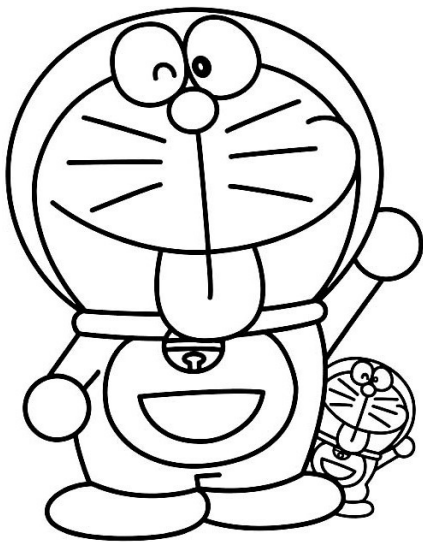


▮ BÀI 2 : ĐƯỜNG TRÒN

▮ BÀI GIẢNG 1 : PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 151: Tìm tâm và bán kính phương trình đường tròn:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$

b) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$

$$c) x^2 + y^2 + 2x + 2y - 9 = 0$$

$$d) x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$$

 **Lời giải :**

Câu 152: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + (m+2)x - (m+4)y + m+1 = 0 \quad (2)$

- Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn.
- Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi.
- Chứng minh rằng khi m thay đổi, họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

 **Lời giải :**

Câu 153: Viết phương trình đường tròn (C) biết:

- Tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = 7$.
- Tâm $I(-2; 3)$ và đi qua $M(2; -3)$.
- Đường tròn đường kính AB với $A(3; -4)$ và $B(-1; -6)$.
- Tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với $\Delta: x - 2y + 7 = 0$.

 **Lời giải :**

Câu 154:Viết phương trình đường tròn (C) biết

a) Đường kính AB , với $A(1;1), B(7;5)$.

b) Qua $A(-1;0), B(1;2)$ và có tâm thuộc $d: x - y - 1 = 0$.

c) (C) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$ và (C) tiếp xúc với hai đường thẳng $\Delta_2: 3x + 4y - 1 = 0, \Delta_3: 3x - 4y + 2 = 0$.

 **Lời giải :**

Câu 155:Viết phương trình đường tròn (C) biết:

a) Qua $A(1;1), B(1;4)$ và tiếp xúc với trục Ox .

b) Qua $A(4;2)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ.

c) Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(1;4), B(0;1), C(4;3)$;

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 156:Viết phương trình đường tròn (C) biết:

- a) Đường tròn có tâm $I(3;2)$, bán kính $R=7$.
- b) Đường tròn tâm $I(-1;3)$ và đi qua điểm $M(-5;6)$;
- c) Đường tròn đường kính AB với $A(3;-4)$ và $B(-1;-6)$.

Lời giải

a) Đường tròn (C) tâm $I(3;2)$, bán kính $R=7$ có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 49$

b) Bán kính của đường tròn là: $R=IM=\sqrt{[-5-(-1)]^2 + (6-3)^2} = \sqrt{25} = 5$.

Phương trình đường tròn là: $[x-(-1)]^2 + (y-3)^2 = 5^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

c) Gọi $I(a;b)$ là tâm của đường tròn. Ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Suy ra $a = \frac{3+(-1)}{2} = 1, b = \frac{(-4)+(-6)}{2} = -5$. Vậy $I(1;-5)$.

Bán kính của đường tròn là: $R=IA=\sqrt{(3-1)^2 + [(-4)-(-5)]^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + [y-(-5)]^2 = (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+5)^2 = 5$.

Câu 157:Viết phương trình đường tròn (C) biết đường tròn tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 4x+3y+4=0$;

Lời giải

Bán kính của đường tròn bằng khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ .

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|4 \cdot (-2) + 3 \cdot (-2) + 4|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

Ta có:

$$\text{Phương trình đường tròn là: } [x - (-2)]^2 + [y - (-2)]^2 = 2^2 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+2)^2 = 4.$$

Câu 158:Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$ và đi qua hai điểm $A(6;2), B(-1;3)$.

Lời giải

Gọi I là tâm của đường tròn (C) . Ta có $I \in \Delta: y=1-x \Rightarrow I(t;1-t)$.

Vì A, B thuộc (C) nên ta có

$$\begin{aligned} AI^2 &= BI^2 \Leftrightarrow (t-6)^2 + (1-t-2)^2 = (t+1)^2 + (1-t-3)^2 \Leftrightarrow (t-6)^2 + (t+1)^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2 \\ &\Leftrightarrow t^2 - 12t + 36 = t^2 + 4t + 4 \Leftrightarrow 16t = 32 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow I(2; -1). \end{aligned}$$

Bán kính của (C) bằng $R = IA = \sqrt{(6-2)^2 + (2-(-1))^2} = 5$.

Phương trình của (C) là $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Câu 159:Viết phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC biết $A(3;6), B(2;3)$ và $C(6;5)$.

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC . Ta có $M\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right), N\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

Đường trung trực Δ_1 của đoạn thẳng AB là đường thẳng đi qua M và nhận $\vec{BA} = (1;3)$ làm vector pháp tuyến, nên có phương trình: $x+3y-16=0$.

Đường trung trực Δ_2 của đoạn thẳng AC là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{AC} = (3;-1)$ làm vector pháp tuyến, nên có phương trình: $3x-y-8=0$.

Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm $I(4;4)$ cách đều ba điểm A, B, C , suy ra đường tròn (C) cần tìm có tâm $I(4;4)$ và có bán kính $R = IA = \sqrt{5}$. Vậy (C) có phương trình: $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Câu 160:Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục Ox, Oy và đi qua điểm $A(4;2)$.

Lời giải

Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C) .

