

§3. Hàm số bậc hai

Dạng 1. Chiều biến thiên của hàm số bậc hai

Dạng 1.1 Xác định chiều biến thiên của hàm số cho trước

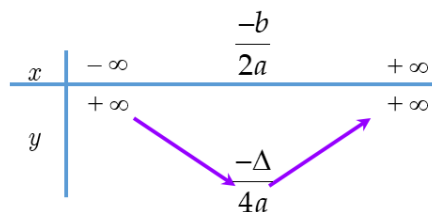
Câu 1. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 2. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 C. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Đỉnh của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

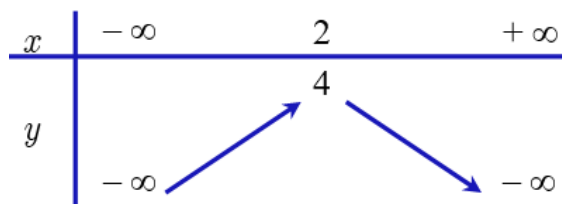
Câu 3. Hàm số $y = 4x - x^2$ có sự biến thiên trong khoảng $(2; +\infty)$ là

- A. tăng. **B. giảm.**
 C. vừa tăng vừa giảm. D. không tăng không giảm.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến thiên



- Câu 4.** Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?
A. $(-2; +\infty)$ B. $(-\infty; +\infty)$ **C. $(2; +\infty)$** D. $(-\infty; 2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	7	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

- Câu 5.** Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là
A. $(-\infty; -2)$ B. $(-\infty; 2)$
C. $(-2; +\infty)$ **D. $(2; +\infty)$**

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
 $(2; +\infty)$

Vì vậy hàm số đồng biến trên .

- Câu 6.** Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là
A. $(-\infty; -4)$ B. $(-\infty; -4)$
C. $(-\infty; 2)$ D. $(-2; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
 $(-\infty; 2)$

Vì vậy hàm số đồng biến trên .

Câu 7. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Do $a = -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 8. Hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $(P): y = f(x) = x^2 - 2x + 3$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$; nên (P) có bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh của parabol $x_I = \frac{-b}{2a} = 1$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 9. Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 10. Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): y = f(x) = -3x^2 + x - 2$, TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $a = -3$, đỉnh S có hoành độ $x = \frac{1}{6}$.

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = -x^2 + 6x - 1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 3)$

B. $(3; +\infty)$

C. $(-\infty; 6)$

D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0, \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Đáp án A.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^2 - 3mx + m^2 + 1$ (1), m là tham số. Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $y = x^2 - 3x + 2$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Dạng 1.2 Xác định m thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Hàm số có $a = 1 > 0, \frac{-b}{2a} = m+1$ nên đồng biến trên khoảng $(m+1; +\infty)$.

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$ thì ta phải có

$$(4; 2018) \subset (m+1; +\infty) \Leftrightarrow m+1 \leq 4 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Đáp án D.

- Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.
- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$.
C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(b+6)x + 4$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, $-\frac{b}{2a} = -b - 6$ nên có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-(b+6)$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-(b+6))$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên $(6; +\infty)$ thì $(6; +\infty) \subset (-b-6; +\infty) \Leftrightarrow -b-6 \leq 6 \Leftrightarrow b \geq -12$.

- Câu 15.** Hàm số $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:
- A. $m \leq 0$. B. $m > 0$. **C. $m \leq 2$.** D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường $x = m-1$. Đồ thị hàm số đã cho có hệ số x^2 âm nên sẽ đồng biến trên $(-\infty; m-1)$ và nghịch biến trên $(m-1; +\infty)$. Theo đề, cần: $m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$.

- Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

- A. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $-3 < m < 1$. **C. $-3 \leq m \leq 1$.** D. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ có $a = -1 < 0$; $-\frac{b}{2a} = |m+1|$ nên hàm số nghịch biến trên $(|m+1|; +\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$ thì $(2; +\infty) \subset (|m+1|; +\infty)$

$$\Leftrightarrow |m+1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq m+1 \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$$

- Câu 17.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m-1)x + 2m-1$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10; 10) \cap S$ là tập nào?
- A. $(-10; 5)$ B. $[5; 10)$ C. $(5; 10)$ D. $(-10; 5]$

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là đồ thị của $y = f(x) = x^2 + (m-1)x + 2m-1$.

$y = f(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$.

Gọi I là đỉnh của (P) , có $x_I = \frac{1-m}{2}$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left[\frac{1-m}{2}; +\infty\right)$.

Do đó để hàm số trên khoảng $(-2; +\infty)$ khi $\frac{1-m}{2} \leq -2 \cup m \geq 5$.

Suy ra tập $S = [5; +\infty)$. Khi đó $(-10; 10) \cap S = [5; 10)$.

- Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1; 2)$.
- A. $m \leq 1$ B. $-2 \leq m \leq 1$ C. $0 < m \leq 1$ D. $0 < m < 1$

Lời giải

Chọn C

- Với $m > 0$, ta có hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{2}{m}\right)$, suy ra hàm nghịch biến trên $(-1; 2)$ khi $(-1; 2) \subset \left(-\infty; \frac{2}{m}\right) \Leftrightarrow 2 \leq \frac{2}{m} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$.

Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước

Dạng 2.1 Xác định tọa độ đỉnh, trục đối xứng của đồ thị hàm số

- Câu 19.** Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) , đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?
- A. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ B. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ C. $I\left(\frac{b}{a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$ D. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{2a}\right)$

Lời giải

Chọn A

Đỉnh của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là điểm $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 20. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P) ?

- A. $I(0;1)$ B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ C. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ D. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.
 Vậy $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 21. Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $x = -\frac{b}{2a}$ B. $x = -\frac{c}{2a}$ C. $x = -\frac{\Delta}{4a}$ D. Không có.

Lời giải

Chọn A

Câu 22. (HKI XUÂN PHƯƠNG - HN) Điểm $I(-2;1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

- A. $y = x^2 + 4x + 5$ B. $y = 2x^2 + 4x + 1$ C. $y = x^2 + 4x - 5$ D. $y = -x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = -2$. Từ đó loại câu B.

Thay hoành độ $x_I = -2$ vào phương trình Parabol ở các câu A, C, D, ta thấy chỉ có câu A thỏa điều kiện $y_I = 1$.

Dạng 2.1 Khi biết tọa độ đỉnh và điểm đi qua

Câu 23. Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1; -5)$.

- A. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x_I = -1 \Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2$.

Hơn nữa $I \in (P)$ nên $-5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3$.

Câu 24. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có đỉnh $I(1; 2)$. Tính $a + b + c$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. **C. 2.** D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo giả thiết ta có hệ: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \text{ với } a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

Câu 25. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) đi qua điểm $A(2; 1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

- A. $T = 22$.** B. $T = 9$. C. $T = 6$. D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(2; 1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ b = -2a \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -2a \\ -a + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -4 \\ a = 2 \end{cases}$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P). Biết đồ thị của hàm số có đỉnh $I(1; 1)$ và đi qua điểm $A(2; 3)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$

- A. 3. B. 4. **C. 29.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đỉnh $I(1; 1)$ và đi qua điểm $A(2; 3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases}$$

Nên $S = a^2 + b^2 + c^2 = 29$

- Câu 27.** Cho Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m, n tham số). Xác định m, n để (P) nhận đỉnh $I(2; -1)$.
- A.** $m=4, n=-3$ **B.** $m=4, n=3$ **C.** $m=-4, n=-3$ **D.** $m=-4, n=3$

Lời giải

Chọn D

Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ nhận $I(2; -1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4+2m+n=-1 \\ -\frac{m}{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+n=-5 \\ m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3 \\ m=-4 \end{cases}$$

Vậy $m=-4, n=3$.

- Câu 28.** Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(2; 0)$ và (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0; -1)$. Khi đó Parabol (P) có hàm số là

- A.** $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 - 3x - 1$ **B.** $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 - x - 1$
- C.** $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$ **D.** $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

Lời giải

Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c \rightarrow$ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right)$

$$I(2; 0) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a}=2 \\ c - \frac{b^2}{4a}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2=4ac \end{cases} \quad (1)$$

Theo bài ra, ta có (P) có đỉnh

Lại có (P) cắt Oy tại điểm $M(0; -1)$ suy ra $y(0) = -1 \Leftrightarrow c = -1$ (2)

$$\begin{cases} b=-4a \\ b^2=-a \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2=b \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=1; c=-1 \end{cases} \quad (\text{vì } b=0 \Rightarrow a=0 \text{ loại})$$

- Câu 29.** Gọi S là tập các giá trị $m \neq 0$ để parabol $(P): y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$. Tính tổng các giá trị của tập S

- A.** -1 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -2

Lời giải

Chọn A

Khi $m \neq 0$ thì $(P): y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(-1; m^2 + m)$

Vì đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$ nên

$$m^2 + m = -1 + 7 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases} (TM)$$

Vậy tổng các giá trị của tập $S: 2 + (-3) = -1$.

Câu 30. (Hàm bậc 2-VDT) Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = -x^2 + 3x + 2$ B. $y = -x^2 - 3x - 2$ C. $y = x^2 - 3x + 2$ D. $y = -x^2 + 3x - 2$

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

Câu 31. Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$?

