

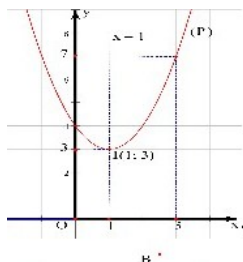
Trắc nghiệm 4 phương án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho đồ thị hàm số y , tìm GTNN của hàm số trên $[0;3]$.



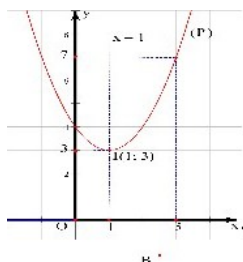
A. 4.

*B. 3.

C. 2.

D. 7.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số y , tìm GTLN của hàm số trên $[0;3]$.



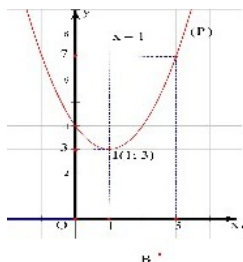
A. 4.

B. 6.

C. 3.

*D. 7.

Câu 3. Cho đồ thị hàm số y , tìm GTLN của hàm số trên $[0;1]$.



*A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Câu 4. Cho bảng biến thiên của hàm số y , tìm GTNN của hàm số trên $[0;9]$.

t	0	$\frac{7}{2}$	9
y	3	$-\frac{37}{4}$	21

A. 3.

B. $\frac{7}{2}$.

*C. $-\frac{37}{4}$.

D. 21.

Câu 5. Cho bảng biến thiên của hàm số y , tìm GTLN của hàm số trên $[0;9]$.

t	0	$\frac{7}{2}$	9
y	3	$-\frac{37}{4}$	21

A. 3.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{37}{4}$.

*D. 21.

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0;2]$.

*A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$f(0) = 0; f(2) = -2; f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{9}{4}$ khi $x = \frac{3}{2}$

Câu 7. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $-\frac{9}{4}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

*C. 0.

D. 5.

Lời giải

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$f(0) = 0; f(2) = -2; f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 0 khi $x = 0$

Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 7x + 3$ trên đoạn $[0; 9]$.

A. 3.

*B. $-\frac{37}{4}$.

C. 21.

D. $\frac{-37}{2}$.

Lời giải

$$f'(x) = 2x - 7$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$f(0) = 3; f(9) = 21; f\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{37}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{-37}{4}$ 0 khi $x = \frac{7}{2}$

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - 7x + 3$ trên đoạn $[0; 9]$.

A. 3.

*B. $-\frac{37}{4}$.

C. 21.

D. $\frac{-37}{2}$.

Lời giải

$$f'(x) = 2x - 7$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$f(0) = 3; f(9) = 21; f\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{37}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 210 khi $x = 9$

Câu 10. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. 3.

*B. $-\frac{37}{4}$.

C. 21.

D. $\frac{-37}{2}$.**Lời giải**

$$f'(x) = -2x - 4$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$f(0) = 3; f(4) = -29$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3 khi $x = 0$

Câu 11. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(30 - 2x)(80 - 2x)$ trên đoạn $[5; 10]$

*A. $\frac{200000}{27}$.B. $\frac{20000}{27}$.

C. 6000.

D. 7000.

Lời giải

Ta có: $f(x) = 4x^3 - 220x^2 + 2400x$

$$f'(x) = 12x^2 - 440x + 2400$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 440x + 2400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{20}{3} (n) \\ x = 30 (l) \end{cases}$$

$$f(5) = 7000; f(10) = 6000; f\left(\frac{20}{3}\right) = \frac{200000}{27}$$

Vậy giá trị lớn nhất là $\frac{200000}{27}$ 18 khi $x = \frac{20}{3}$

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 9$ trên đoạn $[-1; 3]$

A. 2.

B. 9.

*C. 18.

D. 7.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 16x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2; f(0) = 9; f(2) = -7; f(3) = 18$$

Vậy giá trị lớn nhất là 18 khi $x = 3$

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(n) = -20n^2 + 480n$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$

A. 2870.

*B. 2880.

