



ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2021

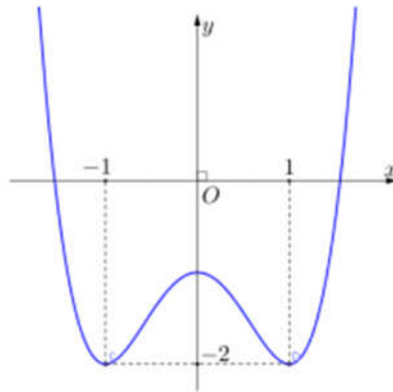
MÃ ĐỀ 107

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

TỔ 7

- Câu 1.** Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng
- A. -3. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 2.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây ?
- A. $z_1 = 3 - 4i$. B. $z_2 = 3 + 4i$. C. $z_3 = -3 + 4i$. D. $z_4 = -3 - 4i$.
- Câu 3.** Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng
- A. -2. B. -5. C. 5. D. 2.
- Câu 4.** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $S = 4\pi R^2$. B. $S = \pi R^2$. C. $S = 16\pi R^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(0;1)$.
- Câu 6.** Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng
- A. 36. B. 12. C. 3. D. 4.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_3(3;1;2)$. B. $\vec{n}_1(-3;1;2)$. C. $\vec{n}_2(3;-1;2)$. D. $\vec{n}_4(3;1;-2)$.
- Câu 8.** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?





A. $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$. B. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. C. $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. D. $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 10. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{5}{2}a^3$. B. $\frac{5}{6}a^3$. C. $\frac{5}{3}a^3$. D. $5a^3$.

Câu 11. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $7 + 2i$. B. $-1 - 6i$. C. $1 + 6i$. D. $7 - 2i$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = 8$. B. $x = \frac{8}{5}$. C. $x = 9$. D. $x = \frac{9}{5}$.

Câu 13. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = 2$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. B. -3. C. -1. D. 5.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của (d) là :





A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 16. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -1. B. 5. C. -5. D. 1.

Câu 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ là

A. $25a^3$. B. a^3 . C. $125a^3$. D. $5a^3$.

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$ đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là :

A. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. B. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. C. $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$. D. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vector \overline{OA} là

A. $(2; -3; 5)$. B. $(-2; -3; 5)$. C. $(-2; 3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 6. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -6.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

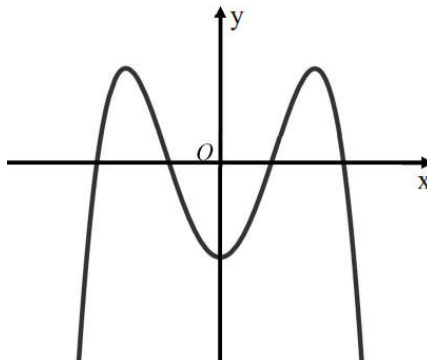
A. $(\log_3 2; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_2 3)$. C. $(\log_2 3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_3 2)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$. B. $\int f(x)dx = 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Câu 24. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.





Câu 25. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$ khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + C.$ **B.** $\int f(x) dx = e^{x-2} + C.$

C. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C.$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I = (1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3.$

Câu 27. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

A. $-4.$

B. $4.$

C. $\frac{-1}{4}.$

D. $\frac{1}{4}.$

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $108\pi.$

B. $36\pi.$

C. $18\pi.$

D. $54\pi.$

Câu 29. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{7}.$

B. $\frac{7}{44}.$

C. $\frac{1}{22}.$

D. $\frac{5}{12}.$

Câu 30. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng

A. $10.$

B. $9.$

C. $8.$

D. $12.$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

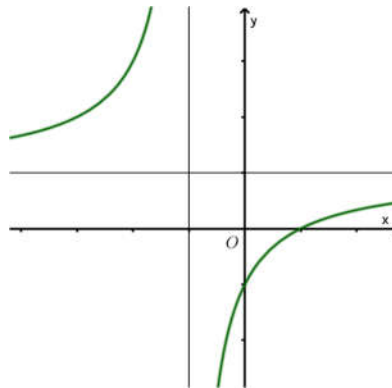
A. $2\sqrt{2}a.$

B. $a.$

C. $2a.$

D. $\sqrt{2}a.$

Câu 32. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

C. $y' < 0, \forall x \neq -1.$

D. $y' > 0, \forall x \neq -1.$

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 + 4i$ Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 4 - 5i.$

B. $\bar{z} = -4 + 5i.$

C. $\bar{z} = 4 + 5i.$

D. $\bar{z} = -4 - 5i.$





Câu 34. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 b = 36$. B. $a^3 + b = 36$. C. $a^3 b = 64$. D. $a^3 + b = 64$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