Ta có: $R = d(I; Ox) = d(I; Oy) \Rightarrow R = a = b \Rightarrow (C)$ có tâm $I(a; a)$ và bán kính $R = a \Rightarrow$

Phương trình đường tròn (C) là: $(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$

Ta có $A(4; 2) \in (C)$ nên $(4 - a)^2 + (2 - a)^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow 16 - 8a + a^2 + 4 - 4a + a^2 = a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 12a + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy $(C): (x - 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$ hoặc $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$



Câu 161: Viết phương trình đường tròn (C) biết:

a) (C) có tâm $I(1; 5)$ và có bán kính $r = 4$;

b) (C) có tâm $A(1; -2)$ và đi qua điểm $B(4; -5)$.

c) (C) có đường kính MN với $M(3; -1)$ và $N(9; 3)$;

Lời giải

a) Phương trình đường tròn (C) tâm $I(1; 5)$ và bán kính $r = 4$ là: $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 16$

b) Ta có $R = AB = \sqrt{(4 - 1)^2 + (-5 + 2)^2} = 3\sqrt{2}$

Phương trình đường tròn (C) tâm $A(1; -2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là: $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 18$

c) Tâm I của đường tròn (C) là trung điểm của $MN \Rightarrow I = \left(\frac{3+9}{2}; \frac{-1+3}{2} \right) \Rightarrow I = (6; 1)$

Ta có: $R = MI = \sqrt{(6 - 3)^2 + (1 + 1)^2} = \sqrt{13}$

Phương trình đường tròn (C) tâm $I(6; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$ là: $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 13$

Câu 162: Viết phương trình đường tròn (C) biết (C) có tâm $M(2; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $3x - 4y + 9 = 0$.

Lời giải

(C) có tâm $M(2; 3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 9 = 0$ suy ra

(C) có bán kính $R = d(M, d) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5}$.

Vậy (C) có phương trình: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = \frac{9}{25}$.

Câu 163: Trong mặt phẳng Oxy cho $d: 2x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm thuộc d .

Lời giải.

Gọi $I(m; 2m-4)$ thuộc d là tâm của đường tròn (C) .

Ta có $d(I; Ox) = d(I; Oy) \Leftrightarrow |2m-4| = |m| \Leftrightarrow m=4$ hoặc $m = \frac{4}{3}$.

$$m = \frac{4}{3} \quad I\left(\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right), R = \frac{4}{3}$$

+) Với thì ta có

$$(C): \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

+) Với $m=4$ thì $I(4;4), R=4$ ta có

$$(C): (x-4)^2 + (y-4)^2 = 16.$$

Câu 164: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: x+3y+8=0$, $d_2: 3x-4y+10=0$ và điểm $A(-2;1)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d_1 , đi qua điểm A và tiếp xúc với d_2 .

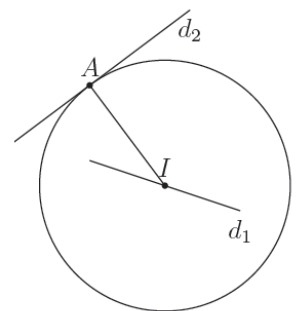
Lời giải.

Gọi I là tâm của (C) . Do $I \in d_1$ nên $I(-3t-8; t)$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} d(I, d_2) &= IA \\ \Leftrightarrow \frac{|3(-3t-8) - 4t + 10|}{25} &= \sqrt{(-3t-8+2)^2 + (t-1)^2} \\ \Leftrightarrow t &= -3 \end{aligned}$$

Suy ra $I(1; -3)$ và $R=5$

Vậy phương trình (C) là $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.



Câu 165: Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có tọa độ các đỉnh là:

a) $M(2;5), N(1;2), P(5;4)$

b) $A(0;6), B(7;7), C(8;0)$

Lời giải

a) Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Thay tọa độ các đỉnh $M(2;5), N(1;2), P(5,4)$ vào phương trình đường tròn, ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^2 + 5^2 - 4a - 10b + c = 0 \\ 1^2 + 2^2 - 2a - 4b + c = 0 \\ 5^2 + 4^2 - 10a - 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 10b - c = 29 \\ 2a + 4b - c = 5 \\ 10a + 8b - c = 41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 13 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP là: $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 13 = 0$

b) Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Thay tọa độ các đỉnh $A(0;6), B(7;7), C(8;0)$ vào phương trình đường tròn, ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 6^2 - 12b + c = 0 \\ 7^2 + 7^2 - 14a - 14b + c = 0 \\ 8^2 - 16a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12b - c = 36 \\ 14a + 14b - c = 98 \\ 16a - c = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$



Câu 166: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$$

là phương trình đường tròn.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < -2$ hoặc $m > -1$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

D. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ (1)

$$\Rightarrow a = m+2; b = -2m; c = 19m - 6.$$

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1 \text{ hoặc } m > 2.$$

Câu 167: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 168: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$.

B. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2 , y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2 + b^2 - c = 1 + 16 - 18 < 0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 169: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là.

A. $I(-2; -3)$.

B. $I(2; 3)$.

C. $I(4; 6)$.

D. $I(-4; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn là: $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2; -3)$.

Câu 170: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 49.

B. 7.

C. 1.

D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có tâm $I(0; 5)$, bán kính $R = \sqrt{0^2 + 5^2 - (-24)} = 7$.

Câu 171: Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C): $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$.

B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.

C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.

D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 172: Phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = 5$ là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$$

Câu 173: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

D.

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 174: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 4)$, $B(2; 4)$, $C(2; 0)$.

A. $I(1; 1)$.

B. $I(0; 0)$.

C. $I(1; 2)$.

D. $I(1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng

$$(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0; 4)$, $B(2; 4)$, $C(2; 0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 175: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

- A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. B. $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1 + 4 - 2a - 4b + c = 0 \\ 25 + 4 - 10a - 4b + c = 0 \\ 1 + 9 - 2a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 176: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ là

- A. $x^2 + y^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm O , bán kính R tiếp xúc với Δ nên có:

$$R = d(O; \Delta) = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 2$.

Câu 177: Một đường tròn có tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{3}$. B. 5 . C. 3 . D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$ nên bán kính đường tròn chính là khoảng cách từ tâm $I(3;4)$ tới đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$.

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

Ta có:

Câu 178: Cho hai điểm $A(-4;2)$ và $B(2;-3)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 31$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 6x - 5y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 22 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 31$

$$\Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 31 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$$

Câu 179: Cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C).