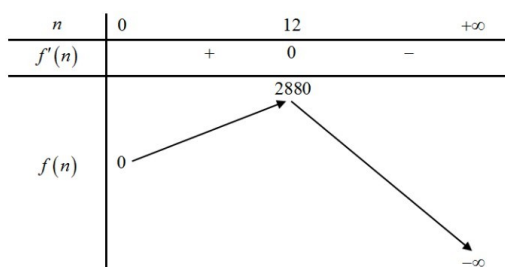
C. 2800.

D. 2000.

Lời giải

$$f'(n) = -40n + 480 = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

Lập bảng biến thiên:



Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2880 khi $n = 12$

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x)$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$
A. 20. **B.** 24. ***C.** 25. **D.** 30.

Lời giải

$$f(x) = -\frac{1}{40}x^3 + \frac{3}{4}x^2$$

$$f'(x) = -\frac{3}{40}x^2 + \frac{3}{2}x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{40}x^2 + \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(l) \\ x = 20(n) \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

x	0	20	$+\infty$
y'		0	-
y		25	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 25 khi $x = 20$

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$
A. 1. ***B.** -17. **C.** 3. **D.** 11.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$

x	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			3	-1

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; +\infty)$ là -17 khi $x = -1$

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên nửa khoảng $(0; +\infty)$
A. 2. **B.** 5. ***C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất là 3 khi $x=1$.

Câu 17. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2000}{x}$ trên khoảng $(0; 10\sqrt{5})$
A. 310. **B.** 250. **C.** 320. ***D.** 300.

Lời giải

$$f(x) = x^2 + \frac{2000}{x}$$

$$f'(x) = 2x - \frac{2000}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 2000 = 0 \Rightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên

x	0	10	$10\sqrt{5}$
$f(x)$		300	589

Vậy giá trị nhỏ nhất là 300 khi $x=10$.

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{500}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$
A. 130. **B.** 160. **C.** 120. ***D.** 150.

Lời giải

$$f(x) = 2x^2 + \frac{500}{x} \Rightarrow f'(x) = 4x - \frac{500}{x^2} = \frac{4x^3 - 500}{x^2}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 500 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Bảng biến thiên.

x	0	5	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		150	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất là 150 khi $x=5$.

Câu 19. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{x-4}$ trên khoảng $(0; 8)$
A. 102. ***B.** 108. **C.** 120. **D.** 110.

Lời giải

$$f(x) = \frac{x^3}{x-4}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2(x-4) - x^3}{(x-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 12x^2 - x^3 = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Bảng biến thiên

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16+(7-x)^2}=10(7-x) \Leftrightarrow x=4 \Leftrightarrow x=4.$$

$$f(0)=\frac{1}{6}\sqrt{65}, \quad f(7)=\frac{41}{30}, \quad f(4)=\frac{17}{15}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $\frac{17}{15}$ khi $x=4$

Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\frac{1}{2}x\sqrt{a^2-2ax}$ trên $\left(0; \frac{a}{2}\right)$, a là hằng số khác 0

A. $\frac{2a^2}{9}$.

B. $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$.

*C. $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a^2}{9}$.

Lời giải

$$f'(x)=\frac{a(a-3x)}{2(\sqrt{a^2-2ax})}$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{a(a-3x)}{2(\sqrt{a^2-2ax})}=0 \Leftrightarrow x=\frac{a}{3}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{2}$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	$\nearrow \frac{a^2}{6\sqrt{3}} \searrow$		

Vậy giá trị nhỏ nhất là $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi $x=\frac{a}{3}$

Câu 24. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=360-10n$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?



A. 17.

B. 20.

C. 15.

*D. 18.

Lời giải

Trọng lượng cá trên đơn vị diện tích là :

$$T=(360-10n)n=360n-10n^2=-10(n^2-36n+324-324)=-10(n-18)^2+3240 \leq 3240$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow n=18$.

Vậy phải thả 18 con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất

Câu 25. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?



*A. 80USD.

B. 160USD.

C. 40USD.

D. 240USD.

Lời giải

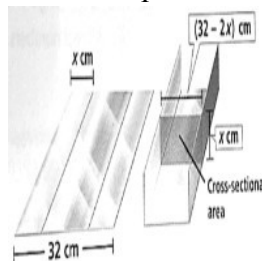
Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 26. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



A. 7 cm.

*B. 8 cm.