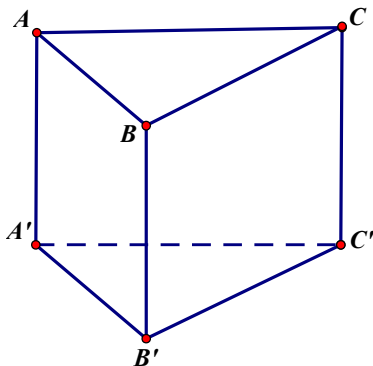
Câu 36. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(4; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

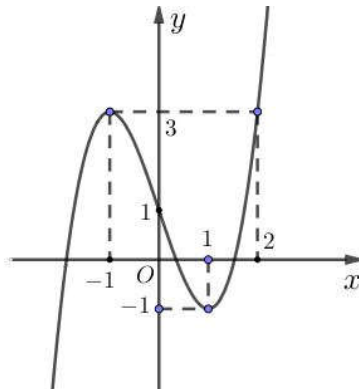
- A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. B. $5x + y + 2z - 25 = 0$.
C. $5x + y + 2z - 5 = 0$. D. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là:

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 7.





- Câu 40.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$
A. Vô số. **B.** 26. **C.** 24. **D.** 25.
- Câu 41.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng
A. 12. **B.** 29. **C.** 27. **D.** 33.
- Câu 42.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 43.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng
A. $2 \ln 2$. **B.** $\ln 3$. **C.** $2 \ln 3$. **D.** $\ln 18$.
- Câu 44.** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.
- Câu 45.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:
A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. **C.** $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
- Câu 46.** Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\bar{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng
A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.
- Câu 47.** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy) \cdot 27^{9x}$.
A. 9. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 11.
- Câu 48.** Cắt hình nón (δ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (δ) bằng
A. $4\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $8\sqrt{13}\pi a^2$.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; -4)$, $B(-2; 1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng
A. $\sqrt{53}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{61}$.





Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.



**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.C	3.C	4.A	5.D	6.B	7.C	8.D	9.C	10.C
11.D	12.D	13.B	14.B	15.D	16.B	17.C	18.B	19.C	20.A
21.C	22.D	23.C	24.A	25.D	26.B	27.D	28.A	29.B	30.C
31.C	32.D	33.C	34.C	35.D	36.D	37.D	38.A	39.D	40.B
41.C	42.B	43.A	44.A	45.B	46.A	47.D	48.A	49.A	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [2D1-5.4-1] Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -3 .**B.** 0 .**C.** 1 .**D.** 3 .**Lời giải****FB tác giả: Hòa Lê**

Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại $x = 0 \Rightarrow y = -3$

Câu 2. [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây ?

A. $z_1 = 3 - 4i$.**B.** $z_2 = 3 + 4i$.**C.** $z_3 = -3 + 4i$.**D.** $z_4 = -3 - 4i$.**Lời giải****FB tác giả: Hòa Lê****Chọn C**

Câu 3. [2D4-1.1-1] Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

A. -2 .**B.** -5 .**C.** 5 .**D.** 2 .**Lời giải****FB tác giả: Thầy Hoa**

Ta có: Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ là 5 .

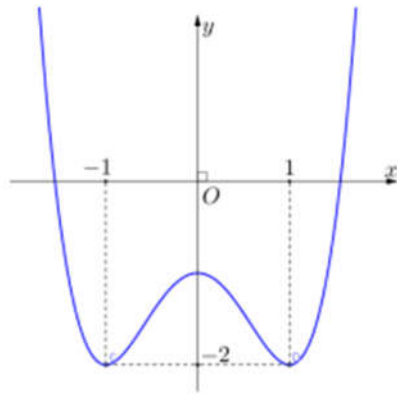
Câu 4. [2H2-2.1-1] Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 4\pi R^2$.**B.** $S = \pi R^2$.**C.** $S = 16\pi R^2$.**D.** $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.**Lời giải****FB tác giả: Thầy Hoa**

Ta có: $S = 4\pi R^2$.

Câu 5. [2D1-1.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?





A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $(0;+\infty)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải.

FB tác giả: Thúy nguyên

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 6. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$ bằng

A. 36.

B. 12.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

FB tác giả: Thúy nguyên

$$\text{Ta có } \int_0^3 3f(x)dx = 3 \int_0^3 f(x)dx = 3 \cdot 4 = 12.$$

Câu 7. [2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3(3;1;2)$.

B. $\vec{n}_1(-3;1;2)$.

C. $\vec{n}_2(3;-1;2)$.

D. $\vec{n}_4(3;1;-2)$.

Lời giải

FB tác giả: Thom Nguyen

Chọn C.