A. $y = -x^2 + 5x - 8$ B. $y = -2x^2 + 10x - 12$

C. $y = x^2 - 5x$ D. $y = -2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn B

Hàm số bậc hai cần tìm có phương trình: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \\ \frac{-\Delta}{4a} = \frac{1}{2} \\ a+b+c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} \\ \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{1}{2} \\ a+b+c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5a \\ \frac{-25a^2+4a(4a-4)}{4a} = \frac{1}{2} \\ c = 4a-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 10 \\ c = -12 \end{cases}$$

Câu 32. Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a+b+c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

A. $a+b+c=6$

B. $a+b+c=5$

C. $a+b+c=4$

D. $a+b+c=3$

Lời giải

(P) đi qua điểm $A(0;3) \Rightarrow c=3$.

(P) có đỉnh $I(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a-b+3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2a \\ a-2a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6$

Đáp án A.

Dạng 2.3 Khi biết các điểm đi qua

Câu 33. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$

B. $y = x^2 + 2x + 6$

C. $y = x^2 + 6x + 6$

D. $y = x^2 + x + 4$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a$ (1)

Mặt khác: Vì $A, I \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 6 = a \cdot (0)^2 + b \cdot (0) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$ (2)

Kết hợp (1), (2) ta có: $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases}$. Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$

Câu 34. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$ có phương trình là

A. $y = x^2 - x + 1$

B. $y = x^2 - x - 1$

C. $y = x^2 + x - 1$

D. $y = x^2 + x + 1$

Lời giải

Chọn B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = a.0^2 + b.0 + c \\ -1 = a.(1)^2 + b.(1) + c \\ 1 = a.(-1)^2 + b.(-1) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$$

Ta có: Vì $A, B, C \in (P)$

Vậy $(P): y = x^2 - x - 1$

- Câu 35.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là
A. $y = x^2 + x + 2$ **B.** $y = 2x^2 + x + 2$ **C.** $y = 2x^2 + 2x + 2$ **D.** $y = x^2 + 2x$

Lời giải

Chọn B

Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \\ 8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = 2x^2 + x + 2$.

- Câu 36.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó
A. $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 3$. **D.** $b = -2$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $A(-1;3)$ vào $(P): y = x^2 + bx + 1$

Ta được: $3 = (-1)^2 - b + 1 \Leftrightarrow b = -1$

- Câu 37.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$. Tọa độ đỉnh của (P) là:

- A.** $(-2;-11)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(3;6)$

Lời giải

$(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$ suy ra

$$\begin{cases} a + b + c = 4 \\ a - b + c = -4 \\ 4a - 2b + c = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4x + 1$$

Hoành độ của đỉnh của (P) là $x = \frac{-b}{2a} = 2$. Suy ra tung độ của đỉnh của (P) là $y = -2^2 + 4.2 + 1 = 5$.

Đáp án B.

Dạng 3. Đọc đồ thị, bảng biến thiên của hàm số bậc hai

Dạng 3.1 Xác định hình dáng của đồ thị, bảng biến thiên khi biết hàm số

Câu 38. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

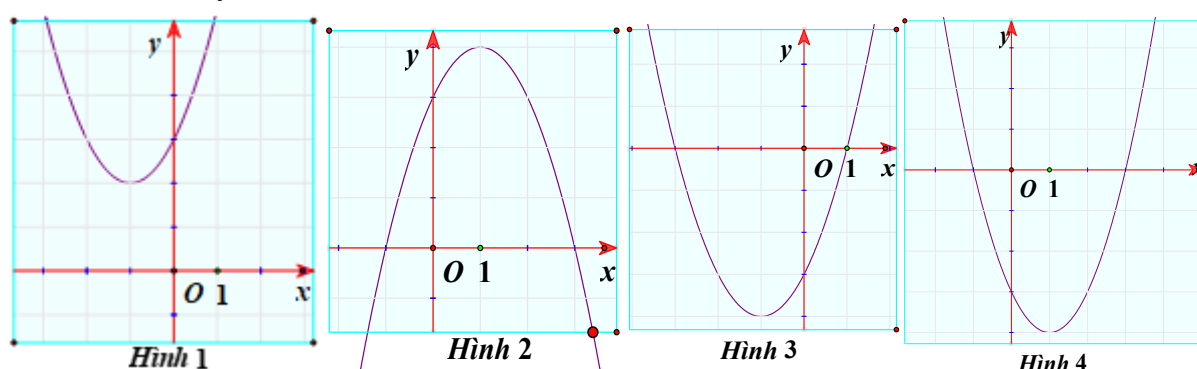
A.	x	$-\infty$	2	$+\infty$
	y	$+\infty$	1	$+\infty$
C.	x	$-\infty$	2	$+\infty$
	y	$-\infty$	1	$-\infty$
B.	x	$-\infty$	1	$+\infty$
	y	$-\infty$	3	$-\infty$
D.	x	$-\infty$	1	$+\infty$
	y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ có đỉnh $I(1;3)$, hệ số $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 39. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x - 3$



A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có:

$(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$; có $a = 1 > 0$; nên (P) có bề lõm hướng lên (loại hình 2).