C. 9 cm.

D. 10 cm.

Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x của phần gấp hai bên, ta có:

$S(x) = x(32 - 2x)$, với $0 < x < 16$.

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

Ta có: $S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16)$

$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Câu 27. Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $5\sqrt{2}$ thì diện tích của nó lớn nhất là:

A. $\frac{25}{4}$.

*B. $\frac{25}{2}$.

C. 25.

D. $\frac{25}{8}$.

Lời giải

Gọi một cạnh góc vuông là x ($0 < x < 5\sqrt{2}$) nên cạnh còn lại $\sqrt{50 - x^2}$.

Diện tích tam giác vuông là: $S = \frac{1}{2}x\sqrt{50 - x^2}$

Ta có $S = \frac{1}{2}x\sqrt{50 - x^2} \leq \frac{1}{2} \frac{x^2 + 50 - x^2}{2} = \frac{25}{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{50 - x^2} \Leftrightarrow x = 5$.

Diện tích lớn nhất khi: $x = 5 \Rightarrow S = \frac{25}{2}$.

Câu 28. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.



- A. $x = 8$. *B. $x = 10$. C. $x = 15$. D. $x = 7$.

Lời giải

Đk: $x \in [0; 15]$.

Có $G'(x) = 0,035[2x(15-x) - x^2] = 0,105x(10-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$.

$$G(0) = 0 ; \quad G(10) = \frac{35}{2} ; \quad G(15) = 0$$

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều $x = 10$ miligam.

Câu 29. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ với $0 \leq t \leq 30$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

- A. 10 phút. *B. 20 phút. C. 30 phút. D. 25 phút.

Lời giải

$$f(t) = -3t^2 + 60t$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 60t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$$

$$f(0) = f(30) = 1000, f(20) = 5000$$

Vậy giá trị lớn nhất là 5000 khi $t = 20$

Câu 30. Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây đúng.



- *A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD) .
 B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
 C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
 D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD) .

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Số tiền thu được là: } y &= x \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 \Rightarrow y' = 9 - \frac{3}{10}x + \frac{3x^2}{1600} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = 120 \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 60 \\ &\Rightarrow y_{\max} = 160 \Leftrightarrow x = 40 \end{aligned}$$

Câu 31. Sức chứa tối đa mỗi phòng học là 200 em HS. Nếu một phòng học có x HS thì học phí cho mỗi HS là $\left(9 - \frac{x}{40}\right)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 200 HS.
 *B. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 4.320 .
 C. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 360 HS.
 D. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 3.200 .

Lời giải

Số tiền thu được khi có x HS là :

$$f(x) = x \left(9 - \frac{x}{40} \right)^2$$

Ta có
$$f'(x) = \left(9 - \frac{x}{40} \right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{40} \left(9 - \frac{x}{40} \right) x = \left(9 - \frac{x}{40} \right) \left(9 - \frac{x}{40} - \frac{x}{20} \right) = \left(9 - \frac{x}{40} \right) \left(9 - \frac{3x}{40} \right)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(9 - \frac{x}{40} \right) \left(9 - \frac{3x}{40} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \\ x = 120 \end{cases}$$

$$f(120) = 4.320; f(200) = 3.200$$

Vậy $\max_{x \in [0; 200]} f(x) = f(120) = 4.320$

Câu 32. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm², hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất?



- A. $8\sqrt{3}$ cm. B. $4\sqrt{3}$ cm. C. 24 cm. *D. $16\sqrt{3}$ cm.

Lời giải

Gọi cạnh của hình chữ nhật: a, b ; $0 < a, b \leq 48$

Ta có: $ab = 48 \Leftrightarrow b = \frac{48}{a}$. Chu vi: $P(a) = 2 \left(a + \frac{48}{a} \right)$

$$P'(a) = 2 \left(1 - \frac{48}{a^2} \right); P'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4\sqrt{3}$$

Bảng biến thiên:

a	0	$4\sqrt{3}$	48
$P'(a)$		- 0 +	
$P(a)$		$\searrow$ $16\sqrt{3}$ $\nearrow$	

Vậy hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng $16\sqrt{3}$ khi cạnh bằng $4\sqrt{3}$.