Câu 8. [1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$.

B. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$.

C. $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$.

D. $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Thom Nguyen

Chọn D





Câu 9. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 5. **C. 4.** D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Dung Thùy

Từ bảng xét dấu đạo hàm suy ra hàm số đã cho có 4 điểm cực trị

Câu 10. [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{2}a^3$. B. $\frac{5}{6}a^3$. **C. $\frac{5}{3}a^3$.** D. $5a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Dung Thùy

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.5a^2.a = \frac{5}{3}a^3$.

Câu 11. [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $7 + 2i$. B. $-1 - 6i$. C. $1 + 6i$. **D. $7 - 2i$.**

Lời giải

FB tác giả: viethoang

Ta có $z + w = 4 + 2i + 3 - 4i = 7 - 2i$.

Câu 12. [2D2-5.1-1] Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = \frac{8}{5}$. C. $x = 9$. **D. $x = \frac{9}{5}$.**

Lời giải

Ta có $5x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$.

Câu 13. [2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. **B. $x = 1$.** C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = 2$.

Lời giải





Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $x=1$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty.$$

Câu 14. [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$			5		$-\infty$

Arrows in the original image indicate: from $+\infty$ at $x=-\infty$ down to -3 at $x=-1$; from -3 at $x=-1$ up to 5 at $x=1$; from 5 at $x=1$ down to $-\infty$ at $x=+\infty$.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 1. **B. -3.** C. -1. D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Thị Ngọc Lánh

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $y_{CT} = -3$.

Câu 15. [2H3-3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của (d) là :

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$**

Lời giải

FB tác giả:

Đường thẳng (d) đi qua $M(3; -1; 4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$ có phương trình

$$\text{là : } \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

Câu 16. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -1. **B. 5.** C. -5. D. 1.

Lời giải

$$\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = 3 + 2 = 5$$

Câu 17. [2H1-3.2-1] Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ là





A. $25a^3$.

B. a^3 .

C. $125a^3$.

D. $5a^3$.

Lời giải

$$V = (5a)^3 = 125a^3$$

Câu 18. [1D5-2.1-1] Trên khoảng $(0; +\infty)$ đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là :

A. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$.

B. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

C. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

D. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$$

Câu 19. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ \overline{OA} là

A. $(2; -3; 5)$.

B. $(-2; -3; 5)$.

C. $(-2; 3; 5)$.

D. $(2; -3; -5)$.

Lời giải

FB tác giả: *phuongnguyen*

Tọa độ của vectơ \overline{OA} là $(-2; 3; 5)$.

Câu 20. [2D2-4.1-1] Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

A. \mathbb{R} .

B. $(0; +\infty)$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

FB tác giả: *phuongnguyen*

Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là \mathbb{R} .

Câu 21. [1D3-4.2-1] Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 6.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. -6.

Lời giải

FB tác giả: *Hạnh Tiết Tiết*

$$\text{Ta có } q = \frac{u_2}{u_1} = 3.$$

Câu 22. [2D2-6.1-1] Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(\log_3 2; +\infty)$.

B. $(-\infty; \log_2 3)$.

C. $(\log_2 3; +\infty)$.

D. $(-\infty; \log_3 2)$.

Lời giải

FB tác giả: *Hạnh Tiết Tiết*



Bất phương trình $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là: $S = (-\infty; \log_3 2)$.

Câu 23. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.

B. $\int f(x)dx = 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

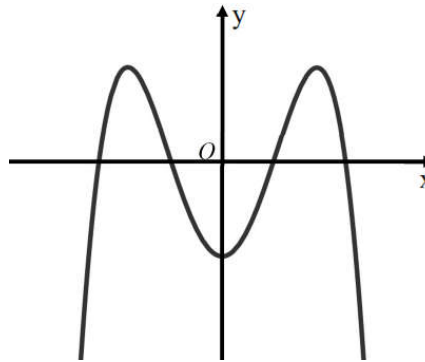
D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Lời giải

Fb tác giả: Nghia phan

Ta có: $\int f(x)dx = \int (x^2 + 4)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

Câu 24. [2D1-5.1-2] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x - 1$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.

Lời giải

Fb tác giả: Nghia phan

Giả sử đồ thị của hàm số trên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có 3 cực trị nên không thể là hàm số bậc 3, do đó ta loại hai đáp án B, C. Mặt khác $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$ do đó ta chọn đáp án A.

Câu 25. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$ khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + C$.

B. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Hạ Kim Cương

Theo công thức nguyên hàm ta có: $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.





Câu 26. [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I = (1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3.

