

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^2$

Câu 3. (1 điểm). Bác Hùng mua hai món hàng tại một cửa hàng món hàng thứ nhất có giá ghi là 400000 đồng và Bác được giảm 20% trên giá trị món hàng; món hàng thứ hai Bác được giảm 30% trên giá trị món hàng. Tổng số tiền Bác phải thanh toán là 740000 đồng. Hỏi nếu Bác mua thêm một món hàng thứ hai thì Bác được giảm tất cả bao nhiêu tiền?

Câu 4. (1 điểm). Một thùng chứa một lượng thể tích dung dịch cồn rửa tay 70° . Lần đầu người ta sử dụng $\frac{1}{6}$ thể tích dung dịch; lần thứ hai người ta sử dụng $\frac{1}{2}$ của thể tích dung dịch lần đầu

sử dụng; lần thứ ba người ta sử dụng $\frac{1}{7}$ thể tích dung dịch; lần thứ tư người ta sử dụng

nhiều hơn lần thứ nhất và lần thứ ba sử dụng $\frac{8}{42}$ thể tích dung dịch; lúc này trong thùng còn

lại 0,9 lít dung dịch. Hỏi thể tích dung dịch có trong thùng là bao nhiêu lít?

Câu 5. (1 điểm). Để tìm hiểu về sự nở vì nhiệt của chất rắn, Bạn An đã thực hiện một thí nghiệm đơn giản. Chuẩn bị một thanh kim loại đồng chất, sau đó nung nóng thanh kim loại. Quan sát sự thay đổi chiều dài của thanh kim loại theo nhiệt độ, bạn thấy rằng ban đầu khi ở nhiệt độ 40° thanh kim loại có chiều dài là 5 mét; khi nung nóng thanh kim loại ở nhiệt độ 140° thì chiều dài của nó tăng thêm 6 mm. Mối liên hệ giữa chiều dài y (mét) của thanh kim và nhiệt độ $x(^{\circ}\text{C})$ là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.



a. Xác định hệ số a và b .

b. Hãy tính chiều dài của thanh kim loại khi ở nhiệt độ 100° .

Câu 6. (1 điểm). Biểu giá bán lẻ điện sinh hoạt của khách hàng năm 2022 được áp dụng để tính toán tiền sử dụng điện như sau:

Số điện (kWh)	Giá bán điện (đồng/kWh)
Bậc 1: Từ 0 – 50 kWh	1 678
Bậc 2: Từ 51 – 100 kWh	1 734
Bậc 3: Từ 101 – 200 kWh	2 014
Bậc 4: Từ 201 – 300 kWh	2 536
Bậc 5: Từ 301 – 400 kWh	2 834
Bậc 6: Từ 401 kWh trở lên	2 927

Như vậy, số điện tiêu thụ sinh hoạt hàng tháng càng cao thì mức giá tiền điện càng cao. Để tính tiền điện hàng tháng được thực hiện theo công thức sau:

Tiền điện bậc $i = (\text{số kWh áp dụng giá bậc } i) \times (\text{giá 1 kWh bậc } i)$

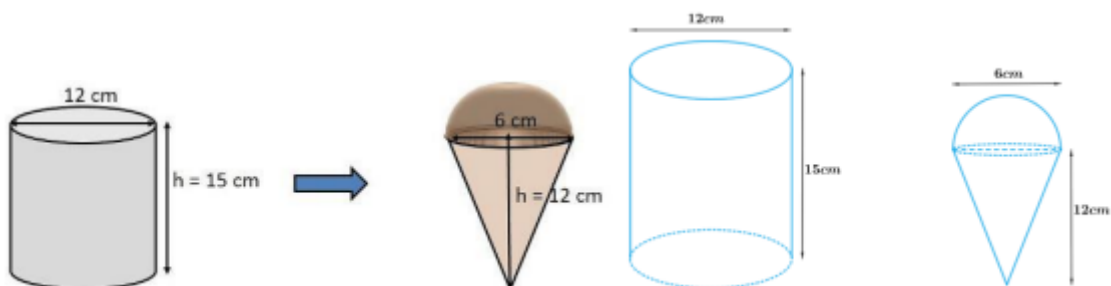
Tiền điện = tổng tiền điện các bậc

Ví dụ: nếu sử dụng hết 100kWh thì tiền điện là $50.1678 + 50.1734 = 170600$ đồng

Ngoài ra, trên hóa đơn tiền điện người sử dụng điện còn phải trả thêm 8% thuế giá trị gia tăng (VAT) trên số tiền điện.