Câu 33. Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi m^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất?



A. $R = \frac{1}{2} \text{ m}, h = 8 \text{ m}.$

*B. $R = 1 \text{ m}, h = 2 \text{ m}.$

C. $R = 2 \text{ m}, h = \frac{1}{2} \text{ m}.$

D. $R = 4 \text{ m}, h = \frac{1}{5} \text{ m}.$

Lời giải

$$V = \pi R^2 h = 2\pi \Rightarrow h = \frac{2}{R^2}$$

Từ giả thiết ta có:

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

$$S_{\text{tp}} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \left(R^2 + \frac{2}{R} \right)$$

Xét hàm số $f(R) = R^2 + \frac{2}{R}$ với $R \in (0; +\infty)$. Ta có:

$$f'(R) = 2R - \frac{2}{R^2} = \frac{2(R^3 - 1)}{R^2}$$

$$f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = 1$$

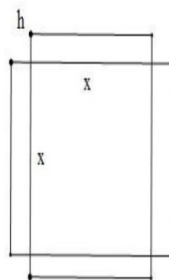
Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất khi $R = 1 \Rightarrow h = 2$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất khi làm thùng phi thì $R = 1 \text{ m}, h = 2 \text{ m}$.

Câu 34. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ và có thể tích là $500(\text{cm}^3)$. Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.



A. 5 cm.

*B. 10 cm.

C. 2 cm.

D. 3 cm.

Lời giải

Để tốn ít nhiên liệu nhất thì diện tích toàn phần phải nhỏ nhất.

$$V = x^2 h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$$

$$S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{2000}{x} \text{ với } x \in (0; 10\sqrt{5})$$

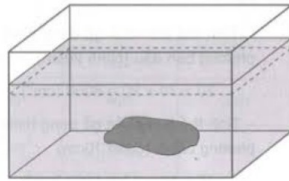
$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2000}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên:

x	0	10	$10\sqrt{5}$
$f(x)$		300	589

Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất 300 khi $x = 10$.

Câu 35. Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/ m^2 . Tìm kích thước của hồ để chi phí thuê nhân công ít nhất. Khi đó chi phí thuê nhân công?



A. 13 triệu đồng.

B. 17 triệu đồng.

*C. 15 triệu đồng.

D. 11 triệu đồng.

Lời giải

Gọi $x (x > 0)$ là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$$V = 2x^2 h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là $S = 6xh + 2x^2 = \frac{500}{x} + 2x^2 \quad (x > 0)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{500}{x} + 2x^2$ với $x \in (0; +\infty)$

$$f'(x) = -\frac{500}{x^2} + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 5$

Vậy chi phí thuê nhân công là: $150.100000 = 15000000$

Câu 36. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.



*A. 39.000 đồng.

B. 42.000 đồng.

C. 43.000 đồng.

D. 40.000 đồng.

Lời giải

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x .

Vì cứ tăng giá thêm 1 thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000 - 100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30, mỗi chiếc khăn có lãi 12. Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12 + x$.

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$$

Xét hàm số $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$

$$f'(x) = -200x + 1800$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 9$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Câu 37. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính

theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?



A. 4 giờ.

*B. 1 giờ.

C. 3 giờ.

D. 2 giờ.

Lời giải

Ta có: $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ với $t \in (0; +\infty)$

$$c'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2}$$

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$			

Vậy $\max_{(0; +\infty)} c(t) = \frac{1}{2}$ khi $t = 1$.

Câu 38. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là



A. 15 ngày.

B. 4 ngày.

C. 10 ngày.

*D. 20 ngày.

Lời giải

Gọi x ($0 < x < 10$) là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10 - x$ là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x}$, $x \in (0; 10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f(x) = \frac{32}{x} + \frac{72}{10-x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2}$

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{32}{x^2} + \frac{72}{(10-x)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-20 \notin (0;10) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	0	4	10	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		20	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Câu 39. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm³. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m² và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m². Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.



- *A. 83200 VNĐ. B. 320000 VNĐ. C. 832000 VNĐ. D. 32000 VNĐ.