Phương trình của (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3.$

Lời giải

FB tác giả: Hạ Kim Cương

Theo công thức viết phương trình mặt cầu ta có mặt cầu (S) có phương trình:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$$

Câu 27. [2D2-3.1-1] Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

A. $-4.$

B. $4.$

C. $\frac{-1}{4}.$

D. $\frac{1}{4}.$

Lời giải

FB tác giả: Lê Hiền

$$\text{Ta có } \log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_a a = \frac{1}{4}.$$

Câu 28. [2H2-1.1-1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $108\pi.$

B. $36\pi.$

C. $18\pi.$

D. $54\pi.$

Lời giải

FB tác giả: Lê Hiền

$$\text{Thể tích của khối trụ đã cho là } V = \pi r^2 h = \pi 6^2 \cdot 3 = 108\pi.$$

Câu 29. [1D2-5.2-2] Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{7}.$

B. $\frac{7}{44}.$

C. $\frac{1}{22}.$

D. $\frac{5}{12}.$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Khải Hoàn.

$$\text{Số phần tử không gian mẫu là } n(\Omega) = C_{12}^3 = 220.$$

$$\text{Gọi A là biến cố lấy được 3 quả màu xanh. Số phần tử của A là } n(A) = C_7^3 = 35.$$

$$\text{Xác suất của biến cố A là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}.$$

Câu 30. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng





A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Khải Hoàn

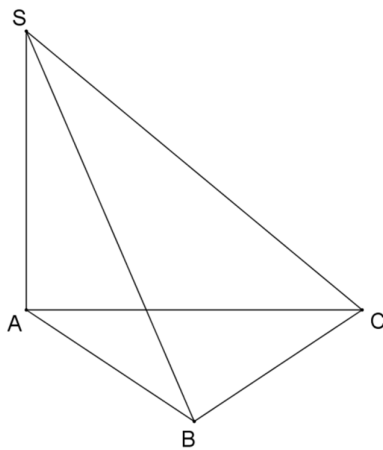
$$\text{Ta có } \int_0^2 [2f(x)-1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 dx = 2.5 - 2 = 8.$$

Câu 31. [IH3-5.3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2\sqrt{2}a$.B. a .C. $2a$.D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải

FB tác giả: Hang tuyet

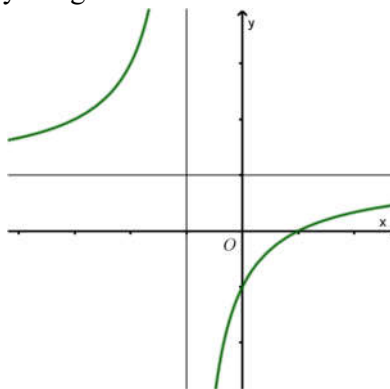


$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

Suy ra : BC chính là khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = BC = 2a.$$

Câu 32. [2D1-1.2-2] Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.C. $y' < 0, \forall x \neq -1$.D. $y' > 0, \forall x \neq -1$.

Lời giải

FB tác giả: Hang tuyet





Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận xét được hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 33. [2D4-3.2-1] Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 + 4i$ Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 4 - 5i$. B. $\bar{z} = -4 + 5i$. **C. $\bar{z} = 4 + 5i$.** D. $\bar{z} = -4 - 5i$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Anh Tuấn

Ta có: $iz = 5 + 4i \Rightarrow z = \frac{5}{i} + 4 = 4 - 5i \Rightarrow \bar{z} = 4 + 5i$.

Câu 34. [2D2-3.2-2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 b = 36$. B. $a^3 + b = 36$. **C. $a^3 b = 64$.** D. $a^3 + b = 64$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 \Leftrightarrow a^3 b = 64$.

Câu 35. [2H3-3.2-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. **D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.**

Lời giải

FB tác giả: Huyền Đào

$(P): x - 2y + 4z + 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}(1; -2; 4)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}(1; -2; 4)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

Câu 36. [2D1-3.1-1] Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 0$. **D. $x = 1$.**

Lời giải

Ta có: $y = f(x) = -x^3 + 3x \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \notin [0; 3] \end{cases}$$

Ta có $f(0) = 0; f(1) = 2; f(3) = -18$.

Vậy hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$.