- Hãy tính số tiền điện khách hàng cần trả nếu sử dụng hết 200kWh điện (bao gồm cả VAT).
- Trong tháng 4 / 2022 nhà cô Bình đã trả 336506,4 đồng cho hóa đơn tiền điện. Hỏi nhà cô Bình tiêu thụ hết bao nhiêu kWh điện?

Câu 7. (0,75 điểm). Một hộp kem hình trụ có đường kính 12cm và chiều cao 15cm đựng đầy kem. Kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12cm và đường kính 6cm , có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



Câu 8. (3 điểm). Từ điểm A ở ngoài (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB và AC (B, C là 2 tiếp điểm) và cát tuyến ADE ($AD < AE$)

- Chứng minh: $OA \perp BC$ và tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
- Đường thẳng đi qua điểm C , song song với DE và cắt đường tròn (O) tại F (F khác C).

Gọi I là giao điểm của BF và DE . Chứng minh: I là trung điểm của DE .

- Chứng minh: $BE.EF + BD.DF = BC.DE$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x - 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

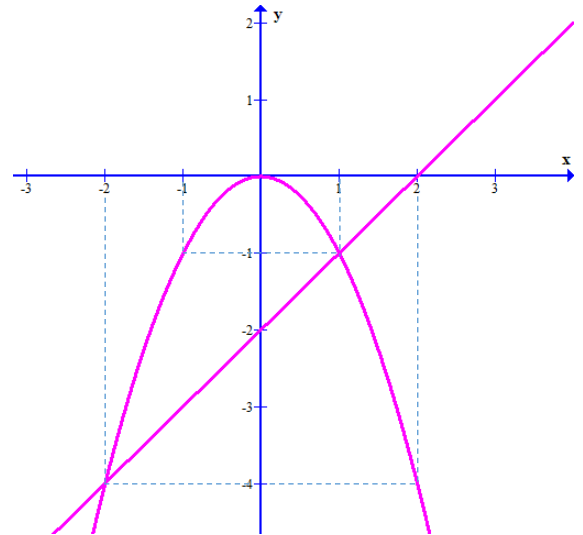
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	1
$y = x - 2$	-2	-1



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-x^2 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay $x = 1$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -1^2 = -1$.

Thay $x = -2$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -(-2)^2 = -4$.

Vậy $(1; -1)$, $(-2; -4)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $2x^2 - 3x - 4 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^2$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 2 = 41 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

$$A = \left(\frac{1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{x_2}\right)^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2)}{(-2)^2} = \frac{25}{16}$$

Câu 3. (1 điểm). Bác Hùng mua hai món hàng tại một cửa hàng món hàng thứ nhất có giá ghi là 400000 đồng và Bác được giảm 20% trên giá trị món hàng; món hàng thứ hai Bác được giảm 30% trên giá trị món hàng. Tổng số tiền Bác phải thanh toán là 740000 đồng. Hỏi nếu Bác mua thêm một món hàng thứ hai thì Bác được giảm tất cả bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá ban đầu của món hàng thứ hai ($x > 0$)

Vì tổng số tiền thanh toán 740000 nên

$$\begin{aligned} 400000 \cdot (1 - 20\%) + x(1 - 30\%) &= 740000 \\ \Leftrightarrow x &= 600000 \end{aligned}$$

Vậy số tiền Bác được giảm là : $20\% \cdot 400000 + 30\% \cdot 600000 = 260000$ đồng.