Lời giải

Gọi $x, y(m) (x > 0, y > 0)$ là chiều dài và chiều rộng của đáy bể, khi đó theo đề ta suy ra

$$0,6xy = 96 \Leftrightarrow y = \frac{16}{x} \quad \text{Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:}$$

$$f(x) = 2.0,6 \left(x + \frac{16}{x} \right) \cdot 70000 + 100000x \cdot \frac{16}{x} \Leftrightarrow f(x) = 84000 \left(x + \frac{16}{x} \right) + 160000$$

$$f'(x) = 84000 \left(1 - \frac{16}{x^2} \right), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0	0,4	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$			$f(0,4)$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(4) = 83200$ VNĐ.

Câu 40. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.



- A. 30 triệu đồng. B. 29 triệu đồng. *C. 30,5 triệu đồng. D. 29,5 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$

Ta có: $f'(x) = -400x + 200$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -400x + 200 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = 2400; f(4) = -1600; f\left(\frac{1}{2}\right) = 2450$$

$$\max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 41. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.



A. 39000 đồng.

B. 42000 đồng.

*C. 42000đồng.

D. 40000đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoan Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$ trên đoạn $[30000; 50000]$

Ta có: $f'(x) = -\frac{1}{50}x + 840$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{50}x + 840 = 0 \Leftrightarrow x = 42000$$

$$f(30000) = f(50000) = f(42000) = 1440000$$

$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = 1440000 \text{ khi } x = 42000$$

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 42. Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?



A. 6 máy.

*B. 5 máy.

C. 4 máy.

D. 7 máy.

Lời giải

Gọi số giờ cần in là x thì n máy in được $4000.n.x$ bản in trong x giờ.

Ta có $4000.n.x = 50000 \Rightarrow nx = \frac{25}{2}$

Chi phí của n máy chạy trong x giờ là $20x(3n+5)$ nghìn đồng.

Chi phí để bảo trì n máy là $50n$ nghìn đồng.

Tổng chi phí là $f(n) = 20x(3n+5) + 50n = 60xn + 100x + 50n = 750 + \frac{1250}{n} + 50n$

$f'(n) = -\frac{1250}{n^2} + 50$, $f'(n) = 0 \Leftrightarrow n = 5$

Bảng biến thiên

n	1	5	8
$f'(n)$	-	0	+
$f(n)$		$f(5)$	

Để thu được tiền lãi cao nhất cần chi phí thấp nhất, vậy $n = 5$

Câu 43. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách 300km . Vận tốc dòng nước là 6km/h . Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\text{ km/h}$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. 12 km/h

B. 8 km/h

C. 10 km/h

*D. 9 km/h

Lời giải

Thời gian cá bơi: $t = \frac{300}{v-6} \Rightarrow E = cv^3t = cv^3 \cdot \frac{300}{v-6}$

Xét hàm số $E(v) = cv^3 \cdot \frac{300}{v-6}$ với $v \in (6; +\infty)$

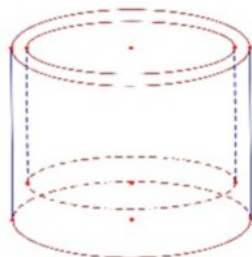
$E'(v) = \frac{-300.c.v^3}{(v-6)^2} + \frac{900cv^2}{v-6} = 0 \Rightarrow v = 9$

Dựa vào bảng biến thiên:

v	6	9	$+\infty$
$E'(v)$		- 0	+
$E(v)$		$E(9)$	

$\Rightarrow E_{\min} \Leftrightarrow v = 9$

Câu 44. Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5\text{ cm}$, thành xung quanh cốc dày $0,2\text{ cm}$ và có thể tích thật là $480\pi\text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?



A. $70,16\pi\text{ cm}^3$

B. $80,16\pi\text{ cm}^3$

C. $85,66\pi\text{ cm}^3$

*D. $75,66\pi\text{ cm}^3$

Lời giải

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là r và h ta có: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{480}{r^2}$

Thể tích hình trụ bên ngoài là: $V = \pi(r+0,2)^2 \cdot (h+1,5) = \pi(r+0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right)$

Thể tích thủy tinh là: $\pi(r+0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) - 480\pi$

Xét $f(r) = \pi(r+0,2)^2 \cdot \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right)$, $r > 0$

$$\Rightarrow f'(r) = 2\pi(r+0,2) \left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) + \pi(r+0,2)^2 \cdot \left(-\frac{960}{r^3}\right)$$