Câu 37. [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0), B(4; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là





A. $3x + y + 2z - 17 = 0$.

B. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

C. $5x + y + 2z - 5 = 0$.

D. $3x + y + 2z - 3 = 0$.

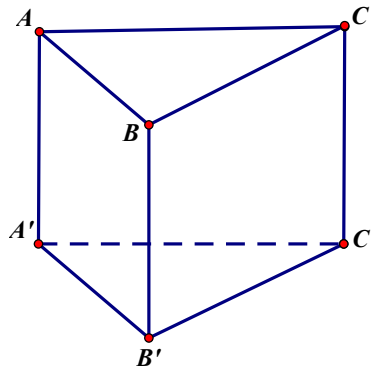
Lời giải

FB tác giả: Duyên Vũ

Ta có $\overline{AB} = (3; 1; 2)$

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên \overline{AB} là VTPT của (P) . Mà (P) đi qua $A(1; 0; 0)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là: $3(x-1) + y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 38. [IH3-2.3-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



A. 45° .

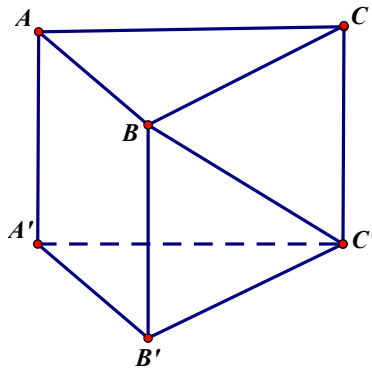
B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

FB tác giả: Duyên Vũ



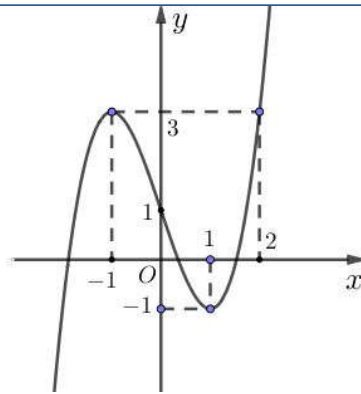
$$\text{Vì } AA' \parallel CC' \Rightarrow (\widehat{AA', BC'}) = (\widehat{CC', BC'})$$

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp BC$ mà $BC = CC'$

$$\Rightarrow \triangle BCC' \text{ vuông cân tại } C \Rightarrow \widehat{BC'C} = 45^\circ \Rightarrow (\widehat{CC', BC'}) = \widehat{BC'C} = 45^\circ \Rightarrow (\widehat{AA', BC'}) = 45^\circ.$$

Câu 39. [2D1-5.3-3] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.





Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là:

A. 9 .

B. 3 .

C. 6 .

D. 7 .

Lời giải

Tác giả: FB công tuần ninh

$$\text{Ta có: } f(f(x))=1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=0 \\ f(x)=a \quad (a < -1) \\ f(x)=b \quad (1 < b < 2) \end{cases}$$

Ta dựa vào đồ thị:

Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm.

Phương trình $f(x)=a$ có 1 nghiệm.

Phương trình $f(x)=b$ có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 40. [2D2-6.5-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$

A. Vô số.

B. 26.

C. 24.

D. 25.

Lời giải

Fb tác giả: Hồng Lê

Điều kiện $x > -25$.

Xét các các phương trình:

$$+ 3^{x^2} = 9^x \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

$$+ \log_3(x+25) = 3 \Leftrightarrow x+25 = 27 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ta có bảng xét dấu sau: Đặt $A(x) = (3^{x^2} - 9^x)[\log_3(x+25) - 3]$

x	-25	0	2	$+\infty$	
$A(x)$	$ $	$-$	$+$	0	$+$





Từ đó, $A(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ -25 < x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \{-24; -23; \dots; 0; 2\}$ (do $x \in \mathbb{Z}$).

Kết luận: có 26 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 41. [2D3-2.1-3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên \mathbb{R}

thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A. 12.

B. 29.

C. 27.

D. 33.

Lời giải

FB tác giả: Đặng Thắng Lợi

Ta có

$$\begin{aligned} F(-1) + 2F(2) &= 2[(F(2) - F(1)) + (F(1) - F(0))] - (F(0) - F(-1)) + 6 \\ &= 2\left(\int_1^2 (2x+5) dx + \int_0^1 (3x^2+4) dx\right) - \int_{-1}^0 (3x^2+4) dx + 6 \\ &= 2\left[\left(x^2+5x\right)\Big|_1^2 + \left(x^3+4x\right)\Big|_0^1\right] - \left(x^3+4x\right)\Big|_{-1}^0 + 6 = 27. \end{aligned}$$

Câu 42. [2D4-4.4-3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đình Thanh

Phương trình bậc hai: $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (1).

+) Trường hợp 1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{2}$. Khi đó phương trình (1) có nghiệm thực z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$ nên $z_0 = 7$ hoặc $z_0 = -7$.

Nếu $z_0 = 7$ thì $7^2 - 2(m+1)7 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 14m + 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + \sqrt{14} \\ m = 7 - \sqrt{14} \end{cases}$. Cả hai giá trị này đều thỏa mãn.

