|  |  |
| --- | --- |
| **UBND QUẬN HAI BÀ TRƯNG****PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN** **VĂN HÓA VÀ MÔN KHOA HỌC CẤP QUẬN****MÔN TOÁN 9****Năm học 2020 – 2021**  |

**Câu 1. (5 điểm)**

1. Cho là các số thực khác thỏa mãn 

Tìm giá trị biểu thức 

1. Giải phương trình : 

**Câu 2. (5 điểm)**

1. Cho đa thức với hệ số thực thỏa mãn và Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức cho đa thức 
2. Tìm các cặp số nguyên thỏa mãn 
3. Cho là các số nguyên dương phân biệt và là số nguyên tố lẻ sao cho đều chia hết cho Chứng mnh rằng 

**Câu 3. (3 điểm)**

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức với 
2. Với các số thực thỏa mãn và Chứng minh rằng 

**Câu 4. (6 điểm)**

Cho tam giác vuông tại có và đường cao Gọi là chân các đường vuông góc hạ từ lên Gọi là giao điểm của và cắt tại điểm Đường thẳng qua song song với cắt tại 

1. Chứng minh là trung điểm 
2. cắt tại Chứng minh và 
3. Gọi là giao điểm của và Kẻ vuông góc với Chứng minh rằng 

**Câu 5. (1 điểm)** Cho lục giác đều có diện tích và 7 điểm nằm trong lục giác đều . Chứng minh rằng tồn tại tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm trong 7 điểm đã cho có diện tích không lớn hơn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. **Cho là các số thực khác thỏa mãn **

**Tìm giá trị biểu thức **

Ta có 

Suy ra 



1. **Giải phương trình : **

Điều kiện xác định :

Biến đổi phương trình về dạng 

Vì và với mọi nên :



Vậy nghiệm của phương trình 

**Câu 2.**

1. **Cho đa thức với hệ số thực thỏa mãn và Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức cho đa thức **

Đặt . Ta có :



Vậy đa thức dư là 

1. **Tìm các cặp số nguyên thỏa mãn **

Biến đổi phương trình về dạng 



Vậy 

1. **Cho là các số nguyên dương phân biệt và là số nguyên tố lẻ sao cho đều chia hết cho Chứng mnh rằng **

Không mất tính tổng quát ta có thể giả sử rằng 

Thấy rằng đều chia hết cho p suy ra đều không chia hết cho p

Từ giả thiết đều chia hết cho p ta suy ra

mà c không chia hết cho p

Tương tự ta cũng có : , suy ra và 

Ta có : và 

Nếu dẫn đến mà p là số nguyên tố lẻ nên trái với giả thiết. Vậy . Sử dụng các dữ kiện :



**Câu 3.**

1. **Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức với **

**Tìm GTNN của P:**

Vì , do đó vì 

Vậy 

**Tìm GTLN của P**

Vì ta xét 

Áp dụng BĐT AM-GM ta có : 

Do đó , dấu xảy ra khi 

Vậy 

1. **Với các số thực thỏa mãn và Chứng minh rằng **

Từ giả thiết ta có : 

Sử dụng bất đẳng thức ta suy ra :



Vì 

Từ giả thiết 

Do đó 

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh là trung điểm **

Do theo định lý Talet ta có : mà là trung điểm nên , dẫn đến hay là trung điểm  

1. **cắt tại Chứng minh và **

Ta có , sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có , từ đó suy ra 

Chứng minh tương tự ta có : 

Suy ra 

1. **Gọi là giao điểm của và Kẻ vuông góc với Chứng minh rằng **

Sử dụng hệ thức lượng trong các tam giác vuông với ta có , dẫn đến Gọi O là trung điểm của nên tam giác cân tại O, suy ra Từ đó suy ra :

nên nên là trực tâm dẫn đến hay 

Tam giác vuông tại có hay 

Từ (\*) và (\*\*) suy ra là trung trực của dẫn đến nên tam giác vuông tại 

**Câu 5.**Bổ đề: Lấy 3 điểm trong một hình bình hành, khi đó tam giác tạo bởi 3 điểm đó có diện tích bé hơn hoặc bằng nửa diện tích hình bình hành

Áp dụng: Gọi là tâm của lục giác đều, khi đó lục giác chia thành 3 hình bình hành là Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại một hình bình hành chứa ít nhất 3 điểm và theo bổ đề 3 điểm này tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn nửa diện tích hình bình hành, hay diện tích không lớn hơn 