường có các đoạn dao động cùng pha và các đoạn dao động ngược pha với nguồn nằm xen kẽ nhau, nối tiếp nhau.

ĐS: c

**Câu 7:** Có học sinh cho rằng: việc đưa ra khái niệm mức cường độ âm là không cần thiết vì chỉ cần dùng khái niệm cường độ âm là đủ. Quan niệm đó đúng hay sai ? vì sao ?

ĐS: sai

**Câu 8.** Chọn phát biểu đúng trong các lời phát biểu dưới đây:

- A. Chu kỳ chung của các phần tử trong môi trường có sóng truyền qua gọi là chu kỳ dao động của sóng.
- B. Đại lượng nghịch đảo của chu kỳ gọi là tần số góc của sóng.
- C. Vận tốc truyền năng lượng trong dao động gọi là vận tốc của sóng.
- D. Biên độ dao động của sóng luôn bằng hằng số.

ĐS: A

**Câu 9.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về phương dao động của sóng ngang?

- A. Nằm theo phương ngang.
- B. Nằm theo phương thẳng đứng.
- C. Vuông góc với phương truyền sóng.
- D. Trùng với phương truyền sóng.

ĐS: C

**Câu 3.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về phương dao động của sóng dọc?

- A. Nằm theo phương ngang.
- B. Nằm theo phương thẳng đứng.
- C. Theo phương truyền sóng.
- D. Vuông góc với phương truyền sóng.

ĐS: C



**Câu 4.** Sóng dọc truyền được trong các môi trường nào là đúng trong các môi trường dưới đây?

- A. Rắn và lỏng.
- B. Lỏng và khí.
- C. Khí và rắn.
- D. Rắn, lỏng và khí.

ĐS: D

**Câu 5.** Vận tốc truyền của sóng trong một môi trường phụ thuộc vào yếu tố nào trong các yếu tố sau đây?

- A. Tần số của sóng.
- B. Độ mạnh của sóng.
- C. Biên độ của sóng.
- D. Tính chất của môi trường.

ĐS: D

**Câu 6.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về bước sóng của sóng?

- A. Bước sóng là quãng đường truyền của sóng trong thời gian một chu kì.
- B. Bước sóng là khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm có dao động cùng pha ở trên cùng một phương truyền sóng.
- C. Bước sóng là đại lượng đặc trưng cho phương truyền của sóng.
- D. A và B.

ĐS: D

**Câu 7.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về năng lượng của sóng?

- A. Trong khi sóng truyền đi thì năng lượng vẫn không truyền đi vì nó là đại lượng bảo toàn.
- B. Quá trình truyền sóng là quá trình truyền năng lượng.
- C. Khi sóng truyền từ một nguồn điểm trên mặt phẳng, năng lượng sóng giảm tỷ lệ với bình phương quãng đường truyền sóng.
- D. Khi sóng truyền từ một nguồn điểm trong không gian, năng lượng sóng giảm tỷ lệ với quãng đường truyền sóng.

ĐS: B

**Câu 8.** Điều nào sau đây là sai khi nói về sóng âm?

- A. Sóng âm là sóng dọc truyền trong các môi trường vật chất như rắn, lỏng hoặc khí.
- B. Sóng âm có tần số nằm trong khoảng từ 200 Hz đến 16000 Hz.
- C. Sóng âm không truyền được trong chân không.
- D. Vận tốc truyền sóng âm thay đổi theo nhiệt độ.

ĐS: B

**Câu 9.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về môi trường truyền âm và vận tốc âm?

- A. Môi trường truyền âm có thể là rắn, lỏng hoặc khí.
- B. Những vật liệu như bông, nhung, xốp truyền âm tốt.
- C. Vận tốc truyền âm phụ thuộc vào tính đàn hồi và mật độ của môi trường.
- D. A và C đều đúng.

ĐS: D

**Câu 10.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về những đặc trưng sinh lí của âm?

- A. Độ cao của âm phụ thuộc vào tần số của âm.
- B. Âm sắc phụ thuộc vào các đặc tính vật lí của âm như biên độ, tần số và các thành phần cấu tạo của âm.
- C. Độ to của âm phụ thuộc vào biên độ hay mức cường độ âm.
- D. A và C đều đúng.

ĐS: D

**Câu 11.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về sự giao thoa sóng?

- A. Giao thoa là sự tổng hợp của hai hay nhiều sóng khác nhau.
- B. Điều kiện để có giao thoa là các sóng phải là các sóng kết hợp (cùng tần số và có hiệu số pha không đổi theo thời gian).
- C. Quỹ tích những chỗ có biên độ sóng cực đại là một hypecbol.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: B

**Câu 12.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về sóng dừng?

- A. Khi một sóng tới và sóng phản xạ của nó truyền theo cùng một phương, chúng giao thoa với nhau và tạo thành sóng dừng.
- B. Nút sóng là những điểm không dao động.
- C. Bụng sóng là những điểm dao động cực đại.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: D

**Câu 13.** Hai âm có cùng độ cao, chúng có cùng đặc điểm nào trong các đặc điểm sau?

- A. Cùng tần số
- B. Cùng biên độ
- C. Cùng bước sóng trong một môi trường
- D. A và B

ĐS: A

**Câu 14.** Âm sắc là một đặc tính sinh lí của âm có thể giúp ta phân biệt được hai âm loại nào trong các loại được liệt kê sau đây?

- A. Có cùng biên độ; phát ra trước, sau bởi cùng một nhạc cụ.
- B. Có cùng biên độ; phát ra bởi hai nhạc cụ khác nhau.
- C. Có cùng tần số; phát ra trước, sau bởi cùng một nhạc cụ.
- D. Có cùng tần số; phát ra bởi hai nhạc cụ khác nhau.

ĐS: D

**Câu 15.** Để biểu thị cảm giác nghe to, nhỏ của một âm người ta dùng một đại lượng gọi là mức cường độ âm xác định bởi hệ thức:  $L(\text{dB}) = 10 \lg \frac{I}{I_0}$  trong đó

$I$  là cường độ âm, còn  $I_0$  là gì? Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu trả lời sau:

- A.  $I_0$  là cường độ âm chuẩn có giá trị như nhau với mọi âm.
- B.  $I_0$  là cường độ âm chuẩn có giá trị tỷ lệ với tần số của âm.
- C.  $I_0$  là cường độ tối thiểu của mỗi âm để tai có cảm giác nghe được.
- D.  $I_0$  là cường độ lớn nhất của mỗi âm gây cảm giác đau.

ĐS: C

**Câu 16.** Kết luận nào sau đây là sai khi nói về tính chất của sự truyền sóng trong môi trường?

- A. Sóng truyền đi với vận tốc hữu hạn.
- B. Sóng truyền đi không mang theo vật chất của môi trường.
- C. Quá trình truyền sóng cũng là quá trình truyền năng lượng.
- D. Sóng càng mạnh truyền đi càng nhanh.

ĐS: D

**Câu 17.** Hai nguồn kết hợp là hai nguồn phát sóng:

- A. Có cùng tần số, cùng phương truyền.
- B. Có cùng biên độ, có độ lệch pha không thay đổi theo thời gian.

- C. Có cùng tần số và độ lệch pha không thay đổi theo thời gian.
- D. Có độ lệch pha không thay đổi theo thời gian.

ĐS: C

**Câu 18.** Kết luận nào sau đây là sai khi nói về sự phản xạ của sóng?

- A. Sóng phản xạ luôn luôn có cùng vận tốc truyền với sóng tới nhưng ngược hướng.
- B. Sóng phản xạ có cùng tần số với sóng tới.
- C. Sóng phản xạ luôn luôn có cùng pha với sóng tới.
- D. Sự phản xạ ở đầu cố định làm đổi dấu của phương trình sóng.

ĐS: C

**Câu 19.** I. Hai âm có cùng cao độ phát ra bởi hai nhạc cụ khác nhau thì nghe khác nhau.

II. Đường biểu diễn của hai âm có cùng chu kỳ nhưng có dạng khác nhau.

- A. Phát biểu I đúng. Phát biểu II đúng. I và II không tương quan.
- B. Phát biểu I đúng. Phát biểu II đúng. I và II có tương quan.
- C. I đúng. II sai.
- D. Cả hai phát biểu đều sai.

ĐS: B

**Câu 20.** Vận tốc truyền của sóng trong môi trường phụ thuộc vào các yếu tố nào sau đây:

- A. Độ mạnh của sóng.
- B. Biên độ của sóng.
- C. Tần số của sóng.
- D. Môi trường truyền sóng.

ĐS: D

**Câu 21.** Tìm kết luận *sai*:

- A. Các sóng kết hợp có cùng tần số và độ lệch pha không đổi.
- B. Giao thoa là sự tổng hợp của hai hay nhiều sóng trong không gian.
- C. Trong hiện tượng giao thoa sóng trên mặt nước, những điểm có hiệu đường đi từ hai nguồn bằng một số nguyên bước sóng thì dao động với biên độ cực đại.
- D. Những điểm có hiệu đường đi từ 2 nguồn sóng kết hợp trên mặt nước có hiệu đường đi bằng một số lẻ nửa bước sóng thì dao động với biên độ cực tiểu.

ĐS: B

**Câu 22.** Chọn kết luận *đúng* về sóng dừng:

- A. Khoảng cách giữa 2 nút hoặc bụng gần nhau bằng một bước sóng  $\lambda$ .
- B. Hai nút và bụng gần nhau nhất cách nhau  $\frac{\lambda}{2}$ .
- C. Hai đầu dây gắn chặt, trên dây dài L sẽ có sóng dừng nếu  $L = n \frac{\lambda}{2}$ .

ĐS: C

**Câu 23.** Một sóng âm truyền từ không khí vào nước. Sóng âm đó ở hai môi trường có:

- A. Cùng biên độ.
- B. Cùng bước sóng.
- C. Cùng tần số.
- D. Cùng vận tốc truyền.

ĐS: C

**Câu 24.** Hai điểm  $M_1, M_2$  ở trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau một khoảng  $d$ . Sóng truyền từ  $M_1$  đến  $M_2$ . Độ lệch pha của sóng ở  $M_2$  so với  $M_1$  là  $\Delta\varphi$ . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A.  $\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$  ; B.  $\Delta\varphi = -\frac{2\pi d}{\lambda}$  ; C.  $\Delta\varphi = \frac{2\pi\lambda}{d}$  ; D.  $\Delta\varphi = -\frac{2\pi\lambda}{d}$ .

ĐS: B

**Câu 25.** Tại điểm O trên mặt nước yên tĩnh, có một nguồn sóng dao động điều hoà theo phương thẳng đứng với chu kỳ  $T = 0,5s$ . Từ O có những gợn sóng tròn lan rộng ra xung quanh. Khoảng cách giữa hai gợn sóng kế tiếp là 20 cm. Chọn giá trị đúng vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

A.  $v = 160 \text{ cm/s}$  B.  $v = 80 \text{ cm/s}$   
C.  $v = 40 \text{ cm/s}$  D.  $v = 180 \text{ cm/s}$

ĐS: C

**Câu 26.** Trong một thí nghiệm về giao thoa trên mặt nước, hai nguồn kết hợp A, B dao động với tần số  $f = 13 \text{ Hz}$ . Tại một điểm M cách nguồn A, B những khoảng  $d_1 = 19\text{cm}$ ,  $d_2 = 21\text{cm}$ , sóng có biên độ cực đại. Giữa M và đường trung trực của AB không có cực đại nào khác. Chọn giá trị đúng của vận tốc truyền sóng trên mặt nước.

A.  $v = 46 \text{ cm/s}$  B.  $v = 26 \text{ cm/s}$   
C.  $v = 28 \text{ cm/s}$  D. Một giá trị khác.

ĐS: B

**Câu 27.** Tại nguồn O phương trình dao động của sóng là  $u = a\sin\omega t$ . Phương trình nào sau đây đúng với phương trình dao động của điểm M cách O một khoảng  $OM = d$  ?

A.  $u_M = a_M \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$  B.  $u_M = a_M \sin\left(\omega t - \frac{2\pi d}{v}\right)$   
C.  $u_M = a_M \sin\left(\omega t + \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$  D.  $u_M = a_M \sin\omega\left(t - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$

ĐS: A

Trả lời các câu hỏi 28, 29 và 30 nhờ sử dụng dữ kiện sau: Một mũi nhọn S được gắn vào đầu A của một lá thép nằm ngang và chạm vào mặt nước. Khi lá thép dao động với  $f = 120 \text{ Hz}$ , S tạo ra trên mặt nước một sóng có biên độ 0,4cm, biết rằng khoảng cách giữa 9 gợn lồi liên tiếp là 4 cm.

**Câu 28.** Vận tốc truyền sóng trên mặt nước nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A.  $v = 120 \text{ cm/s}$  B.  $v = 100 \text{ cm/s}$   
C.  $v = 30 \text{ cm/s}$  D.  $v = 60 \text{ cm/s}$

ĐS: D

**Câu 29.** Phương trình nào là phương trình dao động tại điểm M trên mặt nước cách S một khoảng  $d = 12 \text{ cm}$ ?

A.  $x_M = 0,4\sin 240\pi(t - 0,2) \text{ (cm)}$  B.  $x_M = 0,8\sin 240\pi(t - 0,2) \text{ (cm)}$   
C.  $x_M = 0,4\sin 240\pi(t + 0,2) \text{ (cm)}$  D. Một phương trình khác.

ĐS: A





D. Một phương trình độc lập khác.

ĐS: A

**Câu 35.** Biểu thức nào trong các biểu thức sau ( $k \in \mathbb{Z}$ ) xác định vị trí các điểm M có biên độ sóng cực đại?

A.  $d_2 - d_1 = 2k \cdot \lambda$  ;

B.  $d_2 - d_1 = \frac{1}{2} k \cdot \lambda$  ;

C.  $d_2 - d_1 = k \cdot \lambda$  ;

D. Một biểu thức khác.

ĐS: C

**Câu 36.** Biểu thức nào trong các biểu thức sau ( $k \in \mathbb{N}$ ) xác định vị trí các điểm M có biên độ sóng cực tiểu?

A.  $d_2 - d_1 = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  ;

B.  $d_2 - d_1 = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

C.  $d_2 - d_1 = (k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$  ;

D. Một biểu thức khác.

ĐS: B

Trả lời các câu hỏi từ 37 đến 42 nhờ sử dụng dữ kiện sau:

Xét sóng tới truyền trên một sợi dây đàn hồi từ O tới A cố định ( $OA = l$ ) với tần số  $f$ , biên độ  $a = \text{const}$ . Vận tốc truyền sóng trên dây là  $v$ .

**Câu 37.** Chương trình dao động của sóng tại điểm A do sóng từ O truyền tới trên dây là phương trình nào trong các phương trình sau?

A.  $x_A = a \sin 2\pi \left( ft + \frac{l}{\lambda} \right)$  ; B.  $x_A = \frac{a}{2} \sin 4\pi \left( ft - \frac{l}{\lambda} \right)$  ;

C.  $x_A = a \sin 2\pi \left( ft - \frac{l}{\lambda} \right)$  ; D. Một phương trình khác.

ĐS: C

**Câu 38.** Phương trình sóng phản xạ tại A là phương trình nào trong các phương trình sau đây ?

A.  $u_A = -2a \sin 2\pi \left( ft - \frac{l}{\lambda} \right)$  ; B.  $u_A = -x_A = -a \sin 2\pi \left( ft - \frac{l}{\lambda} \right)$  ;

C.  $u_A = -x_A = -a \sin 2\pi \left( ft + \frac{l}{\lambda} \right)$  ; D. Một phương trình khác.

ĐS: B

**Câu 39.** Phương trình sóng phản xạ tại M do sóng phản xạ từ A truyền tới là phương trình nào trong các phương trình sau?

A.  $u_M = -a \sin 2\pi \left( ft - \frac{l-d}{\lambda} \right)$  ; B.  $u_M = -a \sin 2\pi \left( ft - \pi \frac{l+d}{\lambda} \right)$  ;

C.  $u_M = -a \sin 2\pi \left( ft - \frac{l+d}{\lambda} \right)$  ; D. Một phương trình khác.

ĐS: C



**Câu 40.** Phương trình dao động tổng hợp tại M là phương trình nào trong các phương trình sau?

- A.  $x = 2a \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cos 2\pi \left( ft - \frac{1}{\lambda} \right)$ ; B.  $x = 2a \sin \frac{4\pi d}{\lambda} \cos 2\pi \left( ft - \frac{1}{\lambda} \right)$   
 C.  $x = 2a \sin \frac{\pi d}{\lambda} \cos 2\pi \left( ft - \frac{1}{\lambda} \right)$ ; D. Một phương trình độc lập khác.

ĐS: A

**Câu 41.** Vị trí các nút sóng và khoảng cách giữa hai nút sóng kế tiếp được xác định bằng biểu thức nào sau đây ( $k \in \mathbb{N}$ ,  $\lambda$  là bước sóng)?

- A.  $d_N = \frac{\lambda}{2}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ; B.  $d_N = \frac{k\lambda}{4}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{4}$ .  
 C.  $d_N = \frac{k\lambda}{2}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ; D.  $d_N = \frac{3k\lambda}{2}$  và  $\Delta d = \frac{3\lambda}{2}$ .

ĐS: C

**Câu 42.** Vị trí các bụng sóng và khoảng cách giữa hai nút sóng kế tiếp được xác định bằng biểu thức nào sau đây ( $k \in \mathbb{N}$ ,  $\lambda$  là bước sóng)?

- A.  $d_B = \frac{(2k+1)\lambda}{2}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ; B.  $d_B = \frac{(2k+1)\lambda}{4}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ .  
 C.  $d_B = (2k+1)\lambda$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{2}$ ; D.  $d_B = \frac{(2k-1)\lambda}{4}$  và  $\Delta d = \frac{\lambda}{4}$ .

ĐS: B

**Câu 43.** Ở đầu một thanh thép đàn hồi dao động với tần số 16 Hz có gắn một quả cầu nhỏ chạm nhẹ vào mặt nước, khi đó trên mặt nước có hình thành một sóng tròn tâm O. Tại A và B trên mặt nước, nằm cách nhau 6 cm trên một đường thẳng qua O, luôn dao động cùng pha với nhau. Biết vận tốc sóng:  $0,4 \text{ m/s} \leq v \leq 0,6 \text{ m/s}$ . Vận tốc truyền sóng trên mặt nước có thể nhận các giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.  $v = 52 \text{ cm/s}$ . B.  $v = 48 \text{ cm/s}$ .  
 C.  $v = 44 \text{ cm/s}$ . D. Một giá trị khác.

ĐS: B

Trả lời các câu hỏi 44 đến 46 nhờ sử dụng dữ kiện sau:

Trên mặt nước phẳng lặng có hai nguồn điểm dao động  $S_1$  và  $S_2$ . Biết  $S_1S_2 = 10 \text{ cm}$ , tần số và biên độ dao động của  $S_1, S_2$  là  $f = 120 \text{ Hz}$  và  $a = 0,5 \text{ cm}$ . Khi đó trên mặt nước, tại vùng giữa  $S_1$  và  $S_2$  người ta quan sát thấy có 5 gợn lồi và những gợn này chia đoạn  $S_1S_2$  thành 6 đoạn mà hai đoạn ở hai đầu chỉ dài bằng một nửa các đoạn còn lại.

**Câu 44.** Bước sóng  $\lambda$  có thể nhận giá trị nào sau đây?

- A.  $\lambda = 4 \text{ cm}$ . B.  $\lambda = 8 \text{ cm}$ .  
 C.  $\lambda = 2 \text{ cm}$ . D. Một giá trị khác.

ĐS: A

**Câu 45.** Phương trình nào là phương trình dao động tại M cách  $S_1$  một khoảng  $d_1$  do chính  $S_1$  truyền tới?

- A.  $x_{1M} = a \sin 200\pi \left( \pi t - \frac{d_1}{v} \right)$  (cm); B.  $x_{1M} = a \sin 200\pi \left( t - \pi \frac{d_1}{v} \right)$  (cm)  
 C.  $x_{1M} = a \sin 200\pi \left( t - \frac{d_1}{v} \right)$  (cm); D. Một phương trình độc lập khác.

ĐS: C

**Câu 46.** Phương trình nào là phương trình dao động tại M cách  $S_2$  một khoảng  $d_2$  do chính  $S_2$  truyền tới?

- A.  $x_{2M} = a \sin 200\pi \left( t - \frac{d_2}{v} \right)$  (cm); B.  $x_{2M} = a \sin 200\pi \left( 2\pi t - \frac{d_2}{v} \right)$  (cm)  
 C.  $x_{2M} = a \sin 200\pi \left( t - \frac{d_2}{\lambda} \right)$  (cm); D. Một phương trình độc lập khác.

ĐS: A

Trả lời các câu 47, 48 nhờ sử dụng dữ kiện sau:

Thực hiện giao thoa trên mặt chất lỏng với hai nguồn  $S_1$  và  $S_2$  giống nhau, cách nhau 13 cm. Phương trình dao động tại  $S_1$  và  $S_2$  đều là  $U = 2 \sin 40\pi t$ . Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng và 8 m/s. Biên độ sóng không đổi.

**Câu 47.** Bước sóng có giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 12 cm ; B. 4 cm ; C. 16 cm ; D. 8 cm

ĐS: B

**Câu 48.** Biên độ dao động tại điểm M có khoảng cách đến hai nguồn là  $d_1$  và  $d_2$  xác định bởi biểu thức nào sau đây?

- A.  $4 \cos \pi \left( \frac{d_2 - d_1}{4} \right)$ ; B.  $4 \cos 2\pi \left( \frac{d_2 - d_1}{4} \right)$ .  
 C.  $2 \cos \pi \left( \frac{d_2 - d_1}{4} \right)$ ; D.  $6 \cos 2\pi \left( \frac{d_2 - d_1}{4} \right)$ .

ĐS: A

**Câu 49.** Một dây đàn hồi AB dài 60 cm có đầu B cố định, đầu A mắc vào một nhánh âm thoa đang dao động với tần số  $f = 50$  Hz. Khi âm thoa rung, trên dây có sóng dừng, dây rung thành 3 múi. Vận tốc truyền sóng trên dây có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau

- A.  $v = 15$  m/s ; B.  $v = 28$  m/s ; C.  $v = 25$  m/s ; D.  $v = 20$  m/s.

ĐS: D

**Câu 50.** Trong hiện tượng giao thoa sóng trên mặt một chất lỏng với 2 nguồn  $O_1, O_2$  có cùng phương trình dao động  $u_0 = 2 \sin \pi t$  (cm) đặt cách nhau  $O_1 O_2 = 15$  cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là  $v = 60$  cm/s. Số điểm trên  $O_1 O_2$  có dao động cực đại bằng: (không kể 2 nguồn).

- A. 7 ; B. 3 ; C. 5 ; D. 9 .

ĐS: C

**Câu 51.** Một dây AB dài 120cm, đầu A mắc vào dọc một nhánh âm thoa có tần số  $f = 40\text{Hz}$ , đầu B gắn cố định. Cho âm thoa dao động trên dây có sóng dừng với 4 bó sóng dừng. Vận tốc truyền sóng trên dây là:

- A. 20 m/s ;      B. 15 m/s ;      C. 28 m/s ;      D. 24 m/s.

ĐS: D

**Câu 52.** Một dây thép AB dài 60cm hai đầu được gắn cố định, được kích thích cho dao động bằng một nam châm điện nuôi bằng mạng điện thành phố tần số  $f = 50\text{Hz}$ . Trên dây có sóng dừng với 5 bụng sóng. Tìm vận tốc truyền sóng trên dây này.

- A. 20 m/s ;      B. 24 m/s ;      C. 30 m/s ;      D. 18 m/s.

ĐS: B

**Câu 53.** Dây dài  $L = 90\text{ cm}$  với vận tốc truyền sóng trên dây  $v = 40\text{ m/s}$  được kích thích cho dao động với tần số  $f = 200\text{Hz}$ . Tính số bụng sóng dừng trên dây, biết hai đầu dây được gắn cố định.

- A. 6 ;      B. 9 ;      C. 8 ;      D. 10.

ĐS: B

**Câu 54:** 2 nguồn phát sóng kết hợp trên mặt nước cách nhau  $l = S_1S_2 = 9\lambda$ , phát ra dao động cùng pha nhau. Trên đoạn  $S_1S_2$  có mấy điểm có biên độ cực đại và dao động cùng pha với nhau ?

- A. 9 điểm      B. 10 điểm      C. 19 điểm      D. Kết quả khác.

ĐS: D

Giải

Phương trình dao động tổng hợp là:

$$u = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

Trên  $S_1S_2$  thì  $d_1 + d_2 = l = 9\lambda$  nên

$$u = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \sin (\omega t - 9\pi)$$

$$u = -2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

Các điểm cực đại dao động cùng pha với dao động phát từ 2 nguồn:

$$-2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = 2a$$

$$\cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = -1 = \cos (2m + 1)\pi$$

$$d_2 - d_1 = (2m + 1)\lambda$$

$$-9\lambda \leq (2m + 1)\lambda \leq 9\lambda$$

$$-10\lambda \leq 2m \leq 8\lambda$$

$$-5 \leq m \leq 4$$

Có 10 điểm (kể cả 2 nguồn) dao động cùng pha với 2 nguồn.

Các điểm cùng pha nhau ngược pha với 2 nguồn:

$$-2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = -2a$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = 2k\lambda$$

$$-9\lambda \leq 2k\lambda \leq 9\lambda$$

$$-4 \leq k \leq 4$$

Có 9 điểm cùng pha nhau nhưng ngược pha với 2 nguồn.

Vậy: Có 10 điểm cực đại dao động cùng pha với dao động phát ra từ  $S_1S_2$  và 9 điểm cùng pha nhau nhưng khác pha với dao động phát ra từ  $S_1S_2$ .

**Câu 55.** Hai nguồn  $S_1S_2$  trên mặt nước cách nhau  $S_1S_2 = 9,25\lambda$ , phát ra hai sóng kết hợp:  $u_{S_1} = a \sin \omega t$  và  $u_{S_2} = a \cos \omega t$ . Tìm trên đoạn  $S_1S_2$  điểm M gần trung điểm H của  $S_1S_2$  nhất có dao động cùng biên độ và pha với  $u_{S_1}$ .

A.  $\frac{11}{24} \lambda$

B.  $\frac{13}{24} \lambda$

C.  $\frac{19}{24} \lambda$

D.  $\frac{5}{24} \lambda$

Giải

ĐS. D

Tại điểm M bất kì

$$\text{sóng 1: } u_1 = a \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \right]$$

$$\text{sóng 2: } u_2 = a \cos \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right] = a \sin \left[ \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right]$$

Sóng tổng hợp

$$u = u_1 + u_2 = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[ \omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

Trên  $S_1S_2$ , thay  $d_1 + d_2 = 9,25\lambda$  ta có:

$$u = -2a \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \omega t$$

Chọn gốc toạ độ ở H, trục Ox hướng về S, thì  $d_2 - d_1 = 2x$

$$u = -2a \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{\pi}{4} \right] \sin \omega t$$

$$\text{ta phải có: } -2a \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{\pi}{4} \right) = +a$$

$$\cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{2} = \cos \left( \pm \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\text{Nghiệm 1 là: } x_1 = \frac{11}{24} \lambda + k_1 \lambda$$

$$\text{Nghiệm 2 là: } x_2 = \frac{5}{24} \lambda + k_2 \lambda$$

$$\text{Vậy điểm gần nhất cách H một đoạn: } MH = \frac{5}{24} \lambda$$

**Câu 56:** Cho dây  $AB = n \frac{\lambda}{2}$  có 2 đầu A, B cố định, sóng phát ra từ S thuộc AB có tần số  $\omega$ , biên độ a, bước sóng  $\lambda$ . Sóng không tắt dần. Phương trình sóng dừng tại M trên dây là:  $u = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \cos \omega t$  (1)

Hỏi phương trình này ứng với cách chọn hệ toạ độ nào:

- A. Gốc toạ độ là S, gốc thời gian sao cho sóng phát ra từ S, có pha ban đầu bằng 0.
- B. Gốc toạ độ ở B, gốc thời gian sao cho sóng phát ra từ S có pha ban đầu bằng 0.
- C. Gốc toạ độ ở B gốc thời gian sao cho sóng đến B có pha ban đầu bằng 0.
- D. Một cách chọn khác.

ĐS. C

Giải

$$u_{IB} = a \sin \omega t, MB = d$$

$$\text{sóng tới M: } u_1 = a \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} d \right)$$

$$\text{sóng phản xạ qua M: } u_2 = -a \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d \right]$$

$$\text{sóng tổng hợp: } u = u_1 + u_2 = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} d \cos \omega t$$

**Câu 57:** Trên mặt nước có 2 nguồn phát ra sóng kết hợp  $S_1, S_2$ . Xét trên đoạn  $S_1S_2$ , các điểm cực đại và cực tiểu bất kì cách nhau một đoạn bao nhiêu.

- A. Một số nguyên  $\frac{\lambda}{2}$
- B. Một số nguyên lẻ  $\frac{\lambda}{2}$
- C. Một số nguyên  $\frac{\lambda}{4}$
- D. Một số nguyên lẻ  $\frac{\lambda}{4}$

Giải

ĐS. d

Không mất tính tổng quát ta giả thiết sóng phát ra từ  $S_1S_2$  là:

$$U_s = a \sin \omega t$$

Tại M bất kì, sóng tổng hợp:

$$U = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

Có thể chọn gốc toạ độ là trung điểm  $S_1S_2$  thì:  $d_2 - d_1 = 2x$

$$U = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

$$\text{Toạ độ các điểm cực đại: } \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1 = \cos k\pi$$

$$x = k \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

$$\text{Toạ độ các điểm cực tiểu: } \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0 = \cos (2m + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (2)$$

Khoảng cách 1 cực đại bất kì và 1 cực tiểu bất kì là:

$$d_{mk} = \left| k \frac{\lambda}{2} - (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \right|$$

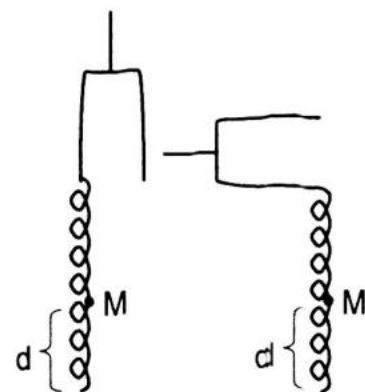
$$d_{mk} = \left| \frac{\lambda}{4} - n \frac{\lambda}{2} \right|$$

$$d_{mk} = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}, (n \in \mathbb{N}, n \geq 1)$$

là 1 số nguyên lẻ  $\frac{\lambda}{4}$ .

**Câu 58:** Khi cho âm thoa dao động trên lò xo có sóng dừng hay không, ta thấy bụng hay nút? Ngoài cùng là bụng hay nút.

- A. Có, thấy bụng, bụng
- B. Có, thấy nút, nút
- C. Có, thấy bụng, bụng
- D. Một kết quả khác.



Hình a

ĐS Hình b

**Giải**

Chọn hệ qui chiếu như sau:

Khoảng cách từ M đến nút tự do là d.

Phương sóng đến, hay phản xạ ở nút tự do đều là  $u_0 = a \sin \omega t$ .

Sóng tới M:  $u_1 = a \sin \left[ \omega t + \frac{2\pi}{\lambda} d \right]$

Sóng phản xạ  $u_2 = a \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d \right]$

Sóng tổng hợp:  $u = u_1 + u_2 = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \omega t \quad (1)$

1) (1) là phương trình sóng dừng trên cả hai hình.

2) Toạ độ bụng:  $\cos \frac{2\pi}{\lambda} d = \pm 1$

$\frac{2\pi}{\lambda} d = k\pi \quad d = k \frac{\lambda}{2},$  ngoài nút là bụng với  $k = 0$ .

3) Thấy bụng trong hình a, sóng ngang.

Thấy rõ nút trong hình b, đó là các vành lò xo đứng yên.

**Câu 59:** Trên mặt nước có 2 nguồn kết hợp  $S_1 S_2$  phát ra sóng có phương trình  $u_{S1} = a \sin \omega t$ ;  $u_{S2} = -a \sin \omega t$ . Cho  $S_1 S_2 = 7,5\lambda$ .



Gọi O là trung điểm của  $S_1S_2$ . Tìm điểm M gần O nhất thuộc đoạn  $S_1O$  mà sóng tổng hợp cùng biên độ và cùng pha với  $u_{S_1}$ . Khoảng cách OM là:

- A.  $\frac{\lambda}{12}$       B.  $\frac{7\lambda}{12}$       C.  $\frac{5\lambda}{12}$       D. Một kết quả khác.

Giải

ĐS. b

Tại M bất kì  $U_1 = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \right)$

$$U_2 = -a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right)$$

$$U = U_1 + U_2 = 2a \sin \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \cdot \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

Chọn toạ độ như hình vẽ trên  $S_1S_2$  phương trình sóng là:

$$U = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \cos [\omega t - 7,5\pi]$$

$$U = -2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cdot \sin \omega t$$

Điểm cần tìm là điểm M mà:  $-2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = a$

$$\sin \frac{2\pi}{\lambda} x = -\frac{1}{2} = \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right)$$

$$x_1 = -\frac{\lambda}{12} + k_1\lambda \quad (1)$$

$$x_2 = -\frac{5}{12}\lambda + k_2\lambda \quad (2)$$

Điểm M thuộc  $S_1O$  phải có x dương và nhỏ nhất trong 2 họ nghiệm.

Vậy  $MO = \frac{7}{12}\lambda$ .

**Câu 60:** Trên dây căng  $AB = 10\lambda$ , nguồn phát sóng ở S phát ra dao động có phương trình:  $U_S = 0,02 \sin 100\pi t$ . Vận tốc truyền sóng trên dây là  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ .

$SB = 7,5\lambda$ . Xét một điểm M cách B một đoạn  $MS = \frac{1}{8} \text{ m}$  (thuộc đoạn AS). Hỏi

lúc  $t = 0,0225 \text{ s}$ , điểm M có li độ và vận tốc là bao nhiêu.

- A.  $0,02 \text{ m}, -4\pi \text{ m/s}$       B.  $-0,02 \text{ m}, 4\pi \text{ m/s}$   
C.  $0,02 \text{ m}, 4\pi \text{ m/s}$       D.  $0,02 \text{ m}, -2\pi \text{ m/s}$

ĐS. d

Giải

Ký hiệu  $l_A = SA = 2,5\lambda$

Ta giải ra phương trình sóng dừng tại M là:

$$U = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (l_A - x) \cos \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} l_A \right] \quad (1)$$

$$\text{Thay } l_A = 2,5\lambda; x = MS = \frac{1}{8}m = \frac{5}{8}\lambda$$

$$\text{Ta có: } U = 2a \sin \frac{15}{4} \pi \cdot \cos (\omega t - 5\pi)$$

$$U = a\sqrt{2} \cos \omega t \quad (2)$$

$$v = u' = -\omega a \sqrt{2} \sin \omega t \quad (3)$$

Thay  $t = 0,0225$ ,  $\omega t = 2,25\pi$ . Khi đó:

$$\text{li độ: } U = a = 0,02m$$

$$\text{vận tốc: } v = -\omega a = -2\pi \text{ m/s}$$

**Câu 61:** Trên mặt nước có 2 nguồn  $S_1, S_2$  phát ra sóng kết hợp:

$$u_{S_1} = a \sin \omega t$$

$$u_{S_2} = a \cos \omega t, \quad S_1 S_2 = 7,25\lambda$$

Gọi O là trung điểm của  $S_1 S_2$ . Tìm một điểm trên trung trực của  $S_1 S_2$ , gần O nhất, sóng tổng hợp có dao động cùng pha với  $u_{S_2}$ .

$$\text{A. } 1,369\lambda$$

$$\text{B. } 7,5\lambda$$

$$\text{C. } 8\lambda$$

D. Một kết quả khác.

ĐS. a

Giải

- Phương trình sóng tại M :

$$\text{sóng tới: } u_1 = a \sin \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 \right]$$

$$\text{sóng tới từ } S_2, \quad u_2 = a \cos \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \right]$$

$$\text{Sóng tổng hợp tại M : } u = 2a \cos \left[ \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[ \omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) \right]$$

$$\text{Pha ban đầu của } u_{S_2} \text{ là } \frac{\pi}{2} + \omega t$$

$$\text{Vậy: } \omega t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) = \omega t + \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{\lambda} d = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$- \frac{2\pi}{\lambda} d = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$d = - \frac{\lambda}{8} + k_1 \lambda$$

$$\text{Ta phải chọn } d > 3,625\lambda \rightarrow \text{Chọn } d = - \frac{\lambda}{8} + 4\lambda$$

$$d_{\min} = \frac{31}{8} \lambda$$

$$MO = \sqrt{\left(\frac{31}{8}\right)^2 - (3,625)^2} \lambda = 1,369\lambda$$

## A) LÝ THUYẾT CƠ BẢN

### BÀI 1:

### DÒNG XOAY CHIỀU

#### 1. Suất điện động hình sin

Một khung dây ABCD có tiết diện  $S$ , trên đó cuộn  $N$  vòng dây, quay đều với vận tốc  $\omega$  xung quanh trục đối xứng  $OO'$  vuông góc với  $\vec{B}$  của từ trường đều không đổi. Ta có:

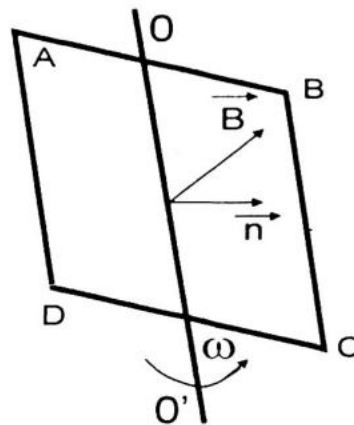
$$\phi = NBS \cos(\vec{n}, \vec{B}) = \phi_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

trong đó  $\phi_0 = NBS$  (1)

Suất điện động tức thời xuất hiện trong khung là:  $e = -\phi' = \omega NBS \sin(\omega t + \varphi)$ ,

$$\text{Đặt } E_0 = \omega NBS$$

$$\text{Ta có: } e = E_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$



#### 2. Hiệu điện thế

Do suất điện động dao động điều hoà nên hiệu điện thế giữa 2 điểm bất kì trong mạch kín cũng dao động điều hoà:  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi_1)$  (3)

#### 3. Cường độ dòng điện

Dưới tác dụng của hiệu điện thế cường độ dòng điện trong mạch cũng dao động điều hoà.  $i = I_0 \sin(\omega t + \varphi_2)$  (4)

Mỗi lần cường độ dòng điện đổi dấu thì dòng điện trong mạch đổi chiều, vì vậy dòng điện hình sin gọi là dòng điện xoay chiều. Một cách gọi không chính xác, suất điện động và hiệu điện thế hình sin được gọi là suất điện động và hiệu điện thế xoay chiều.

