SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **YÊN BÁI**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS** **MÔN: TOÁN 8** **NĂM HỌC 2013-2104**

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị của a để $\left(21x^2 - 9x^3 + x + x^4 + a\right) \vdots \left(x^2 - x - 2\right)$

b) Chứng minh rằng $n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n$ chia hết cho 24 với mọi $n \in \mathbb{Z}$

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Cho $a + b + c = 0.$ Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b) Cho $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0,$ (với $x \neq 0; y \neq 0; z \neq 0)$

Tính giá trị của biểu thức $\frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$

Bài 3. (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{4x}{2+x} + \frac{8x^2}{4 - x^2}\right) : \left(\frac{x-1}{x^2 - 2x} - \frac{2}{x}\right)$

a) Tìm điều kiện xác định, rồi rút gọn biểu thức A

b) Tìm x để $A = -1$

c) Tìm các giá trị của x để $A < 0$

Bài 4. (1,5 điểm)

Chứng minh rằng trong một hình bình hành, khoảng cách từ một điểm trên đường chéo đến hai cạnh kể (hai cạnh kề và đường chéo cùng đi qua một đỉnh của hình bình hành), tỉ lệ nghịch với hai cạnh ấy.

Bài 5. (2,0 điểm)

Gọi M là diểm nằm trong $\widehat{xOy} = m^0 (0 < m < 90).$ Gọi P, Q lần lượt là hình chiếu của M trên $Ox, Oy.$ Gọi H, K lần lượt là trung điểm của OM, PQ

a) Chứng minh $HK \perp PQ$

b) Tính số đo $\widehat{HPQ}$ theo m

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Thương: $x^2 - 8x + 15$ và dư: $a + 30$

Phép chia hết nên $a + 30 = 0 \Rightarrow a = -30$

b)

$$n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n = n\left(n^3 - 2n^2 - n + 2\right)$$

$$= n\left[n^2.(n-2) - (n-2)\right]$$

$$= n\left(n^2 - 1\right)(n-2) = n(n-1)(n+1)(n-2)$$

$n(n-1)(n+1)(n-2)$ là tích 4 số nguyên liên tiếp trong đó phải có 1 số chia hết cho 2, một số chia hết cho 3 và một số chia hết cho 4

Nên $n(n-1)(n+1)(n-2) \vdots 2.3.4 = 24$

Vậy $n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n \vdots 24$

Bài 2.

a) $(a+b+c)^3 = (a+b)^3 + 3(a+b)^2 c + 3(a+b)c^2 + c^3$

$$= (a+b)^3 + 3(a+b)c.(a+b+c) + c^3 = (a+b)^3 + c^3$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(a+b)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 + 3ab(-c)(Vi \qquad a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-c)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

b) Với $a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y}; c = \frac{1}{z}$

Áp dụng kết quả câu a ta có: $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3} = \frac{3}{xyz}$

$$\frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2} = \frac{xyz}{x^3} + \frac{xyz}{y^3} + \frac{xyz}{z^3} = xyz.\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + \frac{1}{z^3}\right)$$

$$= xyz.\frac{3}{xyz} = 3$$

Bài 3.

a) ĐKXĐ: $x \neq 0; x \neq \pm 2$

$$A = \left(\frac{4x}{2+x} + \frac{8x^2}{4-x^2}\right) : \left(\frac{x-1}{x^2-2x} - \frac{2}{x}\right) = \frac{4x(2-x)+8x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{x-1-2(x-2)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{8x-4x^2+8x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{x-1-2x+4}{x(x-2)} = \frac{8x+4x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{3-x}{x(x-2)}$$

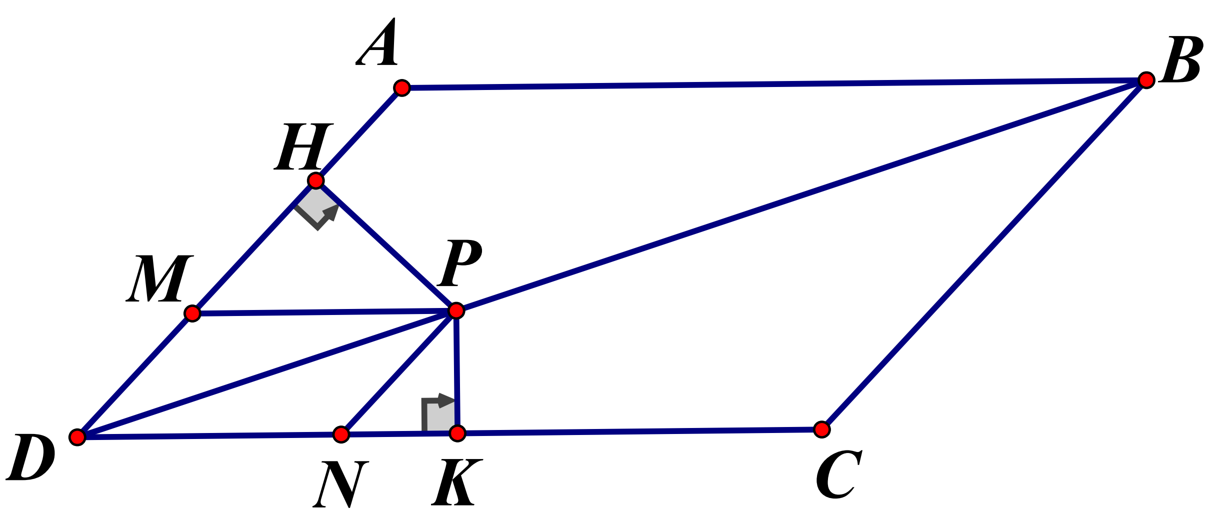
$$= \frac{4x(2+x)}{(2+x)(2-x)} . \frac{x(x-2)}{3-x} = \frac{4x^2}{x-3}$$