Nếu $z_0 = -7$ thì $(-7)^2 - 2(m+1)(-7) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 63 = 0$. Phương trình ẩn m này vô nghiệm.

+) Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}$. Khi đó phương trình (1) có 2 nghiệm phức là hai số phức liên hợp với nhau. Giả sử một trong hai nghiệm đó là z_0 thì nghiệm còn lại là $\overline{z_0}$. Theo định lý Viet cho phương trình (1) thì tích hai nghiệm bằng m^2 tức là ta có:





$$z_0 \cdot \bar{z}_0 = m^2 \Leftrightarrow |z_0|^2 = m^2 \Leftrightarrow 7^2 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 & (\text{KTM}) \\ m = -7 & (\text{TM}) \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 43. [2D3-3.1-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

A. $2 \ln 2$.

B. $\ln 3$.

C. $2 \ln 3$.

D. $\ln 18$.

Lời giải

FB tác giả: Thanh bùi

Ta có $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) = x^3 + (3+a)x^2 + (b+2a+6)x + 2a+b+c$.

Suy ra: $g'(x) = 3x^2 + 2(3+a)x + b+2a+6$.

Xét phương trình

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x) = f(x) - 6 \Leftrightarrow 3x^2 + 2(a+3)x + 2a+b+6 = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Ta có diện tích bằng

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{g'(x)}{g(x)+6} \right) dx \right| = \left| \ln |g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| \\ &= \left| \ln |g(x_2)+6| - \ln |g(x_1)+6| \right| = \left| \ln 4 \right| = 2 \ln 2 \end{aligned}$$

Câu 44. [2H1-3.2-2] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

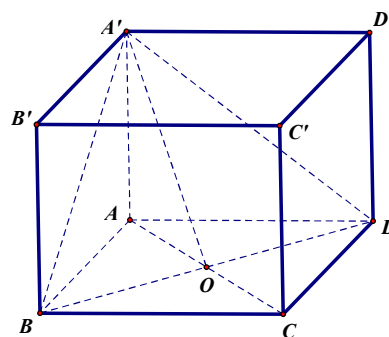
A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

B. $2\sqrt{3}a^3$.

C. $6\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Khi đó ta có $((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA} = 30^\circ$

Theo giả thiết suy ra $AC = BD = 2a \Rightarrow AO = a$

Tam giác $A'OA$ vuông tại A nên $A'A = AO \cdot \tan 30^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$





$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{2\sqrt{3} \cdot a^3}{3}$$

Câu 45. [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. C. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

FB tác giả: Phùng Huyền

Ta có: $M(0;1;2) \in d; M \in (P)$ vậy hình chiếu vuông góc của M trên (P) là M .

$N(1;2;1) \in d$, đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$$

N' là hình chiếu của N trên (P) nên $N' = \Delta \cap (P)$ vậy

$$(1+t) + 2(2+2t) + (1+t) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}. \text{ Suy ra tọa độ } N' \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3} \right).$$

Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) là đường thẳng MN' có phương trình là

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}.$$

Câu 46. [2D4-5.1-4] Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\bar{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. B. 3. C. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. D. $\sqrt{5}$.

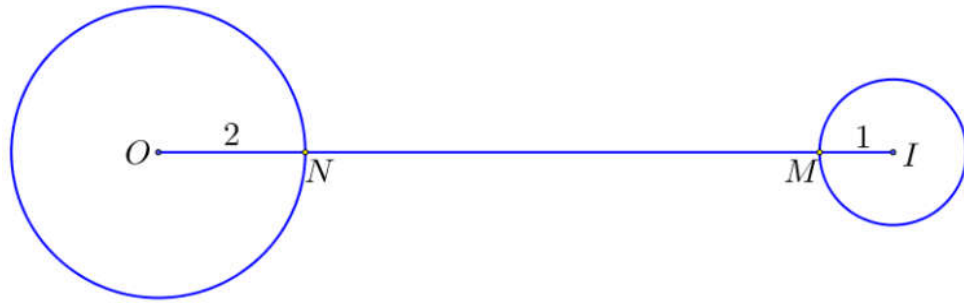
Lời giải

Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z-6-8i$ và $-i\bar{w}$, suy ra

$$|z+i\bar{w}-6-8i| = |z-6-8i - (-i\bar{w})| = MN.$$

- $|z| = |(z-6-8i) - (-6-8i)| = 1 \Leftrightarrow MI = 1$ với $I(-6;-8)$, suy ra M thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(-6;-8)$ bán kính $R_1 = 1$.
- $|w| = |-i\bar{w}| = 2$, suy ra N thuộc đường tròn (C_2) tâm O bán kính $R_2 = 2$.