#### 4. Các giá trị hiệu dụng

Từ (2), (3), (4) ta thấy các giá trị tức thời của dòng xoay chiều đều biến đổi tuần hoàn. Để ước lượng chúng, ta cần lấy trung bình. Nhưng các giá trị trung bình của chúng đều bằng 0 theo thời gian. Để ước lượng chúng ta thường dựa vào tác dụng không phụ thuộc chiều của dòng điện là tác dụng nhiệt. Người ta thấy:

- Suất điện động xoay có giá trị tức thời theo công thức (2) có tác dụng nhiệt tương đương với một suất điện động một chiều không đổi:  $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ .

- Hiệu điện thế xoay chiều có giá trị tức thời theo công thức (3) có tác dụng nhiệt tương đương với hiệu điện thế 1 chiều không đổi  $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ .

- Cường độ dòng điện xoay chiều có giá trị tức thời theo công thức (4) có tác dụng nhiệt tương đương với cường độ dòng điện 1 chiều không đổi  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .

Người ta gọi E, U, I là các giá trị hiệu dụng của suất điện động xoay chiều, hiệu điện thế xoay chiều, và cường độ dòng điện xoay chiều.

### Ý nghĩa:

- Chỉ có các giá trị hiệu dụng mới tuân theo định luật Ôm cho mạch điện xoay chiều.

- Tất cả các dụng cụ điện: máy phát điện, động cơ điện, dụng cụ đo điện đều được ghi các giá trị hiệu dụng.

Ví dụ: Mạng điện xoay chiều của thành phố là: 220V-50 Hz, thì hiệu điện thế giữa dây nóng và dây nguội trong mọi gia đình đều có giá trị tức thời được tính theo công thức:  $u = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t + \varphi)$  (V).

## **BÀI 2: DÒNG XOAY CHIỀU QUA R, L, C**

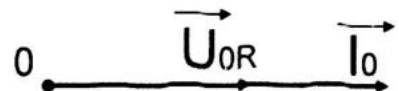
### **1. Dòng xoay chiều qua điện trở thuần**

Định luật Ôm đúng cho cả giá trị tức thời và giá trị hiệu dụng

$$\text{Cho } i = I_0 \sin \omega t \text{ thì } u = U_0 \sin \omega t \Rightarrow R = \frac{u}{i} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U}{I}$$

Dao động của u và i cùng pha với nhau.

Giản đồ vector



### **2. Dòng xoay chiều qua tụ điện**

Giả sử ta mắc tụ điện vào mạch xoay chiều khi đó hiệu điện thế đặt trên 2 cực của tụ là:  $u = U_0 \sin \omega t$  (1) thì điện tích của tụ

$$q = Cu = C U_0 \sin \omega t.$$

Cường độ dòng điện chạy trong mạch là:  $i = q' = \omega C U_0 \cos \omega t$

$$\Rightarrow i = \omega C U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \text{ đặt } I_0 = \omega C U_0 \text{ ta có:}$$

$$i = I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (2)$$

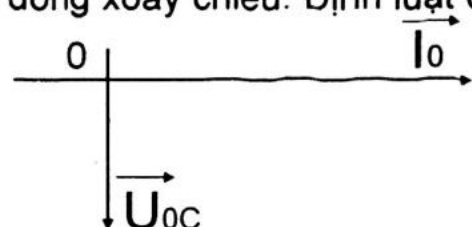
Phương trình (2) chứng tỏ:

- Có dòng xoay chiều chạy trên dây nối của tụ điện.

- Xét các giá trị hiệu dụng:  $\frac{U}{I} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{\omega C U_0} = \frac{1}{\omega C} = Z_C$  gọi là

dung kháng của tụ điện, dung kháng có vai trò như điện trở nhưng khác với điện trở là nó phụ thuộc tần số góc của dòng xoay chiều. Định luật Ôm nghiệm đúng với các giá trị hiệu dụng.

- So sánh (1) và (2) suy ra



⇒ Cường độ dòng điện và hiệu điện thế dao động cùng tần số, nhưng khác pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ , trong đó  $u_c$  chậm pha hơn  $i$ .

- Giảm đồ véc tơ (hai véc tơ vuông góc với nhau)

### 3. Dòng xoay chiều qua cuộn thuần cảm

Giả thiết cường độ dòng điện qua cuộn thuần cảm ( $r = 0$ ) là  $i = I_0 \sin \omega t$  (1).

$$\text{Suất điện động tự cảm } e = -Li' = -L[I_0 \sin(\omega t)]' = -\omega LI_0 \cos(\omega t)$$

$$\text{Hiệu điện thế 2 đầu cuộn cảm là: } u_L = -e = \omega LI_0 \cos \omega t = U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (2)$$

#### ❖ Kết luận:

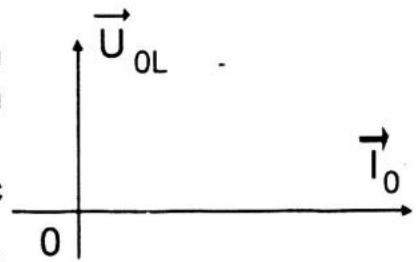
Các giá trị hiệu dụng tuân theo định luật Ôm

$$\Rightarrow \frac{U_L}{I} = \frac{U_{0L}}{I_0} = \omega L = Z_L : \text{cảm kháng}$$

Khác với điện trở, cảm kháng phụ thuộc tần số góc  $\omega$ . Khác với tụ điện, cảm kháng tỉ lệ thuận với  $\omega$  còn dung kháng thì tỉ lệ nghịch với  $\omega$ .

- Cường độ dòng điện và hiệu điện thế khác pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ , nhưng khác với tụ điện  $U_L$  lại sớm pha hơn  $i$ .

- Cuộn dây có điện trở  $r$  coi như cuộn dây thuần cảm mắc nối tiếp với điện trở  $r$ .



### **BÀI 3:**

### **MẠCH R, L, C KHÔNG PHÂN NHÁNH**

#### 1. Định luật Ôm cho mạch RLC

Bài toán: Cho  $R, L, C$ ; dòng  $i = I_0 \sin \omega t$  (1). Tìm  $u_{MN}$

Giải:

Đã gián tiếp cho:

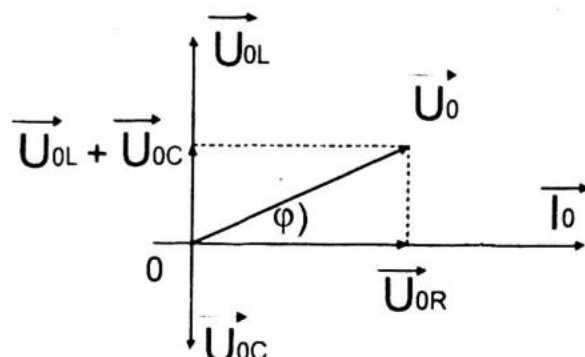
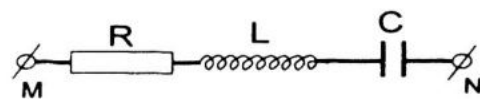
$$Z_L = \omega L, \quad Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$u_R = I_0 R \sin \omega t$$

$$i = I_0 \sin \omega t \quad u_C = I_0 Z_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L = I_0 Z_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

phải tìm:  $u_{MN} = u_R + u_L + u_C$



Việc tìm  $u_{MN}$  là việc tổng hợp 3 dao động cùng phương (là phương mà dao động đi qua), cùng chu kì, tần số, có biên độ dao động và pha ban đầu khác nhau.

Ta đã chứng minh:  $u_{MN} = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$  (2)

Từ hình vẽ:  $U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2}$

Chia hai vế cho  $I_0$  ta có:  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$  (3)

Mặt khác:  $\tan \varphi = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$  (4)

Hay tính theo công thức:  $\sin \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{Z}; \cos \varphi = \frac{R}{Z}$

#### ❖ Kết luận:

+ Nếu cường độ dòng điện được cho bởi phương trình (1) thì hiệu điện thế được cho bởi phương trình (2), trong đó  $Z$  và  $\varphi$  được tính từ công thức (3) và (4).

+ Trong các giản đồ vector, người ta co các vector đi  $\sqrt{2}$  lần, ta chỉ vẽ các vector  $\overline{U_R}, \overline{U_L}, \overline{U_C}, \overline{U}$ . Trong một số trường hợp, thay các vector trên bởi  $R, Z_L, Z_C, Z$

+ Nếu  $Z_L > Z_C$ : mạch có tính cảm kháng, hiệu điện thế nhanh pha hơn cường độ dòng điện.

+ Nếu  $Z_L < Z_C$ : mạch có tính dung kháng, hiệu điện thế chậm pha hơn cường độ dòng điện.

## 2. Công suất mạch RLC

Cho mạch RLC. Biết cường độ dòng điện trong mạch:  $i = I_0 \sin \omega t$

Hiệu điện thế trong mạch có dạng:  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

a/Công suất tức thời:

$p = ui = U_0 I_0 \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi) = p(t)$  là hàm thay đổi theo thời gian.

Để đánh giá công suất ta lấy công suất trung bình trong một chu kì:

$$P = \frac{A}{t}; \quad A = \int_0^T p dt$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{T} U_0 I_0 \frac{1}{2} \left( \int_0^T \cos \varphi dt - \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) dt \right) = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi$$

$$\Rightarrow P = UI \cos \varphi = U_R I = I^2 R = \frac{U_R^2}{R}$$

trong đó:  $U$  và  $I$  là giá trị hiệu dụng của hiệu điện thế và cường độ dòng điện

$\varphi$  là hiệu số pha giữa  $u$  và  $i$

$k = \cos \varphi$  là hệ số công suất của đoạn mạch.



### Biện luận:

- Mạch chỉ có R,  $\varphi = 0$ ,  $k = 1 \Rightarrow P = UI$
- Mạch chỉ có tụ điện,  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ,  $k = 0 \Rightarrow P = 0 \Rightarrow$  Tụ điện lí tưởng không tiêu thụ công suất.
- Mạch chỉ có cuộn dây thuần cảm  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ,  $k = 0 \Rightarrow P = 0 \Rightarrow$  Cuộn thuần cảm không tiêu thụ công suất.
- Mạch đủ R, L, C;  $0 \leq k \leq 1$ . Trong các mạch điện người ta thường phấn đấu nâng cao hệ số công suất bằng cách mắc thêm tụ hoặc cuộn dây. Các mạch của động cơ thường có hệ số công suất  $k > 0,98$ .

### 3. Cộng hưởng

a/ Điều kiện cộng hưởng

Khi  $Z_L - Z_C = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$  hay  $\left( \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right)$  (1) ta nói mạch cộng hưởng.

b/ Tính chất cộng hưởng

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R = Z_{\min} \Rightarrow I = I_{\max} = \frac{U}{R} \quad (2)$$

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad (3)$$

$$k = \cos \varphi = 1 \Rightarrow P = UI \cos \varphi = UI = P_{\max} \quad (4)$$

## BÀI 4:

## MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU MỘT PHA

### 1. Nguyên lí

Dựa vào hiện tượng cảm ứng điện từ (phản tạo ra từ trường là phần cảm, phản tạo ra dòng điện là phần ứng):

- Khi một cuộn dây quay đều trong từ trường không đổi, trong cuộn dây xuất hiện suất điện động cảm ứng có tần số tỷ lệ với vận tốc chuyển động quay.

- Khi cuộn dây đứng yên trong từ trường biến thiên thì trong cuộn dây cũng xuất hiện suất điện động cảm ứng có tần số bằng tần số biến thiên của từ trường.

- Vì suất điện động xuất hiện trong 1 vòng dây rất nhỏ, nên dùng các cuộn dây có nhiều vòng và phần ứng có nhiều cuộn dây nối tiếp nhau.

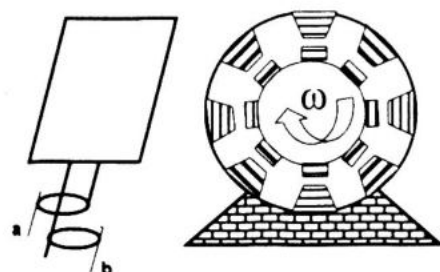
Để tăng tần số của dòng xoay chiều, nam châm thường có p cặp cực, và nếu máy quay với tốc độ n vòng/giây thì tần số của từ trường biến thiên,

của từ thông biến thiên là:  $f = \frac{n}{60} p$

### 2. Cấu tạo

a) Roto (bộ phận chuyển động)

Gồm 2p cuộn dây giống hệt nhau, bố trí



đối xứng, lệch nhau  $\frac{\pi}{p}$ , hai cuộn kề nhau cuốn ngược chiều nhau, ghép nối tiếp, hai đầu đưa ra 2 vành khuyên của bộ phận góp điện. Để tăng cảm ứng từ, các cuộn dây có lõi sắt từ. Để chống dòng Fuco các lõi sắt từ được làm từ các lá mỏng cách điện ghép rất chặt với nhau.

**b) Bộ phận góp điện**

Gồm 2 vành khuyên gắn cố định trên trục quay, cách điện với nhau và cách điện với trục quay. Hai thanh quét a và b đặt cố định và tì trên 2 vành khuyên.

**c) Stato (bộ phận đứng yên)**

Ghép phía trong vỏ máy và bao quanh roto là 2p cuộn dây giống hệt nhau. Hai cuộn kề nhau cuốn ngược chiều nhau, nối tiếp nhau và đưa ra 2 cực cố định của máy phát. Các cuộn Stato cũng có lõi sắt từ như Roto.

### 3. Hoạt động

**a) Loại thứ nhất (phổ biến):** Roto là phần cảm, Stato là phần ứng.

Đưa dòng 1 chiều không đổi vào Roto qua bộ phận góp điện để roto trở thành nam châm p cặp cực. Quay đều roto với vận tốc n vòng/phút => roto gây ra từ trường quay có tần số  $\frac{n}{60}$  Hz. Nhưng roto có p cặp cực nên từ

thông qua Stato biến đổi với tần số  $f = p \left( \frac{n}{60} \right)$  Hz. Trong mỗi cuộn dây của

Stato xuất hiện một suất điện động cảm ứng có tần số f.

Từ 2 cực của máy phát, ta lấy ra ngoài suất điện động của máy phát bằng 2p lần suất điện động của mỗi cuộn dây.

**b) Loại thứ 2 (không phổ biến):** stato là phần cảm-gây ra biến thiên từ trường, roto là phần ứng-phần thu lấy dòng cảm ứng.

Đưa dòng một chiều không đổi vào 2 cực của máy => stato trở thành nam châm điện cố định không đổi có p cặp cực.

Khi quay đều roto với vận tốc n vòng/phút thì từ thông qua mỗi cuộn của roto biến đổi tuần hoàn với tần số  $f = p \left( \frac{n}{60} \right)$  (Hz). Trong mỗi cuộn của

roto xuất hiện suất điện động cảm ứng. Từ 2 thanh quét lấy ra ngoài 1 suất điện động của máy phát bằng 2p lần suất điện động của mỗi cuộn dây.

Hiện nay người ta không dùng máy phát loại này vì dòng điện quá lớn qua thanh quét thường gây ra hiện tượng phóng điện ở bộ phận góp điện.

### 4. Ứng dụng

Máy phát điện xoay chiều một pha thường có công suất nhỏ, hiệu suất thấp. Nên chỉ ứng dụng cho các gia đình trong các khoảng thời gian mất điện lưới.

## **BÀI 5:**

## **MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU BA PHA**

### 1. Nguyên tắc hoạt động

Dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ: Khi một nam châm quay đều với vận tốc góc  $\omega$  thì sinh ra từ trường quay có tần số  $\omega$ . Nếu đặt một

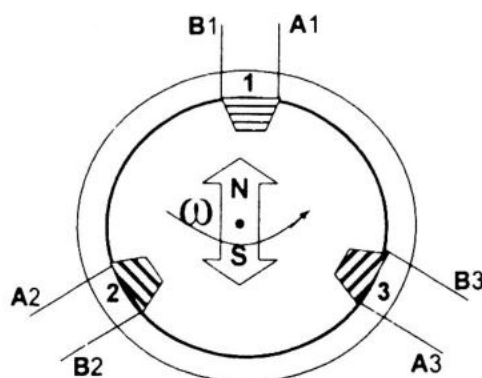
cuộn dây cố định trong từ trường quay thì từ thông qua cuộn dây biến thiên. Trong cuộn dây xuất hiện suất điện động cảm ứng có tần số bằng tần số biến đổi của từ trường quay.

Nếu ta đặt 3 cuộn dây giống hệt nhau, đối xứng và lệch nhau  $120^\circ$  thì trong 3 cuộn dây xuất hiện 3 suất điện động cảm ứng cùng biên độ, cùng chu kì và lệch pha nhau  $\frac{2\pi}{3}$ .

$$e_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$e_2 = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (1)$$

$$e_3 = E_0 \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$



## 2. Cấu tạo

Gồm 2 phần:

- **Roto:** là một nam châm vĩnh cửu hoặc một nam châm điện, được gắn vào trục quay của máy.
- **Stato:** gồm 3 cuộn dây giống nhau về kích thước, hình dạng, số vòng và là sắt từ đặt xung quanh nam châm quay và lệch nhau  $\frac{2\pi}{3}$ .

## 3. Chuyển vận

### a) Chuyển vận

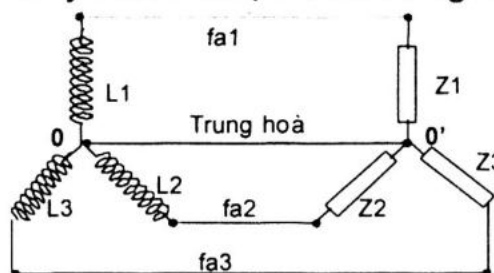
Dùng một động cơ quay roto với vận tốc góc  $\omega$  thì roto gây ra từ trường quay có tần số  $\omega$ . Trong mỗi cuộn dây xuất hiện một suất điện động xoay chiều có tần số góc  $\omega$ . Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong 3 cuộn dây lệch pha nhau  $\frac{2\pi}{3}$  và được biểu diễn như ở công thức (1).

**b) Cách đấu dây:** 3 suất điện động xoay chiều được đưa ra ngoài sử dụng theo 1 trong 2 cách sau:

#### ❖ Hình sao:

##### ➤ Sơ đồ:

- Trong máy, 3 điểm đầu của 3 cuộn dây nối với nhau tại điểm O và đưa ra ngoài bởi dây trung hoà. Ba điểm cuối được đưa ra ngoài bởi 3 dây pha.



- Trên đường dây, 3 pha và dây trung hoà đi cách điện với nhau.

- Nơi tiêu thụ điện năng: các dụng cụ điện (phụ tải) được mắc giữa một dây pha và một dây trung hoà (mạch điện sinh hoạt trong gia đình).

##### ➤ **Đặc điểm:**

Nếu 3 pha hoạt động như nhau thì cường độ dòng điện qua dây trung hoà bằng 0. Bởi vậy, dây trung hoà thường được nối với đất gọi là dây đất. Ta chứng minh điều này bằng một trong 3 cách: cộng lượng giác, giản đồ vectơ, cộng 3 đồ thị hình sin.

$U_d = \sqrt{3} U_p$ : khi 3 pha hoạt động đều nhau thì hiệu điện thế giữa 2 dây pha bằng  $\sqrt{3}$  lần hiệu điện thế giữa một dây pha và một dây đất. Chứng minh theo 2 cách:

- **Cách 1:** trừ hai hiệu điện thế dao động điều hoà:

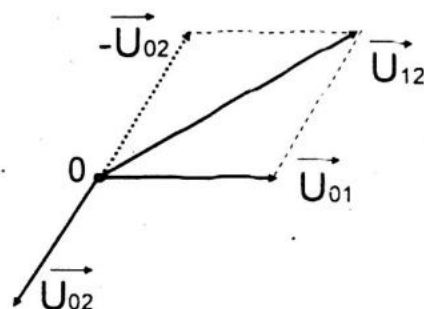
$$u_1 = U_0 \sin(\omega t)$$

$$u_2 = U_0 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow u_{12} = u_1 - u_2 = U_0 \left[ \sin(\omega t) - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$= 2U_0 \sin \frac{\pi}{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) = U_0 \sqrt{3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow U_{012} = U_0 \sqrt{3} \Rightarrow U_{12} = U \sqrt{3}$$



- **Cách 2:** dùng phương pháp giản đồ vector.

### ❖ Hình tam giác:

#### ➤ Sơ đồ:

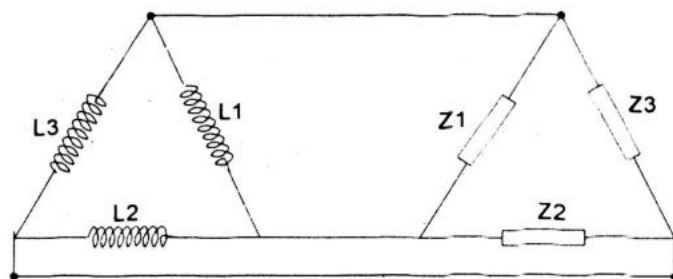
Ba cuộn dây ghép nối tiếp trong máy thành một mạch kín. Ba điểm nối được đưa ra ngoài bởi 3 dây pha.

Trên đường dây, 3 dây pha đi song song và cách điện với nhau.

Nơi tiêu thụ: các dụng cụ điện được mắc giữa 2 dây pha bất kì.

#### ➤ Đặc điểm: ( $U_d \equiv U_p$ )

Khi 3 pha hoạt động đều nhau thì cường độ dòng điện chạy trong máy phát bằng 0. Ngược lại, nếu 3 pha chênh lệch nhau thì dòng điện trong máy phát rất lớn, có thể làm hỏng máy.



Chính vì lí do này nên mạch 3 pha tam giác không được dùng trong điện dân dụng mà chỉ dùng trong các nhà máy cơ khí để vận hành các động cơ điện 3 pha.

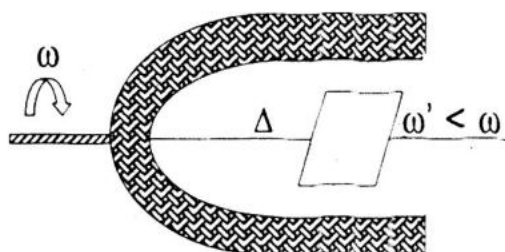
## **BÀI 6:**

## **ĐỘNG CƠ KHÔNG ĐỒNG BỘ**

### **1. Nguyên tắc hoạt động**

Động cơ không đồng bộ hoạt động trên cơ sở hiện tượng cảm ứng điện từ và bằng cách sử dụng từ trường quay.

#### a/ Thí nghiệm



Một nam châm vĩnh cửu hình chữ U có thể quay đều xung quanh trục ( $\Delta$ ). Trong từ trường giữa 2 cực của nó, một khung dây đoạn mạch hình chữ nhật có thể quay xung quanh trục ( $\Delta'$ ) cùng giá với ( $\Delta$ ). Khi quay nam châm, khung dây quay theo. Vậy từ trường quay có thể làm quay một khung dây đoạn mạch  $\Rightarrow$  từ trường quay có thể sinh ra công cơ học.

#### b/ Giải thích

Khi quay nam châm thì từ thông qua khung dây biến thiên. Trong khung dây xuất hiện dòng cảm ứng có cường độ lớn (vì khung dây đoạn mạch).

Theo quy tắc Lentz, dòng cảm ứng chống lại nguyên nhân sinh ra nó, tức là chống lại chuyển động tương đối, vì vậy khung quay theo nam châm.

Khi quay kịp nam châm thì dòng cảm ứng tắt, khung quay chậm lại do các loại lực cản. Chuyển động tương đối lại xuất hiện, dòng cảm ứng lại xuất hiện, khung dây tăng tốc độ để quay kịp nam châm (về vận tốc). Dòng cảm ứng lại tắt, khung lại quay chậm lại. Quá trình cứ tiếp diễn, giữa khung dây và nam châm có chuyển động tương đối không đồng bộ (vận tốc trung bình  $\omega'$  của khung dây nhỏ hơn vận tốc góc của nam châm là  $\omega$ ). Động cơ dựa trên nguyên tắc này gọi là động cơ không đồng bộ.

*Trong động cơ không đồng bộ gồm 3 pha, từ trường quay được sinh ra bởi dòng xoay chiều 3 pha.*

## 2. Cấu tạo

a/ Stato: giống stato của máy phát điện xoay chiều 3 pha

b/ Rôto: là một khối sắt hình trụ tròn xoay có trục quay là trục của động cơ.

## 3. Chuyển vận

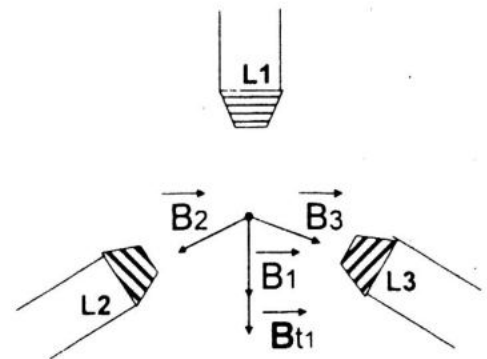
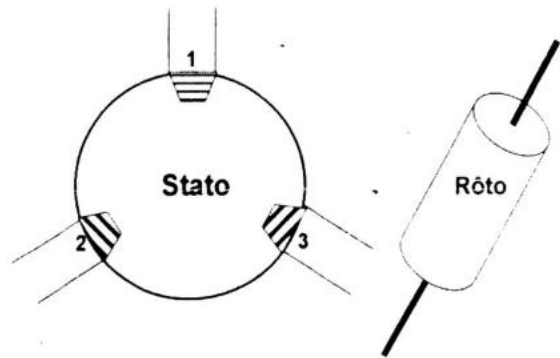
Khi đưa dòng xoay chiều 3 pha vào stato thì stato gây ra từ trường quay. Dưới tác dụng của từ trường quay này, rôto quay theo từ trường làm trục quay.

**Sau đây phải giải thích vì sao dòng 3 pha này gây ra từ trường quay.**

Xét cảm ứng từ tổng hợp của 3 cuộn dây sinh ra tại tâm O của stato. Ta quy ước: vector cảm ứng từ hướng từ cuộn dây ra ngoài nếu  $B > 0$  và hướng vào lòng cuộn dây nếu  $B < 0$ .

Xét thời điểm  $t_1$  khi  $B_1 = B_0$ : khi đó  $B_2 = B_3 = -\frac{B_0}{2}$  nên vector tổng  $\vec{B}_{t_1}$  hướng theo chiều dương cuộn  $L_1$  và có độ lớn bằng  $1,5B_0$ .

Xét tương tự cho thời điểm  $t_2$  khi  $B_2 = B_0$ ,





$B_1 = B_3 = -\frac{B_0}{2}$ : vectơ tổng  $\vec{B}_{t_2}$  hướng theo chiều dương cuộn  $L_2$  và có độ lớn bằng  $1,5B_0$ .

Xét tương tự cho thời điểm  $t_3$  khi  $B_3 = B_0$ ,  $B_1 = B_2 = -\frac{B_0}{2}$ : vectơ tổng  $\vec{B}_{t_3}$  hướng theo chiều dương cuộn  $L_3$  và có độ lớn bằng  $1,5B_0$ .

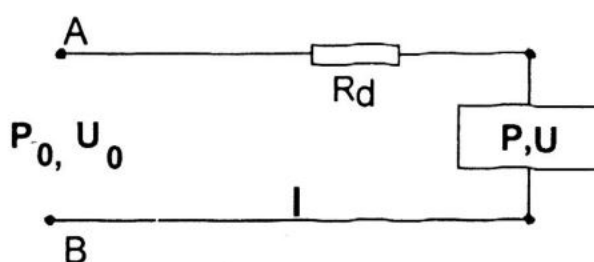
→ Quá trình tiếp diễn, cảm ứng từ tổng hợp tại tâm tại tâm O có độ lớn không đổi, bằng  $1,5B_0$  và quay đều với vận tốc góc  $\omega$  bằng vận tốc góc của dòng 3 pha.

## BÀI 7:

## VẬN TẢI ĐIỆN ĐI XA - BIẾN THÉ

### 1. Vận tải điện bằng đường dây

Từ nơi sản xuất điện năng, người ta truyền đi một công suất  $P_0$  với hiệu điện thế đầu đường dây  $U_0$ . Do điện trở tổng cộng của đường dây là  $R_d$  nên trên đường dây có độ sụt thế là  $\Delta U$  và công suất hao phí là  $\Delta P$ . Kết quả là tại nơi tiêu thụ điện năng (cuối đường dây tải) ta thu được lưới điện có hiệu điện thế  $U$  và công suất  $P$ . Có hai đại lượng cần quan tâm là công suất hao phí và hiệu suất:



\* / Công suất hao phí  $\Delta P = I^2 R_d$ , giả sử  $\cos \varphi = 1$ ;  $I = \frac{P_0}{U_0}$ , ta có:

$$\Delta P = P_0^2 \frac{R_d}{U_0^2} \quad (1).$$

Từ công thức (1) ta thấy rằng để giảm hao phí trên đường dây, người ta có 2 giải pháp:

- Giảm điện trở đường dây: Vì  $R_d = \rho \frac{2l}{S} \Rightarrow$  muốn giảm điện trở đường dây thì phải tăng tiết diện. Điều này không thể thực hiện được vì cần quá nhiều vật liệu.
- Tăng hiệu điện thế  $U_0$  trước lúc chuyển đi nên cần có máy tăng thế và phải hạ thế để sử dụng nên cần máy hạ thế. Máy tăng thế và hạ thế gọi chung là máy biến thế.

\* / Hiệu suất:  $H = \frac{P}{P_0} = 1 - \frac{\Delta P}{P_0}$  (2). Từ công thức (2), ta thấy rằng muốn

tăng hiệu suất thì phải giảm công suất hao phí trên đường dây.

### 2. Biến thế

a/ Cấu tạo:

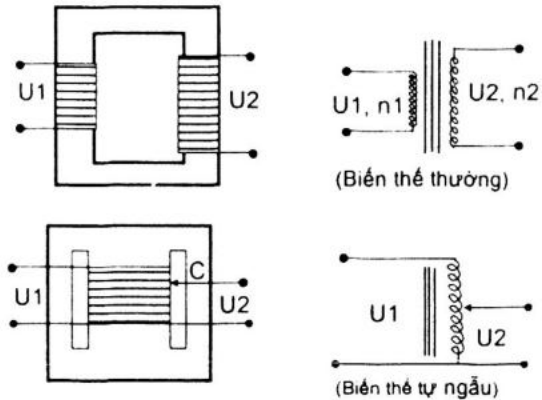


Gồm 2 cuộn dây: cách điện nhau, cuộn chung trên một lõi sắt từ, số vòng ở 2 cuộn khác nhau ( $n_1 \neq n_2$ ). Lõi sắt được cấu tạo từ các lá mỏng, sơn cách điện với nhau và ghép sát chặt với nhau. Một cuộn gọi là cuộn sơ cấp, một cuộn là thứ cấp.

Chú ý: Các biến thể trong dân dụng là các biến thể tự ngẫu trong đó 2 cuộn dây được trích ra từ một cuộn và số vòng có thể thay đổi được nhờ con chạy C.

b/ Hoạt động:

Khi đưa hiệu điện thế xoay chiều  $u_1$  vào cuộn sơ cấp thì từ thông trong lõi sắt từ biến thiên. Trong cuộn thứ cấp xuất hiện suất điện động xoay chiều có tần số bằng tần số biến đổi của từ thông nên bằng tần số của dòng xoay chiều đưa vào cuộn sơ cấp.



• **Hệ số biến đổi thế:** với 3 giả thiết sau đây

- Mạch từ thông không phân nhánh
- Bỏ qua điện trở  $R_1$  của cuộn sơ cấp
- Cuộn thứ cấp hở.

Do mạch từ không phân nhánh nên suất điện động cảm ứng xuất hiện trong một vòng dây của cuộn thứ cấp bằng suất điện động cảm ứng xuất hiện trong một vòng dây của cuộn sơ cấp:  $e_1 = e_2$ . Suất điện động xuất hiện trong cuộn sơ cấp là:  $E_1 = n_1 e_1$  Suất điện động xuất hiện trong cuộn thứ cấp là:  $E_2 = n_2 e_2$

Do 2 giả thiết còn lại:  $U_1 = E_1$ ;  $U_2 = E_2$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} = k \quad (1)$$

Trong đó:  $k$  được gọi là hệ số biến đổi của biến thế (hệ số biến thế)

$\Rightarrow$  Muốn tăng thế:  $k < 1 \Rightarrow n_1 < n_2$

Muốn giảm thế:  $k > 1 \Rightarrow n_1 > n_2$

• **Hệ số Biến đổi dòng điện**

Với giả thiết: - Mạch từ không phân nhánh  
- Bỏ qua hao phí trong lõi sắt từ.

Phản công suất do cuộn sơ cấp truyền sang cuộn thứ cấp là:

$$E_1 I_1 = E_2 I_2 \quad (2)$$

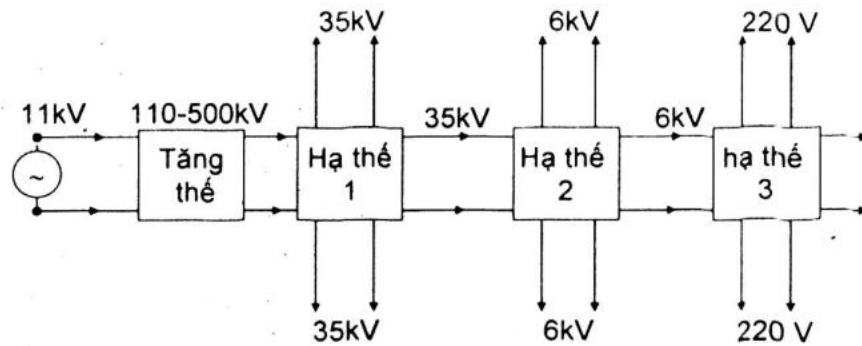
Do (2) ta có:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{n_2} = k$$

Ta thấy khi tăng hiệu điện thế bao nhiêu lần thì cường độ dòng điện giảm đi bấy nhiêu lần, và ngược lại.

### 3. Sự vận tải điện đi xa hiện nay

Người ta vận tải điện đi xa bằng cách kết hợp đường dây và các máy biến thế.



Máy phát điện có thể sản xuất ra suất điện động 11kV. Người ta dùng một máy tăng thế để nâng hiệu điện thế đầu đường dây lên 110 – 500 kV. Dùng dây cao thế dẫn đến các vùng và hạ thế lần thứ nhất đến 35kV. Người ta tiếp tục hạ thế lần thứ 2 xuống điện thế 6 kV. Điện cao thế 6 kV đi vào các khu dân cư và hạ thế lần cuối cùng đến mạng điện 220 V.