A. $\frac{\sqrt{107}}{2}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{25}{2}$.

D. $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$3MA^2 + MB^2 = 2MC^2 \Leftrightarrow 3(x+1)^2 + 3y^2 + (x-2)^2 + (y-4)^2 = 2(x-4)^2 + 2(y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9x - 2y - \frac{11}{2} = 0$$

Bán kính của (C) là: $R = \frac{\sqrt{107}}{2}$.

Câu 180: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 20$.

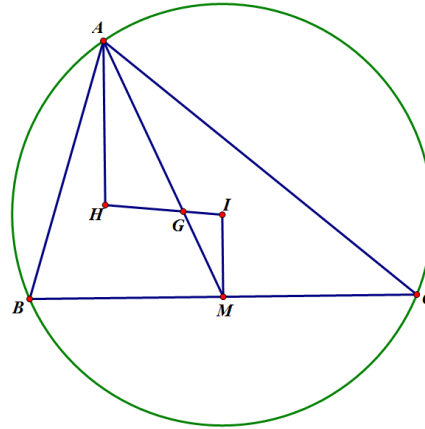
B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$
 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$

D.

Lời giải

Chọn D



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow HI = \frac{3}{2} HG \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}$$

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM: 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1)$$

Lại có: $\overline{MA} = 3\overline{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Một công nhân nọ oán thán với bạn của mình rằng:

“Việc là chúng ta làm, người được biểu dương lại là tổ trưởng, thành quả cuối cùng lại biến thành của giám đốc, thật không công bằng”.

Anh bạn mỉm cười nói rằng:

“Nhìn đồng hồ của cậu xem, có phải là cậu sẽ nhìn kim giờ đầu tiên, sau đó đến kim phút, còn kim giây chuyển động nhiều nhất cậu lại chẳng thèm ngó ngang không?”.

Trong cuộc sống thường ngày, cảm thấy không công bằng thì phải nỗ lực làm người đi đầu, oán trách chỉ vô dụng.

▮ BÀI GIẢNG 2 : TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 181: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường

tròn (C) biết tiếp điểm :

a) $A(4; -2)$

b) $B(1; 7)$

 **Lời giải :**

Câu 182: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết :

a) Tiếp tuyến song song với $\Delta: 4x + 3y + 3 = 0$

b) Tiếp tuyến vuông góc với $\Delta: 5x + 12y + 3 = 0$

 **Lời giải :**

Câu 183: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường

tròn (C) biết :

a) Tiếp tuyến qua $M(4;1)$.

b) Tiếp tuyến qua $N(5;5)$.

 **Lời giải :**

Câu 184: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A, B sao cho $OA = OB$.

 **Lời giải :**

Câu 185: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2.

 **Lời giải :**

Câu 186: Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 10$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến tạo với $2x + y + 3 = 0$ một góc 45° .

 **Lời giải :**

Câu 187:[B 2006] Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Từ $M(-3;1)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (C) (với A, B là các tiếp điểm). Lập phương trình đường thẳng AB .

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 188: Cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại tiếp điểm $M(2;3)$.

Lời giải

Tiếp tuyến đi qua $M(2;3)$ và nhận $\overrightarrow{IM} = (1; -2)$ làm vector pháp tuyến với $I(3;1)$ là tâm của đường tròn (C) .

Câu 189: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với $12x + 5y + 63 = 0$.

Lời giải

Δ song song với đường thẳng có phương trình $12x + 5y + 63 = 0$ nên Δ có một vector pháp tuyến là $n = (12; 5)$.

Suy ra phương trình của đường thẳng Δ có dạng $12x + 5y + m = 0$ với $m \neq 63$.

Vì Δ tiếp xúc với (C) nên $d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot (-2) + m|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 5 \Leftrightarrow |m + 2| = 65$.

Giải phương trình trên ta có $m = -67$ hoặc $m = 63$ (loại vì $m \neq 63$).

Vậy phương trình tiếp tuyến Δ là: $12x + 5y - 67 = 0$.

Câu 190: Cho đường tròn $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với $5x - 12y + 1 = 0$.

Lời giải

Δ vuông góc với đường thẳng $5x - 12y + 1 = 0$ nên $n = (12; 5)$ là vector pháp tuyến của Δ .

Khi đó, phương trình Δ có dạng: $12x + 5y + c = 0$.

Ta có: $d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|12 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 + c|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2 \Rightarrow \begin{cases} c = 35 \\ c = -17 \end{cases}$

Với $c = 35$ thì phương trình tiếp tuyến Δ là: $12x + 5y + 35 = 0$.

Với $c = -17$ thì phương trình tiếp tuyến Δ là: $12x + 5y - 17 = 0$.

Câu 191: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến qua $A(6; -1)$.

Lời giải

Ta xét hai khả năng:

Khả năng 1: Đường thẳng Δ vuông góc với trục Ox . Vì Δ đi qua điểm $A(6; -1)$ và vuông góc với trục Ox nên có phương trình là: $x=6$ hay $x-6=0$.

Khoảng cách từ tâm $I(1; -2)$ đến đường thẳng Δ là: $d(I, \Delta) = \frac{|1-6|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 5 = R$.

Suy ra đường thẳng $x-6=0$ là một tiếp tuyến của đường tròn.

Khả năng 2: Đường thẳng Δ không vuông góc với trục Ox . Khi đó, ta có thể xét dạng phương trình của Δ là: $y=ax+b$ với a, b là tham số. Vì Δ đi qua điểm $A(6; -1)$ nên $-1=6a+b$ hay $b=-6a-1$.

Như vậy, phương trình Δ là: $y=ax-6a-1$ hay $ax-y-6a-1=0$.

Vì Δ tiếp xúc với (C) nên

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|a \cdot 1 - (-2) - 6a - 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 5 \Leftrightarrow |-5a + 1| = 5\sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow a = -\frac{12}{5}.$$

Suy ra phương trình Δ là: $-\frac{12}{5}x - y + \frac{67}{5} = 0 \Leftrightarrow 12x + 5y - 67 = 0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến Δ có hai khả năng là: $x-6=0$ và $12x+5y-67=0$.