○ Do (C_1) và (C_2) rời nhau nên $MN_{\min} = OI - R_1 - R_2 = 10 - 1 - 2 = 7$,

$$\text{đạt được khi } \begin{cases} \overline{OM} = \frac{9}{10} \overline{OI} \\ \overline{ON} = \frac{1}{5} \overline{OI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-\frac{27}{5}; -\frac{36}{5}\right) \\ N\left(-\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - 6 - 8i = -\frac{27}{5} - \frac{36}{5}i \\ -i\bar{w} = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| -1 - \frac{2}{5}i \right| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

Câu 47. [2D2-5.5-4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thỏa mãn

$$27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{9x}.$$

A. 9.

B. 12.

C. 27.

D. 11.

Lời giải

FB Tác giả : Ngô Ngọc Hà

Ta có $27^{3x^2+xy} = (1+xy).27^{9x} \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-9x} = 1+xy$. Suy ra $1+xy > 0$ (1)

+ Nếu $y < 0$, kết hợp với $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$, suy ra $-3 < y < 0$. Lại có $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-2; -1\}$.

Thử lại với từng trường hợp, ta thấy thỏa mãn đề bài.

+ Nếu $y \geq 0$

$$(1) \Leftrightarrow 3x^2 + xy - 9x = \log_{27}(1+xy) \Leftrightarrow 3x^2 + (y-9)x - \log_{27}(1+xy) = 0.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + (y-9)x - \log_{27}(1+xy)$ trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$, ta có

$$f'(x) = 6x + y - 9 - \frac{y}{(1+xy)\ln 27} \Rightarrow f''(x) = 6 + \frac{y^2}{(1+xy)^2 \ln 27} > 0, \forall x \in \left[\frac{1}{3}; 3\right].$$

Suy ra $f(x)$ có đồ thị lõm trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ hay $f(x) = 0$ có không quá hai nghiệm trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Mà $f(0) = 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong $\left(\frac{1}{3}; 3\right) \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{3}\right) < 0 \\ f(3) > 0 \end{cases}$





$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y}{3} - \frac{8}{3} - \log_{27} \left(1 + \frac{y}{3} \right) < 0 & (1) \\ 3y - \log_{27} (1 + 3y) > 0 & (2) \end{cases}$$

* Xét hàm số $g(y) = \frac{y}{3} - \frac{8}{3} - \log_{27} \left(1 + \frac{y}{3} \right)$ trên $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

$$\text{Có } g'(y) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \left(1 + \frac{y}{3} \right) \ln 27} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3(3+y) \ln 3} > 0, \quad \forall y \in \left[\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

Suy ra hàm số $g(y) = \frac{y}{3} - \frac{8}{3} - \log_{27} \left(1 + \frac{y}{3} \right)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

$$\text{Đồng thời: } \begin{cases} y \in \mathbb{N} \\ g(9) = \frac{1}{3} - \log_{27} 4 < \frac{1}{3} - \log_{27} 3 = 0 \\ g(10) = \frac{2}{3} - \log_{27} \left(\frac{13}{3} \right) = 1 - \log_{27} 13 > 0 \end{cases} \quad \text{hay } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} y \in \mathbb{N} \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

* Xét hàm số $h(y) = 3y - \log_{27} (1 + 3y)$ trên $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

$$\text{Có } h'(y) = 3 - \frac{3}{(1+3y) \ln 27} = 3 - \frac{1}{(1+3y) \ln 3} > 0, \quad \forall y \in \left[\frac{1}{3}; +\infty \right).$$

Suy ra hàm số $h(y) = 3y - \log_{27} (1 + 3y)$ đồng biến trên $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$.

$$(2) \Leftrightarrow 3y - \log_{27} (1 + 3y) > 0 \Leftrightarrow h(y) > h(0) \Leftrightarrow y > 0.$$

Kết hợp nghiệm của hệ gồm hai phương trình (1), (2) ta được $y \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên của y thỏa mãn đề bài.

Câu 48. [2H2-1.2-3] Cắt hình nón (δ) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° , ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (δ) bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

B. $8\sqrt{7}\pi a^2$.

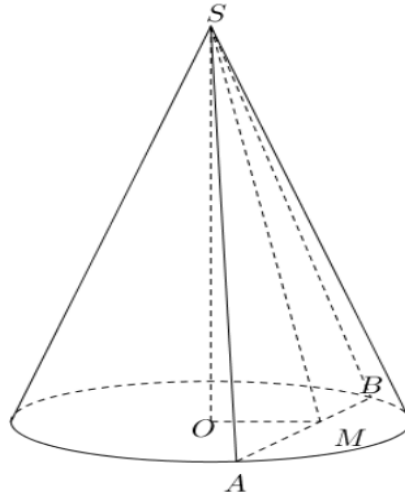
C. $4\sqrt{13}\pi a^2$.