## BÀI 8:

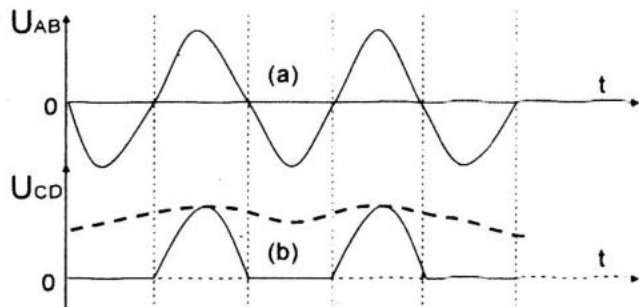
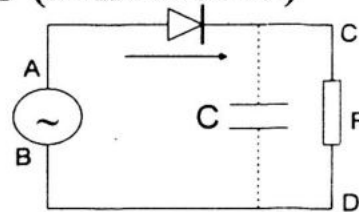
## CHỈNH LƯU (NẢN DÒNG)

### 1. Chỉnh lưu một nửa chu kì

#### a/ Sơ đồ

Sơ đồ chỉnh lưu một bán chu kì chỉ gồm 1 điốt (bán dẫn hoặc điện tử) ghép nối tiếp với phụ tải R (dụng cụ tiêu thụ điện) tiêu thụ dòng một chiều. Bộ nối tiếp này được đặt vào hiệu điện thế xoay chiều  $U_{AB}$ .

#### b/ Hoạt động



Giả sử trong  $\frac{1}{2}$  chu kì đầu hiệu điện thế  $U_{AB} > 0$ , điốt cho dòng điện đi qua, chạy từ C đến D. trong  $\frac{1}{2}$  chu kì sau,  $U_{AB} < 0$ , điốt không hoạt động, dòng qua R bằng 0.

Kết quả là trong  $\frac{1}{2}$  chu kì của dòng xoay chiều có dòng điện một chiều chạy qua phụ tải R.

#### c/ Đồ thị

Đồ thị (a) trong Hình vẽ biểu diễn hiệu điện thế xoay chiều  $U_{AB}$ .

Đồ thị (b) trong Hình vẽ nét liền biểu diễn hiệu điện thế một chiều  $U_{CD}$  nhấp nháy. Để hiệu điện thế một chiều đỡ biến đổi theo thời gian, người ta ghép song song phụ tải các tụ điện có điện dung C rất lớn. Tụ điện liên tục tích và phóng điện, bởi vậy, hiệu điện thế một chiều có dạng những đường nét đứt.

#### d/ Ứng dụng

Cách chỉnh lưu một bán chu kì chỉ dùng trong điện phân, nạp điện cho ắc quy.

## 2. Chỉnh lưu hai bán chu kỳ

### a/ Sơ đồ

Sơ đồ đơn giản nhất là sơ đồ cầu: 4 diôt mắc trên 4 cạnh của cầu. Trong đó  $D_1$  và  $D_2$  song song, đối diện nhau;  $D_3$  và  $D_4$  cũng song song, đối diện nhau. Đường chéo của cầu là phụ tải tiêu thụ dòng một chiều.

### b/ Hoạt động

Giả sử trong  $\frac{1}{2}$  chu kỳ đầu  $U_{AB} > 0$

0, cặp  $D_1$  và  $D_2$  hoạt động, cặp  $D_3$  và  $D_4$  nghỉ. Dòng điện trong mạch chạy theo chiều  $AD_1CDD_2B$

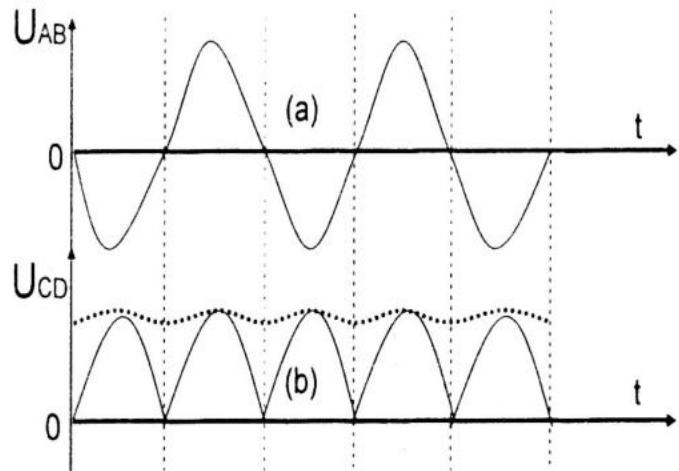
Trong  $\frac{1}{2}$  chu kỳ sau,  $U_{AB} < 0$ , cặp  $D_3$  và  $D_4$  hoạt động, cặp  $D_1$  và  $D_2$

ngỉ. Dòng điện trong mạch chạy theo chiều  $BD_3CDD_4A$

Vậy trong cả 2 nửa chu kỳ ta đều có dòng một chiều chạy qua điện trở theo chiều như hình vẽ.

### c/ Đồ thị

Trên đồ thị, đường biểu diễn (a) biểu thị hiệu điện thế xoay chiều chưa chỉnh lưu  $U_{AB}$ . Đồ thị đường nét liền (b) biểu thị hiệu điện thế một chiều nhấp nháy sau chỉnh lưu  $U_{CD}$ . Nếu ta ghép song song vào CD tụ điện có điện dung lớn thì hiệu điện thế một chiều có dạng đường nét đứt.



## 3. Chỉnh lưu trong bộ góp điện của máy phát điện một chiều

### a/ Chỉnh lưu hai bán chu kỳ

Khi ta quay đều một khung dây hình chữ nhật ABCD với vận tốc góc  $\omega$  trong từ trường đều, không đổi, vuông góc trục quay thì trong khung dây xuất hiện suất điện động cảm ứng xoay chiều:

- Trong  $\frac{1}{2}$  chu kỳ đầu, dòng điện đi theo chiều ABCDA.
- Trong  $\frac{1}{2}$  chu kỳ sau, dòng điện đi theo chiều DCBAD.

Nếu ở bộ phận góp điện ta không dùng 2 vành khuyên mà chỉ dùng 1 vành với 2 bán khuyên cách điện với nhau rồi dùng 2 thanh quét 1 và 2 cố định tì trên vành khuyên  $\Rightarrow$  ở mạch ngoài luôn thu được dòng một chiều theo chiều kim đồng hồ từ 2 đến 1 – đó là sự chỉnh lưu trong máy phát điện một chiều.

## **B) BÀI TẬP THEO CHỦ ĐỀ**

### **CHỦ ĐỀ 1: CÁC BÀI TẬP CƠ BẢN VỀ ĐIỆN XOAY CHIỀU**

#### **Bài số 1:**

Giữa 2 điểm M và N có hiệu điện thế xoay chiều  $u_{MN} = U_0 \sin 100\pi t$  (V), người ta mắc 1 tụ có điện dung C không đổi.

$$\text{Khi } t = t_1 \text{ thì các giá trị tức thời của mạch là: } \begin{cases} i = i_1 = \sqrt{2} \text{ (A)} \\ u = u_1 = -50\sqrt{2} \text{ (V)} \end{cases}$$

$$\text{Khi } t = t_2 \text{ thì các giá trị tức thời của mạch là: } \begin{cases} i = i_2 = -\sqrt{3} \text{ (A)} \\ u = u_2 = 50 \text{ (V)} \end{cases}$$

1. Tính  $U_0$ ,  $I_0$ , điện dung C của tụ điện.
2. Thời điểm  $t_1$ ,  $t_2$  là thời điểm nào ?

#### **Hướng dẫn giải**

$$1) \text{ Do } u_{MN} = u_C = U_0 \sin 100\pi t \text{ nên } i = I_0 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) = I_0 \cos 100\pi t$$

$$\text{Tại thời điểm } t = t_1 \text{ có: } \begin{cases} \sqrt{2} = I_0 \cos 100\pi t_1 \\ -50\sqrt{2} = U_0 \sin 100\pi t_1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{-50\sqrt{2}}{U_0}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự tại thời điểm } t=t_2 \text{ ta có: } \left(\frac{-\sqrt{3}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{-50}{U_0}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

$$\text{Giải (1) và (2) ta có: } I_0 = 2 \text{ (A); } U_0 = 100 \text{ (V); } Z_C = 50 \text{ (}\Omega\text{); } C = \frac{1}{5\pi} 10^{-3} \text{ (F)}$$

$$2) \text{ Giải hệ } \begin{cases} \sqrt{2} = 2 \cos 100\pi t_1 \\ -50\sqrt{2} = 100 \sin 100\pi t_1 \end{cases}$$

$$\text{Ta chọn nghiệm: } 100\pi t_1 = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -\frac{1}{400} + k \frac{1}{50} \text{ (s)} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

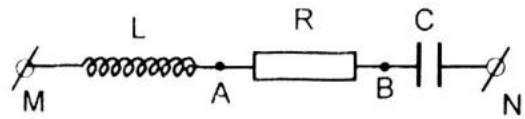
$$\text{Giải hệ } \begin{cases} -\sqrt{3} = 2 \cos 100\pi t_2 \\ 50 = 100 \sin 100\pi t_2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } 100\pi t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2m\pi \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{1}{120} + m \frac{1}{50} \text{ (s)} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

#### **Bài số 2:**

$$\text{Cho } u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \varphi) \text{ (V);}$$

$u_{MB} = 200\sin 100\pi t$  (V) và mạch đang cộng hưởng. Hãy tính  $\varphi$ , viết biểu thức của  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$ ,  $u_{AN}$ .



**Giải**

Vì mạch đang cộng hưởng nên  $U_R = U_{MN} = 100$  (V)

với  $U_{MB} = 100\sqrt{2}$  (V)

$U_R = 100$  (V) ta suy ra  $U_L = 100$  (V)

$$\tan \varphi_{MB} = \frac{100}{100} = 1 \rightarrow \varphi_{MB} = \frac{\pi}{4}$$

Phương trình dòng điện là:  $i = I_0 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$  (A)

Do  $i$  và  $U_{MN}$  cùng pha nên  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

Các phương trình:  $u_R = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$  (V)

$$u_L = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \quad (V) \quad u_C = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{3\pi}{4})$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (V)$$

$$\tan \varphi_{AN} = -1 \Rightarrow \varphi_{AN} = -\frac{\pi}{4}$$

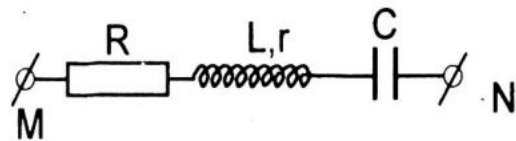
$$U_{AN} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = 100\sqrt{2} \quad (V)$$

$$\text{Vậy } u_{AN} = 200\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \quad (V)$$

### Bài số 3:

Cho mạch RLC có:  $u = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V);  $R = 80 \Omega$ ;  $Z_L = 20 \Omega$ ;  $Z_C = 120 \Omega$ ;  $r = 20 \Omega$ . Tính điện lượng phóng

qua tiết diện dây dẫn trong  $\frac{1}{4}$  chu kỳ, kể từ thời điểm cường độ dòng điện triệt tiêu.



Hướng dẫn giải

1) Cách giải thứ 1: Do cường độ dòng điện và hiệu điện thế  $u_C$  vuông pha với nhau nên khi  $i = 0$  thì  $u_C = \pm U_{C\text{Max}}$  nên  $q_0 = \pm C U_{OC}$ .

Sau  $\frac{1}{4}$  chu kỳ  $i = \pm I_0$  thì  $u_C = 0$

Vậy điện lượng phóng qua dây dẫn là:  $\Delta q = \pm C U_{OC}$

Ta có  $Z = 100\sqrt{2}$ ;  $I_0 = 1$ ;  $U_{OC} = 100$

$$\Delta q = \pm \frac{10^{-4}}{\pi} \cdot 100 = \pm \frac{10^{-2}}{\pi} \text{ (C)} = \pm 3,18 \cdot 10^{-3} \text{ (C)}$$

2) Cách giải thứ 2:

Ta có  $Z = 100\sqrt{2} \text{ } (\Omega)$ ,  $I_0 = 1 \text{ (A)}$ .

Không mất tính chất tổng quát nếu ta chọn lại gốc thời gian cho

$$i = I_0 \sin 100\pi t = 1 \cdot \sin 100\pi t$$

Trong thời gian vô cùng nhỏ điện tích phóng qua dây dẫn là:  $dq = i dt$

$$q = \int_0^{T/2} i dt = \int_0^{0,005} \sin 100\pi t \cdot dt = \frac{1}{100\pi} \cos 100\pi t \Big|_0^{0,005}$$

$$= \frac{1}{100\pi} = 3,18 \cdot 10^{-3} \text{ (C)}$$

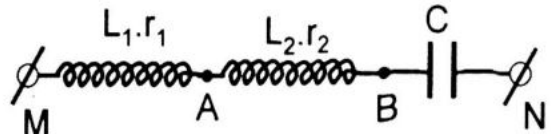
( Ở đây ta không xét chiều dòng điện, nên không có dấu  $\pm$  )

**Bài số 4:**

Cho  $r_2 = 30 \text{ } \Omega$ , các giá trị hiệu dụng  $U_{MA} = \frac{1}{2} U_{AN} = \frac{1}{3} U_{MN}$ , Hiệu số

pha giữa thế và dòng là:  $\varphi_{AB} = \frac{\pi}{3}$ ;  $\varphi_{MA}$

khác  $\varphi_{AB}$  là  $\frac{\pi}{6}$ . Tính  $Z_{L1}$ ,  $Z_{L2}$ ,  $r_1$ ,  $Z_C$ .



**Giải**

\*) Đối giả thiết  $U_{MA} = \frac{1}{2} U_{AN} = \frac{1}{3} U_{MN}$  thành  $U_{MN} = U_{MA} + U_{AN}$  (1)

Ta đã có:  $\vec{U}_{MN} = \vec{U}_{MA} + \vec{U}_{AN}$  (2)

\*) Từ (1) và (2), 3 vector trong (2) cùng phương cùng chiều

$\Rightarrow$  Các mạch này có hiệu điện thế cùng pha nhau  $\varphi_{MA} = \varphi_{AN} = \varphi_{MA}$

Theo giả thiết  $\varphi_{MA}$  khác  $\frac{\pi}{6}$  so với  $\varphi_{AB}$  mà  $\varphi_{AB} = \frac{\pi}{3}$

\*)  $\varphi_{MA}$  có thể là  $\frac{\pi}{2}$  hay  $\frac{\pi}{6}$ . Chọn  $\frac{\pi}{6}$  vì có  $r_1 \neq 0$

$$\varphi_{AB} = \frac{\pi}{3}; Z_{L2} = \sqrt{3} r_2; Z_{L2} = 30\sqrt{3} \text{ } (\Omega)$$

$$*) \varphi_{AN} = \varphi_{MA} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{Z_{L2} - Z_C}{r_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow Z_{L2} - Z_C = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} \Rightarrow Z_C = 20\sqrt{3} \text{ } (\Omega)$$

$$*) Z_{AN} = \frac{r_2}{\cos \frac{\pi}{6}} = \frac{30}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 20\sqrt{3} \text{ } (\Omega)$$



Vậy:  $Z_{MA} = \frac{1}{2} Z_{AN} = 10\sqrt{3}$  với  $\varphi_{MA} = \frac{\pi}{6}$ ;  $r_1 = Z_{MA} \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 15 (\Omega)$

$$Z_{L1} = \frac{r_1}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} (\Omega)$$

ĐS:  $5\sqrt{3} (\Omega)$ ;  $30\sqrt{3} (\Omega)$ ;  $15(\Omega)$ ;  $20\sqrt{3} (\Omega)$

### Bài số 5:

Cho  $i = I_0 \sin 100\pi t$  (A). Cuộn dây là thuần cảm, các vôn kế lí tưởng

1.  $V_1$  chỉ 100(V),  $V_2$  chỉ  $100\sqrt{3}$  (V),  $u_{MB}$  và  $u_{AN}$  vuông pha nhau. Hỏi  $V$  chỉ bao nhiêu?

2. Hãy viết biểu thức của  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$ ,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u$ .

### Giải

1) Ta có thể giải theo 2 cách:

a) Cách 1: Đặt hệ có 3 ẩn  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$

$$U_1 = 100 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad (1)$$

$$U_2 = 100\sqrt{3} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \quad (2)$$

$$\frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{-U_C}{U_R} = -1 \quad (3)$$

Khử  $U_L$ ,  $U_C$  từ (1) và (2) ta có phương trình ẩn  $U_R$ .

Ta có:  $U_R = 50\sqrt{3}$  (V);  $U_L = 50$  (V);  $U_C = 150$  (V).

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 50\sqrt{7} \text{ (V)} = 132,29 \text{ (V)}$$

b) Cách 2: Vẽ giản đồ Vector

Từ 2 giả thiết  $U_1 = 100$

$$U_2 = 100\sqrt{3}$$

thì các tam giác trong hình đều là nửa tam giác đều

$$\text{Ta suy ra: } U_R = \frac{100\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$$

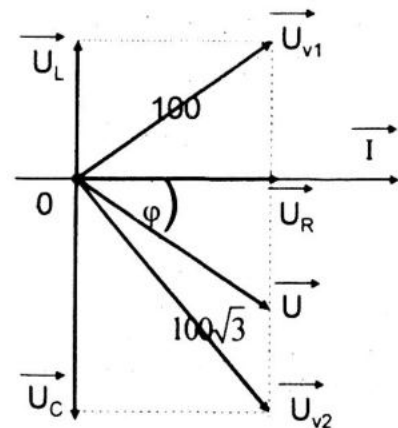
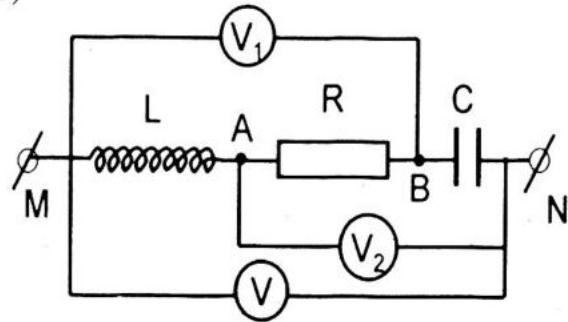
$$U_C = \sqrt{3} U_R = 150$$

$$U_L = \frac{100}{2} = 50$$

$$\tan \varphi = \frac{-100}{50\sqrt{3}} = \frac{-2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \varphi = -49,11^\circ = -0,857 \text{ (rad)}$$

$$U = \frac{U_R}{\cos \varphi} = \frac{50\sqrt{3}}{\cos(49,11^\circ)} = 132,29 \text{ (V)}$$



2)  $u_R = 50\sqrt{3} \sin 100\pi t$  (V) cùng pha với  $i$

$$u_L = 50\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$$

$$u_C = 150\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$$

$$u_1 = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (V)}$$

$$u_2 = 100\sqrt{6} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3}) \text{ (V)}$$

$$u_{MN} = 187,1 \sin(100\pi t - 0,857) \text{ (V)}$$

Bài số 6:

Máy phát điện xoay chiều, mạch ngoài, gồm cuộn dây có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ . Điện trở trong của máy  $r = \frac{R}{4}$ . Máy

phát ra dòng xoay chiều  $i = I_0 \sin 100\pi t$  (A). Các vôn kế lí tưởng và  $V_1$  chỉ 170 V;  $V_2$  chỉ 90 V;  $V_3$  chỉ 100 V.

1. Tính suất điện động.

2. Viết biểu thức của  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  và suất điện động  $e$ .

**Giải**

1) Đặt 2 phương trình gồm 2 ẩn

$$U_{AB} = 100 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - 90)^2} \quad (1)$$

$$U_{AM} = 170 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \quad (2)$$

Ta có:  $U_R = 80$  (V);  $U_L = 150$  (V);

$U_C = 90$  (V).

Kí hiệu  $U_r = Ir$  thì  $U_r = 20$  (V) (Vì  $R=4r$ )

Giá trị hiệu dụng của suất điện động là:

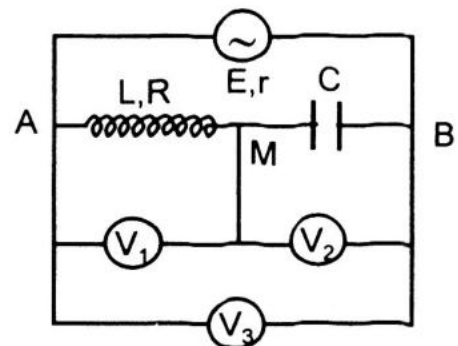
$$E = \sqrt{(U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{13600}$$

$$E_0 = \sqrt{27200} \approx 164,92 \text{ (V)}$$

$$2) \quad \text{tg } \varphi_1 = \frac{U_L}{U_R} = \frac{15}{8} \quad ; \quad \varphi_1 = 61,93^\circ = 0,344\pi \text{ (rad)}$$

$$\text{tg } \varphi_2 = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{3}{4} \quad ; \quad \varphi_2 = 36,87^\circ = 0,205\pi \text{ (rad)}$$

$$\text{Mạch kín có: } \text{tg } \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R + U_L} = 0,6 \quad ; \quad \varphi = 30,96^\circ = 0,172\pi \text{ (rad)}$$



Biểu thức các hiệu điện thế và suất điện động là:

$$u_1 = 170\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,344\pi) \quad (\text{V})$$

$$u_3 = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,205\pi) \quad (\text{V})$$

$$e = 164,92 \sin(100\pi t + 0,172\pi) \quad (\text{V})$$

$$u_2 = u_C = 90\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{V})$$

## CHỦ ĐỀ II: MẠCH CÓ ĐIỆN TRỞ R BIẾN THIÊN

### Bài số 7:

Cho 1 mạch R, L, C có R biến đổi. Người ta cho vào mạch 1 hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng U không đổi. Chứng minh rằng:

1. Khi biến đổi R thì công suất cực đại xảy ra lúc  $R = |Z_L - Z_C|$ . Tìm giá trị cực đại

2. Nếu có 2 giá trị khác nhau  $R_1, R_2$  cùng cho ta 1 công suất thì

a. Công suất đó là  $P = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$

b.  $R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2$

c. Gọi độ lệch pha giữa u và i trong 2 trường hợp mà  $R = R_1$  và  $R = R_2$  là  $\varphi_1$ ,

$\varphi_2$  thì  $\varphi_1 + \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2}$

### Hướng dẫn giải

1) Biểu thức của P là:  $P = RI^2 = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (1)$

$P = P_{\text{Max}}$  khi  $R^2 = (Z_L - Z_C)^2$

$\Rightarrow R = |Z_L - Z_C|$ , khi đó  $P_{\text{Max}} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$

2) Từ phương trình (1), ta chuyển thành phương trình bậc 2 của R

$PR^2 - U^2R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$

$R^2 - \frac{U^2}{P}R + (Z_L - Z_C)^2 = 0 \quad (2)$

a. Theo định lý Viet:  $R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$

b. Tương tự với tích 2 nghiệm:  $R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2$ .

c. Từ kết quả b, ta có  $\frac{Z_L - Z_C}{R_1} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R_2} = 1$

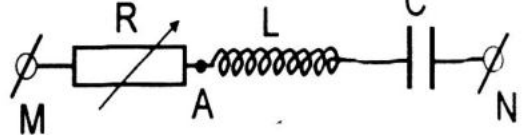
hay:  $\text{tg } \varphi_1 \cdot \text{tg } \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2}$

Dấu cộng khi  $(Z_L - Z_C) > 0$

Dấu trừ khi  $(Z_L - Z_C) < 0$

### Bài số 8:

Cho một mạch điện gồm điện trở biến đổi, cuộn dây thuần cảm có  $L = \frac{2}{\pi}$  (H), tụ điện có  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F).



1. Cho vào mạch MN một hiệu điện thế xoay chiều (100V - 50Hz). Hãy xác định R để:

a. Mạch có  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

b. Mạch có công suất 40 W.

c. Mạch có công suất cực đại. Tìm công suất đó.

2. Mạch có biến trở R, tự cảm là  $L_0$ , điện dung là  $C_0$ .  $u = 10\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V). Có hai giá trị của R là:  $R_1 = 9$  ( $\Omega$ ) và  $R_2 = 16$  ( $\Omega$ ) cho ta cùng 1 công suất.

a. Tính công suất đó.

b. Viết biểu thức của  $u_{AN}$ .

#### Hướng dẫn giải

1) a.  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  $\varphi = \pm \frac{\pi}{4}$ ;  $\tan \varphi = \pm 1$

lấy dấu cộng vì  $Z_L - Z_C > 0$

$$R = Z_L - Z_C = 100\Omega$$

$$R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} = 250$$

b. 
$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} = 250 \\ R_1 R_2 = 10000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 200\Omega \\ R_2 = 50\Omega \end{cases}$$

c. Chứng minh khi  $R = |Z_L - Z_C|$  thì  $P = P_{\max}$ .

Thay số ta có: 
$$\begin{cases} R = 100\Omega \\ P_{\max} = 50W \end{cases}$$

2) a. Hãy chứng minh định luật của bài 7 (vì đây không phải là công thức sách giáo khoa) sau đó thay số:

$$P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{100}{25} = 4 \text{ (W)}$$

b. Chia ra hai trường hợp:

$$\alpha/ R = R_1 = 9\Omega; I_1 = \sqrt{\frac{P}{R_1}} = \frac{2}{3} \text{ (A)}$$

$$Z_{AN} = |Z_L - Z_C| = \sqrt{R_1 R_2} = 12 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$U_{0AN} = I_{01} \cdot Z_{AN} = 8\sqrt{2}$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R_1} = \pm \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_1 = \pm 53,13^\circ = \pm 0,295\pi \text{ (rad)}$$

$$\text{Khi } Z_L > Z_C \text{ thì } u_{1AN} = 8\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,295\pi + \frac{\pi}{2})$$

$$= 8\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,205\pi) \text{ V}$$

$$\text{Khi } Z_L < Z_C \text{ thì } u_{2AN} = 8\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,295\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$= 8\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,205\pi) \text{ V}$$

$$\beta / R = R_2 = 16 \Omega; \quad I_2 = \frac{1}{2}; \quad Z_{AN} = 12; \quad U_{0AN} = 6\sqrt{2}; \quad \varphi_2 = \pm 0,205\pi$$

$$\text{Khi } Z_L > Z_C \text{ thì } u_{3AN} = 6\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,205\pi + \frac{\pi}{2})$$

$$= 6\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,295\pi) \text{ V}$$

$$\text{Khi } Z_L < Z_C \text{ thì } u_{4AN} = 6\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,205\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$= 6\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,295\pi) \text{ V}$$

### CHỦ ĐỀ III: MẠCH CÓ ĐIỆN DUNG C BIẾN THIÊN

#### Bài số 9:

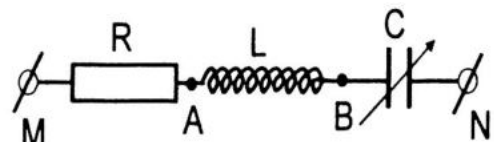
Cho  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V), L là thuần cảm, tụ C biến đổi được,  $R = 100 \Omega$ . Khi C tăng lên 2 lần thì giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện như cũ nhưng pha của i thay đổi

1 góc  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Tính L,  $C_1$ .

2. Viết biểu thức của  $u_{MB}$ ,  $u_{AN}$  khi  $C = C_1$ .

#### Hướng dẫn giải



$$1) \text{ Theo quy luật bài số 4 thì: } \begin{cases} \varphi_1 = -\varphi_2 \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \pm \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ chọn nghiệm: } \begin{cases} \varphi_1 = -\frac{\pi}{4} \\ \varphi_2 = +\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Đồng thời } Z_{C2} = \frac{1}{2} Z_{C1} \text{ và } Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = \frac{3}{4} Z_{C1}$$

$$\text{Khi } \varphi = \varphi_1 = -\frac{\pi}{4} \text{ thì } \operatorname{tg} \varphi_1 = -1 = \frac{\frac{3}{4}Z_{C1} - Z_{C1}}{R}$$

$$\Rightarrow Z_{C1} = 400 \, \Omega; Z_L = 300 \, \Omega$$

$$C_1 = \frac{10^{-4}}{4\pi} \text{ (F)}; \quad L = \frac{3}{\pi} \text{ (H)}$$

$$2) \quad Z_1 = \frac{R}{\cos \varphi_1} = 100\sqrt{2}; \quad I_0 = \frac{100\sqrt{2}}{100\sqrt{2}} = 1$$

$$i_1 = 1 \cdot \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A)} \text{ vì } \varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{MB} = \frac{Z_L}{R} = 3 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{MB} = 71,565^\circ \quad (\text{a})$$

$$= 0,398 \pi \text{ (rad)} \quad (\text{b})$$

$$= 1,249 \text{ (rad)} \quad (\text{c})$$

Chọn đơn vị của  $\varphi$  là (a), (b), (c) đều được, nhưng khi còn phải tính  $\varphi$  của các đoạn mạch thì ta nên dùng (b)

$$Z_{MB} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 100\sqrt{10}$$

$$u_{MB} = 100\sqrt{10} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4} + 0,398\pi)$$

$$= 100\sqrt{10} \sin(100\pi t + 0,648\pi) \text{ V}$$

Khi  $Z_L = 300 \, \Omega$ ,  $Z_{C1} = 400 \, (\Omega)$ , mạch có tính dung kháng,  $\varphi_{AN} = -\frac{\pi}{2}$

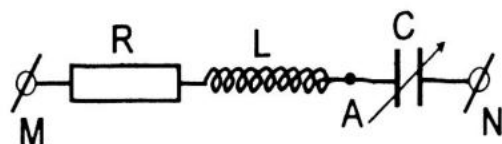
$$Z_{AN} = |300 - 400| = 100$$

$$u_{AN} = 100 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})$$

$$= 100 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (V)}$$

### Bài số 10:

Cho mạch gồm điện trở thuần, thuần cảm  $L$  và tụ biến đổi có điện dung  $C$ , có thứ tự như hình vẽ. Cho giá trị hiệu dụng  $U_{MN} = 100\text{V}$ ;  $R = 100\sqrt{3}$ ;





$Z_L = 100$ . Tìm  $Z_C$  để  $U_C = U_{C \text{ Max}}$ . Tính  $U_{C \text{ Max}}$ .

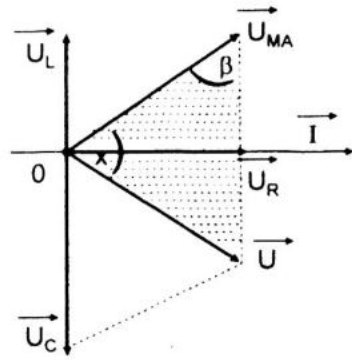
**Giải**

Có 2 cách giải:

1) Cách thứ 1: Dùng giản đồ Vector.

\* Trong tam giác kẻ sọc, góc  $\beta$  không đổi khi thay đổi  $C$ .  $\vec{U}$  có độ lớn không đổi khi thay đổi  $C$ .

$$* \frac{U}{\sin \beta} = \frac{U_C}{\sin x} \Rightarrow U_C = \frac{U}{\sin \beta} \sin x$$



$$\text{Vậy } U_C = U_{C \text{ Max}} = \frac{U}{\sin \beta} = \frac{U}{\frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \quad (1)$$

$$\text{Khi } x = \frac{\pi}{2}. \text{ Khi đó: } U_C = \frac{U_{AM}}{\cos \beta}$$

$$Z_C = \frac{Z_{AM}}{Z_L} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \quad (2)$$

Kết luận: Khi  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$  thì  $U_C = U_{C \text{ Max}} = \frac{U}{R} \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

2) Cách thứ 2: Biểu thức của  $U_C$  theo biến số  $Z_C$  là:

$$U_C = I Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C^2} - 2Z_L \cdot \frac{1}{Z_C} + 1}}$$

Đặt  $x = \frac{1}{Z_C}$ , biểu thức trong căn:  $Y = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2Z_L x + 1 \quad (3)$

Biểu thức (3) là tam thức bậc hai có hệ số a dương nên Y có cực tiểu tại đỉnh của parabol (ứng với cực đại của  $U_C$ ):

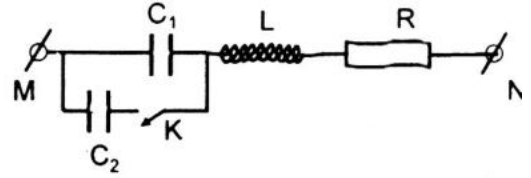
$$Y = Y_{\text{Min}} = \frac{-\Delta'}{a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$$

Ứng với  $U_{C \text{ Max}} = \frac{U}{\sqrt{Y_{\text{Min}}}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$

Khi  $x = \frac{1}{Z_C} = \frac{-b'}{a} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$  ứng với  $Z_C = \frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$ . Trùng với kết luận của cách 1. Thay số ta có  $Z_C = 400 \Omega$ ,  $U_{C \text{ Max}} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$

### Bài số 11:

Cuộn dây là thuần cảm. Khi K mở thì dòng điện là  $i_1$ , khi K đóng thì dòng điện là  $i_2$ . Cho biết  $I_1 = 2I_2$  nhưng  $i_1, i_2$  khác pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Tìm  $\cos \varphi_1$  lúc K mở. Góc  $\varphi_1$  dương hay âm? Giải thích?



### Giải

Ta phải dùng công thức  $Z = \frac{R}{\cos \varphi}$

Ở đây do  $I_1 = 2I_2$  nên  $Z_1 = \frac{Z_2}{2}$

$$\frac{R}{\cos \varphi_1} = \frac{1}{2} \frac{R}{\cos \varphi_2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = 2 \cos \varphi_2 \quad (1)$$

$$\text{Hai góc khác nhau } \frac{\pi}{2} \text{ thì } \cos \varphi_2 = -\sin \varphi_1 \Rightarrow \sin \varphi_1 = -\frac{\cos \varphi_1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Vì } \sin^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_1 = 1$$

$$\text{nên } \frac{\cos^2 \varphi_1}{4} + \cos^2 \varphi_1 = 1$$

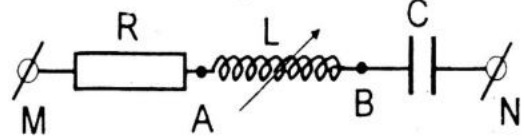
$$\Rightarrow \frac{5 \cos^2 \varphi_1}{4} = 1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$\varphi_1$  và  $\varphi_2$  khác nhau  $\frac{\pi}{2}$ , 2 góc này đều nhọn, chúng phải khác dấu, mà  $Z_{C1} > Z_{C2}$  nên  $\varphi_1 < 0$  và  $\varphi_2 > 0$ . Vậy  $\varphi_1 = -26,56^\circ$

## CHỦ ĐỀ IV: MẠCH CÓ ĐỘ TỰ CẢM L BIẾN THIÊN

### Bài số 12:

Cho  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V). R, C không đổi. Độ tự cảm của cuộn thuần cảm có thể thay đổi được. Khi  $L = L_1 = \frac{3}{\pi}$  (H) hay  $L = L_2 = \frac{1}{\pi}$  (H) thì giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện bằng nhau, nhưng cường độ dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  khác pha nhau  $\frac{2\pi}{3}$ .



1. Tính R, C.

2. Viết biểu thức của  $u_{MB}$  và  $u_{AN}$  khi  $L = L_2$ .

Hướng dẫn giải

1) Khi  $I_1 = I_2$  thì  $Z_1 = Z_2$

$$Z_1^2 = Z_2^2$$

$$(Z_{L1} - Z_C)^2 = (Z_{L2} - Z_C)^2$$

$$Z_{L1} - Z_C = \pm (Z_{L2} - Z_C)$$

Ta chọn dấu - vì  $Z_{L2} \neq Z_{L1}$ . Ta có 2 quy luật sau:

$$a. Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \quad (a)$$

$$b. \varphi_1 = -\varphi_2 \quad (b)$$

$$\text{Trong bài này: } \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \\ \varphi_1 = \varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \\ \varphi_2 = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Chỉ với (a) ta có: } Z_C = 200 \, \Omega; \quad C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \, \text{F}$$

$$\tan \varphi_1 = \sqrt{3} = \frac{300 - 200}{R} \Rightarrow R = \frac{100}{\sqrt{3}} \, \Omega$$

2) Trước hết ta viết biểu thức của  $i$ , để có thể tính pha ban đầu của các hiệu điện thế.

$$Z_1 = Z_2 = \frac{R}{\cos \varphi_1} = \frac{200}{\sqrt{3}}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{100\sqrt{2}}{\frac{200}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$i_2 = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \, (\text{A})$$

$$\tan \varphi_{MB} = \frac{Z_{L2}}{R} = \frac{100}{\frac{100}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{MB} = \frac{\pi}{3}$$

$$Z_{MB} = \frac{R}{\cos \varphi_{MB}} = \frac{200}{\sqrt{3}}; U_{MB} = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3}) \text{ (V)}$$

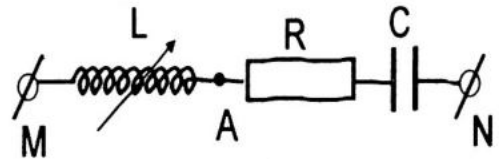
$$\tan \varphi_{AN} = \frac{100 - 200}{0} = -\infty \Rightarrow \varphi_{AN} = -\frac{\pi}{2}$$

$$Z_{AN} = |100 - 200| = 100$$

$$u_{AN} = 50\sqrt{6} \sin[(100\pi t + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{2}] = 50\sqrt{6} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) \text{ (V)}$$

### Bài số 13:

Đặt vào MN hiệu điện thế có giá trị hiệu dụng và tần số  $\omega$  không đổi.  $R, C$  không đổi, cuộn dây thuần cảm có  $L$  thay đổi được.