Câu 4. (1 điểm). Một thùng chứa một lượng thể tích dung dịch cồn rửa tay 70° . Lần đầu người ta sử dụng $\frac{1}{6}$ thể tích dung dịch; lần thứ hai người ta sử dụng $\frac{1}{2}$ của thể tích dung dịch lần đầu sử dụng; lần thứ ba người ta sử dụng $\frac{1}{7}$ thể tích dung dịch; lần thứ tư người ta sử dụng nhiều hơn lần thứ nhất và lần thứ ba sử dụng $\frac{8}{42}$ thể tích dung dịch; lúc này trong thùng còn lại 0,9 lít dung dịch. Hỏi thể tích dung dịch có trong thùng là bao nhiêu lít?

Lời giải

Gọi x (l) là thể tích dung dịch có trong thùng lúc đầu. ($x > 0$)

Số lít dung dịch lần đầu sử dụng: $x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}x$ (lít)

Số lít dung dịch lần thứ hai sử dụng: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}x = \frac{1}{12}x$ (lít)

Số lít dung dịch lần thứ ba sử dụng: $\frac{1}{7}x$ (lít)

Số lít dung dịch lần thứ tư sử dụng: $\frac{1}{6}x + \frac{1}{7}x + \frac{8}{42}x = \frac{1}{2}x$ (lít)

Số lít dung dịch còn lại: $x - \frac{1}{6}x - \frac{1}{12}x - \frac{1}{7}x - \frac{1}{2}x = \frac{3}{28}x$ (lít)

Ta có phương trình: $\frac{3}{28}x = 0,9 \Leftrightarrow x = 8,4$ (nhận)

Vậy thể tích dung dịch có trong thùng lúc đầu là 8,4 lít.

Câu 5. (1 điểm). Để tìm hiểu về sự nở vì nhiệt của chất rắn, Bạn An đã thực hiện một thí nghiệm đơn giản. Chuẩn bị một thanh kim loại đồng chất, sau đó nung nóng thanh kim loại. Quan sát sự thay đổi chiều dài của thanh kim loại theo nhiệt độ, bạn thấy rằng ban đầu khi ở nhiệt độ 40° thanh kim loại có chiều dài là 5 mét; khi nung nóng thanh kim loại ở nhiệt độ 140° thì chiều dài của nó tăng thêm 6 mm. Mối liên hệ giữa chiều dài y (mét) của thanh kim và nhiệt độ $x(^{\circ}\text{C})$ là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.



a. Xác định hệ số a và b .

b. Hãy tính chiều dài của thanh kim loại khi ở nhiệt độ 100° .

Lời giải

a. Xác định các hệ số a và b . (1)

Theo đề bài, ta có:

$$\text{Với } \begin{cases} x = 40 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow 5 = 40.a + b. \quad (1)$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = 140 \\ y = 5 + 0,006 \end{cases} \Rightarrow 5,006 = 140.a + b. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 40a + b = 5 \\ 140a + b = 5,006 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{50000} \\ b = 4,9976 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy: } a = \frac{3}{50000}, b = 4,9976 \text{ và } y = \frac{3}{50000}x + 4,9976.$$

b. Chiều dài của thanh kim loại khi ở nhiệt độ 100°C

$$\text{Thế } x = 100 \text{ vào } y = \frac{3}{50000}x + 4,9976 = \frac{3}{50000}.100 + 4,9976 = 5,0036$$

Vậy chiều dài của thanh kim loại của thanh kim loại khi ở nhiệt độ 100°C là 5,0036 m.

Câu 6. (1 điểm). Biểu giá bán lẻ điện sinh hoạt của khách hàng năm 2022 được áp dụng để tính toán tiền sử dụng điện như sau:

Số điện (kWh)	Giá bán điện (đồng/kWh)
Bậc 1: Từ 0 – 50 kWh	1 678
Bậc 2: Từ 51 – 100 kWh	1 734
Bậc 3: Từ 101 – 200 kWh	2 014
Bậc 4: Từ 201 – 300 kWh	2 536
Bậc 5: Từ 301 – 400 kWh	2 834
Bậc 6: Từ 401 kWh trở lên	2 927

Như vậy, số điện tiêu thụ sinh hoạt hàng tháng càng cao thì mức giá tiền điện càng cao. Để tính tiền điện hàng tháng được thực hiện theo công thức sau:

Tiền điện bậc $i = (\text{số kWh áp dụng giá bậc } i) \times (\text{giá 1 kWh bậc } i)$

Tiền điện = tổng tiền điện các bậc

Ví dụ: nếu sử dụng hết 100kWh thì tiền điện là $50.1678 + 50.1734 = 170600$ đồng

Ngoài ra, trên hóa đơn tiền điện người sử dụng điện còn phải trả thêm 8% thuế giá trị gia tăng (VAT) trên số tiền điện.