D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

FB tác giả: Trần Thị Vân

Lời giải





Giả sử mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đáy của hình nón theo dây AB . Suy ra tam giác SAB đều.

$$\Rightarrow AB=4a.$$

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow ((P), (OAB)) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Vì SM là đường cao của tam giác SAB nên $SM = \frac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Tam giác SMO vuông tại O nên $\sin \widehat{SMO} = \frac{SO}{SM} \Rightarrow SO = SM \cdot \sin 60^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Suy ra $OM = \sqrt{SM^2 - SO^2} = \sqrt{12a^2 - 9a^2} = a\sqrt{3}$; $OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{3a^2 + 4a^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot a\sqrt{7} \cdot 4a = 4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 49. [2H3-1.4-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; -4)$, $B(-2; 1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{53}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $3\sqrt{5}$.

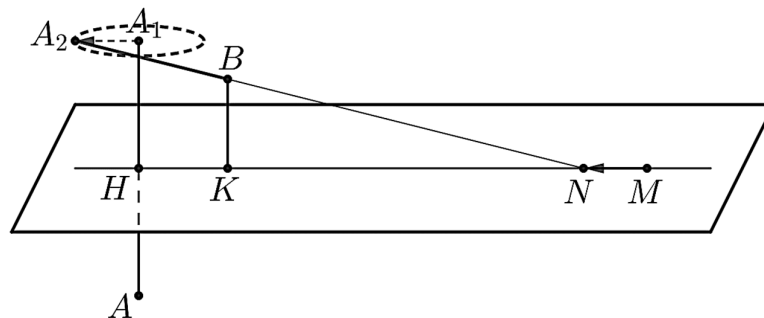
D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

Vì $z_A \cdot z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (Oxy)

$$\Rightarrow H(1; -3; 0), K(-2; 1; 0).$$



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy) \Rightarrow A_1(1; -3; 4)$.

Gọi A_2 thỏa mãn $\overline{A_1A_2} = \overline{MN} \Rightarrow A_1A_2 = 2$

$\Rightarrow A_2$ thuộc đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) và có tâm A_1 , bán kính $R = 2$.





Khi đó: $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leq A_2B$

Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \overline{A_1A_2}$ ngược hướng với \overline{HK} .

$$\Rightarrow \overline{A_1A_2} = -\frac{|\overline{A_1A_2}|}{|\overline{HK}|} \overline{HK} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}; 0\right) \Rightarrow A_2 \left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5}; 4\right) \Rightarrow A_2B = \sqrt{53}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Câu 50. [2D1-2.6-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

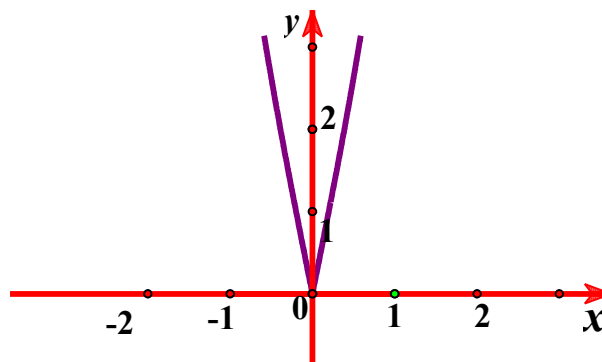
FB tác giả: Nguyễn Tân Quang

$$\begin{aligned} \text{Ta có } g(x) &= f(|x^3 + 5x| + m) \Rightarrow g'(x) = (|x^3 + 5x| + m)' f'(|x^3 + 5x| + m) \\ &= \frac{(3x^2 + 5)(x^3 + 5x)}{|x^3 + 5x|} \cdot [(|x^3 + 5x| + m - 7)(|x^3 + 5x| + m - 3)(|x^3 + 5x| + m + 3)]. \end{aligned}$$

Từ đó ta có: $g'(x)$ không xác định và đổi dấu tại $x = 0$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| + m - 7 = 0 \\ |x^3 + 5x| + m - 3 = 0 \\ |x^3 + 5x| + m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| = 7 - m \\ |x^3 + 5x| = 3 - m \\ |x^3 + 5x| = -3 - m \end{cases}.$$

Do đó hàm số đã cho có ít nhất 3 điểm cực trị khi có ít nhất 2 nghiệm đơn hoặc bội lẻ khác 0.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = |x^3 + 5x|$ và $-3 - m < 3 - m < 7 - m$ ta suy ra $7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m .