1. Chứng minh rằng  $U_L = U_{L \text{ Max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2}$  khi  $Z_L = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C}$ .

2. Khi đó  $U_{MN} = 100 \text{ (V)}; U_{AN} = 100\sqrt{3} \text{ (V)}$ . Tính  $U_R, U_L, U_C$ .

**Giải**

1) Giải như bài tập 10, chú ý thêm là khi đó  $u_{AN}$  và  $u_{MN}$  vuông pha nhau

2) Cách giải thứ 1: Dùng giản đồ Vector.

Từ hình vẽ. Trong tam giác kẻ sọc cạnh huyền là  $U_L$

$$U_L = \sqrt{100^2 + (100\sqrt{3})^2} = 200 \text{ V}$$

Các nửa tam giác đều cho ta:  $U_R = 50\sqrt{3} \text{ (V)}$ ;

$$U_C = 100\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 150 \text{ (V)}$$

Cách giải thứ 2:

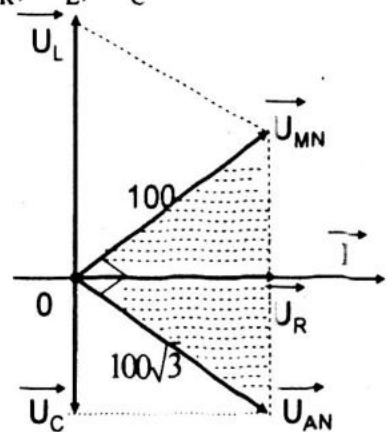
Đặt 3 phương trình 3 ẩn

$$100 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad (1)$$

$$100\sqrt{3} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \quad (2)$$

Từ công thức:  $Z_L = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C}$  suy ra  $U_L U_C = U_R^2 + U_C^2 \quad (3)$

Giải hệ (1), (2), (3) ta có kết quả như trên



## CHỦ ĐỀ V: MẠCH CÓ TẦN SỐ $\omega$ BIẾN THIÊN

### Bài số 14:

Cho mạch R,L,C có  $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t$  (V);  $L = \frac{1}{\pi}$  (H);  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F);

$R=150 \Omega$ . Cuộn dây L thuần cảm,  $\omega$  có thể thay đổi được. Hãy xác định  $\omega$  để:

a.  $P = \frac{100}{3}$  W.

b.  $\cos \varphi = 0,6$ .

**Giải:**

a)  $Z_L = \frac{\omega}{\pi}$ ,  $Z_C = \frac{\pi}{\omega} 10^4$

$$P = R I^2$$

$$\frac{100}{3} = 150 \cdot \frac{10000}{150^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow Z_L - Z_C = \pm 150 \quad (1)$$

$\alpha/$  Chọn dấu (+)

$$\frac{\omega}{\pi} - 10^4 \frac{\pi}{\omega} = 150. \text{ Đặt } \frac{\omega}{\pi} = x, \quad (x > 0) \quad (2)$$

$$x - \frac{10000}{x} = 150$$

$$x^2 - 150x - 10000 = 0$$

Giải phương trình và loại nghiệm âm ta có:  $x = 200$  (3)

$\Rightarrow$  Từ (1) và (3) ta có nghiệm là  $\omega_1 = 200\pi$  (rad/s)

$\beta/$  Chọn dấu (-)

$$\frac{\omega}{\pi} - \frac{\pi}{\omega} 10^4 = -150.$$

Đặt  $\frac{\omega}{\pi} = x$  ( $x > 0$ )

$$x - \frac{10000}{x} = -150$$

$$x^2 + 150x - 10000 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 50 \\ x_4 = -200 \end{cases} \quad (\text{ta loại nghiệm } x_4)$$

$\Rightarrow$  Ta có nghiệm thứ 2 là  $\omega_2 = 50\pi$  (rad/s)

ĐS:  $\omega_1 = 200\pi$  (rad/s) hay  $\omega_2 = 50\pi$  (rad/s)

b) Từ  $\cos \varphi = 0,6$  suy ra  $\tan \varphi = \pm \frac{4}{3}$

$\alpha/$  Chọn dấu +

$$\frac{4}{3} = \frac{Z_L - Z_C}{150} \Rightarrow Z_L - Z_C = 200$$

$$\frac{\omega}{\pi} - 10^4 \frac{\pi}{\omega} = 200 \quad (1)$$

Nghiệm là  $\omega_1 = 100\pi(1 + \sqrt{2})$  (rad/s)

β/ Chọn dấu -

$$\frac{\omega}{\pi} - 10^4 \frac{\pi}{\omega} = -200$$

Nghiệm là  $\omega_2 = 100\pi(\sqrt{2} - 1)$  (rad/s).

### Bài số 15:

Mạch nối tiếp gồm thuần cảm L, điện trở thuần R, điện dung C. Đặt vào mạch hiệu điện thế xoay chiều có  $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được.

1. Cho  $R = 150\sqrt{3}$  ( $\Omega$ ). Khi  $\omega = \omega_1 = 200\pi$  (rad/s) hay  $\omega = \omega_2 = 50\pi$  (rad/s)

thì  $I_1 = I_2$ , dao động của  $i_1$  và  $i_2$  lệch pha nhau  $\frac{2\pi}{3}$ . Tính L, C.

2. Tìm  $\omega = \omega_0$  để  $I = I_{\text{Max}}$

**Giải**

$$1) \text{ Từ giả thiết } I_1 = I_2 \text{ ta suy ra } Z_1 = Z_2 \Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \\ \Rightarrow Z_{L1} - Z_{C1} = -(Z_{L2} - Z_{C2})$$

$$\text{do đó } \begin{cases} \varphi_1 = -\varphi_2 \\ \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \varphi_1 = \frac{\pi}{3}; \varphi_2 = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{tg } \varphi_1 = \sqrt{3} = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R} \Rightarrow Z_{L1} - Z_{C1} = R\sqrt{3} = 300 (\Omega)$$

(1)

$$\text{Khi } \omega \text{ giảm đi 4 lần thì } Z_{L2} = \frac{Z_{L1}}{4}; Z_{C2} = 4 Z_{C1}$$

$$\text{Ta lại có } \text{tg } \varphi_2 = -\sqrt{3} = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R}$$

$$\frac{Z_{L1}}{4} - 4Z_{C1} = -300 \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ (1), (2) ta có: } Z_{C1} = 100; Z_{L1} = 400; \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{2}{\pi} (H) \\ C = \frac{10^{-4}}{2\pi} (F) \end{cases}$$



2) Khi biến đổi  $\omega$  để có  $I = I_{\text{Max}}$  thì:  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 100 \pi \text{ (rad/s)}$

### Bài số 16:

Cho mạch R, L, C gồm thuần cảm L, điện trở R, điện dung C đều không đổi. Đặt vào hiệu điện thế xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \sin \omega t \text{ (V)}$  ( $\omega$  có thể thay đổi).

1. Cho  $R = 100 \Omega$ ,  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$ ,  $U = 100 \text{ V}$ .

Xác định  $\omega$  để  $U_C = U_{C \text{ Max}}$ . Tính  $U_{C \text{ Max}}$ .

2. Cho  $R = 300 \Omega$ ;  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$

Xác định  $\omega$  để  $U_L = U_{L \text{ Max}}$ . Tính  $U_{L \text{ Max}}$ .

### Giải:

1) Cách giải 1:

$$Z_L = \frac{\omega}{\pi} ; Z_C = 10^4 \frac{\pi}{\omega}$$

$$U_C = U \cdot Z_C = \frac{10^6 \frac{\pi}{\omega}}{\sqrt{-10000 + \frac{\omega^2}{\pi^2} + 10^8 \frac{\pi^2}{\omega^2}}} = \frac{10^6}{\sqrt{\frac{\omega^4}{\pi^4} - 10000 \frac{\omega^2}{\pi^2} + 10^8}}$$

Đặt  $x = \frac{\omega^2}{\pi^2}$ . Tam thức trong dấu căn là:

$$Y = X^2 - 10^4 X + 10^8$$

Tam thức có hệ số  $a > 0$  nên có cực tiểu ở đỉnh của parabol

$$x_{\varphi} = \frac{-b}{2a} = \frac{10^4}{2}. \text{ Khi đó } \omega = 50\sqrt{2} \pi \text{ s}^{-1}$$

$$Y_{\text{Min}} = Y_0 = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{3 \cdot 10^8}{4}$$

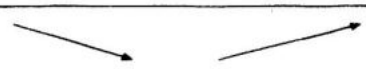
$$\text{Khi đó } U_{C \text{ Max}} = \frac{10^6}{\sqrt{\frac{3}{4} \cdot 10^8}} = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$$

Cách giải 2:

Sau khi biến đổi thành:

$$U_C = \frac{10^6}{\sqrt{x^2 - 10^4 x + 10^8}}$$

Khảo sát biểu thức Y trong dấu căn

|    |                                                                                      |   |   |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------|---|---|
| x  | $\frac{10^4}{2}$                                                                     |   |   |
| y' | -                                                                                    | 0 | + |
| y  |  |   |   |

$$Y' = 2x - 10^4, Y' = 0 \text{ khi } x = \frac{10^4}{2}$$

$$Y \text{ có cực tiểu hay } U_C \text{ có cực đại khi } x = \frac{\omega^2}{\pi^2} = \frac{10^4}{2}$$

Thay x vào biểu thức  $U_C$  ta có  $U_{C \text{ Max}}$

2) Biến đổi như trên đến biểu thức:

$$U_L = \frac{U \cdot Z_L}{Z} = \frac{10^4}{\sqrt{10^8 \cdot \frac{\omega^4}{\pi^4} + 7 \cdot 10^4 \frac{\pi^2}{\omega^2} + 1}} \quad (1)$$

Mẫu số là hàm nghịch biến trong miền  $\omega > 0$ .

Vậy khi  $\omega \rightarrow \infty$  thì  $U_L = U_{L \text{ Max}} = U = 100 \text{ V}$

### Bài số 17:

Cho 1 mạch nối tiếp gồm thuần cảm L, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Đặt vào hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \sin \omega t$ . Cho  $\omega$  biến đổi,  $U_0$  không đổi.

- Xác định  $\omega = \omega_R$  để  $U_R = U_{R \text{ Max}}$
- Xác định  $\omega = \omega_L$  để  $U_L = U_{L \text{ Max}}$
- Xác định  $\omega = \omega_C$  để  $U_C = U_{C \text{ Max}}$
- Hãy biện luận các kết quả tìm được

**Giải:**

$$a. U_R = \frac{U \cdot R}{Z} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cdot U_R \text{ có cực đại khi } \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\text{Vậy } \omega = \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

$$b. U_L = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U}{\frac{1}{\omega L} \sqrt{(R^2 - \frac{2L}{C}) + \omega^2 L^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \\ = \frac{U}{\frac{1}{LC} \sqrt{\frac{1}{\omega^4} + (R^2 C^2 - 2LC) \frac{1}{\omega^2} + L^2 C^2}}$$

Tam thức trong dấu căn có cực tiểu khi:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{2LC - R^2 C^2}{2}$$

$$\text{Vậy } \omega = \omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2 C^2}} \quad (2)$$

$$c. \quad U_C = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U}{\omega C \sqrt{(R^2 - \frac{2L}{C}) + \omega^2 L^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + (R^2 C^2 - 2LC)\omega^2 + 1}}$$

Mẫu số có cực tiểu khi  $\omega^2 = \frac{2LC - R^2 C^2}{2L^2 C^2}$

$$\text{Vậy } \omega = \omega_2 = \frac{1}{LC} \sqrt{\frac{2LC - R^2 C^2}{2}} \quad (3)$$

d. \* Nhận xét:  $\omega^2 = \omega_L \cdot \omega_C$

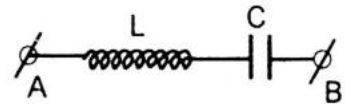
\* Công thức (1) luôn luôn đúng

\* Khi R lớn ( $R > \frac{2L}{C}$ ) thì công thức (2) không đúng. Tuy nhiên bài toán trở nên đơn giản hơn vì trong miền  $\omega > 0$ ,  $U_L$  luôn đồng biến.  $U_L = U_{L \text{ Max}} = U$  khi  $\omega = \omega_L = \infty$

\* Khi R lớn ( $R > \frac{2L}{C}$ ) thì kết quả (3) không đúng. Như trên,  $U_C$  luôn nghịch biến theo  $\omega$ . Vậy khi  $\omega = 0$  thì  $U_C = U_{C \text{ Max}} = U$ .

### Bài số 18:

Cho 1 mạch nối tiếp gồm tụ điện có điện dung C và cuộn dây có độ tự cảm là L.



Khi dòng điện là  $i_1 = \sqrt{2} \sin 100\pi t$  (A) thì

$$u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$$

Khi dòng điện là  $i_2 = \sqrt{2} \sin 50\pi t$  (A) thì  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin(50\pi t - \frac{\pi}{2})$  (V)

1. Chứng tỏ cuộn dây là thuần cảm.

2. Tính L, C.

#### Hướng dẫn giải

1) Nếu dòng và thế khác pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  thì có các khả năng sau: mạch chỉ có tụ, chỉ có thuần cảm, có tụ và thuần cảm. Vậy cuộn dây có điện trở thuần bằng 0.

2) Gọi  $Z_{L1}, Z_{C1}$  là cảm kháng, dung kháng khi  $\omega = \omega_1 = 100\pi$ . Khi  $\omega = \omega_2 = 50\pi$ , cảm kháng nhỏ đi 2 lần dung kháng tăng 2 lần.

$$Z_{L2} = \frac{1}{2} Z_{L1}, Z_{C2} = 2Z_{C1}$$

Tổng trở của mạch trong 2 trường hợp là:  $Z_1 = |Z_{L1} - Z_{C1}| = Z_{L1} - Z_{C1} = 100$  (1)

$$Z_2 = |Z_{L2} - Z_{C2}| = -\frac{Z_{L1}}{2} + 2Z_{C1} = 100 \quad (2)$$

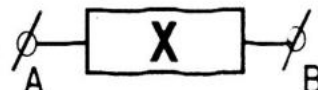
Giải hệ ta có:  $Z_{L1} = 200 (\Omega)$ ;  $Z_{C1} = 100 (\Omega)$ ;

Hay:  $L = \frac{Z_{L1}}{\omega_1} = \frac{2}{\pi} (\text{H})$ ;  $C = \frac{1}{\omega_1 Z_{C1}} = \frac{10^{-4}}{\pi} (\text{F})$

### Bài số 19:

Trong hộp đen X có nhiều nhất là 3 linh kiện nối tiếp R, L, C.

Khi  $u = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V) thì  $i = \sqrt{2} \sin 100\pi t$  (A)



Khi  $u = 100\sqrt{2} \sin 50\pi t$  (V) thì  $i = I_0 2 \sin(50\pi t + \frac{\pi}{4})$  (A)

Tính R, L, C và  $I_0$ .

### Hướng dẫn giải

Trong trường hợp đầu  $u$  và  $i$  cùng pha, mạch có 2 khả năng: chỉ có điện trở thuần, hoặc có đủ R, L, C nhưng đang cộng hưởng.

Ta loại trường hợp 1 và khi  $\omega = 50\pi$  lại có sự lệch pha giữa  $u$  và  $i$ . Vậy mạch có đủ R, L, C.

Trường hợp 1: Ta có  $Z_1 = R_1 = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \Omega$  và  $Z_{L1} = Z_{C1}$  (1)

Trường hợp 2: Ta có  $Z_{L2} = \frac{1}{2} Z_{L1}$ ;  $Z_{C2} = 2Z_{C1}$

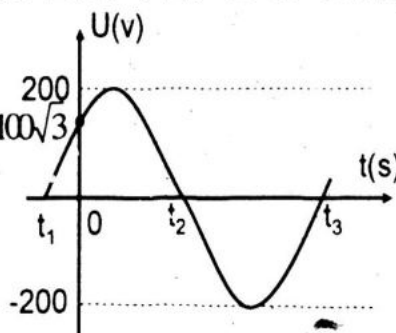
Mạch có tính dung kháng:  $\tan(-\frac{\pi}{4}) = -1 = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R} \Rightarrow 1 = \frac{2Z_{L1} - \frac{Z_{L1}}{2}}{100}$  (2)

Ta có:  $Z_{L1} = \frac{200}{3} \Omega$ ;  $L = \frac{Z_{L1}}{100\pi} = \frac{2}{3\pi} (\text{H})$ ;  $C = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{200}{3}} = \frac{3}{2\pi} \cdot 10^{-4} (\text{F})$

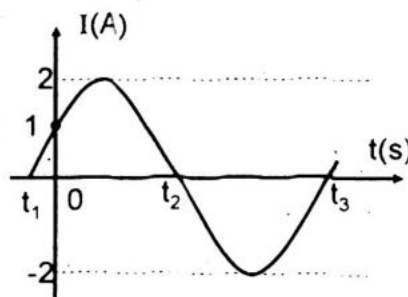
## CHỦ ĐỀ VI: ĐỒ THỊ

### Bài số 20:

Mạch điện xoay chiều có tần số 50Hz, có điện trở thuần R, thuần cảm L và điện dung C nối tiếp.



Hình a



Hình b

Đồ thị của u và i cho như hình vẽ.

- a. Viết biểu thức của u và i.                      b. Tính giá trị  $t_1, t_2, t_3$  trên đồ thị.  
c. Tính điện trở R.

Giải

a)  $U_0 = 200, \omega = 100\pi$

Lúc  $t = 0$ ,  $\sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và sin đang tăng nên  $\varphi = \frac{\pi}{3}$

Vậy:  $u = 200\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})$  (V)

$\beta/ I_0 = 2, \omega = 100$

Lúc  $t = 0$ ,  $\sin \varphi' = \frac{1}{2}$  và sin cũng đang tăng nên  $\varphi' = \frac{\pi}{6}$

$i = 2\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$  (A)

- b)  $\alpha/$  Đồ thị cường độ dòng điện i:

Khi  $t = 0$  pha là  $\frac{\pi}{6}$

Khi  $t = t_1$  pha là 0:  $(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{600}$  (s)

$t_2 = t_1 + \frac{T}{2} = -\frac{1}{600} + \frac{1}{100} = \frac{5}{600} = \frac{1}{120}$  (s)

$t_3 = t_2 + \frac{T}{2} = \frac{5}{600} + \frac{1}{100} = \frac{11}{600}$  (s)

- $\beta/$  Đồ thị hiệu điện thế u:

$100\pi t_1 + \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{300}$  (s)                       $t_2 = \frac{1}{150}$  (s)                       $t_3 = \frac{1}{60}$  (s)

- c) Hiệu số pha giữa u và i là:  $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

Điện trở của mạch là:  $R = Z \cos \varphi = \frac{U_0}{I_0} \cos \varphi = \frac{200}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \Omega$

### Bài số 21:

Cho 1 mạch R, L, C nối tiếp trong đó L là thuần cảm. Đặt vào mạch 1 hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng U, tần số  $\omega$ .

- Vẽ đồ thị các hàm sau đây theo biến số R:                      a/ P                      b/  $U_R$
- Vẽ đồ thị theo biến số  $Z_C$  và biến số C của:                      a/ P                      b/  $U_C$
- Vẽ đồ thị theo biến số  $Z_L$  của:                      a/ P                      b/  $U_L$
- Vẽ đồ thị theo biến số  $\omega$  của:                      a/ P                      b/  $U_L$                       c/  $U_C$                       (khi  $R^2 < \frac{2L}{C}$ )

Hướng dẫn giải:

Yêu cầu của 1 bài toán khảo sát bằng đồ thị bao gồm 4 đơn vị kiến thức.

a/ Biểu thức của đại lượng khảo sát

b/ Tìm cực trị địa phương (dùng đạo hàm, tam thức bậc 2 hay bất đẳng thức)

c/ Tìm 2 giá trị đặc biệt: tiệm cận ngang và giao của đồ thị với trục tung.

d/ Đồ thị có ghi các giá trị đặc biệt.

Thí dụ: Câu 4b

\* Dẫn ra biểu thức của  $U_L = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$

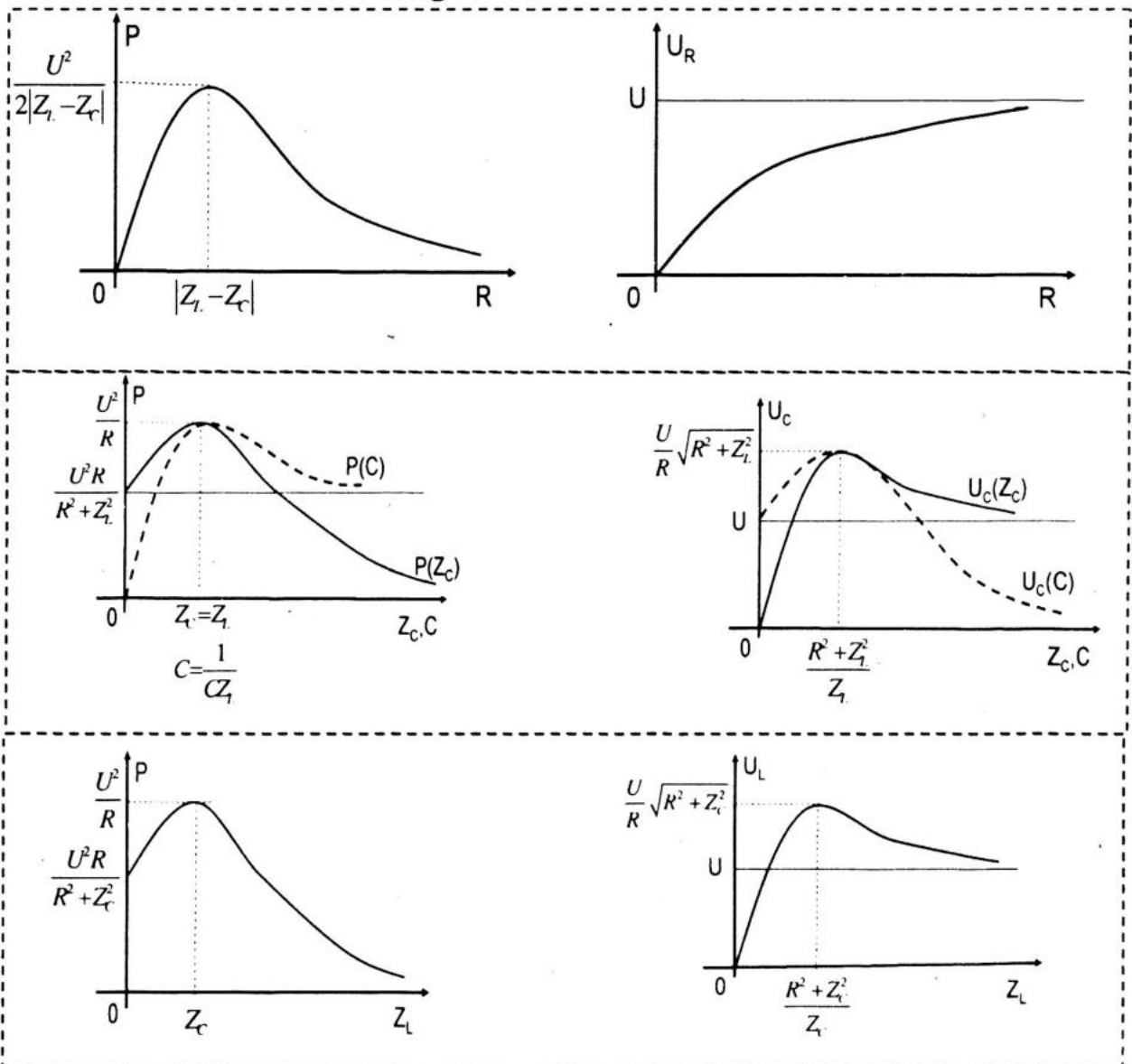
\* Biến đổi tương đương để tìm ra khi  $\omega = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2 C^2}}$  thì  $U_L = U_{L \text{ Max}}$

\* Khi  $\omega = 0$  thì  $U_L = 0$

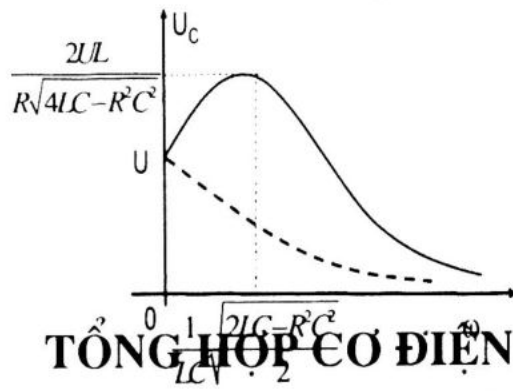
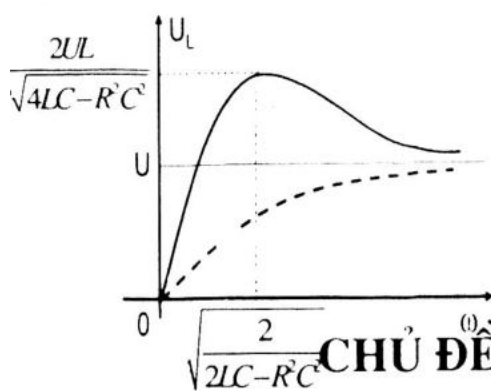
$\omega \rightarrow \infty$  thì  $U_L = U$

\* Đồ thị có giá trị bằng số trên hai trục.

**Ghi chú:** trong hình 4b, 4c đường nét đứt ứng với  $R > \frac{2L}{C}$  còn đường liền nét ứng với  $R < \frac{2L}{C}$ . Đồ thị 4a có dạng như đồ thị 1a.



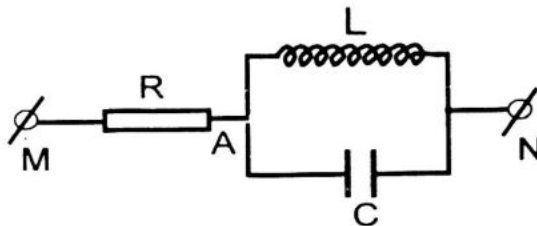




## CHỦ ĐỀ VII: TỔNG HỢP CƠ ĐIỆN

### Bài số 22:

Mạch xoay chiều gồm điện trở thuần  $R$ , thuần cảm  $L$  và có tụ điện dung  $C$ . Cho biết  $Z_C = 2Z_L$  và  $i_C = \sqrt{2} \sin 100\pi t$  (A). Viết biểu thức của  $i_L$ ,  $i_R$



**Giải**

Do  $i_C = \sqrt{2} \sin 100\pi t$  (A) nên  $u_{AN} = u_C = \sqrt{2} Z_C \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  (V)

$$U_{0AN} = I_{0L} \cdot Z_L = I_{0C} \cdot Z_C \Rightarrow I_{0L} = 2I_{0C} = 2\sqrt{2}$$

$$i_L = 2\sqrt{2} \sin[(100\pi t - \frac{\pi}{2}) - \frac{\pi}{2}] = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - \pi)$$

$$i_L = -2\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (A)}$$

$$i_R = i_L + i_C = +\sqrt{2} \sin 100\pi t - 2\sqrt{2} \sin 100\pi t$$

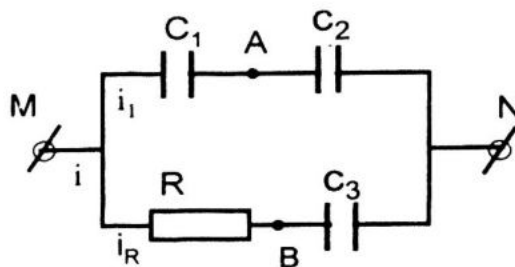
$$i_R = -\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (A)}$$

### Bài số 23:

Cho mạch điện như hình vẽ.

Cho biết  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V);

$C_1 = C_2 = C_3$ ;  $R = \sqrt{3} Z_{C3}$ . Viết biểu thức của  $u_{AB}$ .



**Giải**

Cách thứ 1:

Kí hiệu các cường độ dòng điện là  $i$ ,  $i_1$ ,  $i_R$  và  $Z_{C1} = Z_{C2} = Z_{C3} = Z_C$  thì  $R = \sqrt{3} Z_C$

Biểu thức của  $i_1 = \frac{100\sqrt{2}}{2Z_C} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  (A)

Biểu thức của  $u_{C1} = u_{MA}$  là:  $U_{0MA} = \frac{100\sqrt{2}}{2Z_C} = 50\sqrt{2}$  và chậm pha hơn  $i_1$  là  $\frac{\pi}{2}$

$$u_{MA} = 50\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)} \quad (1)$$

Mạch thứ 2 có  $Z = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 2Z_C$

$$I_{OR} = \frac{U_0}{2Z_C} = \frac{100\sqrt{2}}{2Z_C} = \frac{50\sqrt{2}}{Z_C}$$

$$\tan \varphi_2 = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$$

$$U_{OMB} = I_0 R = 50\sqrt{6}$$

$$u_{MB} = u_R = 50\sqrt{6} \sin 100\pi t + 50\sqrt{6} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \quad (2)$$

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = -u_{MA} + u_{MB} = -50\sqrt{2} \sin 100\pi t + 50\sqrt{6} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \quad (3)$$

Dùng công thức SGK phân tổng hợp 2 dao động ta có kết quả:

$$u_{AB} = 50\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (V)}$$

Cách thứ 2:

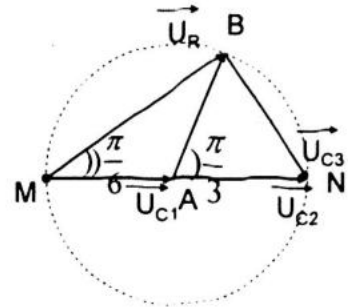
- Chú ý nhánh trên ta có:  $\overline{U_{MA}} = \overline{U_{AN}} = \frac{1}{2} \overline{U_{MN}}$

- Nhánh dưới có 2 Vector  $\overline{U_R}$ ,  $\overline{U_{C3}}$  vuông góc nhau 
$$\begin{cases} U_B = \sqrt{3}U_{C3} \\ \overline{U_R} + \overline{U_{C3}} = \overline{U_{MN}} \end{cases}$$

Vậy 2 Vector  $\overline{U_R}$  và  $\overline{U_{C3}}$  là 2 cạnh vuông của tam giác vuông có cạnh huyền là  $\overline{U_{MN}}$ . Đây là một nửa tam giác đều.

Từ hình vẽ ta có:  $|\overline{U_{0AB}}| = 50\sqrt{2}$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{3}$

Vậy  $u_{AB} = 50\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (V)}$



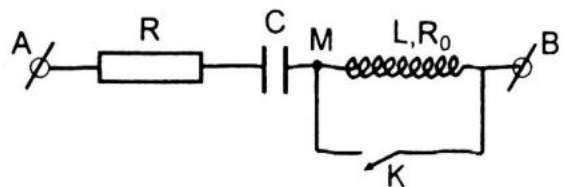
### C) CÁC BÀI TẬP TỰ GIẢI

#### **Bài số 1:**

Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ:  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ . Bỏ qua điện trở dây nối, điện trở khoá K và các điện trở tiếp xúc. Khi K đóng dòng điện qua R có giá trị hiệu

dụng là  $\sqrt{3} \text{ (A)}$  và lệch pha là  $\frac{\pi}{3}$  so với

$u_{AB}$ . Khi K mở dòng điện qua R có giá trị hiệu dụng là 1,5 A và nhanh pha  $\frac{\pi}{6}$



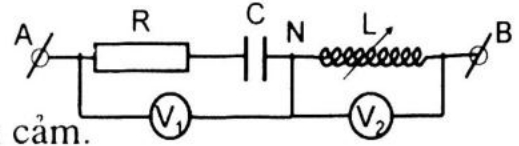
so với  $u_{AB}$ . Tính  $R, L, C$

(Đề thi vào ĐHQG TP.Hồ Chí Minh 1997-1998)

Đáp số:  $R = R_0 = \frac{50\sqrt{3}}{3} \Omega$ ;  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F)$ ;  $L = \frac{1}{6\pi} (H)$ .

**Bài số 2:**

Cho  $u_{AB} = 100\sqrt{3} \sin 100\pi t (V)$  vôn kế nhiệt  $V_1, V_2$  có điện trở lớn vô cùng.  $L$  là thuần cảm.



1. Với giá trị ban đầu xác định của  $R, L, C, V_1$  và  $V_2$  lần lượt chỉ  $U_1 = 100\sqrt{3} (V)$ ,  $U_2 = 50\sqrt{2} (V)$ , công suất tiêu thụ trên mạch là  $100\sqrt{2} (W)$ . Tính  $R, L, C$

2. Giữ nguyên  $R, C$  và thay đổi  $L$ .

a/ Khi  $L = L_1$ . Số chỉ  $V_1$  cực đại. Tính  $L_1$  và công suất  $P_1$ .

b/ Khi  $L = L_2$ . Số chỉ  $V_2$  cực đại. Tính  $L_2$  và số chỉ  $V_2$  khi đó.

(Đề thi vào Học viện Quân sự 1997-1998)

Hướng dẫn giải

1) Hãy đặt 3 phương trình 3 ẩn  $U_R, U_L, U_C$  theo 3 hiệu điện thế  $U_{AB}, U_{AN}, U_{NB}$ . Sau đó biết  $P = I \cdot U_R$  rút ra được  $I$ .

2) a/ Mạch có cộng hưởng.

b/ Tìm  $L$  để có  $U_{L \max}$  (theo bài mẫu).

Đáp số: 1)  $R = 50\sqrt{2} \Omega$ ;  $L = \frac{1}{2\pi} (H)$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F)$ .

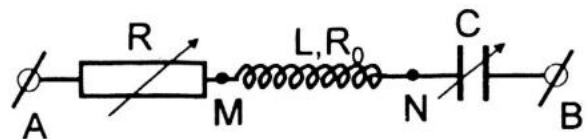
2a)  $L_1 = \frac{1}{\pi} (H)$ ;  $P_1 = 150\sqrt{2} (W)$ .

2b)  $Z_L = 150 (\Omega)$ ;  $U_{L \max} = 150\sqrt{2} (V)$ .

**Bài số 3:** Cho  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t (V)$ ;  $L = \frac{1,4}{\pi} (H)$ ;  $R_0 = 30 \Omega$

1. Cho  $C_1 = 31,8 \mu F$

a/ Tính  $R$  để  $P_{AB}$  cực đại. Tìm giá trị cực đại đó. Viết biểu thức của cường độ dòng điện khi đó.



b/ Tính  $R$  để công suất tiêu thụ của  $R$  cực đại. Tính công suất cực đại đó.

2. Cho  $R = 20\Omega$ , thay đổi  $C$ . Xác định giá trị của  $C$  để giá trị hiệu dụng  $U_C$  đạt cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

(Đề thi vào ĐH Ngoại thương Hà Nội 1997-1998)

Hướng dẫn giải

1) a/ Đặt  $x = R + R_0 = (R + 30)$ ;  $P_{AB}$  cực đại khi  $x = |Z_L - Z_C|$

b/  $P_R = R I^2 = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + 60R + 2500} = \frac{U^2}{R + \frac{2500}{R} + 60}$

$$R + \frac{2500}{R} \text{ có cực tiểu khi } R = \frac{2500}{R}$$

2) Xem bài tập đã giải

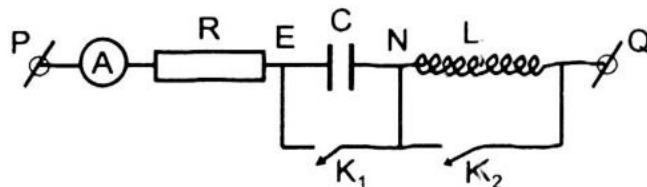
$$\text{ĐS: 1) a/ } R=10 \Omega; P_{\text{Max}} = 125(\text{W}); i = 2,5 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{A})$$

$$\text{b/ } R = 50 \Omega; P_{R\text{Max}} = 62,5 (\text{W})$$

$$2) C = 20 \mu\text{F}; U_{C\text{Max}} = 297,3 (\text{V})$$

#### Bài số 4:

a) Tìm độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế  $u_{PQ}$  khi  $K_1$  đóng,  $K_2$  mở. Biết rằng lúc đó Ampe kế chỉ 0,6 A và khi cả hai đều đóng thì Ampe kế chỉ 3A.



b) Khi  $K_1, K_2$  đều mở thì Ampe kế chỉ bao nhiêu cho biết lúc  $K_1$  mở hay  $K_2$  đóng thì Ampe kế chỉ 1A.