- Hãy tính số tiền điện khách hàng cần trả nếu sử dụng hết 200kWh điện (bao gồm cả VAT).
- Trong tháng 4 / 2022 nhà cô Bình đã trả 336506,4 đồng cho hóa đơn tiền điện. Hỏi nhà cô Bình tiêu thụ hết bao nhiêu kWh điện?

Lời giải

- Số tiền điện khách hàng cần trả nếu sử dụng hết 200kWh điện là:

$$(50.1678 + 50.1734 + 100.2014) \cdot (1 + 8\%) = 401760 \text{ đồng}$$

- Vì số tiền nhà cô Bình phải trả lớn hơn số tiền sử dụng 100kWh

Nên số kWh điện nhà cô Bình sử dụng ở bậc 3.

Gọi $x (\text{kWh})$ là số kWh điện nhà cô Bình sử dụng.

Theo đề bài, ta có phương trình:

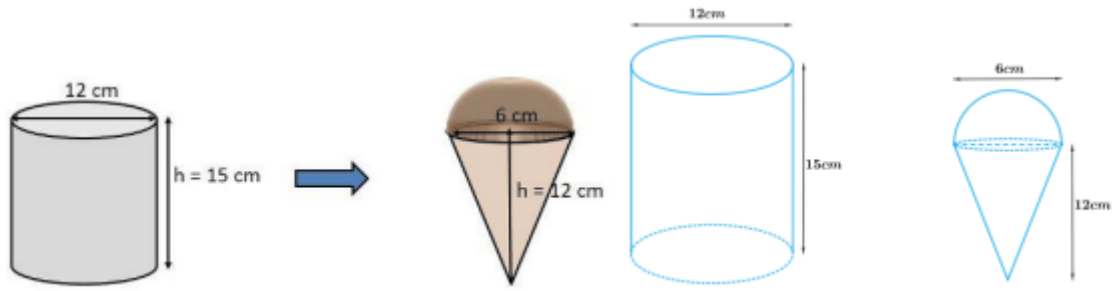
$$[50.1678 + 50.1734 + (x - 100)2014] \cdot (1 + 8\%) = 336506,4$$

$$\Leftrightarrow 170600 + (x - 100)2014 = 336506,4$$

$$\Leftrightarrow x = 170$$

Vậy nhà cô Bình tiêu thụ hết 170 kWh điện.

Câu 7. (0,75 điểm). Một hộp kem hình trụ có đường kính 12cm và chiều cao 15cm đựng đầy kem. Kem sẽ được chia vào các bánh ốc quế hình nón có chiều cao 12cm và đường kính 6cm, có hình bán cầu trên đỉnh như hình vẽ. Hãy tìm số que kem có thể chia được.



Lời giải

Thể tích kem trong hộp hình trụ là: $V_T = \pi R_T^2 \cdot h_T = \pi \left(\frac{12}{2}\right)^2 \cdot 15 = 540\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích kem trong hộp hình trụ là:

$$V_{kem} = \frac{1}{3} \pi R_N^2 \cdot h_N + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R_C^3 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^3 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy số que kem có thể chia được là: $\frac{540\pi}{54\pi} = 10$ que.