Câu 192:[D 2007] Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x-4y+m=0$. Tìm m để trên d có duy nhất 1 điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB (A, B là các tiếp điểm sao cho tam giác PAB đều).

Lời giải



Câu 193: Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y+7)^2 = 169$ tại điểm có hoành độ bằng 3 thuộc đường tròn

Lời giải

Giả sử tiếp điểm là $M_o(3; t)$ thuộc đường tròn $(x+2)^2 + (y+7)^2 = 169$

Đường tròn có tâm $I(-2; -7)$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_o(-1; -4)$ thuộc đường tròn $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 25$ là:

$$\begin{aligned} (-1-3)(x+1) + (-4+7)(y+4) &= 0 \\ \Leftrightarrow -4x - 4 + 3y + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow -4x + 3y + 8 &= 0 \end{aligned}$$

Câu 194: Tìm m sao cho đường thẳng $3x + 4y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$

Lời giải

$$\Delta: 3x + 4y + m = 0; (C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$$

Đường tròn (C) có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 2$.

Vì Δ là tiếp tuyến của đường tròn

$$\Rightarrow d(I; \Delta) = R$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+5|}{5} = 2$$

$$\Leftrightarrow |m+5| = 10$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+5 = 10 \\ m+5 = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -15 \end{cases}$$

Câu 195: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết d song song với đường thẳng $4x + 3y + 2024 = 0$

Lời giải

Tiếp tuyến Δ của (C) song song với đường thẳng $4x + 3y + 2024 = 0$ có dạng

$$\Delta: 4x + 3y + c = 0 (c \neq 2024)$$

Ta có: $R = d(I; \Delta) \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow \frac{|10 + c|}{5} = 5 \Leftrightarrow |10 + c| = 25 \Leftrightarrow c = 15$ hoặc $c = -35$

Vậy $\Delta: 4x + 3y + 15 = 0$ hoặc $\Delta: 4x + 3y - 35 = 0$

Câu 196: Cho đường tròn $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $6x - 8y + 2025 = 0$.

Lời giải

Phương trình tiếp tuyến d với (C) vuông góc với đường thẳng $6x - 8y + 2025 = 0$

có dạng $d: 8x + 6y + c = 0$.

Ta có: $d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|8 \cdot 3 + 6 \cdot 1 + c|}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 5 \Leftrightarrow |30 + c| = 50 \Leftrightarrow c = 20$ hay $c = -80$.

Vậy d có phương trình $4x + 3y + 10 = 0$ hoặc $4x + 3y - 40 = 0$.

Câu 197:Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn đi qua $B(3; -11)$

Lời giải

Phương trình đường thẳng Δ qua B có hệ số góc k là:

$$y + 11 = k(x - 3) \Leftrightarrow kx - y - 3k - 11 = 0$$

$$\Delta \text{ tiếp xúc với } (C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|2k + 4 - 3k - 11|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 5$$

$$\Leftrightarrow 24k^2 - 14k - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \Rightarrow \Delta_1: 4x - 3y - 45 = 0 \\ k = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta_2: 3x + 4y + 35 = 0 \end{cases}$$

Câu 198:Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với (C) (với A, B là các tiếp điểm) sao cho $\angle AMB = 60^\circ$.

Lời giải



Câu 199:Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1; 5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A .
A. $y - 5 = 0$ **B.** $y + 5 = 0$ **C.** $x + y - 5 = 0$ **D.** $x - y - 5 = 0$

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2) \Rightarrow \vec{IA} = (0; 3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A , khi đó d đi qua A và nhận vector $\vec{IA}$ là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\vec{n}_d = (0; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y - 5 = 0$.

Câu 200:Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4; 2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN . Phương trình của đường thẳng d là

A. $x - y + 6 = 0$. B. $7x - 3y + 34 = 0$. C. $7x - 3y + 30 = 0$. D. $7x - y + 35 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-3; 1)$, $R = \sqrt{5}$. Do đó, $IA = \sqrt{2} < R \Rightarrow A$ ở trong (C).

A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (-1; 1)$ là vector pháp tuyến của d , nên d có phương trình: $-1(x+4) + 1(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 6 = 0$.

Câu 201: Nếu đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-3)^2 = R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x + 12y - 60 = 0$ thì giá trị của R là:

A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = \frac{19}{13}$. C. $R = \sqrt{5}$. D. $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-3)^2 = R^2$ có tâm $I(1; 3)$ bán kính R .

Đường thẳng $d: 5x + 12y - 60 = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi

$$d = d(I, d) = \frac{|5 \cdot 1 + 12 \cdot 3 - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{19}{13}$$

Câu 202: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C)?

A. $4x - 3y + 10 = 0$. B. $6x + y + 4 = 0$. C. $3x + 4y + 10 = 0$. D. $3x - 4y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0)$ và có bán kính $R = 2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1; 2)$: $a(x+1) + b(y-2) = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(O; \Delta) = R$ hay $\frac{|a - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = 4(a^2 + b^2)$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$$

Với $a = 0$, chọn $b = 1$ ta có $\Delta_1: y - 2 = 0$.

Với $3a = -4b$, chọn $a = 4$ và $b = -3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1) - 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 10 = 0$.

Nhận xét: Thực ra bài này khi thay tọa độ điểm $A(-1; 2)$ vào các đường thẳng ở các phương án thì ta loại C. và D. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng thì chỉ có phương án A. thỏa.

Câu 203: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

A. $4x - 3y + 18 = 0$.

B. $4x - 3y + 18 = 0$.

C. $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

D. $4x - 3y - 18 = 0; 4x - 3y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d \nparallel \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$.

$$\Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4.1 - 3.4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

d là tiếp tuyến của (C)

$$\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm : $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$

Câu 204: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 2$.

Đường tròn (C') : $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ có tâm $I'(-3; 4)$ bán kính $R' = \sqrt{5}$.

$$H' = 2\sqrt{13}$$

Vậy $II' > R + R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Câu 205:Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+4)^2=25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d:3x-4y+5=0$.