(Đề thi vào ĐH Hàng hải 1997-1998)

#### Hướng dẫn giải

$$\text{- Dùng công thức } \cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad (1)$$

- Và khi  $U_{PQ}$  cho trước thì

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1), (2) } \Rightarrow \text{ Trong bài này R không đổi nên } \frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}$$

$$\text{ĐS: a/ } \cos\varphi = \frac{1}{5} \text{ lấy } \varphi > 0 \text{ vì mạch có R, L}$$

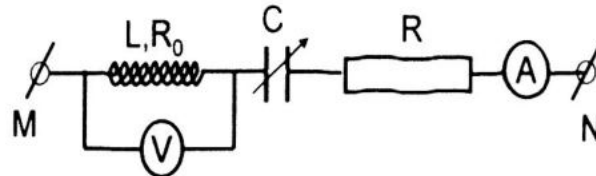
$$\text{b/ } I = 1,3 \text{ A}$$

#### Bài số 5:

Vôn kế nhiệt có  $R_v \rightarrow \infty$ , Ampe kế nhiệt  $R_A \approx 0$ ,  $u_{MN} = U_0 \sin 2\pi ft$  (V)

1. Thiết lập công thức tính tổng trở.

2. Cho  $U_0 = 50\sqrt{2}$  (V),  $f = 50\text{Hz}$ ,  $R = 15 \Omega$ , khi  $C = C_1$  ampe kế chỉ dòng cực đại  $I_{\text{Max}} = 2$  (A), vôn kế chỉ



$20\sqrt{2}$  (V). Khi  $C = C_2$  ampe kế chỉ  $\sqrt{2}$  (A). Viết biểu thức của  $i$  khi  $C = C_1$  và tính  $R_0, L, C_1, C_2$ .

(Đề thi vào ĐH Giao thông Hà Nội 1997-1998)

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Khi } C = C_1 \text{ có cộng hưởng thì } I_{\text{Max}} = \frac{U}{R + R_0}; Z_{C_1} = Z_L$$

ĐS:  $R_0 = 10 \, \Omega$ ;  $L = \frac{1}{10\pi} \text{ (H)}$ ;  $C_1 = \frac{10^{-3}}{\pi} \text{ (F)}$ ;  $C_2 = \frac{10^{-2}}{35\pi} \text{ (F)}$ ;

$i = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (A)}$

### Bài số 6:

Cho  $u_{MF} = 80\sqrt{2} \sin 100\pi t$ ,  $R = 100 \, \Omega$ .  $V_2$  chỉ  $30\sqrt{2} \text{ (V)}$ ,  $V_3$  chỉ  $50 \text{ (V)}$ , các vôn kế lí tưởng.  $u_{NE}$  khác pha với  $i$  là  $\frac{\pi}{4}$ .

1. Tìm số chỉ ampe kế và vôn kế  $V_1$ .
  2. Tính  $r$ ,  $L$ ,  $C$  và công suất toàn mạch.
  3. Thay tụ  $C$  bởi 1 cuộn dây có điện trở thuần  $R_0$  và tự cảm  $L_0$ . Khi đó các giá trị hiệu dụng  $U_{MF} = U_{MN} + U_{NF}$  và vôn kế  $V_1$  chỉ  $20 \text{ (V)}$ . Tính  $R_0$ ,  $L_0$ .
- (Đề thi vào ĐH Thủy lợi 1997-1998)

#### Hướng dẫn giải

1) Với  $\varphi_{NE} = \frac{\pi}{4}$

thì  $U_L = U_r = 30 \text{ (V)}$ .

Ta đặt 1 phương trình 1 ẩn là  $U_C$

Từ giá trị hiệu dụng  $U_{MF} = 80 = \sqrt{(U_R + U_r)^2 + (U_L - U_C)^2}$

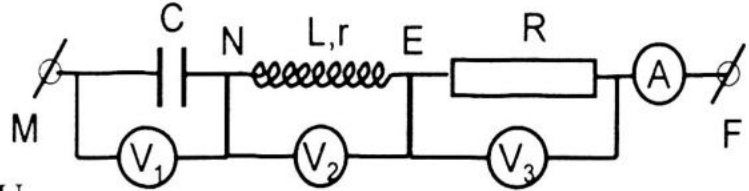
3) Ta có  $\vec{U}_{MF} = \vec{U}_{MN} + \vec{U}_{NF}$

Trong bài này  $U_{MF} = U_{MN} + U_{NF}$ . Vậy  $\varphi_{MF} = \varphi_{MN} = \varphi_{NF}$

ĐS: 1)  $0,5 \text{ (A)}$ ;  $30 \text{ (V)}$ .

2)  $r = 60 \, \Omega$ ;  $L = \frac{0,6}{\pi} \text{ (H)}$ ;  $C = \frac{10^{-3}}{6\pi} \text{ (F)}$ ;  $P = 40 \text{ (W)}$

3)  $R_0 = \frac{160}{3} \text{ (}\Omega\text{)}$ ;  $L_0 = \frac{1}{5\pi} \text{ (H)}$ .



### Bài số 7:

Cho đoạn mạch AC có các linh kiện: điện trở thuần, thuần cảm và tụ điện ghép nối tiếp. B là 1 điểm trên AC. Trong mỗi đoạn có nhiều nhất là 3 linh kiện khác loại.

a) Cho  $u_{AB} = 1 \sin 1000t \text{ (V)}$ ;  $u_{BC} = \sqrt{3} \sin (1000t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$ . Tìm  $u_{AC}$  ở thời điểm bất kì.

b) Nếu cường độ dòng điện qua AC là  $i = 10^{-3} \sin 1000t \text{ (A)}$  ta có thể viết các giá trị tức thời  $i = \frac{u_{AB}}{Z_{AB}}$ ;  $i = \frac{u_{BC}}{Z_{BC}}$  được hay không? Giải thích?

c) Giữ nguyên các linh kiện trên AC, thay đổi  $\omega$ , khi  $\omega = 2000 \text{ s}^{-1}$  thì biểu thức của  $i$ ,  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$  như sau:

$i = 10^{-3} \sin 2000t \text{ (A)}$

$$u_{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(2000t + \frac{\pi}{6}) \text{ (V)} \quad u_{BC} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin(2000t + \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$$

Tìm  $u_{AC}$  tại thời điểm bất kì.

d) Trên AB, BC có những linh kiện gì. Xác định độ lớn của chúng và vẽ sơ đồ đoạn mạch AC.

(Đề thi vào ĐH Mỏ - Địa chất 1997-1998)

### Hướng dẫn giải

\* Câu a và c được giải theo cách tổng hợp 2 dao động (Xem phần cơ học).

\* - Viết được cho mạch AB vì  $u_{AB}$  và  $i$  cùng pha.

- Không được cho mạch BC.

\* Câu d:

- Mạch AB: Lúc  $\omega = 1000$  có đủ  $R_1, L_1, C_1$  nhưng ở chế độ cộng hưởng.

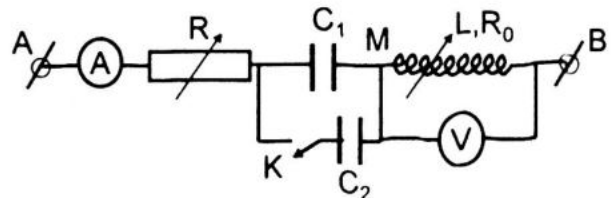
Lúc  $\omega = 2000$ ,  $Z_L$  tăng 2 lần,  $Z_C$  giảm 2 lần nên  $u_{AB}$  sớm pha hơn  $i$  là  $\frac{\pi}{6}$ .

- Mạch BC: Không có điện trở thuần vì pha là  $\pm \frac{\pi}{2}$

$$\text{ĐS: Mạch AB} \begin{cases} R_1 = 1000\Omega \\ L_1 = \frac{2}{3\sqrt{3}} \text{ (H)} \\ C_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 10^{-6} \text{ (F)} \end{cases} \quad \text{Mạch BC} \begin{cases} R_2 = 0 \\ L_2 = \frac{7}{3\sqrt{3}} \text{ (H)} \\ C_2 = \frac{3\sqrt{3}}{16} \cdot 10^{-6} \text{ (F)} \end{cases}$$

### Bài số 8:

Cho  $u_{AB} = 160\sqrt{2} \sin 100\pi t$ . Ampe kế nhiệt và vôn kế nhiệt là lí tưởng. Cuộn dây có  $R_0$  không đổi, thay đổi được  $L$ .



1. Để  $R = R_1$ ;  $L = L_1$ ; Khi K mở Ampe kế chỉ 1 A và dòng điện nhanh pha hơn  $\frac{\pi}{6}$  so với  $u_{AB}$ . Vôn kế chỉ 120(V) và hiệu điện thế 2 đầu vôn kế khác

pha nhau  $\frac{\pi}{3}$  so với dòng điện  $i$ . Tính  $R_1, L_1, C_1, R_0$

2. Thay đổi  $R$  đến  $R_2$ ,  $L$  đến  $L_2$  khi K đóng dòng điện lớn gấp 3 lần khi K mở và hai dòng này vuông pha với nhau. Tìm hệ số công suất của mạch khi K mở.

(Đề thi vào ĐH Kiến trúc Hà Nội 1997-1998)

### Hướng dẫn giải

1) Chú ý: Do  $\varphi_{MB} = \frac{\pi}{3}$  nên  $U_L = \sqrt{3} U_{R_0}$  có ngay  $U_{R_0} = 60$



$$U_L = 60\sqrt{3}$$

Còn 2 ẩn  $U_C$  và  $U_R$  ta dùng 2 giả thiết

$$\varphi_{AB} = -\frac{\pi}{6} \text{ và } U_{AB} = 160 \text{ để đặt 2 phương trình}$$

$$2) \text{ Chú ý: Khi } R + R_0 \text{ không đổi thì } \frac{I_m}{I_d} = \frac{Z_d}{Z_m} = \frac{\cos \varphi_M}{\cos \varphi_D} \quad (1)$$

Đồng thời khi 2 góc khác pha nhau  $\frac{\pi}{2}$  thì:

$$\cos \varphi_d = -\sin \varphi_m \quad (2)$$

$$\cos^2 \varphi_M + \sin^2 \varphi_M = 1 \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có đáp số:

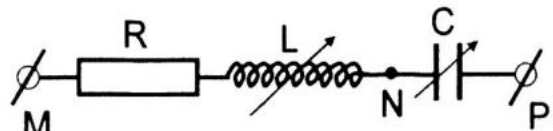
$$\text{ĐS: 1) } R_1 = 78,56 \, \Omega ; C_1 = 17,3 \, \mu\text{F} ; L_1 = \frac{3\sqrt{3}}{5\pi} \text{ (H)} ; R_0 = 60 \, \Omega$$

$$2) \cos \varphi_M = \frac{1}{\sqrt{10}} \approx 0,32.$$

### Bài số 9:

Cho mạch điện như hình vẽ. Biên độ của hiệu điện thế giữa M và P là  $U_0 = 200\sqrt{2}$  (V). Cuộn dây là thuần cảm.

1. Với  $f = 50\text{Hz}$ ,  $L$  có giá trị  $L_1$ ,  $C$  có giá trị  $C_1$ , mắc vôn kế nhiệt lần lượt vào MN và NP. Vôn kế chỉ  $U_1 = 340\text{(V)}$  và  $U_2 = 180\text{(V)}$ . Lúc này công suất tiêu thụ của mạch là  $80\text{W}$



a. Chứng tỏ  $R \neq 0$ , tính  $R$ .

b. Tính  $L_1$ ,  $C_1$ .

2. Để  $R_1$ ,  $L_1$ ,  $C_1$  như câu 1. Thay đổi  $f$  sao cho hiệu điện thế hiệu dụng 2 đầu  $R$  có cực đại. Tính  $f$  lúc đó.

3. Để  $f = 50\text{Hz}$ . Thay đổi  $C$  đến  $C_2$ . Biến đổi  $L$  đến khi  $L = L_2 = \frac{6,4}{\pi} \text{ (H)}$ .

Hiệu điện thế 2 đầu cuộn dây đạt cực đại. Tính  $C_2$  và  $U_{L \text{ Max}}$ .

(Đề thi vào ĐH Sư Phạm Hà Nội 1997-1998)

### Hướng dẫn giải

1). Chọn 2 ẩn  $U_R$ ,  $U_L$  đặt 2 phương trình

$$U_{MP} = 200 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - 180)^2} \quad U_{MN} = 340 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

Và tính  $I$  theo  $P = IU_R$ , có  $I$  ta suy ra  $R$ ,  $L_1$ ,  $C_1$ .

2) Mạch có cộng hưởng.

3) Chứng minh được: Khi  $Z_L = Z_{L_2} = \frac{Z_{C_2}^2 + R^2}{Z_C}$  thì  $U_{L_2} = U_{L_2 \text{ Max}}$

$$= \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_{C_2}^2}$$

Có  $Z_{L_2} = 640$  suy ra  $Z_{C_2}$  suy ra  $U_{L \text{ Max}}$

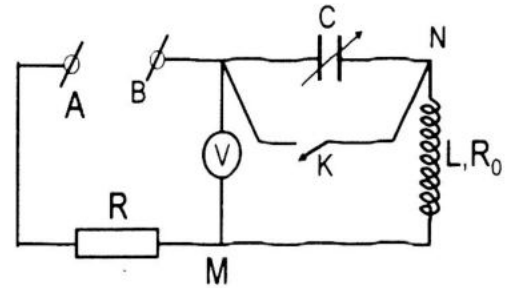
ĐS:

- 1) Nếu  $R = 0$  thì  $U_{MP} = |U_{MN} - U_{NP}|$ . Ở đây  $U_{MP} = 200$ ;  $U_{MN} = 340$ ;  
 $U_{NP} = 180$  nên  $R \neq 0$ . Ta có  $R = 320 \Omega$ ;  $L_1 = \frac{6}{\pi}$  (H);  $C_1 = \frac{10^{-3}}{36\pi}$  (F)
- 2)  $f = 10\sqrt{15}$  Hz.
- 3)  $U_{L \text{ Max}} = 200\sqrt{2}$  (V);  $C_2 = \frac{10^{-3}}{32\pi}$  (F).

### Bài số 10:

Cho  $u_{AB} = 150 \sin 100\pi t$  (V).

1. Khi K đóng:  $U_{AM} = 35$  (V);  $U_{MN} = 85$  (V);  
 $P_{MN} = 40$  (W). Tính  $R_0$ ,  $R$ ,  $L$
2. Khi K mở, điều chỉnh C để  $U_C$  cực đại.  
 Tính  $U_{C \text{ Max}}$ ,  $U_{AM}$ ,  $U_{MN}$  khi đó.
3. Khi K mở, điều chỉnh C để số chỉ vôn kế  
 là nhỏ nhất. Tìm C và số chỉ vôn kế khi đó



(Đề thi vào ĐH Ngoại thương Hà Nội 1999-2000)

### Hướng dẫn giải

- 1) Có  $U_R = 35$  (V),  $U_{MN} = 85$  (V),  $U_{AN} = U_{AB} = 75\sqrt{2}$  (V)  
 Đặt 2 phương trình 2 ẩn là  $U_L$ ,  $U_{R_0}$ . Có  $U_{R_0}$  và  $P_{MN} = U_{R_0} \cdot I$  ta có I
- 2) Hãy chứng minh: Khi  $Z_C = \frac{(R + R_0)^2 + Z_L^2}{Z_L}$  thì:

$$U_C = U_{C \text{ Max}} = \frac{U}{R + R_0} \sqrt{Z_L^2 + (R + R_0)^2}$$

- 3) Nên đặt ẩn phụ  $x = (Z_L - Z_C)^2 > 0$

$$\text{Ta có: } U_V = U \sqrt{\frac{R_0^2 + x}{(R + R_0)^2 + x}} = U \sqrt{1 - \frac{(R + R_0)^2 - R_0^2}{(R + R_0)^2 + x}}$$

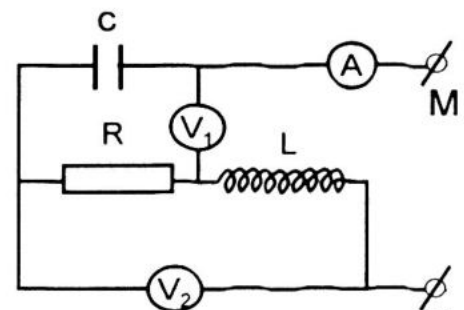
Biện luận suy ra kết quả

- ĐS: 1)  $R_0 = 40$  ( $\Omega$ );  $R = 35$  ( $\Omega$ );  $L = \frac{0,75}{\pi}$  (H)  
 2) 150 (V); 35 (V); 85 (V)  
 3)  $C = \frac{10^{-3}}{7,5\pi}$  (F);  $U = 40\sqrt{2}$  (V)

### Bài số 11:

1. Cho mạch điện như hình vẽ:

$u_{MN} = U_0 \sin 100\pi t$  (V),  $U_0$  không đổi. Ampe kế chỉ  $\sqrt{3}$  (A), Vôn kế  $V_1$  chỉ  $200\sqrt{3}$  (V), Vôn kế



$V_2$  chỉ 200 (V),  $L$  là thuần cảm. Hãy xác định  $C$  và viết biểu thức  $u_C$  (cho biết hiệu điện thế 2

đầu các vôn kế  $u_1, u_2$  lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ ).

2. Giữ nguyên các giá trị  $R, L, C$ , thay đổi  $f$  sao cho hiệu điện thế 2 đầu vôn kế  $V_1$  lệch pha  $\frac{\pi}{4}$  so với  $u_C$ . Viết biểu thức  $u_L$  giữa 2 đầu cuộn dây. Hãy cho biết hiệu điện thế hiệu dụng  $U_L$  lúc này có phải là giá trị cực đại hay không? Giải thích?

(Đề thi vào ĐH An ninh 1999-2000)

Hướng dẫn giải:

1) \* Cách 1: Đặt 3 phương trình 3 ẩn: 
$$\begin{cases} 200\sqrt{3} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \\ 200 = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \\ \frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{(-U_C)}{U_R} = -1 \end{cases}$$

\* Cách 2: - Vẽ giản đồ Vector

- Dùng hệ thức trong tam giác vuông tìm ra  $U_L, U_R, U_C$

2) - Quy độ lệch pha so với  $u_C$  về độ lệch pha của  $u_1$  so với  $i$ . Từ đó tìm được  $Z_C$  suy ra  $f$ .

- Đây là trường hợp có  $I = I_{\text{Max}}$  không phải là trường hợp có  $U_L = U_{L\text{Max}}$  khi thay đổi  $f$ .

ĐS:

1)  $C = \frac{\sqrt{3}}{3\pi} \cdot 10^{-4} (\text{F}) \quad u_C = 300\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,227\pi) (\text{V})$

2)  $u_L = 374 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) (\text{V})$

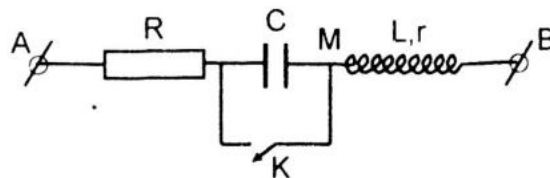
Không phải:

Vì khi  $\omega = 100\sqrt{6}\pi$  thì  $U_L = U_{L\text{Max}}$  ở đây có  $\omega = 100\sqrt{3}\pi (\text{rad/s})$

**Bài số 12:**

Cho  $u_{AB} = 120\sqrt{2} \sin 100\pi t (\text{V})$ ,

$C = \frac{10^{-3}}{2\pi} (\text{F})$ .



1. Khi K đóng  $U_{AM} = 40\sqrt{2} (\text{V})$ ,

$U_{MB} = 40\sqrt{5} (\text{V})$ , viết biểu thức  $u_{MB}$ .

2. Khi K mở, hiệu điện thế hiệu dụng  $U_{AM} = 48\sqrt{5} (\text{V})$ .

a/ Tính  $R, r, L$ .

b/ Biểu thức của  $i$ .

Hướng dẫn giải

1) \* Cách 1: - Vẽ giản đồ Vector.

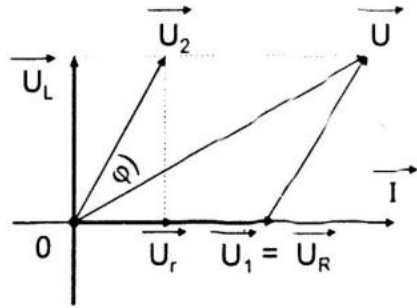
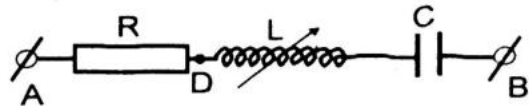
- Giải tam giác thường biết 3 cạnh  $OU = U$ ,  $U_2U = U_1$ ,  $OU_2 = U_2$ Tính ra góc  $\varphi$ .\* Cách 2: - Đặt 2 phương trình 2 ẩn  $U_L, U_r$ 

$$U = 120 = \sqrt{(U_r + 40\sqrt{2})^2 + U_L^2}$$

$$40\sqrt{5} = \sqrt{U_r^2 + U_L^2}$$

Tính được  $U_L, U_r$ 2) Phải rút ra từ câu 1:  $R = 2r$ ,  $Z_L = 3r$ Từ giả thiết  $Z_C = 20\Omega$ ;  $U_1 = 48\sqrt{5}$ ;  $U = 120$  tính ra được  $R, r, L$ ĐS: 1)  $u_{MB} = 40\sqrt{10} \sin(100\pi t + 0,46)$  (V).

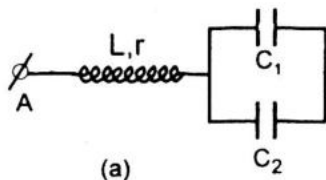
$$2) r = 10\Omega; R = 20\Omega; L = \frac{0,3}{\pi} \text{ (H)}; i = 2,4\sqrt{5} \sin(100\pi t - 0,322) \text{ (A)}$$

**Bài số 13:**Cho  $R = 40\Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F).  $L$  là thuần cảm có thể thay đổi được.1. Khi  $L = \frac{3}{5\pi}$  (H),  $u_{DB} = 80 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$  (V). Viết biểu thức  $i$  và biểu thức $u_{AB}$ .2. Cho  $L$  biến đổi.a/ Tính  $L$  để  $U_L$  có cực đại. Tính  $U_{L\text{Max}}$ b/ Vẽ đồ thị  $U_L$  theo biến số  $L$ .

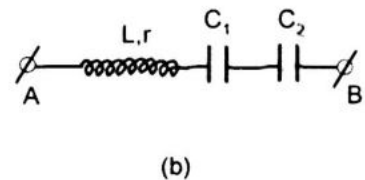
(Đề thi vào ĐH Xây dựng 1999 - 2000)

ĐS: 1)  $i = 2 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$  (A);  $u_{AB} = 80\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{12})$  (V).2)  $L = 0,37$  (H);  $U_{L\text{Max}} = 215,4$  (V).**Bài số 14:**

Khi dòng xoay chiều có tần số  $\omega_1 = 48\pi$  (rad/s) đặt vào hình a thì  $u_{AB}$  cùng pha với  $i$ . Trong hình b nếu  $\omega = \omega_2 = 100\pi$  (rad/s) thì  $u_{AB}$  và  $i$  cùng pha.

1. Khi chỉ có cuộn dây trên và tụ  $C_1$  thì tần số cộng hưởng của mạch điện là bao nhiêu?

(a)



(b)

2. Cho  $L = \frac{1}{\pi}$  (H). Tính  $C_1, C_2$ .

(Đề thi vào Học viện Khoa học Quân sự 1999-2000)

Hướng dẫn giải

Khi có cộng hưởng thì  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ ;  $C = \frac{1}{L\omega^2}$ ;  $C_1 + C_2 = \frac{1}{\omega_1^2 L}$ ;  $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{\omega_2^2 L}$ .

Dùng định lý Viet, đặt phương trình bậc 2, các ẩn là  $C_1, C_2$

ĐS: 1)  $\omega_1 = 60\pi$  (rad/s) hay  $\omega_1 = 80\pi$  (rad/s).

2)  $C_1 = 88,42 \mu\text{F}$ ;  $C_2 = 49,73 \mu\text{F}$ .

**Bài số 15:**

Cuộn dây là thuần cảm, vôn kế nhiệt lý tưởng.

$$u_{AB} = 120\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}.$$

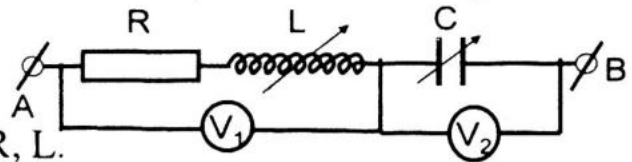
1)  $R, L$  xác định; thay đổi  $C$ , số chỉ vôn kế  $V_1$  cực đại (khi thay đổi  $C$ ) là 200(V)

a/ Tìm số chỉ vôn kế  $V_2$  khi đó.

b/ Lúc đó  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{4\pi}$  (F). Tìm  $R, L$ .

c/ Cho  $C = C_2 = \frac{10^{-4}}{8\pi}$  (F). Viết biểu thức của  $i$ .

2) Cho  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi}$  (F). Thay đổi  $L$  để có số chỉ  $V_1$  cực đại. Tìm  $L$  và số chỉ cực đại đó.



(Đề thi vào Học viện Kỹ thuật Mật mã 1999-2000)

ĐS: 1) a/ 160(V); b/  $R=30 (\Omega)$ ;  $L = \frac{2}{5\pi}$  (H);

c/  $i = 2,4\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,93)$  (A).

2)  $L_0 = 0,18(\text{H})$ ;  $U_{1\text{Max}} = 224$  (V)

**Bài số 16:**

Cho  $u_{AB} = 80\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V). Ampe kế chỉ 1(A), Vôn kế chỉ 80(V), cường độ dòng điện  $i$  trễ pha

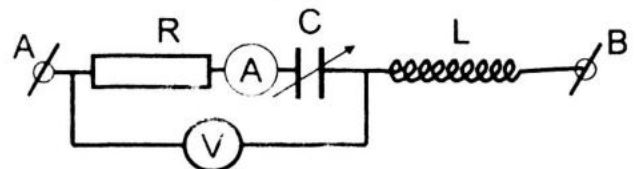
$\frac{\pi}{3}$  so với  $U_{AB}$ .

1) Tính  $R, L, C$ .

2) Cho  $C$  thay đổi

a/ Tìm  $C$  để số chỉ Ampe kế là cực đại.

b/ Tìm  $C$  để số chỉ Vôn kế cực đại.



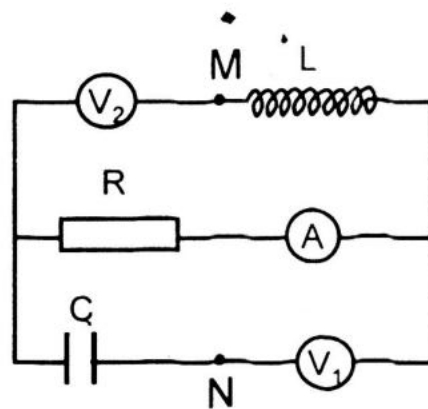
(Đề thi vào ĐH Ngoại thương Hà Nội 2000-2001)

- ĐS: 1)  $40 \Omega$  ;  $0,44 \text{ H}$  ;  $46 \mu\text{F}$   
 2) a/  $23 \mu\text{F}$  ; b/  $21,32 \mu\text{F}$

### Bài số 17:

Các vôn kế và ampe kế nhiệt lí tưởng. Cho  $u_{MN} = U_0 \sin 100\pi t$  thì

1. Vôn kế  $V_1$  chỉ  $80\sqrt{3} \text{ (V)}$ , vôn kế  $V_2$  chỉ  $120 \text{ (V)}$ , hiệu điện thế 2 đầu  $V_1$  nhanh pha hơn hiệu điện thế  $u_C$  một góc  $\frac{\pi}{6}$ . Hiệu điện thế 2 đầu các vôn kế lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ , ampe kế chỉ  $\sqrt{3} \text{ (A)}$ .



Xác định  $R, L, C$

2. Giữ nguyên  $R, L, u_{MN}$ , thay tụ  $C$  bằng tụ  $C'$  thì công suất tiêu thụ toàn mạch là  $240 \text{ W}$ . Viết biểu thức của  $i$ .

(Đề thi vào ĐH Bách khoa 2000-2001)

- ĐS: 1)  $R = 40(\Omega)$  ;  $C = 45,9 (\mu\text{F})$ ;  $L = 0,11 \text{ (H)}$ .

2)  $i = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (A)}$

### Bài số 18:

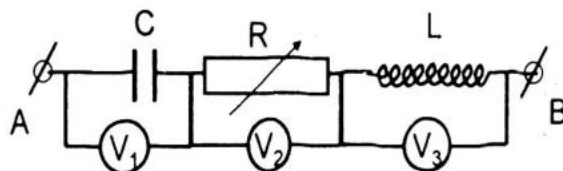
Các vôn kế lí tưởng. Cho  $u_{AB} = 170\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ ;  $V_1$  và  $V_2$  cùng chỉ  $70 \text{ (V)}$ ;  $V_3$  chỉ  $170 \text{ (V)}$

1. Chứng tỏ cuộn dây có điện trở thuần  $r \neq 0$   
 2. Cho cường độ hiệu dụng là  $1 \text{ (A)}$

a/ Tính  $r, L, C$

b/ Viết biểu thức của  $i$ .

3. Tìm  $R$  để công suất tiêu thụ toàn mạch cực đại. Tính công suất đó.



(Đề thi vào ĐH Bưu chính Viễn thông 2000-2001)

- ĐS: 1) Nếu  $L$  là thuần cảm thì

$$U_{AB} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 122 \text{ (V)} \text{ ở đây } U_{AB} = 170 \text{ (V)}$$

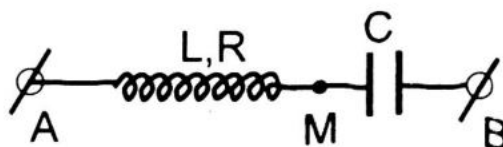
$$2) r = 80\Omega ; L = \frac{1,5}{\pi} \text{ (H)} ; C = \frac{10^{-3}}{7\pi} \text{ (F)} ; i = \sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,49) \text{ (A)}$$

$$3) R = 0 ; P_{\text{Max}} = 180,625 \text{ W}$$

### Bài số 19:

Đặt vào A và B một hiệu điện xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi

1. Khi tần số bằng  $f$ ,  $U_{AM} = 200 \text{ (V)}$ ,  $U_{MB} = 70 \text{ (V)}$ . Hiệu điện thế 2 đầu tụ lệch pha so với hiệu điện thế 2 đầu đoạn mạch





một góc  $\alpha$  có  $\cos\alpha = -0,6$  và cường độ dòng điện hiệu dụng là  $0,5(A)$ .  
 Tính  $U_{AB}$ ,  $R$ ,  $Z_L$ ,  $Z_C$ .

2. Khi  $f_0 = 40$  Hz thì công suất mạch đạt cực đại. Tính công suất đó. Xác định  $L$ ,  $C$ , tần số  $f$  ban đầu.

(Đề thi vào Học viện Quân sự 2000-2001)

### Hướng dẫn giải

1) Vẽ giản đồ Vectơ sẽ thấy trên giản đồ  $\tan\varphi_{AB} = \frac{3}{4}$

2) Đặt hệ phương trình, tìm  $L$ ,  $C$ . Chú ý rằng  $Z_L \cdot Z_C = \frac{L}{C}$

ĐS: 1)  $U_{AB} = 150$  V ;  $R = 240\Omega$  ;  $Z_L = 320\Omega$  ;  $Z_C = 140\Omega$

2)  $P_{\max} = 93,75$  W ;  $L = 0,842$  H ;  $C = 18,8\mu F$  ;  $f = 60,47$  Hz

### **Bài số 20:**

Cuộn thuần cảm có  $L = \frac{0,4}{\pi}$  (H),  $u_{AB} =$

$U_0 \sin\omega t$  (V).

Khi  $C = C_1 = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  (F) thì dòng điện trong

mạch trễ pha  $\frac{\pi}{4}$  so với hiệu điện thế  $u_{AB}$ .

Khi  $C = C_2 = \frac{10^{-3}}{5\pi}$  (F) thì hiệu điện thế hai đầu tụ đạt cực đại và bằng  $100\sqrt{5}$  (V).

1. Tính  $R$  và  $\omega$ .

2. Viết biểu thức dòng điện trong mạch khi có cực đại của  $U_C$ .

(Đề thi vào ĐH Kiến trúc Hà Nội 2000-2001)

### Hướng dẫn giải:

1) Từ điều kiện lệch pha  $\frac{\pi}{4}$  ta có:  $Z_L - Z_{C1} = R$  (1)

Từ điều kiện có  $U_{C\max}$  và  $Z_{C2} = 2,5 Z_{C1}$  ta có:  $2,5 Z_{C1} = \frac{Z_L^2 + R^2}{Z_L}$  (2)

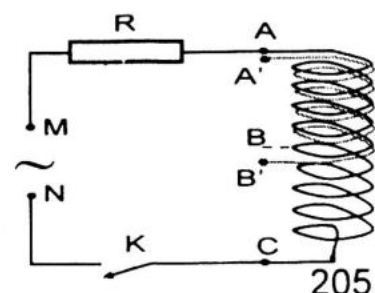
Giải (1) và (2) ta có  $Z_L = 2Z_{C1} = 2R$

Có  $L$ ,  $C_1$  và  $Z_L = 2Z_{C1}$  ta tính ra  $\omega = 100\pi$  (rad/s) ;  $R = Z_{C1} = 20\Omega$  ;  $Z_L = 40\Omega$

2) Có  $Z_L$ ,  $Z_{C2}$ ,  $R$  ta có  $\tan\varphi$  có  $U_{C2}$ ,  $Z_{C2}$  ta có  $I \Rightarrow i = 2\sqrt{10} \sin(100\pi t + 0,464)$  (A)

### **Bài số 21:**

Dòng xoay chiều có  $f = 50$  Hz. Biến thế có cuộn sơ cấp AC gồm 2000 vòng, trong đó B là trung điểm  $n_{AB} = n_{BC} = 1000$  (vòng). Cuộn



thứ cấp A'B' quấn cùng chiều với AB có 1000 vòng để hở.

Các giá trị hiệu dụng của sơ cấp:  $U_{MN} = 200 \text{ (V)}$ ;  $U_{AC} = 100 \text{ (V)}$  (không đóng). Cường độ hiệu dụng là  $0,1 \text{ (A)}$ . Bỏ qua điện trở thuần của các vòng dây biến thế.

1. Tính độ tự cảm của cuộn AC.
2. Tính điện trở R.
3. Tính giá trị hiệu dụng giữa 2 đầu để hở A'B'.
4. Nối B với B'. Mở khoá K nối N với A'. Hãy tính  $U_R$

(Đề thi vào ĐH Mở - Địa chất 2000-2001)

ĐS: 1)  $Z_L = 1000 \text{ (}\Omega\text{)} ; L = \frac{10}{\pi} \text{ (H)}$

2)  $R = 1000\sqrt{3} \text{ (}\Omega\text{)}$

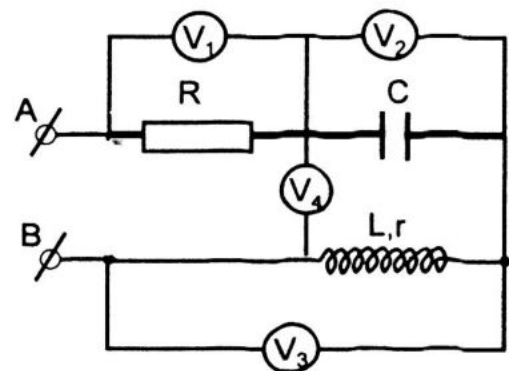
3)  $U_2 = 50 \text{ (V)}$

4)  $U_R = U_{MN} = 200 \text{ (V)}$

### Bài số 22:

Cho  $u_{AB} = 85\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ , các vôn kế có điện trở lớn vô cùng. Biết  $V_1$  chỉ  $U_1 = 35 \text{ (V)}$ ;  $V_2$  chỉ  $U_2 = 35 \text{ (V)}$ ;  $V_3$  chỉ  $U_3 = 85 \text{ (V)}$ .

1. Chứng tỏ cuộn cảm có  $r \neq 0$
2. Biết  $R = 70 \text{ (}\Omega\text{)}$ . Tính  $r, L, C$ .
3. Thay C bằng tụ điện biến đổi
  - a/ Khi  $C = C_1$  thì  $V_1$  chỉ cực đại. Tính cực đại này.
  - b/ Khi  $C = C_2$  thì  $V_2$  chỉ cực đại. Tính cực đại này.
  - c/ Khi  $C = C_3$  thì  $V_4$  chỉ cực tiểu. Tính cực tiểu này.
  - d/ Vẽ gần đúng đồ thị  $U_{V1}, U_{V2}, U_{V4}$  theo biến số  $Z_C$ .



### Hướng dẫn giải

1) Nếu  $r = 0$  thì  $U_{AB} = \sqrt{U_1^2 + (U_3 - U_2)^2} \quad (1)$

ở đây:  $U_{AB} = 85 \text{ (V)}$ ;  $U_1 = 35 \text{ (V)}$ ;  
 $|U_3 - U_2| = 50$  nên không thoả mãn (1).