Câu 8. (3 điểm). Từ điểm A ở ngoài (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB và AC (B, C là 2 tiếp điểm) và cát tuyến ADE ($AD < AE$)

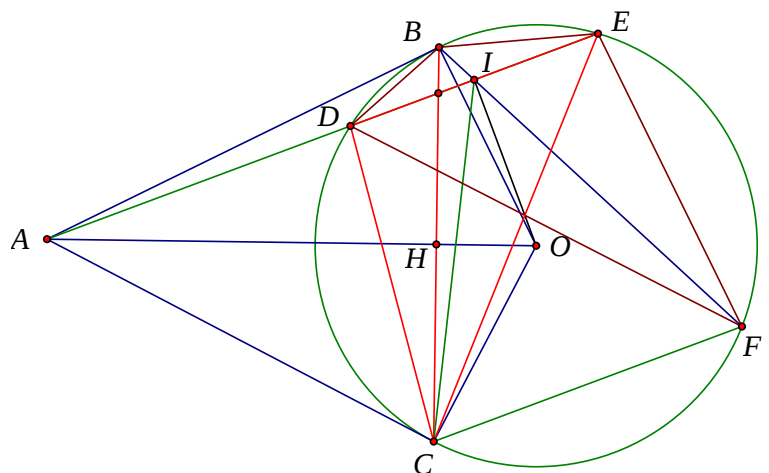
a. Chứng minh: $OA \perp BC$ và tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b. Đường thẳng đi qua điểm C , song song với DE và cắt đường tròn (O) tại F (F khác C).

Gọi I là giao điểm của BF và DE . Chứng minh: I là trung điểm của DE .

c. Chứng minh: $BE \cdot EF + BD \cdot DF = BC \cdot DE$.

Lời giải



a. Chứng minh: $OA \perp BC$ và tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

$$* \begin{cases} AB = AC \text{ (2 tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OA = OB (= R) \end{cases}$$

Suy ra OA là đường trung trực của BC

$$\Rightarrow OA \perp BC$$

* Xét tứ giác $ABOC$ có:

$$\angle ABO = 90^\circ \text{ (Vì } AB \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}$$

$$\angle ACO = 90^\circ \text{ (Vì } AC \text{ là tiếp tuyến của } (O) \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle ABO + \angle ACO = 180^\circ$$

Vậy tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh: I là trung điểm của DE .

$$\angle AIB = \angle CFB \text{ (} AE // CF \text{)}$$

Và $\angle CFB = \angle ACB$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

$$\Rightarrow \angle AIB = \angle BOA \left(= \frac{1}{2} \angle BOC \right)$$

Suy ra tứ giác $BIOA$ nội tiếp

Suy ra $\angle AIO = \angle ABO = 90^\circ$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

$$\Rightarrow OI \perp DE \text{ tại } I$$

Suy ra I là trung điểm của DE (Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

c. Chứng minh: $BE \cdot EF + BD \cdot DF = BC \cdot DE$.

* $\angle BEC = \angle ACB$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn 1 cung BC)

Và $\angle EIF = \angle BIA$ (đối đỉnh)

Mặt khác $\angle BIA = \angle ACB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung của đường tròn đi qua 5 điểm A, B, O, C, I)

Suy ra $\angle BEC = \angle EIF$

* Xét $\triangle BEC$ và $\triangle EIF$ có :

$$+ \angle BCE = \angle FIE \text{ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)}$$

$$+ \angle BEC = \angle EIF \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle CEB \sim \triangle FIE \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{EI} = \frac{BC}{FE} \Rightarrow BE.FE = BC.IE \quad (1)$$

* $DE \parallel CF$ (GT)

Suy ra tứ giác $DEFC$ là hình thang

Mà $DEFC$ nội tiếp (O)

Suy ra $DEFC$ là hình thang cân

Nên $DC = EF$

$$\Rightarrow DC = EF$$

$$\Rightarrow DBC = EDF$$

* Xét $\triangle CBD$ và $\triangle FDI$ có:

+ $DCB = DFI$ (2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung BD)

+ $DBC = IDF$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle FDI \quad (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{CB}{DF} = \frac{BD}{DI} \Rightarrow BD.DF = BC.ID \quad (2)$$

* Từ (1) và (2) ta có:

$$BE.EF + BD.DF = BC.IE + BC.ID$$

$$\Rightarrow BE.EF + BD.DF = BC.(IE + ID)$$

$$\Rightarrow BE.EF + BD.DF = BC.DE$$

-----HẾT-----