- A. $4x+3y+29=0$. B. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.
C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$ D. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+4)^2=25$ có tâm $I(2;-4)$, bán kính $R=5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d:3x-4y+5=0$ có phương trình dạng:
 $4x+3y+c=0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|4.2+3.(-4)+c|}{\sqrt{4^2+3^2}}=5$
 $\Leftrightarrow |c-4|=25 \Leftrightarrow \begin{cases} c-4=25 \\ c-4=-25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=29 \\ c=-21 \end{cases}$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là:
 $4x+3y+29=0$ và $4x+3y-21=0$.

Câu 206:Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+2y-3=0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

- A. 1. B. 2. C. vô số. D. 0.

Lời giải

Chọn D

(C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=\sqrt{1^2+(-1)^2-(-3)}=\sqrt{5}$

Vì $IA=2 < R$ nên A nằm bên trong (C) . Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C) .

Câu 207:Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-4)^2=4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta:4x-3y+2=0$ là

- A. $4x-3y+18=0$ và $-4x-3y-2=0$. B. $4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$.
C. $-4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$. D. $-4x+3y-18=0$ và $-4x-3y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề ra ta có tứ giác $IMPN$ là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận $IP = (-6; -6)$ làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm $K(0; 1)$ của IP .

Vậy phương trình đường thẳng MN :

$$1.(x - 0) + 1.(y - 1) = 0 \quad \text{hay} \quad x + y - 1 = 0$$

Câu 209: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

+ $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ suy ra (C) có tâm $I(1;3)$ và $R = 2$

+ Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3;1)$ có phương trình:
 $A(x+3) + B(y-1) = 0$.

d là tiếp tuyến với đường tròn khi và chỉ khi $d(I;d) = R$.

$\Rightarrow$ ta có phương trình: $\frac{|A+3B+3A-B|}{\sqrt{A^2+B^2}} = 2 \Leftrightarrow 3A^2 + 4AB = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=0 \\ 3A=-4B \end{cases}$

+ Với $A=0$, chọn $B=1$, phương trình tiếp tuyến thứ nhất là $(d_1): y=1$.

Thế $y=1$ vào $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$, ta được tiếp điểm là $T_1(1;1)$.

+ Với $3A=-4B$, chọn $A=-4; B=3$, phương trình tiếp tuyến thứ hai là $(d_2): -4x+3y-15=0$

Tiếp điểm $T_2\left(x; \frac{4x}{3}+5\right) \in (C)$ nên $(x-1)^2 + \left(\frac{4x}{3}+5-3\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow T_2\left(-\frac{3}{5}; \frac{21}{5}\right)$.

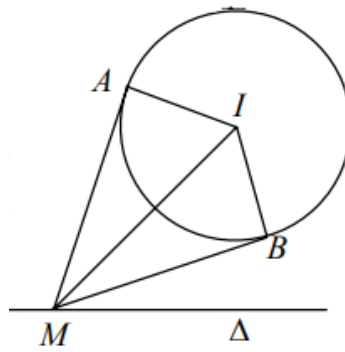
+ Phương trình đường thẳng $T_1T_2: 2(x-1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0$.

+ Khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 là: $d(O;T_1T_2) = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 210: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(\Delta): x+y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C) , M là điểm thuộc Δ . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Có bao nhiêu điểm M , biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Tứ giác $MAIB$ có $\angle MAI = \angle MBI = 90^\circ$ và $MA = MB$.

$$\Rightarrow S_{MAIB} = 2S_{MAI} = IA \cdot MA \Rightarrow MA = 2\sqrt{5} \Rightarrow IM = \sqrt{IA^2 + MA^2} = 5.$$

Vì $M \in (\Delta) \Rightarrow M(t; -t-2)$.

Ta có: $IM = 5 \Leftrightarrow (t-2)^2 + (t+3)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-2 \Rightarrow M(2; -4) \\ t=-3 \Rightarrow M(-3; 1) \end{cases} \text{ . Vậy: } \begin{cases} M(2; -4) \\ M(-3; 1) \end{cases} .$$

Giá trị của sự cần mẫn nằm ở chỗ nó tích tụ mầm mống cho những điều may mắn. Càng chăm chỉ bao nhiêu, tôi càng được may mắn bấy nhiêu.

▮ BÀI GIẢNG 3 : VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 211: Cho đường tròn (C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R=5$. Đường thẳng

$d: 3x - 4y + 8 = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB ?

 Lời giải :

Câu 212: Cho điểm $A(3;1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt B, C sao cho $BC = 4\sqrt{2}$.

 Lời giải :

Câu 213: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(-1; 2)$. Lập phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho độ dài dây cung AB nhỏ nhất.

 **Lời giải :**

Câu 214: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$, I là tâm đường tròn (C) . Đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B sao cho $S_{\triangle IAB} = 8$. Viết phương trình đường thẳng d ?

 **Lời giải :**

Câu 215:[A-2009] Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C) . Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

ĐS : $m = 0; m = \frac{8}{15}$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 216: Cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài AB ?

Lời giải

Xét $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ có tâm $I(1; 1)$ bán kính $R = 5$

Ta có: $IH = d_{(I; AB)} = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 19|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4 \Rightarrow AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \Rightarrow AB = 6$

Câu 217: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ và điểm $A(-1; 3)$.

- Xác định vị trí tương đối của điểm A đối với đường tròn (C) .
- Đường thẳng d thay đổi đi qua A cắt đường tròn tại M và N . Viết phương trình đường thẳng d sao cho MN ngắn nhất.

Lời giải

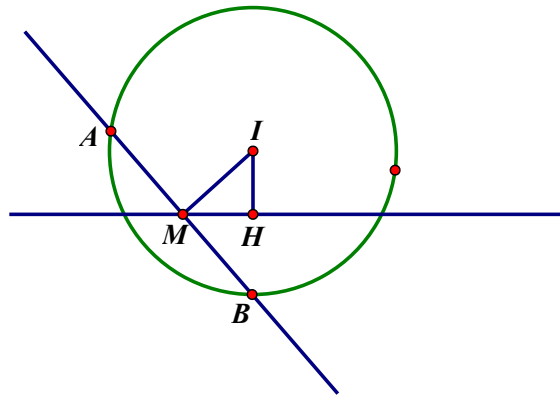
a) (C) có tâm $I(-2; 4)$ bán kính $R = 5$.