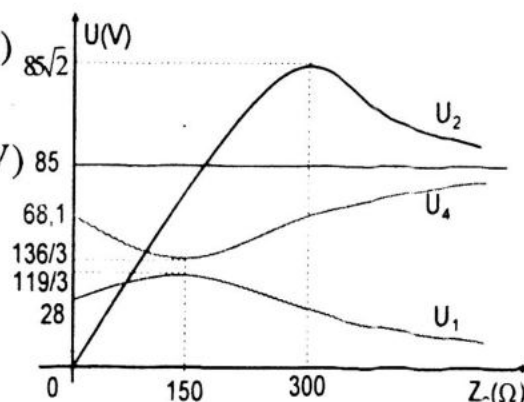
2)  $r = 80 \text{ (}\Omega\text{)} ; L = \frac{1,5}{\pi} \text{ (H)} ; C = \frac{10^{-3}}{7\pi} \text{ (F)}$

3) a/  $C_1 = \frac{10^{-3}}{15\pi} \text{ (F)} ; U_{1\text{Max}} = \frac{119}{3} \text{ (V)}$

b/  $C_2 = \frac{10^{-4}}{3\pi} \text{ (F)} ; U_{2\text{Max}} = 85\sqrt{2} \text{ (V)}$

c/  $C_3 = \frac{10^{-3}}{15\pi} \text{ (F)} ; U_{4\text{Min}} = \frac{136}{3} \text{ (V)}$

d/ Ta có đồ thị như hình vẽ:



### Bài số 23:

Cho  $u_{MQ} = U_0 \sin 100\pi t$  (V). Vôn kế chỉ 100 V.

$u_{MN}$  lệch pha  $150^\circ$  so với  $U_{NP}$ .

$u_{MN}$  lệch pha  $105^\circ$  so với  $U_{NQ}$ .

$u_{MN}$  lệch pha  $90^\circ$  so với  $U_{MQ}$ .

1. Chứng tỏ cuộn dây có điện trở thuần  $r \neq 0$  và tính  $U_0$ .

2. Cho  $r = 25 \Omega$ . Hãy tính  $R, L, C$ .

(Đề thi vào ĐHSPT Hà Nội II 2000-2001)

#### Hướng dẫn giải

1) Chọn pha của  $I$  làm gốc để tính:  $\varphi_{NP} = \varphi_C = -\frac{\pi}{2}$ ;  $\varphi_{MN} = \frac{\pi}{3}$ ;  $\varphi_{NQ} = -\frac{\pi}{4}$ ;  $\varphi_{MQ} = -\frac{\pi}{6}$

Do  $\varphi_{NQ} = -\frac{\pi}{4}$  nên  $U_R = U_C = 100$  (V)

Do  $\varphi_{MN} = \frac{\pi}{3}$  nên  $U_L = \sqrt{3} U_r$

Ta có 1 phương trình 1 ẩn  $U_r$ :  $\operatorname{tg} \varphi_{MQ} = \frac{\sqrt{3} U_r - 100}{U_r + 100} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

Tính ra  $U_r = 25(\sqrt{3} - 1) \Rightarrow U_0 = 136,6\sqrt{2}$  (V)

2)  $R = 136,6 \Omega$ ;  $L = 0,138$  (H);  $C = 23,3 \mu\text{F}$

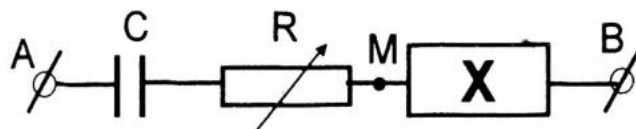
**Bài số 24:** Cho  $C = \frac{10^{-3}}{9\pi}$  (F). Trong X có 2 trong 3 phần tử  $R_0, L_0, C_0$  ghép nối tiếp.

1. Khi  $R = R_1 = 90 (\Omega)$  thì  $u_{AM} = 180\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  (V);

$u_{MB} = 60\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V)

a/ Viết biểu thức  $u_{AB}$ .

b/ Xác định X.



2. Cho  $R$  biến đổi từ  $0 \rightarrow \infty$ .

a/ Khi  $R = R_2$  thì  $P_{AB}$  đạt cực đại. Tính  $R_2$  và  $P_{\text{Max}}$ .

b/ Vẽ đồ thị  $P$  theo  $R$  của biến trở.

(Đề thi vào ĐHSPT Vinh 2000-2001)

#### Hướng dẫn giải

1) a/ Dùng công thức tổng hợp dao động trong cơ học.

b/ Chú ý rằng  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  vuông pha nhau nên trong X chỉ có  $R_0$  và  $L_0$ .

$$\varphi_{AM} = -\frac{\pi}{4}; \quad R_1 = Z_C = 90 (\Omega)$$

Do  $U_{AM} = 3 U_{MB}$  và  $\varphi_{MB} = \frac{\pi}{4} \rightarrow R_0 = Z_L = 30 (\Omega)$

2) a/ Nhớ rằng  $P = P_{\text{Max}}$  khi  $R_{AB} = R + R_0 = |Z_L - Z_C|$ .

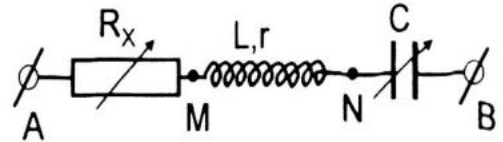
b/ Đồ thị xem bài giải mẫu (chỉ khác là đồ thị không qua gốc toạ độ).  
 Đáp số: 1)  $u_{AB} = 120\sqrt{5} \sin(100\pi t - 1,249)(V)$  ;

$$R = 30 (\Omega) ; P_{\max} = 300(W).$$

$$2) R = 30 (\Omega); L = \frac{0,3}{\pi} (H).$$

### Bài số 25:

Cho  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t (V)$ ,  
 $r = 10 (\Omega), L = \frac{0,3}{\pi} (H).$



1. Cho tụ xoay giá trị  $C = C_1 = \frac{1}{6\pi} (mF)$

a/ Cho  $R_x = R_1 = 30 (\Omega)$ . Viết biểu thức của  $i(t)$  và  $u_{AN}(t)$ .

b/ Tìm  $R_x = R_2$  để công suất tiêu thụ của  $R_x$  có cực đại. Tính cực đại đó.

2. Tìm  $C = C_2$  để  $U_{MB}$  có cực tiểu. Tính cực tiểu đó với  $R_x = R_1 = 30 (\Omega)$ .  
 Vẽ đồ thị  $U_{MB}$  theo  $Z_C$  (và theo  $C$ ).

(Đề thi vào ĐH Tài chính Kế toán 2000-2001)

#### Hướng dẫn giải

Trong câu 1b, đặt  $R_x = x$ ,  $|Z_L - Z_C| = Z_{LC} > 0$  thì:

$$P_x = \frac{U^2 x}{x^2 + r^2 + 2rx + Z_{LC}^2} = \frac{U^2}{(x + \frac{r^2 + Z_{LC}^2}{x}) + 2r}$$

Trong câu 2, đặt  $(Z_L - Z_C)^2 = x$  thì:

$$U_{MB} = U \sqrt{\frac{r^2 + x}{(r + R)^2 + x}} = U \sqrt{1 - \frac{(r + R)^2 - r^2}{(r + R)^2 + x}}$$

$$\Rightarrow (U_{MB})_{\min} = 25 (V) \text{ khi } x = 0, Z_C = Z_L$$

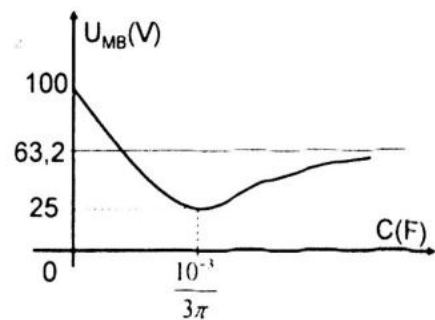
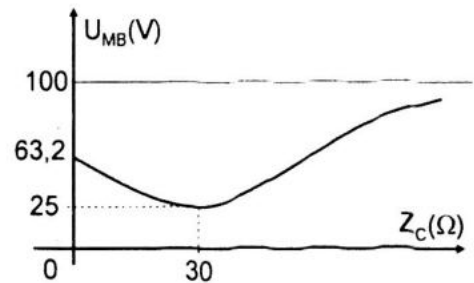
Đáp số: 1a)

$$i = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,643)(A) ;$$

$$u_{AN} = 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + 1,286)(V)$$

$$1b) R_2 = 10\sqrt{10} (\Omega) ; P_{\max} = 120 (W).$$

$$2) C_2 = \frac{10^{-3}}{3\pi} (F).$$

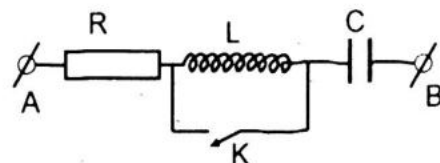


### Bài số 26:

Cho  $U_{AB} = 180 (V)$ ,  $L = \frac{9\sqrt{2}}{10\pi} (H)$ . Lấy pha của  $u_{AB}$  làm chuẩn thì:

Khi K mở  $i_m = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{4}) (A)$ , khi K đóng  $i_d = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4}) (A)$ .

1. CMR cuộn dây là thuần cảm.



- Tính  $R, L, C$ .
- Trong 1 giây có mấy lần  $u_{AB} = 0$ .
- K mở nối tắt tụ  $C$ . Viết biểu thức của  $i$  và nhận xét vai trò của tụ trong mạch trên.

ĐS: 1) K mở, K đóng  $Z_m = Z_d$ ,  $\cos \varphi_d = \cos \varphi_m$  nên  $R = R + r \rightarrow r = 0$

2)  $45\sqrt{2} (\Omega)$ ;  $Z_C = 45\sqrt{2} (\Omega)$ ;  $Z_L = 90\sqrt{2} (\Omega)$

3) 100 lần.

4)  $i = 0,8\sqrt{5} \sin(100\pi t - 1,107)$ ; vai trò của tụ  $C$  là giảm  $Z$ , tăng  $\cos \varphi$ .

### Bài số 27:

Các vôn kế, ampe kế lí tưởng.

$$u_{AB} = 150\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}.$$

Khi  $R = R_0 = 50 (\Omega)$  thì A chỉ  $I =$

$$\sqrt{2} \text{ (A)}; V_1 \text{ chỉ } U_1 = 100\sqrt{2} \text{ (V)}; V_2 \text{ chỉ}$$

$U_2 = 50 \text{ (V)}$ . Khi  $R = R_m$  thì công suất tiêu thụ toàn mạch đạt cực đại. Tính  $R_m$ .

(Đề thi vào ĐHQG Tp.HCM 2001.2002)

#### Hướng dẫn giải

Thực chất bài toán là xác định  $Z_L, Z_C$  và chứng minh rằng:

$$\text{Khi } R = R_m + r = |Z_L - Z_C| \text{ thì } P = P_{\text{Max}}$$

Có 2 phương trình 2 ẩn  $U_L, U_r$

$$\text{Từ } U_1 = 100\sqrt{2} \text{ (V)}; U_R = IR_0 = 50\sqrt{2} \text{ (V)} \rightarrow U_C = 50\sqrt{6} \text{ (V)}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} U_2 = 50 = \sqrt{U_L^2 + U_r^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} U = 150 = \sqrt{(U_L - 50\sqrt{6})^2 + (U_r + 50\sqrt{2})^2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{ĐS: } R_m = 38,3 (\Omega)$$

### Bài số 28:

Cuộn dây là thuần cảm,  $u_{AB} = 100\sqrt{5} \sin 100\pi t \text{ (V)}; Z_C = 3R$

1. Khi  $L = L_1$  thì V chỉ  $U_1$ .  $i_1$  sớm pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $\varphi_1$ .

$$\text{Khi } L = 2L_1 \text{ thì V chỉ } U_2 = \frac{1}{2} U_1$$

và dòng  $i_2$  trễ pha  $\varphi_2$  so với  $u_{AB}$ .

a/ Tính  $\varphi_1, \varphi_2$ .

b/ Viết biểu thức  $u_v(t)$  của hiệu điện thế 2 đầu vôn kế khi  $L = L_2$ .

2. Cho  $L$  biến thiên. Tìm  $L = L_3$  để số chỉ V có cực đại. Viết biểu thức  $u_v(L)$ . Cho biết khi đó  $R = 20 (\Omega)$ .

3. Giữ  $R = 20 (\Omega)$ . Tìm  $L = L_4$  để  $U_L$  có cực đại. Viết biểu thức  $u_L$  khi đó.

(Đề thi vào ĐH Sư Phạm Hà Nội 1 năm 2001.2002)

#### Hướng dẫn giải

$$U_2 = \frac{1}{2} U \rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1 \rightarrow \text{Do } R \text{ không đổi nên } \cos \varphi_2 = \frac{1}{2} \cos \varphi_1$$

Đặt phương trình: 
$$\frac{R}{\sqrt{4R^2 + (Z_{L1} - 3R)^2}} = 2 \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2Z_{L1} - 3R)^2}}$$

Giải ra ta có:  $Z_{L1} = 2,5 R$  với  $Z_C = 3R$ . Ta có cả  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$

ĐS: 1)  $\text{tg } \varphi_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $\text{tg } \varphi_2 = 2 \rightarrow \varphi_1 = -26,57^\circ$  và  $\varphi_2 = 63,43^\circ$

$$u_V = 100 \sqrt{10} \sin(100\pi t - \frac{3\pi}{4}) \text{ (V)}$$

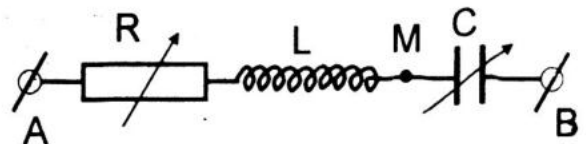
2)  $u_V = 500 \sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,4\pi) \text{ (V)}$

3)  $L_4 = 0,21 \text{ (H)}$ ;  $u_V = 500 \sqrt{2} \sin(100\pi t + 0,4\pi) \text{ (V)}$

### Bài số 29:

Cho  $u_{AB} = 120 \sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ .  
Cuộn dây là thuần cảm.

a. Đặt  $R = 30 \text{ } (\Omega)$ . Khi  $C = C_1 = \frac{1}{9\pi} \text{ (mF)}$  hoặc  $C = C_2 = \frac{1}{3\pi} \text{ (mF)}$  thì độ



lệch pha giữa  $i$  và  $u_{AB}$  có độ lớn như nhau. Hãy viết  $i$  cho mỗi trường hợp. Nhận xét, vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc giữa  $i$  và  $C$  khi ta tăng từ  $C_1$  đến  $C_2$ .

b.  $C$  bằng bao nhiêu để khi  $R$  thay đổi thì giá trị hiệu dụng của  $U_{AM}$  không đổi.

(Đề thi vào ĐH Giao thông 2001.2002)

### Hướng dẫn giải

a/ Ta có: 
$$\begin{cases} \varphi_1 = -\varphi_2 \\ Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} \end{cases}$$

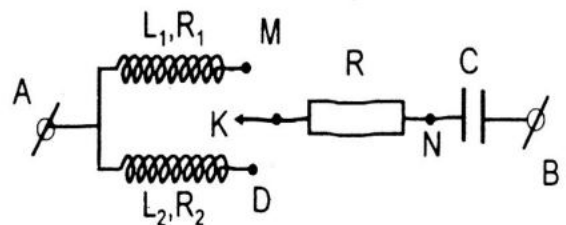
b/ Biện luận từ biểu thức  $U_{AM}$

ĐS: a/  $i_1 = 4 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (A)}$ ;  $i_2 = 4 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (A)}$

b/  $C = \infty$  và  $C = 26,5 \text{ } (\mu\text{F})$

### Bài số 30:

Cho  $u_{AB} = 200 \sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$ ;  
 $C = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$ ;  $R_1 = 0$ . Để  $R$  ở vị trí  $R_0$ .



1. K ở M, các giá trị hiệu dụng đo được là:

$U_{AN} = 160 \sqrt{2} \text{ (V)}$ ;  $U_{NB} = 40 \text{ (V)}$ . Tính  $U_{MB}$ ,  $R_0$ ,  $L$  và viết biểu thức cường độ dòng điện  $i_1$



2. K ở vị trí D. Thay đổi R đến giá trị 50 ( $\Omega$ ) thì công suất tiêu thụ trên R đạt cực đại và bằng 250 (W). Xác định  $L_2$ ,  $R_2$ .

(Đề thi vào ĐH Kiến trúc 2001.2002)

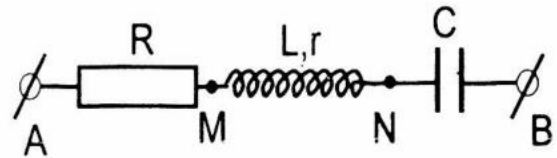
ĐS: 1)  $40\sqrt{17}$  (V); 100 ( $\Omega$ );  $\frac{1}{\pi}$  (H);  $i_1 = 1,6\sqrt{2} \sin(100\pi t - 0,644)$  (A)

2)  $L_2 = \frac{6,5}{\pi} = 207$  (mH);  $R_2 = 30$  ( $\Omega$ )

### Bài số 31:

Cho  $u_{AB} = U_0 \sin 100\pi t$  (V), các giá trị hiệu

dụng  $U_{AN} = 300$  (V);  $U_{MB} = \frac{180}{\sqrt{3}}$  (V);



$u_{AN}$  và  $u_{MB}$  lệch pha nhau  $\frac{\pi}{2}$ . Biết  $r = 20$

( $\Omega$ );  $R = 80$  ( $\Omega$ )

1. Tính giá trị hiệu dụng  $U_{AB}$ .
2. Tính L, C và biểu thức của i.

(Đề thi vào Học viện Quân y 2001.2002)

ĐS: 1)  $U_{AB} = 274,95$  (V)

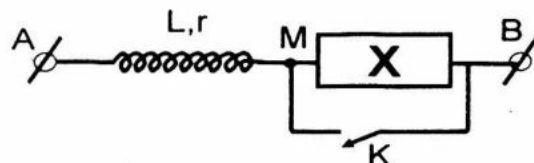
2)  $L = \frac{1}{\sqrt{3}\pi}$  (H);  $Z_C = \frac{160}{\sqrt{3}}$  ( $\Omega$ );  $C = 34,5$  ( $\mu F$ )

$i = 1,5\sqrt{6} \sin(100\pi t + 0,33)$  (A)

### Bài số 32:

Đặt vào mạch hiệu điện thế:

$u_{AB} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V)



1. Khi K đóng, dòng điện trong mạch có  $I_1 = 2$  (A) và lệch pha  $30^\circ$  so với  $u_{AB}$ . Hãy xác định r, L

2. Khi K mở,  $I_2 = 1$  (A), độ lệch pha giữa  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  là  $\frac{\pi}{2}$ .

a/ Tìm công suất toả nhiệt trên mạch X

b/ Đoạn mạch X gồm 2 trong 3 phần tử ghép nối tiếp. Xác định 2 phần tử đó.

3. Giả sử cuộn dây có thể thay đổi L và vẫn giữ nguyên các phần tử khác giữ nguyên như trên. Khi K mở hãy xác định L để giá trị hiệu dụng  $U_{AB}$  có cực đại

(Đề thi vào ĐH Sư phạm Hà Nội 2 năm 2001.2002)

ĐS: 1)  $r = 25\sqrt{3}$  ( $\Omega$ );  $L = \frac{1}{4\pi}$  (H)

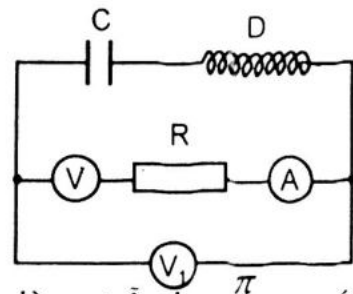
2) a/  $25\sqrt{3}$  (W)

b/  $R_x = 25\sqrt{3}$  ( $\Omega$ );  $Z_C = 75$  ( $\Omega$ )

3)  $L = 0,514$  (H)

**Bài số 33:**

Đặt vào 2 đầu vôn kế V hiệu điện thế có giá trị hiệu dụng không đổi là 180 (V) và  $\omega$  thay đổi được.



Khi  $\omega = \omega_1 = 100\pi \text{ s}^{-1}$  thì A chỉ  $\sqrt{3}$  (A) và dòng trễ pha  $\frac{\pi}{3}$  so với  $u_V$ .

Khi  $\omega = \omega_2 = 50\sqrt{2}\pi \text{ s}^{-1}$  thì  $V_1$  chỉ số 0 và số chỉ A khác không.

1. Chứng minh rằng cuộn dây là thuần cảm.
2. Tìm R, L, C.
3. Tìm  $\omega = \omega_0$  để giá trị hiệu dụng  $U_C$  cực đại. Khi đó số chỉ A lớn hơn hay nhỏ hơn số chỉ khi  $\omega = 50\sqrt{2}\pi \text{ s}^{-1}$ . Tại sao?

(Đề thi vào ĐH Thủy lợi 2001.2002)

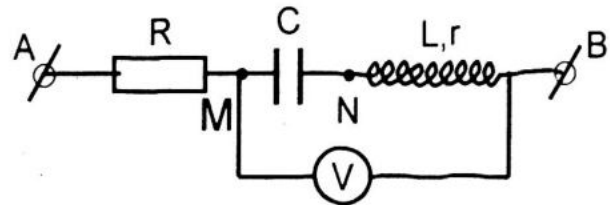
**Hướng dẫn giải**

- 1) Nếu cuộn dây D có điện trở thuần thì  $V_1$  không chỉ số 0, khi  $I \neq 0$
- 2)  $R = 30\sqrt{3} (\Omega)$ ;  $L = \frac{1,8}{\pi} (\text{H})$ ;  $C = \frac{10^{-3}}{9\pi} (\text{F})$
- 3)  $\omega_0 = 67,7 \pi \text{ s}^{-1}$  và I nhỏ hơn  $I_2$  vì  $I_2$  là dòng cực đại lúc cộng hưởng.

**Bài số 34:**

Đặt vào mạch

$u_{AB} = 120\sqrt{6} \sin 2\pi ft$  (V), tần số f có thể thay đổi được.



1. Khi  $f = f_1 = 50 \text{ Hz}$  thì  $u_{AN}$  lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  so với  $u_{AB}$ ,  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{MB}$ .

Cho biết V chỉ 120 (V) công suất tiêu thụ toàn mạch là 360 (W). Tính R, r, L, C.

2. Khi  $f = f_2$  số chỉ V cực tiểu. Tính  $f_2$  và số chỉ cực tiểu đó.

(Đề thi vào ĐH Vinh 2001.2002)

**Hướng dẫn giải**

Vẽ giản đồ Vectơ. Theo giả thiết thì  $\hat{O}_1 = \frac{\pi}{2}$ ;  $\hat{O}_2 = \frac{\pi}{3}$  do đó:  $\hat{O}_3 = \frac{\pi}{6}$

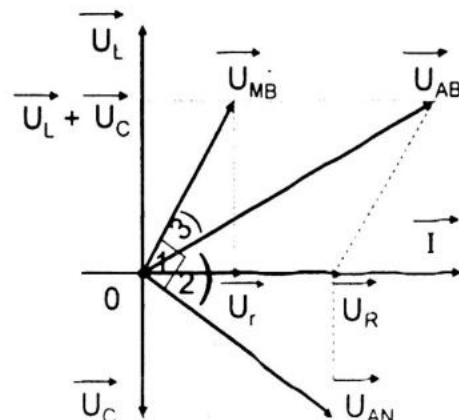
Do  $U_{MB} = 120$  (V);  $U_{AB} = 120\sqrt{3}$ ;  $\hat{O}_3 = \frac{\pi}{6}$

Từ giản đồ ta thấy:  $U_R = U_{MB} = 120$  (V)

Các nửa tam giác đều:  $U_r = 60$  (V)

$$U_C = \frac{U_R}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \text{ (V)}$$

$$U_L - U_C = 60\sqrt{3} \Rightarrow U_L = 100\sqrt{3} \text{ (V)}$$



ĐS: 1)  $60(\Omega)$ ;  $30(\Omega)$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}(\text{H})$ ;  $\frac{10^{-3}}{2\sqrt{3}\pi}(\text{F})$

2) Cộng hưởng khi  $f = 31,62 \text{ Hz}$ .

$U_{\text{vmin}} = 40\sqrt{3}(\text{V})$

#### **D) CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

Trong các câu từ 1 đến 5. Hãy chỉ ra 1 phát biểu đúng trong 5 phát biểu đề ra. Hãy giải thích sơ lược cách lựa chọn của mình

**Câu 1:** Khi cho khung dây quay trong từ trường có cảm ứng từ  $B$  trong khung sẽ xuất hiện sdd dao động điều hoà, nếu:

- Khung quay đều trong từ trường bất kì
- Khung quay đều trong từ trường đều
- Khung quay đều trong từ trường không đổi
- Khung quay đều trong từ trường đều và không đổi
- Khung quay đều trong từ trường đều không đổi có véc tơ  $\vec{B}$  vuông góc với trục quay

ĐS: d

**Câu 2:** Trong máy phát điện xoay chiều 1 pha (khi rôto là phần cảm). Hai cuộn kề nhau phải quấn ngược chiều nhau tạo thành 2 nam châm trái cực nhau để:

- Đường sức của từ trường không thoát ra ngoài
- Cho từ trường tổng hợp của chúng mạnh lên
- Cho từ thông qua 1 cuộn stato mạnh lên
- Cho suất điện động do chúng gây ra ngược dấu nhau
- Cho suất điện động do chúng gây ra trên một cuộn Stato cùng dấu nhau.

ĐS: e

**Câu 3:** Trong cách mắc hình sao khi 3 pha hoạt động đều nhau thì dòng điện qua dây trung hoà bằng không. Đó là khi:

- 3 pha tiêu thụ cùng công suất
- 3 pha có tổng trở  $Z$  bằng nhau
- 3 pha có cùng cường độ hiệu dụng
- 3 pha có cùng độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$
- 3 pha có cùng  $Z$  và cùng  $\varphi$

ĐS: e

**Câu 4:** Công thức của hệ số biến thế chỉ đúng trong trường hợp:

- Bỏ qua điện trở cuộn sơ cấp, cuộn thứ cấp hở
- Bỏ qua điện trở sơ cấp, bỏ qua hao phí trong lõi sắt từ cuộn thứ cấp hở
- Bỏ qua điện trở sơ cấp, mạch từ không phân nhánh cuộn thứ cấp hở.
- Bỏ qua điện trở sơ cấp, mạch từ không phân nhánh, bỏ qua hao phí do dòng phục, mạch thứ cấp hở
- b, c, d đều sai

ĐS: d

**Câu 5:** Công thức hệ số biến đổi dòng  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2}$  chỉ đúng khi:

- Bỏ qua hao phí trong lõi sắt từ, hao phí do toả nhiệt trong cuộn sơ cấp và thứ cấp
- Mạch từ không phân nhánh, bỏ qua hao phí trong biến thế
- Chỉ cần bỏ qua được hao phí trong lõi sắt từ và trong 2 cuộn sơ cấp và thứ cấp
- Mạch từ không phân nhánh, bỏ qua hao phí trong lõi sắt từ
- Mạch từ không phân nhánh, bỏ qua hao phí trong lõi sắt từ, hai mạch sơ cấp và thứ cấp có cùng hệ số công suất

ĐS: e

Trong các câu 6 và 7 hãy chỉ ra cách phát biểu sai trong 5 phát biểu của mỗi câu. Giải thích sơ lược cách lựa chọn của mình

**Câu 6:**

- Tụ điện lí tưởng cho dòng xoay chiều đi qua
- Tụ điện lí tưởng không cho dòng 1 chiều đi qua
- Tụ điện lí tưởng không cho dòng không đổi đi qua
- Tụ điện nào cũng cho dòng 1 chiều biến thiên đi qua
- a và b đều đúng

ĐS: b

**Câu 7:**

- Với dòng 1 chiều cuộn thuần cảm có vai trò như dây nối
- Với dòng 1 chiều không đổi cuộn thuần cảm mới có vai trò dây nối
- Với dòng 1 chiều biến thiên, cuộn cảm chống lại sự biến đổi của dòng điện bằng hiện tượng tự cảm
- Với dòng 1 chiều biến thiên, cuộn cảm cũng có hệ số lực cản L
- Cuộn thuần cảm gây ra 1 cảm kháng  $Z_L = \omega L$  có vai trò điện trở trong định luật Ôm

ĐS: a

Trong các câu từ 7 đến 10, mỗi câu có nêu ra hai phát biểu. Có 5 cách để đánh giá 2 cách phát biểu

- Phát biểu I và II đều đúng và có tương quan với nhau
- Phát biểu I và II đều đúng và độc lập nhau
- Phát biểu I đúng, phát biểu II sai
- Phát biểu I sai, phát biểu II đúng
- Cả hai cùng sai

Hãy lựa chọn 1 cách đánh giá và giải thích sơ lược sự lựa chọn của mình

**Câu 8:**

- *Phát biểu I:* Trong mạch điện xoay chiều, do tụ điện không tiêu thụ công suất, nên không có sự toả nhiệt từ tụ điện ra (xét với tụ lí tưởng)

- *Phát biểu II:* Trong mạch điện xoay chiều, tụ điện vẫn nóng lên do 2 nguyên nhân:

Chất điện môi vẫn có điện trở, dù rất lớn

Có sự truyền nhiệt qua dây nối đến 2 bản cực

ĐS: a

**Câu 9:**

*Phát biểu I:* Trong mạch điện RLC không phân nhánh, do ta quy ước "ngâm"  $U_{AB}$  là  $U_C$ ,  $q = CU_C$  và chiều dương của dòng điện là từ M đến N nên  $i = q'_1$

*Phát biểu II:* Trong mạch điện của khung dao động, do ta quy ước  $U_{AB}$  là  $U_C$ ,  $q = CU_C$ , chiều dương của dòng điện như hình vẽ nên  $i = -q'_1$

**Câu 10:**

- **Phát biểu I:** Trong mạch R, L, C không phân nhánh dòng điện cung cấp cho mạch công suất  $P_0 = UI$ , trong lúc đó mạch chỉ tiêu thụ công suất  $P = UI \cos \varphi$ .
- **Phát biểu II:** Trong mạch R, L, C công suất do dòng xoay chiều cung cấp cho mạch, cũng là công suất tiêu thụ của mạch là:  $P = UI \cos \varphi = R_{MN} I^2$

Trong đó  $R_{MN}$  gồm tổng của điện trở thuần, điện trở cuộn cảm, điện trở dây nối và chỗ tiếp xúc. Đó là công suất nhiệt. ĐS: d

**Câu 11:** Trong mạch xoay chiều, ký hiệu  $\varphi_1$  là pha ban đầu của dao động của điện thế  $u$  và  $\varphi_2$  pha ban đầu của dòng điện

**Phát biểu I:** Hiệu số pha  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

$\varphi > 0$  thì  $u$  sớm pha hơn  $i$

$\varphi < 0$  thì  $u$  trễ pha hơn  $i$

**Phát biểu II:**  $\varphi$  là 1 góc lượng giác, sau lúc ta cắt bỏ đi  $2k\pi$  của nó ( $k \in \mathbb{Z}$ ) thì

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{khi} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0 : \text{dao động của } u \text{ trễ pha hơn } i$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} : \text{dao động của } u \text{ sớm pha hơn } i$$

ĐS: d

**Câu 12:** Có người cho rằng: cường độ dòng điện hiệu dụng là giá trị trung bình của dòng điện tức thời. Quan niệm đó đúng hay sai ? vì sao ?

ĐS: sai

**Câu 13:** Có người cho rằng: trong mạch xoay chiều RLC chỉ có R tiêu thụ điện nên tụ điện không nóng lên khi hoạt động liên tục. Quan niệm đó đúng hay sai ? vì sao ?

ĐS: sai

**Câu 14:** Chọn phương án đúng trong các phương án mắc mạng điện sinh hoạt trong gia đình:

Mắc theo sơ đồ hình tam giác là tốt nhất

a. Mắc theo sơ đồ hình sao là tốt nhất.

b. Cả hai cách mắc là như nhau.

ĐS: a

**Câu 15:** Cho mạch điện gồm thuần cảm L, tụ điện C và điện trở biến đổi R. Khi thay đổi R để công suất cực đại thì:

a.  $u$  và  $i$  cùng pha b.  $u$  sớm pha hơn  $i$  :  $\frac{\pi}{4}$

c.  $u$  trễ pha hơn  $i$  :  $\frac{\pi}{4}$  d. Có cả 2 khả năng b và c.

ĐS. d

**Bài 16:** Cho một mạch nối tiếp MN gồm biến trở mắc giữa M và A, thuần cảm và tụ điện mắc trong đoạn AN. Cho  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V). Có hai giá trị của R là  $100\Omega$  và  $300\Omega$  cho ta cùng một công suất. Viết biểu thức  $u_{AN}$  khi  $R = R_1$ .

a.  $u_{AN} = 50\sqrt{6} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ V}$

b.  $u_{AN} = 50\sqrt{6} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ V}$

c.  $u_{AN} = 50\sqrt{6} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ V}$

d. Một kết quả khác.

hoặc  $u_{AN} = 50\sqrt{6} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6}) \text{ V}$

ĐS. c

**Bài 17:** Giữa 2 điểm MN ta ghép song song một điện trở R và một nhánh nối tiếp thuần cảm L và điện dung C, trong đó  $Z_L = Z_C = 100\Omega$  cho vào mạch song song một dòng điện có  $i = \sqrt{2} \sin 100\pi t$ . Tính  $u_R, u_L, u_C$ .

a.  $0; 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}); 100\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

b.  $0; 100\sqrt{2} \sin 100\pi t; 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi)$

c.  $100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3}); 100\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3});$

$100\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$

d. Một kết quả khác.

ĐS. a

**Bài 18:** Cho một mạch nối tiếp MN lắp theo thứ tự điện trở R, thuần cảm L và tần số  $\omega$  đều không đổi. Khi  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  thì  $P = P_{\max} = 100 \text{ W}$ .

Khi  $C = \frac{10^{-4}}{2,5\pi}$  thì  $U_C = U_{C\max} = 100\sqrt{5} \text{ (V)}$

Tính R, L,  $\omega$ .

a.  $100\Omega, \frac{2}{\pi} \text{ (H)}, 100\pi \text{ s}^{-1}$

b.  $200\Omega, \frac{1}{2\pi} \text{ (H)}, 200\pi \text{ s}^{-1}$

c.  $100\Omega, \frac{1}{2\pi} \text{ (H)}, 200\pi \text{ s}^{-1}$

d. Kết quả khác.

ĐS. a

**Bài 19:** Cho mạch nối tiếp R, L, C, trong đó U, R, L cho trước, C biến đổi. Điều chỉnh C để  $U_C = U_{C\max}$  thì  $u_C = 400\sin 100\pi t$  cho biết  $R = \sqrt{3} Z_L$ . Viết biểu thức  $u_{MN}$ .

a.  $200\sqrt{3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$

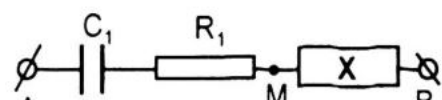
b.  $200\sqrt{2} \sin 100\pi t$

c.  $400\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$

d. Kết quả khác.

ĐS. a

**Bài 20:** Trong hộp đen x có nhiều nhất là 3 linh kiện khác nhau ghép nối tiếp cho  $R_1 = 30\Omega, Z_{C1} = 90\Omega$ .





$$u_{AM} = 180\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{12}) \text{ V}$$

$$u_{MB} = 60\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{5\pi}{12}) \text{ V}$$

Xác định x.

- a.  $R_x = 10\Omega$ ,  $C_x = \frac{10^{-3}}{3\pi} \text{ (F)}$       b.  $R_x = 30\Omega$ ,  $C_x = \frac{10^{-3}}{3\pi} \text{ (F)}$   
 c.  $R_x = 30\Omega$ ,  $L_x = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$       d. Một kết quả khác:

ĐS. c

**Bài 21:** Cho một mạch nối tiếp chỉ gồm thuần cảm L và tụ có điện dung C, trong đó  $Z_C > Z_L$ ;  $f = 50\text{Hz}$ . Lúc  $t = t_1$  thì  $i_1 = -0,5\text{A}$ ,  $u_1 = 50\sqrt{3} \text{ V}$   
 $t = t_2$  thì  $i_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ A}$ ,  $u_2 = -50 \text{ V}$

Tính  $U_0$ ,  $Z$ ,  $t_1$ .

- a.  $100\text{V}$ ,  $100\Omega$ ,  $\left(\frac{1}{150} + \frac{k}{50}\right)\text{s}$       b.  $100\sqrt{2} \text{ V}$ ,  $100\Omega$ ,  $\left(-\frac{1}{150} + \frac{k}{50}\right)\text{s}$   
 c.  $100\text{V}$ ,  $100\sqrt{2} \Omega$ ,  $\left(\pm \frac{1}{150} + \frac{k}{50}\right)\text{s}$       d. Kết quả khác.