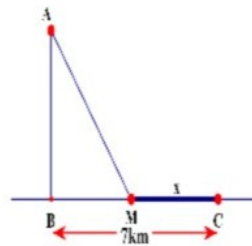
$$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{480}{r^2} + 1,5\right) = (r+0,2) \cdot \frac{960}{r^3} \Leftrightarrow 3 = \frac{192}{r^3} \Leftrightarrow r = 4$$

Bảng biến thiên

r	0	4	$+\infty$
$f'(r)$	-	0	+
$f(r)$	$+\infty$	$\frac{27783}{50}\pi$	$+\infty$

Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\frac{27783}{50}\pi - 480\pi \approx 75,66\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Câu 45. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4(\text{km})$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7(\text{km})$. Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6(\text{km/h})$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10(\text{km/h})$. Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



- A. 9km . B. 6km . C. 3km . *D. 4km .

Lời giải

Quãng đường $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + (7-x)^2}$

$$\frac{\sqrt{16 + (7-x)^2}}{6}$$

Thời gian đi quãng đường AM là $\frac{\sqrt{16 + (7-x)^2}}{6}$

Quãng đường $MC = x \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường MC là $\frac{x}{10}$

Tổng thời gian đi từ A đến C là $y = \frac{1}{6}\sqrt{16 + (7-x)^2} + \frac{1}{10}x$

$$y' = \frac{1}{6} \cdot \frac{x-7}{\sqrt{16 + (7-x)^2}} + \frac{1}{10}$$

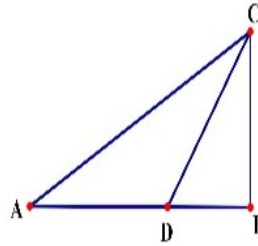
$$y' = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16 + (7-x)^2} = 10(7-x) \Leftrightarrow x = 4$$

$$y(0) = \frac{1}{6}\sqrt{65}, y(7) = \frac{41}{30}, y(4) = \frac{17}{15}$$

Vậy GTNN là $y(4) = \frac{17}{15}$, tức là khoảng cách $x = 4(\text{km})$

Câu 46. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km , khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km . Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy. Biết kinh phí đi đường thủy là

5 USD/km , đi đường bộ là 3 USD/km . Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất?



- A. $\frac{15}{2}$ km . B. 10 km . *C. $\frac{65}{2}$ km . D. 40 km .

Lời giải

Đặt $AD = x$ km , $x \in [0; 40]$ $\Rightarrow BD = 40 - x$ $\Rightarrow CD = \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2}$

Tổng kinh phí đi từ A đến C là $f(x) = x \cdot 3 + \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2} \cdot 5$

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700}$$

$$f'(x) = 3 + 5 \frac{2x - 80}{2\sqrt{x^2 - 80x + 1700}} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} + 5x - 200}{\sqrt{x^2 - 80x + 1700}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} = 200 - 5x \Leftrightarrow x = \frac{65}{2}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{65}{2}$	40
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Câu 47. Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ 5km , trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng 7km . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc 6km/h . Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.

- *A. $2\sqrt{5}$ km . B. $\frac{7}{3}$ km . C. $\frac{7}{2}$ km . D. $3\sqrt{2}$ km .

Lời giải

Gọi $BM = x$ (km) , $0 \leq x \leq 7$. Khi đó: $AM = \sqrt{25 + x^2}$ và $MC = 7 - x$.

Theo đề bài ta có: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$

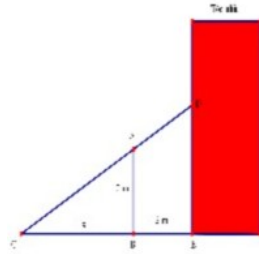
$$f'(x) = \frac{3x - 2\sqrt{25 + x^2}}{4\sqrt{25 + x^2}}$$

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{25 + x^2} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$

Khi đó: $f(0) = \frac{29}{12}$, $f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$ và $f(2\sqrt{5}) = \frac{14 - \sqrt{5}}{12}$.