Vì $IA = \sqrt{[-1 - (-2)]^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{2} < 5$ nên A nằm trong đường tròn (C) .

b) Ta có dây cung MN ngắn nhất khi khoảng cách giữa I đến MN lớn nhất. Vì d đi qua A cố định nên khoảng cách từ I đến d lớn nhất bằng IA , hay IA vuông góc với d . Suy ra phương trình đường thẳng d là: $x - y + 4 = 0$.

Câu 218: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(-1; 2)$. Lập phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho độ dài dây cung AB nhỏ nhất.

Lời giải

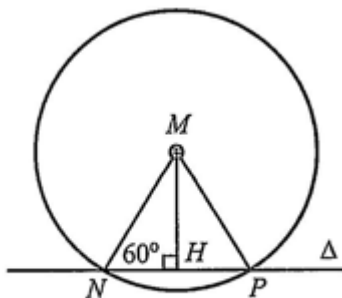


Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$ bán kính $R=5$. Ta có: $IM = \sqrt{5} \Rightarrow IM < R$ nên điểm M nằm trong đường tròn (C) , kẻ $IH \perp d \Rightarrow IH \leq IM$ và $HA = HB = \frac{AB}{2}$. Ta có $AH^2 = IA^2 - IH^2 = 25 - IH^2$, AB nhỏ nhất khi và chỉ khi AH nhỏ nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow IH = IM \Leftrightarrow H \equiv M$. Khi đó đường thẳng d đi qua M và vuông góc với IM nên đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{IM} = (-2;1)$. Vậy phương trình đường thẳng d là: $-2(x+1)+1(y-2)=0 \Leftrightarrow -2x+y-4=0$.

Câu 219: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x+4y+3=0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết (C) có tâm M và đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm N, P thoả mãn tam giác MNP đều.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ (Hình 16).



Hình 16

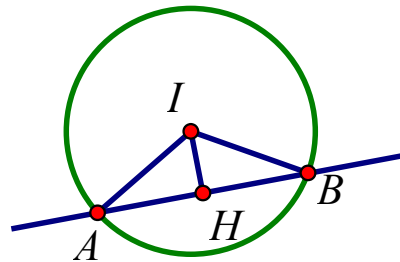
Ta có: $MH = d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$. Xét tam giác MHN có $MN = \frac{MH}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{16}{3}$.

Câu 220: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$

- a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B
 b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Lời giải



a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$

Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) < R \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2 + m^2}} < 3$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 + 5m + 17 > 0 \text{ (đúng với mọi } m)$$

b) Ta có $S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \angle AIB = \frac{9}{2} \sin \angle AIB \leq \frac{9}{2}$

Suy $\max S_{IAB} = \frac{9}{2}$ khi và chỉ khi $\sin \angle AIB = 1 \Leftrightarrow \angle AIB = 90^\circ$

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ khi đó $\angle AIH = 45^\circ \Rightarrow IH = IA \cdot \cos 45^\circ = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có $d(I; \Delta) = IH \Leftrightarrow \frac{|1 - 2m|}{\sqrt{2 + m^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Vậy với $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Câu 221: Trong mặt phẳng tọa độ oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$. Tìm m để (C) cắt Δ tại 2 điểm phân biệt.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = 3$

Để (C) cắt Δ tại 2 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow d(I; \Delta) < R$$

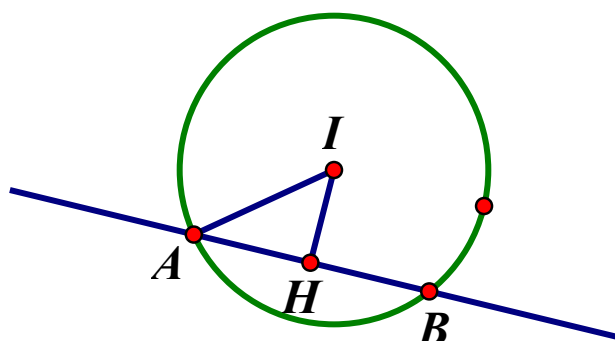
$$\Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2 + m^2}} < 3 \Leftrightarrow 5m^2 + 5m^2 + 17 > 0$$

. Đúng với mọi m.

Câu 222: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Lời giải



- Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$ có tâm $I(-1; 4)$ và bán kính $R = 5$

- Đường thẳng d' song song với đường thẳng d nên phương trình của d' là:
 $3x + 4y + m = 0 (m \neq -2)$

- Kẻ $IH \perp d' \Rightarrow HA = HB = 3$ và IH là khoảng cách từ I đến d' :

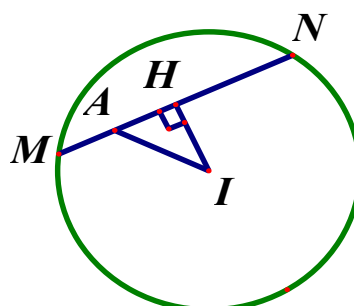
$$IH = \frac{|-3 + 4 + m|}{5} = \frac{|m + 1|}{5}$$

- Xét tam giác vuông IHA : $IH^2 = IA^2 - HA^2 = 25 - 9 = 16$

$$\Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{25} = 16 \Leftrightarrow |m+1| = 20 \Rightarrow \begin{cases} m = 19 \Rightarrow d': 3x + y + 19 = 0 \\ m = -21 \Rightarrow d': 3x + y - 21 = 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

Vậy có hai đường thẳng là: $3x + 4y + 19 = 0; 3x + 4y - 21 = 0$.