ĐS. a

**Bài 22:** Trong hộp đen x có nhiều nhất là 3 linh kiện khác nhau ghép nối tiếp. Khi  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (V)}$  thì  $i = \sqrt{2} \sin 100\pi t \text{ (A)}$

Khi cho  $u_{MN} = U_0 \sin(50\pi t - \frac{\pi}{4}) \text{ (V)}$  thì  $i = I_0 \sin 50\pi t \text{ (A)}$

Xác định các phần tử trong X.

- a.  $R = 100\Omega$ ;  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$   
 b.  $R = 100\Omega$ ;  $L = \frac{2}{3\pi} \text{ (H)}$ ;  $C = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi} \text{ (F)}$   
 c.  $R = 150\Omega$ ;  $L = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$ ;  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} \text{ (F)}$   
 d. Một kết quả khác.

ĐS. b

**Bài 23:** Cho một mạch nối tiếp gồm điện trở biến đổi R, thuần cảm L và tụ có điện dung C. Khi  $R = R_1 = 100\Omega$  hay  $R = R_2 = 400\Omega$  mạch cho ta cùng một công suất.

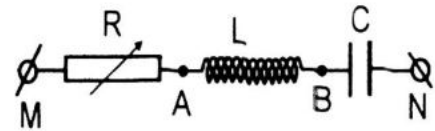
Cho  $U_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$ . Hỏi khi biến đổi R từ  $100\Omega$  đến  $400\Omega$  thì công suất thay đổi ra sao?

- a. Không đổi vì cùng bằng  $20\text{W}$ .

- b. Tăng từ 20W đến 100W, sau đó giảm từ 100W  $\rightarrow$  20W.  
 c. R tăng từ 100 $\Omega$  đến 200 $\Omega$ , P tăng từ 20 đến 25W.  
 R tăng tiếp từ 200 $\Omega$  đến 400 $\Omega$ , P giảm từ 25 đến 20W.  
 d. Kết quả khác.

ĐS. c

**Bài 24:** Cho mạch R, L, C, gồm biến trở R, thuần cảm L và điện dung C. Khi R = 100 $\Omega$  thì P = P<sub>max</sub> và  $u_{MN} = 220\sqrt{2} \sin 100\pi t$  (V).  $U_{MB}$  vuông pha với  $U_{MN}$ .

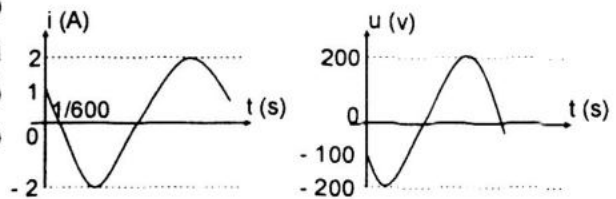


Hãy viết biểu thức của  $U_{MB}$  và  $U_{AN}$ .

- a.  $220\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$  V,  $220 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$  V  
 b.  $220 \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$  V,  $220 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$  V  
 c.  $220\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$  V,  $220 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$  V  
 d. Một kết quả khác.

ĐS. c

**Bài 25:** Cho một mạch nối tiếp mắc theo thứ tự, điện trở R và tụ điện C trong đoạn MA, thuần cảm L trong đoạn AN, trên đồ thị cho  $u_{MN}$  và i. Xác định R, L, C. Cho biết  $U_{MA}$  vuông pha với  $U_{MN}$ .



- a. 50 $\Omega$ ,  $\frac{1}{\pi}$  (H),  $\frac{10^{-4}}{2\pi}$  (F)  
 b.  $50\sqrt{3} \Omega$ ,  $\frac{5,5}{\pi}$  (H),  $\frac{10^{-4}}{6\pi}$  (F)  
 c.  $50\sqrt{3} \Omega$ ,  $\frac{1}{2\pi}$  (H),  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  (F)  
 d. Một kết quả khác.

ĐS. b

**Bài 26:** Cho mạch R, L, C có  $\omega$  biến đổi, U không đổi.

Khi  $\omega = \omega_1 = 200\pi$  hay  $\omega = \omega_2 = 50\pi$  thì  $I_1 = I_2$ . Tính  $\omega$  để  $I = I_{\max}$ .

- a.  $\omega = 125\pi$   
 b.  $\omega = 100\pi$   
 c.  $\omega = 150\pi$   
 d. Một kết quả khác.

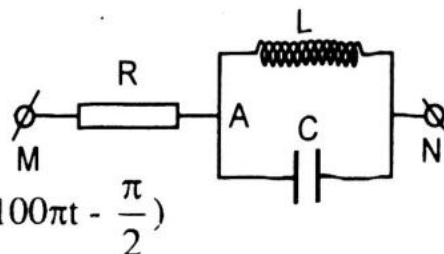
ĐS. b

**Bài 27:** Trong mạch gồm điện trở thuần, thuần cảm và tụ có điện dung C. Cho  $R = Z_L = Z_C = 100\Omega$ .

Cho  $u_{MN} = 100\sqrt{2} \sin 100\pi t$ .

Viết biểu thức của  $i_R, i_L, i_C$ .

- a.  $i_R = 2\sqrt{2} \sin 100\pi t$ ,  
 $i_L = \sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ ,  $i_C = \sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$



b.  $0, \sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}), \sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

c.  $0, \sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}), \sqrt{2} \sin(200\pi t + \frac{\pi}{2})$

d. Một kết quả khác.

ĐS. c

**Bài 28:** Mạch có sơ đồ như hình vẽ bài 27 cho  $Z_L = 2Z_C, i_R = \sqrt{2} \sin 100\pi t$

Viết biểu thức của  $i_L, i_C$ .

$i_L, i_C$  theo thứ tự là:

a.  $-\sqrt{2} \sin 100\pi t, 2\sqrt{2} \sin 100\pi t$

b.  $\sqrt{2} \sin 100\pi t, -2\sqrt{2} \sin 100\pi t$

c.  $\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}), 2\sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$

d. Một kết quả khác.

ĐS. a

## CHƯƠNG IV: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

### A) LÝ THUYẾT CƠ BẢN

#### **BÀI 1:** KHUNG DAO ĐỘNG (MẠCH DAO ĐỘNG)

##### I. Định nghĩa – Cách tạo

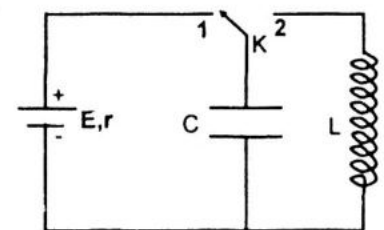
Mạch dao động đơn giản nhất gồm 1 tụ điện có điện dung C và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L (trong trường hợp tổng quát, mạch RLC ghép nối tiếp, song song hoặc hỗn hợp đều là mạch dao động)

Một mạch dao động được đặc trưng bởi tần số dao động riêng

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{hoặc} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Tần số này chỉ phụ thuộc những đặc tính của mạch, vì vậy *dao động điện từ của mạch dao động là một dao động tự do.*

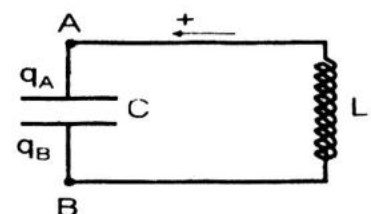
**Cách tạo:** Mắc mạch dao động vào sơ đồ hình 1. Đặt K ở (1) để tích điện cho tụ điện ở mạch, sau đó chuyển K sang 2, tụ bắt đầu phóng điện và trong mạch tồn tại một dao động điện từ.



**Hình 1**

##### II. Dao động của điện tích q

Ký hiệu q là điện tích của bản tụ điện nối với A ( $q = q_A$ ), chọn chiều dương dòng điện như hình vẽ 2. Nếu dòng điện dương ( $i > 0$ ) thì điện tích q tăng, tức là q' dương và ngược lại. Bỏ qua điện trở thuần của cuộn cảm ta có:



**Hình 2**

$$\begin{cases} U_{AB} = U_C = \frac{q}{C} \\ U_{AB} = U_L = E_{tc} = -Li' = -Lq'' \end{cases} \Rightarrow \frac{q}{C} = -Lq''$$

$$\Rightarrow Lq'' + \frac{q}{C} = 0 \quad \Rightarrow q'' + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) là phương trình đặc trưng cho dao động điều hoà.

Đặt  $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow$  Nghiệm của (1) có dạng:  $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$  (2)

Biểu thức (2) chứng tỏ trong mạch có sự dao động của điện tích  $q$ , trong đó:  $\omega$  là tần số riêng;  $Q_0, \varphi$  được xác định nhờ điều kiện ban đầu.

Từ biểu thức (2) ta có biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch:

$$i = q' = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi) = I_0 \sin[(\omega t + \varphi) + \frac{\pi}{2}] \quad (3)$$

**Vậy:** Điện tích  $q_A$  của bản tụ và cường độ dòng điện  $i$  trong mạch dao động điều hoà cùng tần số nhưng dòng điện  $i$  nhanh pha hơn điện tích  $q_A$  là  $\frac{\pi}{2}$ .

### III. Năng lượng của dao động điện từ trong mạch

#### 1. Năng lượng điện trường:

Năng lượng điện trường tập trung trong tụ điện của mạch:

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] \quad (4)$$

Công thức (4) chứng tỏ năng lượng điện trường dao động điều hoà với tần số bằng hai lần tần số dao động điều hoà của điện tích.

#### 2. Năng lượng từ trường (còn gọi là năng lượng dòng điện)

$$\begin{aligned} W_B &= \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 Q_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] \end{aligned} \quad (5)$$

Biểu thức (5) chứng tỏ năng lượng từ trường dao động với tần số bằng 2 lần tần số dao động của điện tích.

#### 3. Năng lượng toàn phần

Năng lượng toàn phần của mạch dao động (trường hợp dao động tự do)

$$W = W_E + W_B = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2} LI_0^2 \quad (6)$$

Biểu thức (6) chứng tỏ dù hai loại năng lượng biến đổi liên tục cùng một tần số chung nhưng nếu bỏ qua hao phí do toả nhiệt trong khung dao động và do khung phát ra ngoài thì năng lượng toàn phần luôn luôn không đổi, nói một cách khác năng lượng của mạch dao động được bảo toàn.

*Dao động điện của mạch LC luôn gắn với dao động từ nên người ta gọi nó là dao động điện từ.*

#### IV. Ứng dụng

Khung dao động ứng dụng phổ biến trong vô tuyến điện ở các vai trò sau:

- Ăngten thu, ăngten phát
- Khung dây cộng hưởng: mạch lọc, khung chọn sóng.
- Khung dao động ứng dụng trong máy phát dao động điện từ.

Nguyên tắc: muốn bắt được sóng điện từ nào thì tần số riêng của khung cộng hưởng phải bằng tần số của sóng đó:  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{v}{\lambda}$  với  $v = c = 3 \cdot 10^8$  m/s

## **BÀI 2: ĐIỆN TỪ TRƯỜNG – SÓNG ĐIỆN TỪ**

### I. Quan hệ giữa điện trường và từ trường

#### 1. Từ trường biến thiên sinh ra điện trường

Xét trường hợp xuất hiện dòng điện cảm ứng khi cuộn dây đứng yên trong từ trường biến thiên. Cách giải thích duy nhất là chính từ trường biến thiên đã gây ra điện trường. Điện trường này làm các điện tích chuyển dời trong dây dẫn tạo thành dòng cảm ứng. Đó gọi là điện trường xoáy.

So sánh điện trường xoáy và điện trường tĩnh điện:

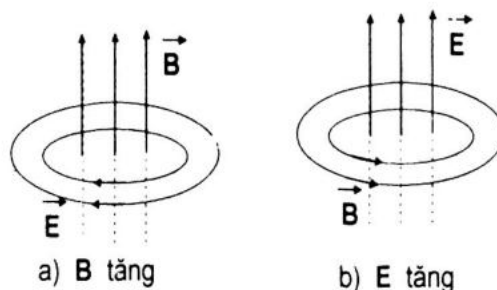
| <b>Điện trường xoáy</b>                                                                                                                        | <b>Điện trường tĩnh điện</b>                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Do từ trường biến thiên sinh ra                                                                                                                | Do điện tích đứng yên gây ra                                               |
| Đường sức khép kín                                                                                                                             | Đường sức hở                                                               |
| Công phụ thuộc dạng đường đi nên công trên đường cong kín $\neq 0$ (công làm dịch chuyển một đơn vị điện tích có giá trị bằng suất điện động). | Công không phụ thuộc dạng đường đi và công trên đường cong kín bằng không. |

**Kết luận:** Từ trường biến thiên sinh ra điện trường xoáy.

#### 2. Điện trường biến thiên sinh ra từ trường

Xét trường hợp dòng xoáy chiều chạy qua tụ điện. Ta đã biết trên dây nối của tụ điện dòng điện là dòng chuyển dời có hướng của các điện tích. Trong khoảng cách giữa 2 cực của tụ điện lí tưởng không có điện tích tự do thay vào đó là một điện trường biến thiên. Điện trường này đóng vai trò dòng điện chạy trong tụ điện và gọi là dòng điện dịch.

Vậy trong mạch điện xoay chiều có tồn tại dòng điện dẫn và dòng điện dịch, tổng hợp 2 loại này là dòng điện toàn phần. Ở đâu cũng tồn tại 2 loại dòng điện. Trong dây dẫn thì dòng điện dẫn chiếm ưu thế, trong tụ điện thì dòng điện dịch chiếm ưu thế. Vì vậy, dòng





điện biến thiên sinh ra từ trường.

**Kết luận:** Điện trường biến thiên sinh ra từ trường.

### 3. Điện từ trường

#### a/ Không tồn tại trường tĩnh điện

Xét điện tích đứng yên trên mặt bàn. Trong thực tế nó đang chuyển động theo vỏ quả đất xung quanh trục, quả đất quay xung quanh mặt trời, mặt trời đang chuyển động trong thiên hà, ...  $\Rightarrow$  điện tích đó đang chuyển động biến đổi, xung quanh nó là điện trường biến thiên. Điện trường biến thiên sinh ra từ trường biến thiên, từ trường biến thiên lại sinh ra điện trường biến thiên... Vậy xung quanh điện trường này là một trường tổng quát gồm điện trường biến thiên và từ trường biến thiên. Chúng tồn tại song song và chuyển hoá qua lại nhau tạo ra trường tổng quát.

#### b/ Không tồn tại trường tĩnh từ

Xét một nam châm vĩnh cửu đứng yên trên mặt bàn. Thực tế là nó đang chuyển động biến đổi, xung quanh nó là từ trường biến thiên. Từ trường biến thiên sinh ra điện trường biến thiên, ... Vậy xung quanh nam châm vĩnh cửu cũng có trường biến thiên gồm 2 loại trường trên.

#### c/ Điện từ trường

Từ kết quả khảo sát trên ta thấy trong tự nhiên chỉ tồn tại 1 trường tổng quát gồm điện trường biến thiên và từ trường biến thiên. Chúng vận động biến đổi và chuyển hoá cho nhau và gọi đó là trường điện từ. Trường tĩnh điện và trường tĩnh từ chỉ là trường hợp riêng của trường điện từ khi một quan sát viên đứng yên so với điện tích hoặc nam châm vĩnh cửu.

## II. Tương tác điện từ - sóng điện từ

### a. Định nghĩa:

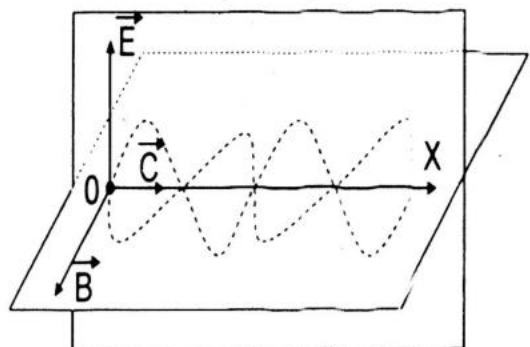
Nếu tại một điểm nào đó trong không gian xuất hiện một biến cố (điện trường hoặc từ trường biến thiên) do tương tác điện từ, từ điểm đó lan ra một điện trường biến thiên và một từ trường biến thiên, chúng chuyển hoá cho nhau và lan truyền trong không gian gọi là sóng điện từ.

Vậy sóng điện từ là sự lan truyền một điện từ trường biến thiên mạnh từ điểm này đến điểm khác trong môi trường.

### b. Tính chất:

❖ Sóng điện từ là sóng ngang,  $\vec{B}$  và  $\vec{E}$  luôn dao động theo hai phương vuông góc nhau và vuông góc phương truyền. Ba vector  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  và  $\vec{v}$  tạo thành một tam diện vuông và thuận (nếu cho cái đinh ốc tiến theo chiều của vận tốc  $\vec{v}$  thì chiều quay của nó là từ vector  $\vec{E}$  đến vector  $\vec{B}$ ).

❖ Khác với sóng cơ, sóng điện từ truyền tốt nhất trong chân không với vận tốc  $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ . Trong các môi trường, sóng điện từ truyền với vận tốc  $v = \frac{c}{n}$ , với  $n$  là chiết suất của môi trường.





❖ Sóng điện từ mang năng lượng: tần số sóng càng cao thì năng lượng sóng càng lớn ( $W \sim f^4$ ).

❖ Sóng điện từ tuân theo các định luật của quang hình học, gây ra các quá trình đặc trưng cho sóng như giao thoa, tán sắc. Sóng điện từ cũng thể hiện bản chất hạt và sóng. Bước sóng càng nhỏ thì tính hạt càng rõ, bước sóng càng lớn thì tính sóng càng nổi bật. Sóng vô tuyến (sóng Hertz) thì tính sóng điển hình.

### c. Ứng dụng

Trong vô tuyến, người ta ứng dụng sóng điện từ trong các lĩnh vực:

- Vô tuyến định vị: xác định mục tiêu, đo độ sâu của sông, biển
- Truyền âm thanh và hình ảnh đi xa: phát thanh, truyền hình, liên lạc bằng vô tuyến.

### d. Phân loại sóng vô tuyến:

Người ta chia sóng vô tuyến thành 4 loại:

- ❖ Sóng dài: ( $\lambda \geq 1 \text{ km}$ ) sóng này có nhược điểm là năng lượng thấp, tắt dần nhanh trong không khí và có bước sóng gần với bước sóng do sấm sét gây ra. Do đó, hiện nay chỉ dùng để liên lạc vô tuyến dưới nước.
- ❖ Sóng trung: ( $1000 \text{ m} \geq \lambda \geq 100 \text{ m}$ ) có ưu điểm là phản xạ liên tiếp trên mặt đất và tầng điện li nên có thể đi vòng quanh trái đất. Nhưng nhược điểm là ban ngày sóng trung bị hấp thụ nhiều nên chỉ nghe tốt về ban đêm.
- ❖ Sóng ngắn: ( $10 \text{ m} \geq \lambda$ ) có đủ các ưu điểm của sóng trung, lại có năng lượng lớn hơn nên là sóng chủ yếu của các đài phát thanh.
- ❖ Sóng cực ngắn
  - Ưu điểm: năng lượng lớn, đi rất xa
  - Nhược điểm: không thể đi vòng qua vật cản nên chỉ bắt được sóng cực ngắn khi ăngten thu và ăngten phát nhìn được nhau. Sóng cực ngắn được sử dụng trong vô tuyến truyền hình và phát thanh trong nội bộ thành phố.

## BÀI 3:

## PHÁT VÀ THU SÓNG ĐIỆN TỪ

### 1. Máy phát dao động điều hoà dùng Transito

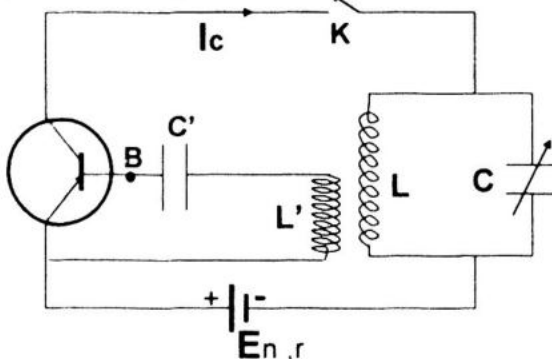
#### a/ Sơ đồ mạch điện (sơ đồ nguyên tắc)

+ Mạch chính: ghép ở mạch ngoài của nguồn một chiều  $E_n$  là khung dao động LC và Transito.

+ Mạch liên lạc: liên lạc giữa khung dao động và đèn là một mạch nối tiếp  $L'$ ,  $C'$  mắc vào giữa hai cực B và E của đèn. Cuộn  $L'$  được ghép cảm ứng với cuộn  $L$ . Tụ  $C'$  được dùng để ngăn dòng một chiều.

#### b/ Hoạt động

Khi đóng khoá K, trong khung có một dao động điện từ có tần số bằng tần số riêng của khung.



C: Cực góp (cô – léc – tơ)

E: Cực phát (ê – mit – tơ)

B: Cực gốc (ba dơ)

Tuy nhiên, khung sẽ mất năng lượng do hai nguyên nhân: tỏa nhiệt trong khung và khung phát sóng điện từ ra ngoài. Để bù năng lượng cho khung, ta dùng hoạt động của đèn.

Trong cuộn  $L'$  xuất hiện một suất điện động cảm ứng có tần số bằng tần số dao động trong khung.

Suất điện động này đặt lên hai cực của đèn một hiệu điện thế xoay chiều  $U_{BE}$  dao động với tần số  $f$ . Hiệu điện thế này điều khiển dòng  $I_c$  làm cho dòng này cũng dao động với tần số  $f$ .

Người ta chọn chế độ hoạt động như thế nào đó để dòng  $I_c$  cung cấp đều đặn năng lượng cho khung. Kết quả là dao động điện từ trong khung được duy trì với biên độ không đổi.

**\*/ Kết luận:** Máy phát ra một dao động điện từ tồn tại trong khung  $L, C$ . Dao động này có tần số của khung. Nguồn năng lượng cung cấp cho dao động là nguồn một chiều  $E_n$ . Transito có vai trò cung cấp, phân phối đều đặn năng lượng trên cho khung dao động.

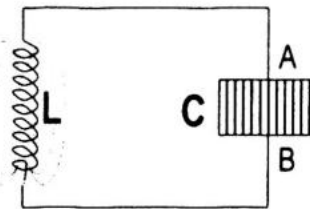
## 2. Ăng - ten

Ăng ten thực chất là một khung dao động hở. Quá trình làm hở khung được biểu diễn như hình vẽ. Trong khung dao động kín, điện trường chỉ tập trung trong tụ điện, từ trường chỉ tập trung ở cuộn dây, khung dây không phát sóng ra ngoài ( $H_1$ ).

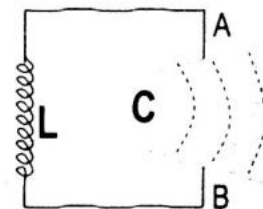
Nếu ta quay hai bản tụ một góc như hình 2 thì khung hở phía tụ điện. Từ tụ điện, do tương tác điện từ mà sóng điện từ phát từ khung ra ngoài ( $H_2$ ).

Nếu ta tiếp tục quay sao cho hai bản tụ song song, ngược chiều với ban đầu thì khi đó khung hở hoàn toàn. Từ hai bản tụ điện, sóng điện từ phát ra trong toàn không gian ( $H_3$ ).

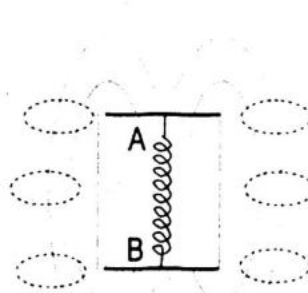
Do sóng điện từ có tần số rất lớn và điện dung tụ rất nhỏ, một bản của tụ điện được thay thế bằng dây căng  $MN$  gọi là dây trời, bản dưới được bỏ đi và nối cuộn  $L$  với đất gọi là dây đất. Với các máy phát và máy thu, dây trời và dây đất được cải tiến thành các ăngten có hình dạng khác nhau. Cuộn 1 của ăngten được đưa vào đầu máy thu hoặc cuối máy phát ( $H_4$ ). Trong mạch điện ăngten được ký hiệu như hình 5.



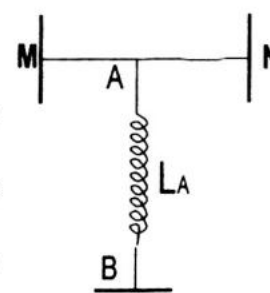
H1: khung kín



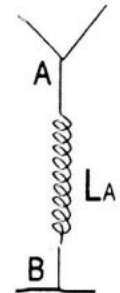
H2: Khung hở một phía



H3: Khung hở hoàn toàn



H4: Ăng ten



H5: Ký hiệu ăng ten

## 3. Phát sóng vô tuyến điện

**a/ Cấu tạo:** Bộ phận phát sóng điện từ gồm:

- Máy phát dao động điện từ

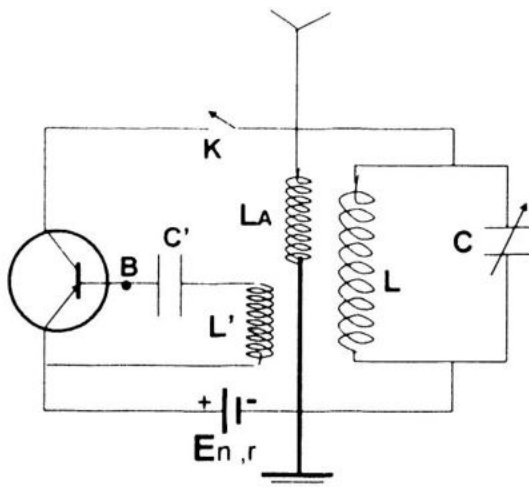
- Ăngten phát có cuộn cảm  $L_A$  ghép cảm ứng với cuộn cảm  $L$  của khung dao động.

#### b/ Hoạt động

Nguồn phát ra sóng điện từ có  $f$  bao nhiêu thì ta cho máy phát hoạt động và điều chỉnh cho tần số của khung bằng tần số trên.

Do cảm ứng nên trong cuộn cảm  $L_A$  xuất hiện một suất điện động cảm ứng là một dao động điện từ có hình dạng và tần số dao động trong khung.

Do ăngten là khung hở nên dao động điện từ này được biến thành sóng điện từ và truyền đi trong không gian.



### 4. Thu sóng vô tuyến điện

#### a/ Cấu tạo mạch

Bộ phận thu sóng điện từ của một máy thu được cấu tạo từ hai phần:

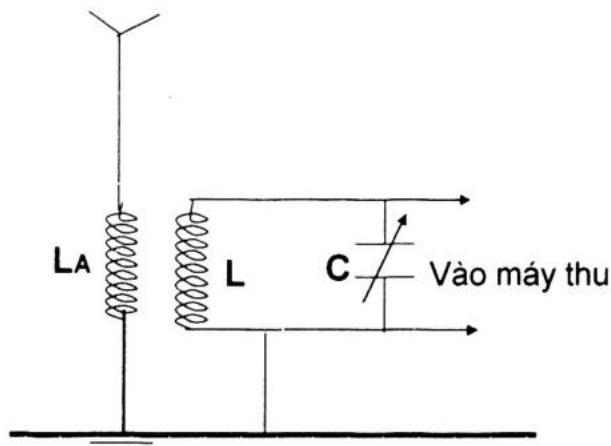
- Ăng ten thu
- Khung cộng hưởng LC, trong đó C biến đổi.

Cuộn cảm  $L_A$  của ăng - ten được ghép cảm ứng với cuộn  $L$  của khung cộng hưởng.

#### b/ Hoạt động

Trong không trung có vô số sóng điện từ. Chúng là các điện từ trường biến thiên nên gây ra từ thông biến thiên trong cuộn  $L_A$ . Trong cuộn  $L_A$  xuất hiện vô số suất điện động cảm ứng của sóng điện từ.

Do cảm ứng nên trong cuộn  $L$  của khung cộng hưởng cũng xuất hiện vô số suất điện động cảm ứng. Khung cộng hưởng rất nhọn nên chỉ có  $f = f_{\text{riêng}}$  là có biên độ lớn. các suất điện động còn lại có biên độ gần bằng không. vậy chỉ có một suất điện động tồn tại trong khung cộng hưởng và được đưa vào máy thu.



**Vậy:** Muốn thu được sóng điện từ nào thì ta phải điều chỉnh tần số riêng

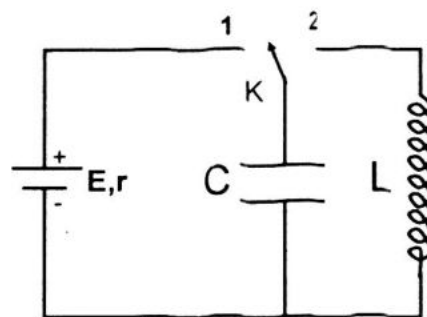
của khung cho bằng tần số sóng.:  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

### B) BÀI TẬP CƠ BẢN CÓ HƯỚNG DẪN

#### Bài số 1:

Cho mạch điện như hình vẽ.  $E = 1,5$  (V),  $r = 0,5$  ( $\Omega$ ),  $C = 5 \cdot 10^{-9}$  (F),  $L = 5 \cdot 10^{-3}$  (H). Ban đầu khoá K ở vị trí 1. Lúc  $t = 0$  chuyển K từ 1 sang 2. Quy ước chiều dương của  $i$  là chiều kim đồng hồ,  $q$  là điện tích của tụ điện.

- Viết biểu thức của  $q$  và  $i$ .
- Khi  $U_C = 1(V)$ , hãy tìm các giá trị tức thời của  $q$  và  $i$ , năng lượng điện trường  $W_1$  và năng lượng từ trường  $W_2$  (Bỏ qua sự toả nhiệt trong mạch điện).



ĐS:  $q = 7,5 \cdot 10^{-9} \sin(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C)}$

$$i = -1,5 \cdot 10^{-3} \cos(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}$$

$$W_1 = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$$

$$W_2 = 3,125 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$$

### Hướng dẫn giải

1) Ta đã biết biểu thức của  $q$  là:  $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Xác định  $\omega$ ,  $Q_0$ ,  $\varphi$ :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot 10^5$$

$$Q_0 = C \cdot U_{0C} = CE = 7,5 \cdot 10^{-9}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

Khi  $t = 0$ ;  $q = Q_0$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow q = 7,5 \cdot 10^{-9} \sin(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C)}$

Theo quy ước dấu trên thì:  $i = -\dot{q} = -\omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$$= -1,5 \cdot 10^{-3} \cos(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}$$

2)  $U_C = \frac{q}{C} = 1,5 \sin(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$

Đặt  $y = 2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2}$

Khi  $U_C = 1(V)$  thì  $\sin y = \frac{2}{3}$  và  $\cos y = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

Vậy  $q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ (C)}$ ;  $i = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 10^{-3} \text{ (A)}$

Năng lượng toàn phần  $W_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{56,25 \cdot 10^{-18}}{5 \cdot 10^{-9}} = 5,625 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$

Năng lượng điện trường  $W_1 = W_0 \sin^2 y = \frac{4}{9} \cdot 5,625 \cdot 10^{-9} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$

Năng lượng từ trường  $W_2 = W_0 - W_1 = 3,125 \cdot 10^{-9} \text{ (J)}$ .

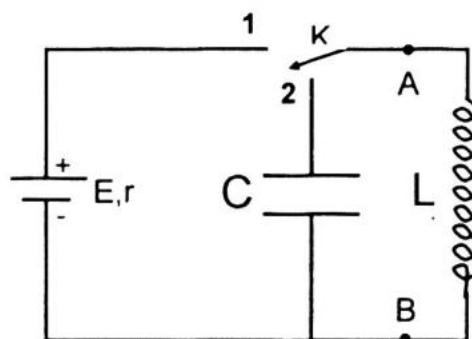
### Bài số 2:

Cho  $E = 1,5(V)$ ;  $r = 0,5 \text{ (}\Omega\text{)}$ ;  $C = 5 \cdot 10^{-9} \text{ (F)}$ ;

$L = 5 \cdot 10^{-3}$  (H). Ban đầu K đang ở 1, Lúc  $t = 0$  thì chuyển K từ 1 sang 2.  
 Hãy viết phương trình của  $i$  và  $q$  với quy ước:

a.  $u_C$  là  $u_{AB}$ , chiều dương của  $i$  là chiều kim đồng hồ.

b.  $u_C$  là  $u_{AB}$ , chiều dương của  $i$  là chiều ngược chiều kim đồng hồ.



ĐS: a)  $i = 3\sin(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2})$  (A)

$q = 1,5 \cdot 10^{-5} \sin(2 \cdot 10^5 t + \pi)$  (C)

b)  $i = 3\sin(2 \cdot 10^5 t - \frac{\pi}{2})$  (A)

$q = 1,5 \cdot 10^{-5} \sin(2 \cdot 10^5 t + \pi)$  (C)

Hướng dẫn giải:

a) (Theo cách quy ước dấu của SGK chương 4)

$$q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

$$i = -q' = -\omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi) = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \quad (2)$$

$$i = I_0 \sin[(\omega t + \varphi) - \frac{\pi}{2}]$$

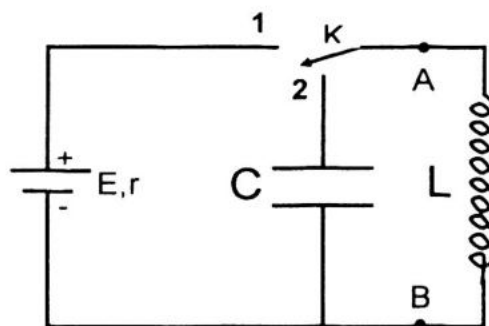
Ta xác định  $i$ :

Lúc  $t = 0$ ;  $i = I_0 = \frac{E}{r} = 3$  (A)

(dòng đoản mạch)

Từ  $\sin(\varphi - \frac{\pi}{2}) = 1 \Rightarrow \varphi = \pi$ ;

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot 10^5$$



Cường độ dòng điện  $i = 3\sin(2 \cdot 10^5 t + \frac{\pi}{2})$  (A)

Xác định  $q$ :

Từ (1) và (2) ta có:  $Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = 1,5 \cdot 10^{-5}$

$q = 1,5 \cdot 10^{-5} \sin(2 \cdot 10^5 t + \pi)$  (C)

b) (Theo cách quy ước dấu của SGK chương 4)

thì  $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$i = -q' = -\omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Ta có:  $\omega = 2 \cdot 10^5$

Khi  $t = 0$  thì  $i = -\frac{E}{r} = -3$ . Đó là độ lớn cực đại của cường độ dòng điện

$I_0 = 3$

$-\cos \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \pi$

$$i = 3\cos(2.10^5 t + \pi) \text{ (A)} = 3\sin(2.10^5 t - \frac{\pi}{2}) \text{ (A)}$$

$$Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{3}{2.10^5} = 1,5.10^{-5}$$

$$q = 1,5.10^{-5} \sin(2.10^5 t + \pi) \text{ (C)}$$

### Bài số 3:

Khung chọn sóng gồm tụ cảm L và 2 điện dung  $C_1, C_2$ . Nếu chỉ dùng L và  $C_1$  thì thu được sóng có bước sóng  $\lambda_1 = 100\text{(m)}$ . Nếu chỉ dùng L và  $C_2$  thì thu được sóng  $\lambda_2 = 75\text{(m)}$ .

Hỏi khung thu được sóng có bước sóng bao nhiêu nếu ta dùng cuộn dây có tụ cảm L và:

a. 2 tụ  $C_1$  và  $C_2$  song song nhau.

b. 2 tụ  $C_1$  và  $C_2$  nối tiếp nhau.

ĐS: a. 125(m)

b. 60(m)

### Hướng dẫn giải

a) Từ điều kiện tần số riêng của khung bằng tần số của sóng ta có:

$$\frac{V}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (V = 3.10^8 \text{ m/s là vận tốc sóng})$$

$$\text{Ta có } C = \frac{1}{4\pi^2 V^2 L} \lambda^2 \text{ hay } C = a \lambda^2 \quad (1)$$

$$\text{Khi ghép song song thì } C = C_1 + C_2 \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có: } \lambda^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \Rightarrow \lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$$

$$\text{b) Ta lại có } \frac{1}{C} = \frac{b}{\lambda^2} \quad (3) \text{ với } b = 4\pi^2 V^2 L$$

$$\text{Khi ghép nối tiếp: } \frac{1}{C_{td}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (4)$$

$$\text{Kết hợp (3) và (4) ta có: } \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$$

### Bài số 4:

Một khung cộng hưởng có cuộn thuần cảm L và 2 tụ  $C_1, C_2$ . Khi dùng L và  $C_1$  song song với  $C_2$ , hoặc dùng L và  $C_1$  nối tiếp  $C_2$  khung bắt được sóng điện từ có tần số 2,4 MHz hay 5 MHz.

1. Chưa tính toán hãy cho biết cách ghép  $C_1, C_2$  ứng với các tần số trên, giải thích?

2. Khung bắt được tần số nào nếu chỉ dùng L và  $C_1$ .

ĐS: 3 MHz ; 4 MHz.