Vậy $\min_{x \in [0; 7]} f(x) = f(2\sqrt{5}) = \frac{14 - \sqrt{5}}{12}$.

Câu 48. Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m . Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà . Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét?



*A. $4\sqrt{2}m$.

B. $6m$.

C. $3\sqrt{5}m$.

D. $4\sqrt{2}cm$.

Lời giải

Đặt $BC = x (x > 0)$. Ta cần tìm x để độ dài CD đạt GTNN.

Ta có $\frac{BC}{CE} = \frac{x}{x+2} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = AC \frac{x+2}{x} = \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{x+2}{x}$.

Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}$.

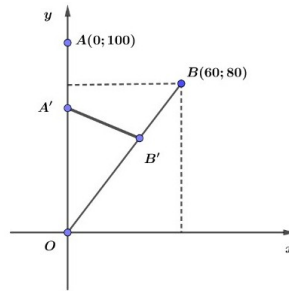
$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{8}{x^2\sqrt{x^2+4}}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên

x	0	2	3	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$4\sqrt{2}$	$+\infty$	

Vậy GTNN là $4\sqrt{2}$, tức là khoảng cách $x = 2$ (m).

Câu 49. Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5 m/s. Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ $B(60;80)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 10 m/s. Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu?



A. $10\sqrt{5}$ m.

*B. $20\sqrt{5}$ m.

C. $20\sqrt{3}$ m.

D. $10\sqrt{3}$ m.

Lời giải

Xét tại thời điểm t , $t \in [0;10]$, con chuồn chuồn bay từ A về O có tọa độ là $A'(0;100-5t)$.

Con chuồn chuồn bay từ $B(60;80)$ về $O(0;0)$ trên quỹ đạo là đường thẳng có hệ số góc là $k = \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Do đó tại thời điểm t , nó có tọa độ là $\begin{cases} x = 60 - 10t \cdot \cos \alpha \\ y = 80 - 10t \cdot \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - 6t \\ y = 80 - 8t \end{cases} \Rightarrow B'(60-6t; 80-8t)$.

Ta có: $\overline{A'B'} = (60-6t; -20-3t)$.

Khi đó, khoảng cách giữa hai con chuồn chuồn là:

$$d = A'B' = \sqrt{(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$$

Xét hàm số $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$ trên đoạn $[0; 10]$

Ta có: $f'(t) = 90t - 600$

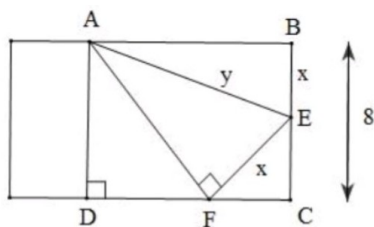
$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 90t - 600 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{20}{3}$$

$$f(0) = 4000; f(10) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000$$

$$\Rightarrow \min_{t \in [0; 10]} f(t) = 2000 \quad \text{khi } x = \frac{20}{3}$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$ m.

Câu 50. Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12 cm và chiều rộng 8 cm . Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?



*A. $6\sqrt{3} \text{ cm}$.

B. $6\sqrt{2} \text{ cm}$.

C. $6\sqrt{5} \text{ cm}$.

D. 6 cm .

Lời giải

Đặt $EF = x, EC = 8 - x \Rightarrow FC = \sqrt{x^2 - (8 - x)^2} = \sqrt{16x - 64}$

Ta có $\Delta ADF \sim \Delta FCE (g.g) \Rightarrow \frac{EF}{AF} = \frac{CF}{AD}$

$$AF = \frac{EF \cdot AD}{FC} = \frac{8x}{\sqrt{16x - 64}}$$

$$y = AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{\frac{64x^2}{16x - 64} + x^2} = \sqrt{\frac{16x^3}{16x - 64}}$$

$$f(x) = \frac{16x^3}{16x - 64} \quad x \in (0; 8)$$

$$f'(x) = \frac{48x^2(16x - 64) - 16 \cdot 16x^3}{(16x - 64)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 768x^3 - 3072x^2 - 256x^3 = 0 \Leftrightarrow 512x^3 - 3072x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Bảng biến thiên:

x	0	6	8
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$		↘ 108 ↗	

$$y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min} = \sqrt{f_{\min}} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

---HẾT---