Câu 223: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(3; 2)$ và cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho MN ngắn nhất.



$$f(x; y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5.$$

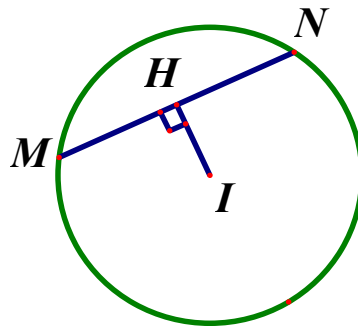
$$f(3; 2) = 9 + 4 - 12 - 12 + 5 = -6 < 0.$$

Vậy $A(3; 2)$ ở trong (C) .

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow MN$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{IA} = (1; -1)$. Vậy d có phương trình: $1(x - 3) - 1(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Câu 224: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ và đường thẳng $d: 4x - 3y + 5 = 0$. Đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{3}$ có phương trình

Lời giải



(C) có tâm $I(1; -3), R = 2$

$d' \parallel d \Rightarrow d'$ có phương trình $4x - 3y + m = 0 (m \neq 5)$.

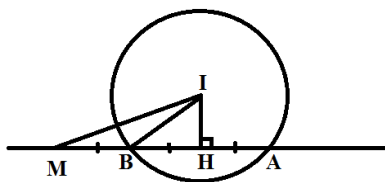
Vẽ $IH \perp MN \Rightarrow HM = \sqrt{3} \Rightarrow IH^2 = R^2 - HM^2 = 4 - 3 = 1$.

$$d(I, d') = IH \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) + m|}{\sqrt{16 + 9}} = 1 \Leftrightarrow |m + 13| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \\ m = -18. \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } \begin{cases} d': 4x - 3y - 8 = 0 \\ d': 4x - 3y - 18 = 0. \end{cases}$$

Câu 225: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ và điểm $M(7; 3)$. Lập phương trình đường thẳng d qua M cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $MA = 3MB$

Lời giải



Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R=5$.

Ta có $IM=2\sqrt{10}>R \Rightarrow M$ nằm ngoài đường tròn (C)

Gọi H là trung điểm AB mà $MA=3MB \Rightarrow B$ là trung điểm MH

$$\text{Ta có } \begin{cases} IH^2 + MH^2 = 40 \\ IH^2 + BH^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IH^2 + 4BH^2 = 40 \\ IH^2 + BH^2 = 25 \end{cases} \text{ suy ra } IH^2 = 20 \Rightarrow IH = 2\sqrt{5}$$

Đường thẳng d qua $M(7;3)$ và có VTPT $n=(a;b), a^2+b^2 \neq 0$ có phương trình là:
 $a(x-7)+b(y-3)=0 \Leftrightarrow ax+by-7a-3b=0$

$$IH = d(I, d) = \frac{|a+b-7a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |3a+b| = \sqrt{5}\sqrt{a^2+b^2}$$

$$9a^2 + 6ab + b^2 = 5(a^2 + b^2) \Leftrightarrow 2a^2 + 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{2} \\ a = -2b \end{cases}$$

$$+) \quad a = \frac{b}{2} \Rightarrow d: x+2y-13=0$$

$$+) \quad a = -2b \Rightarrow d: 2x-y-11=0$$



Câu 226: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=5$.

Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB=8$.

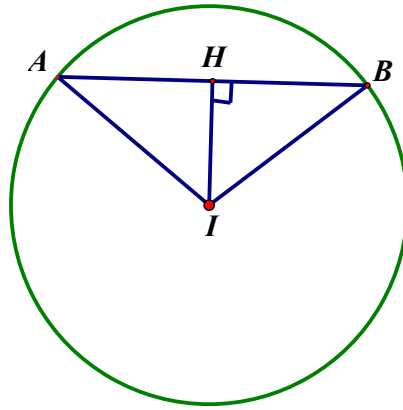
B. $AB=4$.

C. $AB=3$.

D. $AB=6$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Ta có $IH \perp AB$ và

$$IH = d(I; AB) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$$

Xét tam giác vuông AHI ta có: $HA^2 = IA^2 - IH^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

$$\Rightarrow HA = 4 \Rightarrow AB = 2HA = 8$$

Câu 227: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x + 4y + 7 = 0$. Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) . Tính độ dài dây cung AB .

- A. $AB = \sqrt{3}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 2\sqrt{3}$. D. $AB = 4$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -2)$ bán kính $R = 2$.

$$d(I, d) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 < R = 2 \quad \text{nên } d \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt.}$$

Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) .

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, d)} = 2\sqrt{3}$$

Câu 228: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 1)$, đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua

A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

- A. $d: x + 2y - 5 = 0$. B. $d: x - 2y - 5 = 0$. C. $d: x + 2y + 5 = 0$. D. $d: x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{2}$.

Theo giả thiết đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

Vì $BC = 2\sqrt{2} = 2R$ nên BC là đường kính của đường tròn (C) suy ra đường thẳng d đi qua tâm $I(1;2)$

Ta chọn: $\vec{u_d} = \vec{IA} = (2; -1) \Rightarrow \vec{n_d} = (1; 2)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(3;1)$ và có VTPT $\vec{n_d} = (1; 2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $1(x-3) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 229: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$.

Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} IM_1 = IM_2 = \sqrt{10} \\ I(1;2) \end{cases} \Rightarrow M_1, M_2 \in (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10.$$

Mặt khác, M_1, M_2 thuộc $(d): 2x + y - 5 = 0$ nên ta có tọa độ M_1, M_2 là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 & (1) \\ 2x + y - 5 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow y = -2x + 5, \text{ thay vào } (1) \text{ ta có } 5x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{5} \end{cases}$$

$$\text{Gọi } x_1, x_2 \text{ lần lượt là hoành độ của } M_1 \text{ và } M_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 + \frac{14}{5} = \frac{14}{5}.$$

Câu 230: Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình:

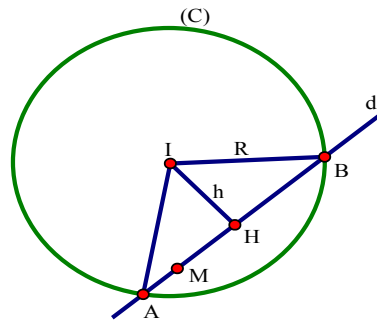
$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. I là tâm (C) , đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại

A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là:
 $x + by + c = 0$. Tính $b + c$

- A. 8. B. 2. C. 6. D. 1.