### Hướng dẫn giải



$$1) \text{ Ta dùng công thức } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{a}{f^2} \quad (1) \text{ với } a = \frac{1}{4\pi^2 L}$$

Khi ghép song song  $C_{td}$  lớn hơn nên ta có  $f = 2,4 \text{ MHz}$ .

Khi ghép nối tiếp  $C_{td}$  nhỏ hơn nên tần số là  $f' = 5 \text{ MHz}$ .

$$2) \text{ Áp dụng (1) ta có hệ: } \begin{cases} C_1 + C_2 = \frac{a}{2,4^2} \\ \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{a}{5^2} \end{cases} \Rightarrow C_1 C_2 = \frac{a^2}{12^2}$$

Giải phương trình bậc 2 với 2 ẩn  $C_1, C_2$  khi biết tích và tổng của chúng:

$$X^2 - \frac{a}{2,4^2} X + \frac{a^2}{12^2} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Nghiệm của (2) là: } X_1 = \frac{a}{16}; X_2 = \frac{a}{9}$$

Khung bắt được tần số  $f_1 = 4 \text{ MHz}$  và  $f_2 = 3 \text{ MHz}$  (ta phải lấy cả 2 nghiệm làm đáp số).

### Bài số 5:

Dùng 1 cuộn cảm có độ tự cảm  $L$  và 1 tụ có điện dung  $C_1$ , 1 tụ xoay có điện dung  $C_x$  để làm khung chọn sóng.

1. Khi dùng  $L$  và  $C_1 = 24 \text{ pF}$  thì khung bắt được sóng điện từ có bước sóng  $\lambda_1 = 100(\text{m})$ . Tính  $L$ .

2. Muốn bắt được bước sóng ngắn có bước sóng trong khoảng  $20(\text{m})$  đến  $50(\text{m})$  ta ghép thêm tụ xoay  $C_x$ . Hỏi  $C_x$  ghép như thế nào? Tìm khoảng biến thiên của  $C_x$ .

3. Hỏi như câu 2, nếu ta cần bắt băng sóng trung có bước sóng trong khoảng từ  $300(\text{m})$  đến  $500(\text{m})$ .

ĐS:  $1,17.10^{-4}(\text{H})$ ;  $1\text{pF} \rightarrow 8 \text{ pF}$ ;  $192 \text{ pF} \rightarrow 576 \text{ pF}$

Hướng dẫn giải

$$1) \text{ Từ } \frac{V}{\lambda_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow L = \frac{\lambda_1^2}{4\pi^2 V^2 C_1}$$

$$2) \text{ Từ } \frac{V}{\lambda_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ ta có } C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 V^2 L} \quad (1) \text{ (mẫu số không đổi nên } C \text{ tỉ lệ với } \lambda^2)$$

Băng sóng ngắn có  $\lambda < \lambda_1$  nên  $C_{td} < C_1$  ta phải ghép nối tiếp  $C_x$  với  $C_1$

$$\text{Do } \lambda_{\text{Min}} = \frac{\lambda_1}{5} \text{ nên } C_{td\text{Min}} = \frac{C_1}{25}$$

$$\lambda_{\text{Max}} = \frac{\lambda_1}{2} \text{ nên } C_{td\text{Max}} = \frac{C_1}{4}$$

$$\text{Ta có: } \frac{4}{C_1} \leq \frac{1}{C_{td}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_x} \leq \frac{25}{C_1} \Rightarrow \frac{C_1}{24} \leq C_x \leq \frac{C_1}{3}$$

3) Cũng từ (1) bằng sóng trung có  $\lambda > \lambda_1$  nên điện dung của khung phải lớn hơn  $C_1$  ta phải ghép song song  $C_x$  với  $C_1$ . Tính như trên ta có  $8C_1 \leq C_x \leq 24C_1$ .

### **C) CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Kết luận nào sau đây là đúng khi nói về sự biến thiên điện tích của tụ điện trong mạch dao động LC ?

- A. Điện tích của tụ điện biến thiên điều hoà với tần số góc  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .
- B. Điện tích của tụ điện biến thiên điều hoà với tần số góc  $\omega = \sqrt{LC}$ .
- C. Điện tích biến thiên theo thời gian theo hàm số mũ.
- D. Một cách phát biểu khác.

ĐS: A

**Câu 2.** Sự hình thành dao động điện từ tự do trong mạch dao động là do hiện tượng nào sau đây? Hãy chọn kết quả đúng.

- A. Hiện tượng cảm ứng điện từ.
- B. Hiện tượng cộng hưởng điện.
- C. Hiện tượng tự cảm.
- D. Hiện tượng từ hoá.

ĐS: C

**Câu 3.** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về dao động điện từ trong mạch dao động?

- A. Năng lượng trong mạch dao động kín gồm năng lượng điện trường tập trung ở tụ điện và năng lượng từ trường tập trung ở cuộn cảm.
- B. Năng lượng từ trường và năng lượng điện trường cùng biến thiên tuần hoàn theo một tần số chung.
- C. Tần số dao động  $\omega$  chỉ phụ thuộc vào các cấu tạo của mạch.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: D

**Câu 4.** Điều nào sau đây là đúng khi nói về mối liên hệ giữa điện trường và từ trường?

- A. Khi từ trường biến thiên làm xuất hiện điện trường biến thiên và ngược lại điện trường biến thiên làm xuất hiện từ trường biến thiên.
- B. Điện trường biến thiên đều thì từ trường biến thiên cũng đều.
- C. Từ trường biến thiên càng nhanh làm điện trường sinh ra có tần số càng lớn.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: A

**Câu 5.** Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về điện từ trường?

- A. Khi một từ trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra một điện trường xoáy.
- B. Điện trường xoáy là điện trường mà đường sức là những đường cong hở.
- C. Khi một điện trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra một từ trường xoáy.
- D. Từ trường xoáy là từ trường mà đường cảm ứng từ bao quanh các đường sức điện trường.

ĐS: B

**Câu 6.** Phát biểu nào sau đây là Đúng khi nói về điện từ trường?

- A. Không thể có điện trường hoặc từ trường tồn tại riêng biệt, độc lập với nhau.
- B. Điện trường và từ trường là hai mặt thể hiện khác nhau của một loại trường duy nhất gọi là điện từ trường.
- C. Điện từ trường lan truyền được trong không gian.
- D. A, B và C đều chính xác.

ĐS: D

**Câu 7.** Sóng điện từ là quá trình lan truyền trong không gian của một điện từ trường biến thiên. Kết luận nào sau đây là đúng khi nói về tương quan giữa vectơ cường độ điện trường  $\vec{E}$  và vectơ cảm ứng từ  $\vec{B}$  của điện từ trường đó?

- A.  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  biến thiên tuần hoàn có cùng tần số.
- B.  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  biến thiên tuần hoàn lệch pha nhau một góc  $\pi/2$ .
- C.  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  có cùng phương.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: A

**Câu 8.** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về sóng điện từ?

- A. Điện từ trường do một điện tích điểm dao động theo phương thẳng đứng sẽ lan truyền trong không gian dưới dạng sóng.
- B. Điện tích dao động không thể bức xạ ra sóng điện từ.
- C. Vận tốc của sóng điện từ trong chân không nhỏ hơn nhiều lần so với vận tốc ánh sáng trong chân không.
- D. Tần số sóng điện từ chỉ bằng một nửa tần số  $f$  của điện tích dao động.

ĐS: A

**Câu 9.** Cho các mạch sau đây: I. Mạch dao động kín ; II. Mạch dao động hở; III. Mạch điện xoay chiều R, L và C nối tiếp.

Mạch nào không thể phát được sóng điện từ truyền đi xa trong không gian? Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A. I và II
- B. II và III
- C. I và III
- D. I, II và III

ĐS: C

**Câu 10.** Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về các loại sóng vô tuyến?

- A. Sóng dài chủ yếu được dùng để thông tin dưới nước.
- B. Sóng trung có thể truyền đi rất xa vào ban ngày.
- C. Sóng ngắn có năng lượng nhỏ hơn sóng dài và sóng trung.
- D. A, B và C đều đúng.

ĐS: A

**Câu 11.** Kết luận nào sau đây là đúng khi nói về nguyên tắc nhận năng lượng của máy phát DĐĐH dùng transito?

- A. Dao động trong mạch LC nhận năng lượng trực tiếp từ dòng bazơ.
- B. Dao động trong mạch LC nhận năng lượng trực tiếp từ dòng êmetơ.
- C. Dao động trong mạch LC nhận năng lượng trực tiếp từ dòng colectơ.

D. A, B và C đều đúng.

ĐS: C

**Câu 12.** Điều nào sau đây là sai khi nói về nguyên tắc thu sóng điện từ?

A. áp dụng hiện tượng cộng hưởng trong mạch dao động của máy thu để thu sóng điện từ.

B. Để thu sóng điện từ ta dùng mạch dao động LC.

C. Để thu sóng điện từ ta dùng mạch dao động LC kết hợp với một ăngten. Sóng cần thu được chọn lọc từ mạch dao động.

D. A, B và C đều sai.

ĐS: B

Sử dụng các qui ước sau: (I) và (II) là các mệnh đề.

A. (I) đúng, (II) đúng, (I) và (II) có tương quan với nhau.

B. (I) đúng, (II) đúng, (I) và (II) không có tương quan với nhau.

C. (I) đúng, (II) sai.

D. (I) sai, (II) đúng.

Trả lời các câu 13, 14, 15.

**Câu 13.** (I) Phương trình vi phân của dao động điện từ trong mạch dao động giống phương trình vi phân của dao động cơ học.

vì (II) Dao động điện từ và dao động cơ học có sự giống nhau về qui luật biến đổi theo thời gian.

ĐS: A

**Câu 14.** (I) Sóng điện từ có vận tốc truyền bằng vận tốc truyền của ánh sáng.

vì (II) Sóng điện từ và ánh sáng có cùng bản chất.

ĐS: A

**Câu 15.** (I) Để phát sóng điện từ truyền đi xa ta phải kết hợp mạch dao động trong máy phát ĐDDH với một ăngten.

vì (II) Mạch dao động này là mạch dao động kín.

ĐS: A

**Câu 16.** Các nhà kỹ thuật truyền hình khuyến cáo rằng không nên cùng một chiếc ăngten cho hai máy thu hình một lúc. Lời khuyến cáo này dựa trên cơ sở vật lý nào? Hãy chọn câu giải thích Đúng.

A. Do tần số sóng riêng của mỗi máy là khác nhau.

B. Do làm như vậy tín hiệu vào mỗi máy là yếu đi.

C. Do có sự cộng hưởng của hai máy.

D. Một cách giải thích khác.

ĐS: B

**Câu 17.** Mạch dao động bắt tín hiệu của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn cảm với độ tự cảm biến thiên từ  $0,3 \mu\text{H}$  đến  $12 \mu\text{H}$  và một tụ điện với điện dung biến thiên từ  $20 \text{ pF}$  đến  $800 \text{ pF}$ . Máy đó có thể bắt các sóng vô tuyến điện trong dải sóng nào? Hãy chọn kết quả đúng trong những kết quả sau:

A. Dải sóng từ  $6,41 \text{ m}$  đến  $400 \text{ m}$ .

B. Dải sóng từ  $14,5 \text{ m}$  đến  $900 \text{ m}$ .

m

C. Dải sóng từ  $4,61 \text{ m}$  đến  $639,4 \text{ m}$ .

D. Một kết quả khác.

ĐS: C

Trả lời các câu hỏi 18, 19 và 20 nhờ sử dụng dữ kiện sau:

Một cuộn dây và một tụ điện được mắc song song vào hai cực của một máy phát điện xoay chiều.

**Câu 18.**

Trong trường hợp nào dòng điện qua cuộn dây và qua tụ điện ngược pha nhau? Chọn kết quả đúng trong những kết quả sau:

- A. Khi cuộn dây có điện trở hoạt động không đáng kể và tụ điện thuần dung kháng.
- B. Khi cảm kháng của cuộn dây là rất nhỏ so với kháng của tụ điện.
- C. Khi cảm kháng của cuộn dây là rất lớn so với dung kháng của tụ điện.
- D. Một điều kiện khác.

ĐS: A

**Câu 19.** Trong trường hợp nào dòng điện qua cuộn dây và qua tụ điện có giá trị hiệu dụng bằng nhau? Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A. Khi cuộn dây có điện trở thuần không đáng kể và tụ điện thuần dung kháng.
- B. Khi cảm kháng của cuộn dây là rất nhỏ so với dung kháng của tụ điện.
- C. Khi cảm kháng của cuộn dây là rất lớn so với dung kháng của tụ điện.
- D. Một điều kiện khác.

ĐS: D

**Câu 20.** Khi cả hai trường hợp ở hai bài tập trên đều xảy ra, một học sinh đã suy ra rằng cuộn dây và tụ điện đã hợp thành một mạch dao động có tần số dao động riêng  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Điều này có đúng không? Hãy chọn một trong các

kết quả sau:

- A. Đúng
- B. Không đúng
- C. Chỉ đúng với một điều kiện phụ khác.
- D. Chưa đủ căn cứ để đưa ra kết luận.

ĐS: A

**Câu 21.** Dao động điện từ trong mạch LC được tạo thành là do hiện tượng nào?

- A. Toả nhiệt Jun-Lenx.
- B. Cộng hưởng điện.
- C. Tự cảm.
- D. Truyền sóng điện từ.

ĐS: C

**Câu 22.** Sự tương ứng giữa dao động điện từ và dao động cơ học của con lắc lò xo. Tìm phát biểu *đúng*:

- A. Năng lượng điện trường trong tụ C tương ứng động năng con lắc.
- B. Năng lượng từ trường trong cuộn cảm L tương ứng động năng con lắc.
- C. Năng lượng từ trường trong L tương ứng thế năng con lắc.
- D. Năng lượng dao động mạch LC tương ứng với thế năng con lắc.

ĐS: B

**Câu 23.** Sự tương ứng giữa dao động cơ học của con lắc đơn dao động nhỏ với dao động điện từ mạch LC. Tìm kết luận *sai*:

- A. Kéo lệch con lắc rồi thả tay tương ứng với nạp điện ban đầu cho tụ.



- B. Cơ năng con lắc tương ứng năng lượng dao động của mạch LC.
- C. Sức cản ma sát làm tiêu hao năng lượng con lắc đơn dẫn đến dao động tắt dần tương ứng với điện trở của mạch LC.
- D. A, B và C đều sai.

ĐS: D

**Câu 24.** Tìm phát biểu *sai* về điện từ trường:

- A. Một từ trường biến thiên theo thời gian sinh ra một điện trường xoáy biến thiên ở các điểm lân cận.
- B. Một điện trường biến thiên theo thời gian sinh ra một từ trường xoáy ở các điểm lân cận.
- C. Điện trường và từ trường xoáy có các đường sức xoáy tròn tròn ốc.
- D. Đường sức của điện trường xoáy là các đường cong kín bao quanh các đường sức từ của từ trường biến thiên.

ĐS: C

**Câu 25.** Tìm phát biểu *sai* về sóng vô tuyến.

- A. Trong thông tin vô tuyến, người ta sử dụng những sóng có tần số hàng nghìn héc trở lên, gọi là sóng vô tuyến, có khả năng truyền đi xa.
- B. Sóng dài có bước sóng trong miền  $10^5\text{m} - 10^3\text{m}$ .
- C. Sóng ngắn có bước sóng trong miền  $10\text{m} - 1\text{cm}$ .
- D. Sóng trung có bước sóng trong miền  $10^3\text{m} - 10^2\text{m}$ .

ĐS: C

**Câu 26.** Tìm phát biểu *sai* về sóng vô tuyến.

- A. Sóng dài ít bị nước hấp thụ, dùng để thông tin dưới nước.
- B. Ban đêm nghe đài bằng sóng trung không tốt.
- C. Sóng ngắn được tầng điện li và mặt đất phản xạ nhiều lần nên có thể truyền đi mọi điểm trên mặt đất.
- D. Sóng cực ngắn không bị tầng điện li hấp thụ hoặc phản xạ được dùng trong thông tin vũ trụ.

ĐS: B

**Câu 27.** Tìm phát biểu *sai* về thu phát sóng điện từ.

- A. Sự duy trì dao động trong máy phát dao động dùng transdito tương tự như sự duy trì dao động của quả lắc trong đồng hồ quả lắc.
- B. Muốn sóng điện từ được bức xạ ra, phải dùng mạch dao động LC hở tức là cuộn L và tụ mắc với nhau còn hai đầu kia để hở.
- C. Để phát sóng điện từ, người ta mắc phối hợp một máy phát dao động điều hoà với một ăng ten.
- D. Để thu sóng điện từ, người ta phối hợp một ăng ten với một mạch dao động có điện dung tụ C điều chỉnh được để tạo cộng hưởng với tần số của sóng cần thu.

ĐS: B

**Câu 28.** Tìm kết luận *đúng* về trường điện từ.

- A. Điện trường trong tụ biến thiên sinh ra một từ trường như từ trường của một nam châm hình chữ U.
- B. Sự biến thiên của điện trường giữa các bản tụ điện (nơi không có dây dẫn) sinh ra một từ trường tương đương với từ trường do dòng điện trong dây dẫn nối với tụ.



- C. Dòng điện dịch ứng với sự dịch chuyển của các điện tích trong lòng tụ.  
 D. Vì trong lòng tụ không có dòng điện nên dòng điện dịch và dòng điện dẫn bằng nhau về độ lớn nhưng ngược chiều.

ĐS: B

**Câu 29.** Tìm phát biểu *sai* về điện từ trường.

- A. Không thể có điện trường hoặc từ trường tồn tại riêng biệt, độc lập.  
 B. Điện trường biến thiên nào cũng sinh ra từ trường biến thiên và ngược lại.  
 C. Nam châm vĩnh cửu là một trường hợp ngoại lệ, ta chỉ quan sát thấy từ trường mà không thể quan sát thấy điện trường.  
 D. Điện trường và từ trường là hai mặt thể hiện khác nhau của một loại trường duy nhất gọi là điện từ trường.

ĐS: C

**Câu 30.** Tìm phát biểu *sai* về sóng điện từ.

- A. Sóng điện từ mang năng lượng tỉ lệ với luỹ thừa bậc 4 của tần số.  
 B. Sóng điện từ là sóng ngang.  
 C. Sóng điện từ có đầy đủ các tính chất như sóng cơ học: phản xạ, khúc xạ, giao thoa.  
 D. Giống như sóng cơ học, sóng điện từ cần môi trường vật chất đàn hồi để lan truyền.

ĐS: D

**Câu 31.** Tìm phát biểu *sai* về sóng điện từ.

- A. Các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  cùng tần số và cùng pha.  
 B. Mạch LC hở và sự phóng điện là các nguồn phát sóng điện từ.  
 C. Các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  cùng phương cùng tần số.  
 D. Sóng điện từ truyền được trong chân không, với vận tốc  $c \approx 3.10^8$  m/s.

ĐS: C

**Câu 32.** Tìm phát biểu *sai* về mạch LC với sóng điện từ.

- A. Để phát sóng điện từ ta kết hợp một ăng ten với mạch dao động của một máy phát dao động.  
 B. Ăng ten là một mạch LC đặc biệt, hoàn toàn hở, với dây trời và mặt đất đóng vai trò hai bản tụ C.  
 C. Để thu sóng điện từ người ta áp dụng hiện tượng cộng hưởng.  
 D. Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm một ăng ten thu kết hợp với một mạch dao động LC có L và C không đổi.

ĐS: D

**Câu 33.** Tìm kết luận *đúng* về mạch LC và sóng điện từ.

- A. Dao động điện từ trong mạch LC của máy phát dao động là dao động tự do với tần số  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ .

B. Dao động điện từ trong mạch LC của mạch chọn sóng máy thu vô tuyến điện là dao động cưỡng bức có tần số bằng tần số riêng đã được điều chỉnh cho bằng tần số của sóng cần thu.

C. Dao động điện từ trong mạch LC của mạch chọn sóng máy thu vô tuyến điện là dao động tự do với tần số riêng của mạch.

D. Năng lượng dao động trong mạch LC của mạch chọn sóng máy thu vô tuyến điện do một pin cung cấp.

ĐS: B

**Câu 34.** Độ lệch pha giữa dòng xoay chiều trong mạch LC và điện tích biến thiên trên tụ là:

- A.  $-\frac{\pi}{2}$  ;      B.  $+\frac{\pi}{2}$  ;      C.  $-\frac{\pi}{4}$  ;      D.  $+\frac{\pi}{6}$  .

ĐS: A và B

**Câu 35.** Tần số dao động riêng của mạch LC xác định bởi công thức nào?

- A.  $f = 2\pi\sqrt{LC}$  ;      B.  $f = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$  ;  
C.  $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L}{C}}$  ;      D.  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  .

ĐS: D

**Câu 36.** Nếu điện tích trong tụ của mạch LC biến thiên theo công thức:  $q = Q_0 \sin \omega t$ . Tìm biểu thức *sai* trong các biểu thức năng lượng trong mạch LC sau đây:

- A. Năng lượng điện:  $W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t$   
B. Năng lượng từ:  $W_t = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$  .  
C. Năng lượng dao động:  $W = W_d + W_t = \frac{Q_0^2}{4C} = \text{const.}$   
D. Năng lượng dao động:  $W = \frac{L.I_0^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C}$  .

ĐS: C

**Câu 37.** Các công thức tương ứng giữa dao động điện từ và dao động cơ học con lắc lò xo. Tìm công thức tương ứng.

- A.  $W_t = \frac{Li^2}{2}$  và  $W_{\text{động}} = \frac{mv^2}{2}$  ;      B.  $i = \frac{dq}{dt}$  và  $v = \frac{dx}{dt}$  ;  
C.  $W_d = \frac{Cu^2}{2}$  và  $W_{\text{thế}} = \frac{kx^2}{2}$  ;      D. A, B và C đều đúng

ĐS: D

**Câu 38.** Tìm công thức *đúng* tính bước sóng và các thông số L, C của mạch chọn sóng máy thu vô tuyến điện (c là vận tốc ánh sáng trong chân không).

- A.  $\lambda = \frac{c}{2\pi\sqrt{LC}}$  ;      B.  $\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$  ;  
C.  $\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}$  ;      D.  $\lambda = \frac{2\pi}{c}\sqrt{LC}$  .

ĐS: C

**Câu 39.** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $18000 \text{ pF}$  và một cuộn cảm có độ tự cảm  $6 \text{ }\mu\text{H}$ , điện trở không đáng kể. Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu tụ điện là  $U_0 = 2,4 \text{ V}$ . Cường độ dòng điện trong mạch có thể nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A.  $I = 74 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

B.  $I = 94 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

C.  $I = 84 \cdot 10^{-3} \text{ A}$

D. Một giá trị khác.

ĐS: B

**Câu 40.** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $3500 \text{ pF}$ , một cuộn cảm có độ tự cảm  $30 \text{ }\mu\text{H}$  và một điện trở thuần  $1,5\Omega$ . Phải cung cấp cho mạch một công suất bằng bao nhiêu để duy trì dao động của nó, khi hiệu điện thế cực đại trên tụ điện là  $15\text{V}$ ? Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A.  $P = 19,69 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

B.  $P = 20 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

C.  $P = 21 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

D. Một giá trị khác.

ĐS: A

**Câu 41.** Gọi  $I_0$  là giá trị dòng điện cực đại,  $U_0$  là giá trị hiệu điện thế cực đại trên hai bản tụ trong một mạch dao động LC. Tìm công thức đúng liên hệ giữa  $I_0$  và  $U_0$ .

A.  $U_0 = I_0 \sqrt{LC}$  ;

B.  $I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$  ;

C.  $U_0 = I_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$  ;

D.  $I_0 = U_0 \sqrt{LC}$  .

ĐS: B

**Câu 42.** Một mạch dao động gồm một cuộn cảm  $L = \frac{2}{\pi} \text{ mH}$  và tụ  $C = \frac{0,8}{\pi} \text{ }\mu\text{F}$ .

Tìm tần số riêng của dao động trong mạch.

A.  $20 \text{ kHz}$  ;

B.  $10 \text{ kHz}$  ;

C.  $7,5 \text{ kHz}$  ;

D.  $12,5 \text{ kHz}$ .

ĐS: D

**Câu 43.** Một mạch dao động gồm một cuộn cảm  $L = 2\text{mH}$  và một tụ xoay  $C_x$ . Tìm giá trị  $C_x$  để chu kỳ riêng của mạch là  $T = 1\mu\text{s}$ .

A.  $10 \text{ pF}$  ;

B.  $27,27 \text{ pF}$  ;

C.  $12,66 \text{ pF}$  ;

D.  $21,21 \text{ pF}$ .

ĐS: C

**Câu 44.** Mạch dao động LC của một máy thu vô tuyến điện gồm cuộn cảm  $L = 1\text{mH}$  và tụ xoay  $C_x$ . Tìm giá trị  $C_x$  để mạch thu được sóng vô tuyến có bước sóng ngắn  $\lambda = 75\text{m}$ .

A.  $2,25 \text{ pF}$  ;

B.  $1,58 \text{ pF}$  ;

C.  $5,55 \text{ pF}$  ;

D.  $4,58 \text{ pF}$ .

ĐS: B

**Câu 45.** Một cuộn cảm  $L$  mắc với tụ  $C_1$  thì tần số riêng  $f_1 = 7,5 \text{ MHz}$ . Khi mắc  $L$  với tụ  $C_2$  thì tần số riêng  $f_2 = 10 \text{ MHz}$ . Tìm tần số riêng khi ghép  $C_1$  song song với  $C_2$  rồi mắc vào  $L$ .

A.  $2 \text{ MHz}$  ;

B.  $4 \text{ MHz}$  ;

C.  $8 \text{ MHz}$  ;

D.  $6 \text{ MHz}$ .

ĐS: D

**Câu 46.** Mạch dao động ( $L, C_1$ ) có tần số riêng  $f_1 = 7,5 \text{ MHz}$  và mạch dao động ( $L, C_2$ ) có tần số riêng  $f_2 = 10 \text{ MHz}$ . Tìm tần số riêng của mạch mắc  $L$  với  $C_1$  ghép nối tiếp  $C_2$ .

- A.  $8,5 \text{ MHz}$ ;    B.  $9,5 \text{ MHz}$ ;    C.  $12,5 \text{ MHz}$ ;    D.  $20 \text{ MHz}$ .

ĐS: C

**Câu 47.** Một mạch dao động gồm có cuộn dây  $L$  thuần cảm kháng và tụ điện  $C$  thuần dung kháng. Nếu gọi  $I_{\max}$  là dòng điện cực đại trong mạch, hiệu điện thế cực đại  $U_{C\max}$  giữa hai đầu tụ điện liên hệ với  $I_{\max}$  như thế nào? Hãy chọn kết quả đúng trong những kết quả sau:

A.  $U_{C\max} = \sqrt{\frac{L}{\pi C}} I_{\max}$

B.  $U_{C\max} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_{\max}$

C.  $U_{C\max} = \sqrt{\frac{L}{\pi C}} \cdot I_{\max}$

D. Một giá trị khác.

ĐS: B

**Câu 48.** Sóng FM của Đài Tiếng nói Việt Nam có tần số  $100 \text{ MHz}$ . Tìm bước sóng  $\lambda$ .

- A.  $10 \text{ m}$ ;    B.  $3 \text{ m}$ ;    C.  $5 \text{ m}$ ;    D.  $1 \text{ m}$ .

ĐS: B

**Câu 49.** Sóng FM của Đài Hà Nội có bước sóng  $\lambda = \frac{10}{3} \text{ m}$ . Tìm tần số  $f$

- A.  $90 \text{ MHz}$ ;    B.  $120 \text{ MHz}$ ;    C.  $80 \text{ MHz}$ ;    D.  $140 \text{ MHz}$ .

ĐS: A

**Câu 50.** Một mạch chọn sóng máy thu vô tuyến điện gồm cuộn cảm  $L = 5 \mu\text{H}$  và một tụ xoay, điện dung biến đổi từ  $C_1 = 10 \text{ pF}$  đến  $C_2 = 250 \text{ pF}$ .

Tìm dải sóng thu được:

A.  $10,5 \text{ m} - 92,5 \text{ m}$ ;

B.  $11 \text{ m} - 75 \text{ m}$ ;

C.  $15,6 \text{ m} - 41,2 \text{ m}$ ;

D.  $13,3 \text{ m} - 66,6 \text{ m}$ .

ĐS: D

**Câu 51.** Một tụ điện  $C = 0,2 \mu\text{F}$ . Để mạch có tần số dao động riêng  $500 \text{ Hz}$  thì hệ số tự cảm của  $L$  phải có giá trị là bao nhiêu? Cho  $\pi^2 = 10$ .

- A.  $0,3 \text{ H}$ ;    B.  $0,4 \text{ H}$ ;    C.  $0,5 \text{ H}$ ;    D.  $0,6 \text{ H}$ .

ĐS: C

**Câu 52.** Trong một mạch dao động cường độ dòng điện dao động là  $i = 0,01 \cos 100\pi t (\text{A})$ . Hệ số tự cảm của cuộn dây là  $0,2 \text{ H}$ . Tính điện dung  $C$  của tụ điện.

- A.  $0,001 \text{ F}$ ;    B.  $7 \cdot 10^{-4} \text{ F}$ ;    C.  $5 \cdot 10^{-4} \text{ F}$ ;    D.  $5 \cdot 10^{-5} \text{ F}$

ĐS: D

**Câu 53.** Mạch dao động bắt tín hiệu của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn cảm  $L = 25 \mu\text{H}$  có điện trở không đáng kể và một tụ xoay có điện dung điều chỉnh được. Hỏi điện dung phải có giá trị trong khoảng nào để máy thu bắt được các sóng ngắn trong phạm vi từ  $16 \text{ m}$  đến  $50 \text{ m}$ .

A.  $10 \div 123 (\text{pF})$ ;

B.  $8,15 \div 80,2 (\text{pF})$ ;

C.  $2,88 \div 28,1 (\text{pF})$ ;

D.  $2,51 \div 57,6 (\text{pF})$ .

ĐS: C

**Câu 54.** Một mạch dao động gồm một tụ  $20\text{nF}$  và một cuộn cảm  $8\mu\text{H}$ , điện trở không đáng kể. Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu tụ điện là  $U_0 = 1,5\text{V}$ . Tính cường độ dòng hiệu dụng chạy trong mạch.

- A.  $53\text{mA}$ ;    B.  $43\text{mA}$ ;    C.  $63\text{mA}$ ;    D.  $73\text{mA}$ .

ĐS: A

*Một mạch LC đang dao động tự do. Người ta đo được điện tích cực đại trên hai bản tụ điện là  $Q_0$  và dòng điện cực đại trong mạch là  $I_0$ . Trả lời các câu hỏi 55, 56.*

**Câu 55.** Biểu thức nào sau đây đúng với biểu thức xác định tần số của dao động trong mạch?

- A.  $T_0 = \pi \frac{Q_0}{2I_0}$     B.  $T_0 = 2\pi \frac{Q_0}{I_0}$   
C.  $T_0 = 4\pi \frac{Q_0}{I_0}$     D. Một biểu thức khác.

ĐS: B

**Câu 56.** Biểu thức nào sau đây xác định bước sóng của dao động tự do trong mạch?

- A.  $\lambda = 2c\pi \frac{Q_0}{I_0}$     B.  $\lambda = 2c\pi^2 \frac{Q_0}{I_0}$   
C.  $\lambda = 4c\pi \frac{Q_0}{I_0}$     D. Một biểu thức khác.

ĐS: A

Trả lời các câu hỏi 57, 58 nhờ sử dụng dữ kiện sau:

Mạch dao động bắt tín hiệu của một máy thu vô tuyến điện gồm cuộn dây có độ tự cảm  $L$  không đổi và một tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được.

**Câu 57** Biểu thức nào sau đây là biểu thức tính điện dung của tụ điện để mạch có thể thu được sóng vô tuyến có tần số  $f$ ?

- A.  $C = \frac{1}{4\pi Lf^2}$     B.  $C = \frac{1}{4\pi^2 Lf^2}$   
C.  $C = \frac{1}{2\pi^2 Lf^2}$     D. Một giá trị khác.

ĐS: B

**Câu 58** Điện dung của tụ điện phải thay đổi được trong khoảng nào để mạch có thể thu được các sóng vô tuyến có tần số nằm trong khoảng từ  $f_1$  đến  $f_2$  (với  $f_1 < f_2$ )? Chọn kết quả đúng trong những kết quả sau:

- A.  $\frac{1}{2\pi^2 Lf_1^2} > C > \frac{1}{2\pi^2 Lf_2^2}$     B.  $\frac{1}{4\pi Lf_1^2} > C > \frac{1}{4\pi Lf_2^2}$

C.  $\frac{1}{4\pi^2 L f_1^2} > C > \frac{1}{4\pi^2 L f_2^2}$

D. Một kết quả khác.

ĐS: C

*Trả lời các câu hỏi 59, 60 nhờ sử dụng dữ kiện sau:*

*Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung C biến thiên và một cuộn cảm có độ tự cảm L cũng biến thiên được.*

**Câu 59.** Khi  $L = 15 \text{ mH}$  và  $C = 300 \text{ pF}$ . Tần số dao động của mạch nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A.  $f = 65,07 \text{ KHz}$ .

B.  $f = 87,07 \text{ KHz}$ .

C.  $f = 75,07 \text{ KHz}$ .

D. Một giá trị khác.

ĐS: C

**Câu 60.** Người ta điều chỉnh L và C để bắt được sóng vô tuyến có bước sóng  $25 \text{ m}$ , biết  $L = 10^{-6} \text{ H}$ . Điện dung C của tụ điện khi phải nhận giá trị nào sau đây?

A.  $C = 16,6 \cdot 10^{-10} \text{ F}$

B.  $C = 1,16 \cdot 10^{-12} \text{ F}$

C.  $C = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ F}$

D. Một giá trị khác.

ĐS: D





# MỤC LỤC

## PHẦN I: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG

|                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Chương I: Dao động cơ học</b>                                                   | 3   |
| A) Lý thuyết cơ bản                                                                | 3   |
| B) Bài tập theo chủ đề                                                             | 11  |
| CĐ 1: Đại cương về dđ điều hoà                                                     | 11  |
| CĐ 2: Chứng minh một hệ dđ điều hoà bằng pp động lực học                           | 18  |
| CĐ 3: Chứng minh một hệ dđ điều hoà bằng pp năng lượng                             | 22  |
| CĐ 4: Cách viết pt dao động                                                        | 25  |
| CĐ 5: Độ cứng tương ứng của hệ lò xo                                               | 31  |
| CĐ 6: Ảnh hưởng của $t^0$ , độ cao, độ sâu & toạ độ địa lý vào t.số dđ của con lắc | 34  |
| CĐ 7: Ảnh hưởng của lực lạ vào tần số dao động của con lắc                         | 38  |
| CĐ 8: Hai định luật bảo toàn trong dđ điều hoà                                     | 43  |
| CĐ 9: Con lắc va chạm, con lắc vướng đinh, con lắc đứt dây                         | 49  |
| CĐ 10: ĐK tồn tại dđ điều hoà                                                      | 55  |
| CĐ 11: Sự tổng hợp dao động                                                        | 62  |
| CĐ 12: Dao động tắt dần, dao động cưỡng bức. Cộng hưởng                            | 67  |
| CĐ 13: Phép hoạt nghiệm và hiện tượng trùng phùng                                  | 72  |
| C) Các bài tập tự giải                                                             | 74  |
| D) Câu hỏi nâng cao                                                                | 103 |

## Chương II: Sóng cơ học. Âm học

|                        |     |
|------------------------|-----|
| A) Lý thuyết cơ bản    | 114 |
| B) Bài tập theo chủ đề | 121 |
| CĐ1: Đại cương về sóng | 121 |
| CĐ2: Giao thoa sóng    | 124 |
| CĐ3: Sóng dừng         | 131 |
| CĐ4: Sóng âm           | 136 |
| C) Các bài tập tự giải | 140 |
| D) Câu hỏi trắc nghiệm | 143 |

## Chương III: Dao động điện, dòng điện xoay chiều

|                        |     |
|------------------------|-----|
| A) Lý thuyết cơ bản    | 159 |
| B) Bài tập theo chủ đề | 172 |

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| CD 1: Các bài tập cơ bản về điện xoay chiều ..... | 172 |
| CD 2: Mạch điện có điện trở R biến thiên .....    | 177 |
| CD 3: Mạch điện có điện dung C biến thiên .....   | 179 |
| CD 4: Mạch có độ tự cảm L biến thiên .....        | 183 |
| CD 5: Mạch có tần số $\omega$ biến thiên .....    | 185 |
| CD 6: Đồ thị .....                                | 190 |
| C) Các bài tập tự giải .....                      | 194 |
| D) Câu hỏi trắc nghiệm .....                      | 213 |

#### **Chương IV: Dao động và sóng điện từ**

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| A) Lí thuyết cơ bản .....            | 219 |
| B) Bài tập cơ bản có hướng dẫn ..... | 225 |
| C) Câu hỏi trắc nghiệm .....         | 230 |