b) $$A = -1 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{x-3} = -1 \Leftrightarrow 4x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \frac{3}{4} \end{array}\right.$$

c) $$A < 0 \Leftrightarrow \frac{4x^2}{x-3} < 0 \Leftrightarrow x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$$

Vậy $x < 3; x \neq 0; x \neq \pm 2$ thì $A < 0$

Bài 4.



Kẻ $PH \perp AD; PK \perp CD; PM // CD; PN // AD$

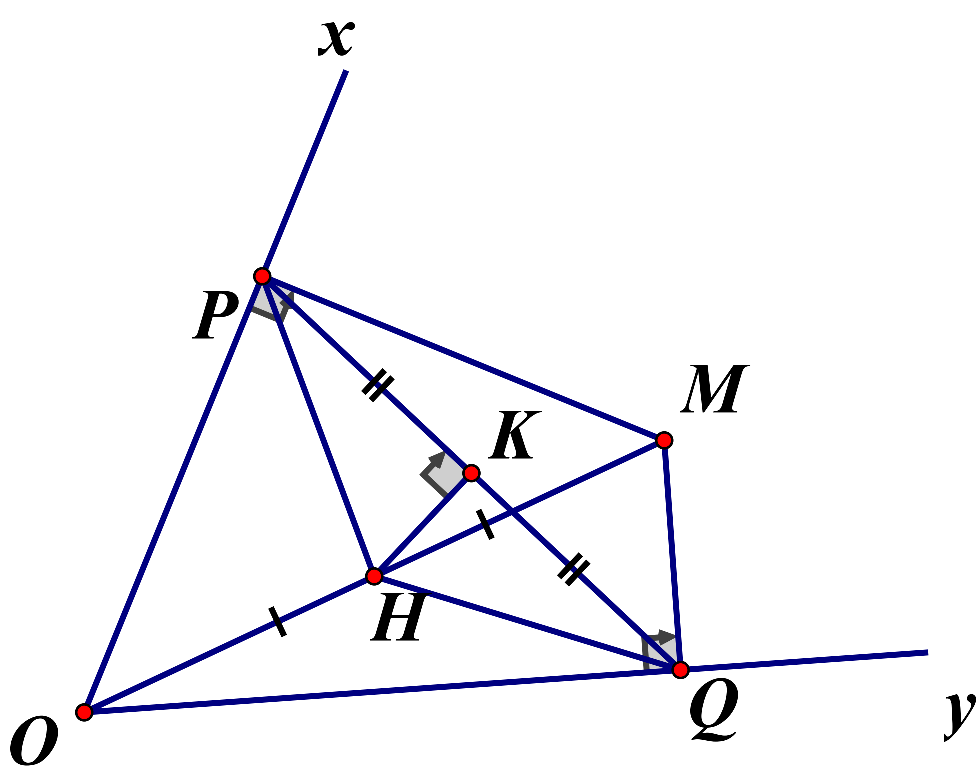
Chứng minh $\Delta HMP \sim \Delta KNP (g.g)$

$\Rightarrow \frac{PH}{PK} = \frac{PM}{PN} \Rightarrow \frac{PH}{PK} = \frac{DN}{PN}$ (do PMDN là hình bình hành)

Chứng minh $\Delta DNP \sim \Delta DCB\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{DN}{DC} = \dfrac{PN}{BC}$

$\Rightarrow \dfrac{DN}{PN} = \dfrac{DC}{BC} \Rightarrow \dfrac{PH}{PK} = \dfrac{DC}{BC}\,(dfcm)$

Bài 5.



a) ΔMPO vuông tại P, đường trung tuyến $PH = \dfrac{1}{2}OM$

ΔMQO vuông tại Q, đường trung tuyến $QH = \dfrac{1}{2}OM$

$\Rightarrow PH = QH \Rightarrow \Delta HPQ$ cân tại H $\Rightarrow HK \perp PQ$

b) $\widehat{MHQ} = 2\widehat{MOQ}; \widehat{MHP} = 2\widehat{MOP}$

$\Rightarrow \widehat{PHQ} = 2.\widehat{POQ} = 2.m^0 \Rightarrow \widehat{PHK} = m^0 \Rightarrow \widehat{HPQ} = 90^0 - m^0$