Lời giải

Chọn B



(C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Đặt $h = d(I, AB)$. Ta có: $S_{IAB} = \frac{1}{2}h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16$.

Mặt khác: $R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20$

Suy ra: $\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$

Vì d đi qua $M(1; -3)$ nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

Với $h = 4 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b \in \Phi$

Với $h = 2 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2$.

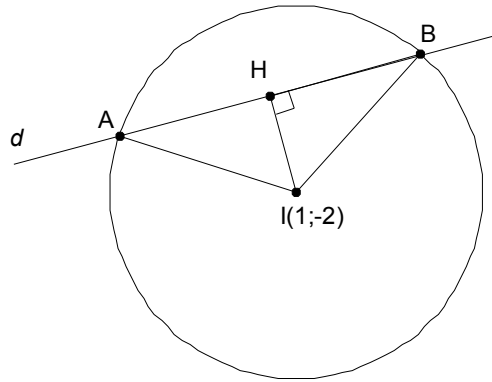
Câu 231: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$ và điểm $I(1; -2)$. Gọi (C) là đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B

sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 4. Phương trình đường tròn (C) là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$.
 C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$IH = d(I; d) = 2$$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \Rightarrow AH = 2$$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$$

Câu 232: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M(2; 1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6.

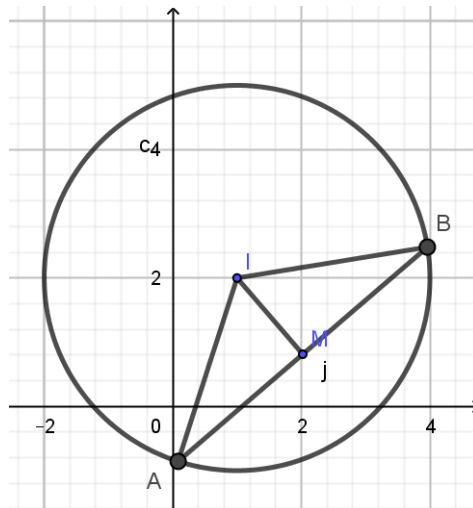
B. $\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ nên có tâm $I(1; 2)$, $R = 3$

$$\forall IM = \sqrt{2} < 3 = R.$$

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B . Gọi J là trung điểm của AB . Ta có:

$$\text{Ta có: } AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9 - 2} = 2\sqrt{7}.$$

Câu 233: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm M nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM ?

- A. 3. B. 1. C. 5. D. 2.

Lời giải 1

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=3$.

Ta có $\vec{OI} = (-4;3)$ suy ra phương trình đường thẳng OI là $\begin{cases} x = -4t \\ y = 3t \end{cases}$.

$OI \cap (C) = \{M\}$ Tọa độ $(x;y)$ của M là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25t^2 - 50t + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \\ x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} t = \frac{2}{5} \\ x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Suy ra $M_1\left(-\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right), M_2\left(-\frac{8}{5}; \frac{6}{5}\right)$

Ta có $OM_1 = \sqrt{\left(-\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8, OM_2 = \sqrt{\left(-\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2 \Rightarrow OM_{\min} = OM_2 = 2$.

Cách 2

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R = \sqrt{4^2 + 3^2 - 16} = 3$.

Phương trình đường thẳng OI đi qua $O(0;0)$ có vptpt $n(3;4)$ là:

$$3x + 4y = 0$$

Tọa độ $M = OI \cap (C)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

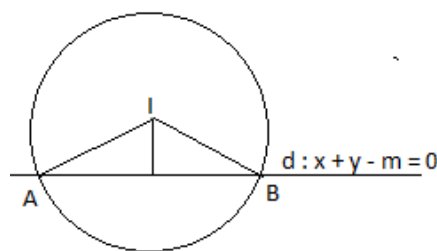
Ta có $OM_1 = \sqrt{\left(\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8; OM_2 = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2$. Vậy $OM_{\min} = 2$.

Câu 234: Gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x+y-m=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn C



Gọi: $d: x+y-m=0$; tâm của (C) là $I(1;1)$, để $d \cap (C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$$0 \leq d(I; d) < 2 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2} (*)$$

Xét ΔIAB có: $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \angle AIB = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \angle AIB \leq \frac{1}{2} \cdot R^2$

Dấu "=" xảy ra khi: $\sin \angle AIB = 1 \Leftrightarrow \angle AIB = 90^\circ \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$

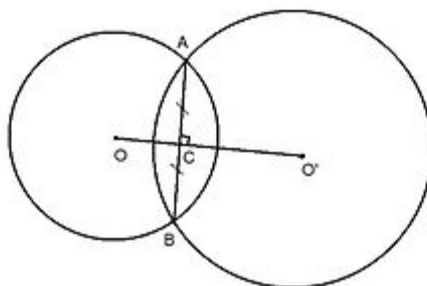
$$\Rightarrow d(I; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (TM) \\ m=4 & (TM) \end{cases}$$

Câu 235: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B . Lập phương trình đường thẳng AB

- A. $x+y-2=0$. B. $x-y+2=0$. C. $x+y+2=0$. D. $x-y-2=0$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1: Xét hệ
$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (2-x)^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ 2x^2 - 6x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{7}}{2}, y = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \\ x = \frac{3-\sqrt{7}}{2}, y = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}, \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right), B\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}, \frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$.

(C) có tâm $O(1;0)$, (C') có tâm $O'(4;3) \Rightarrow \overline{OO'} = (3;3)$

Nên đường thẳng AB qua A và nhận $\vec{n}(1;1)$ là vécto pháp tuyến.

Phương trình: $1\left(x - \frac{3+\sqrt{7}}{2}\right) + 1\left(y - \frac{1-\sqrt{7}}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$. Chọn A .

Cách 2: Giả sử hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B khi đó tọa độ của A và thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $6x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ là phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Never stop learning because life never stop teaching

▮ BÀI TẬP NÂNG CAO VỀ ĐƯỜNG TRÒN

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>