(P) có đỉnh I có $x_I = 1$ (loại hình 1 và 3).

Vậy $(P): y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị là hình 4.

Câu 40. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Bảng biến thi của hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ có hệ số $a = -2 < 0$ nên bề lõm quay lên trên vì vậy ta loại đáp án B,

D. Hàm số có tọa độ đỉnh $I(1; 3)$ nên ta loại đáp án A.

Vậy bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^4 + 4x + 1$ là bảng C.

Câu 41. Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

Lời giải

Chọn A

$$y = -x^2 + 2x - 1$$

Có $a = -1 < 0$, nên loại C và D.

Tọa độ đỉnh $I(1; 0)$, nên nhận A.

Câu 42. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = -x^2 + 2x + 2$?

A.

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn C

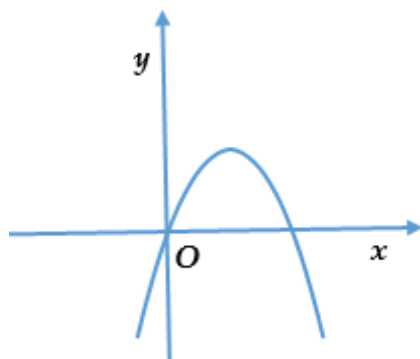
$$y' = -2x + 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$; nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Dạng 3.2 Xác định dấu hệ số của hàm số khi biết đồ thị của nó

Câu 43. Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có hệ số a là



A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 1$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn B

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

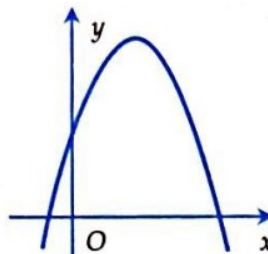
Câu 44. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$

B. $a < 0, b < 0, c < 0$

C. $a < 0, b > 0, c > 0$

D. $a < 0, b < 0, c > 0$



Lời giải

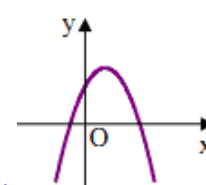
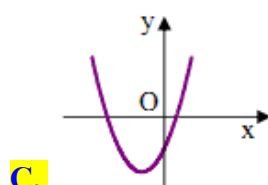
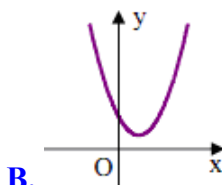
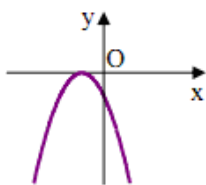
Đáp án C.

Parabol quay bề lõm xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Đỉnh của parabol có hoành độ dương $\Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên suy ra $b > 0$.

Câu 45. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0, b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng



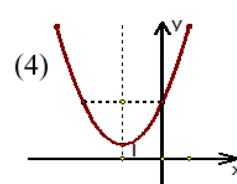
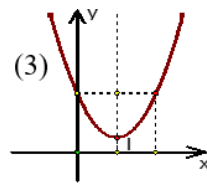
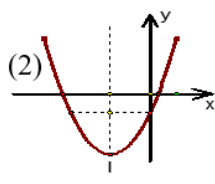
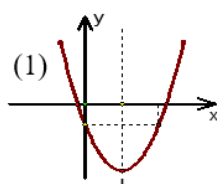
Lời giải

Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D . Mặt khác do $a > 0, b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên loại phương án B . Vậy chọn C .

(Nhận xét: Với các đáp án này thừa dữ kiện $c < 0$)

Câu 46. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0, b < 0, c > 0)$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình sau:



A. Hình (4).

B. Hình (2).

C. Hình (3).

D. Hình (1).

Lời giải

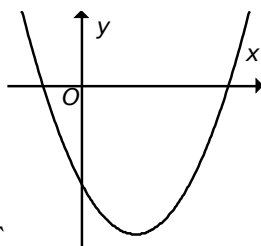
Chọn C

Vì $c > 0$ nên đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm phía trên trục hoành.

Mặt khác $a > 0, b < 0$ nên hai hệ số này trái dấu, trục đối xứng sẽ phía phải trục tung.

Do đó, hình (3) là đáp án cần tìm.

Câu 47. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$

B. $a > 0, b < 0, c > 0$

C. $a > 0, b > 0, c > 0$

D. $a < 0, b < 0, c < 0$

Lời giải

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại **D**.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B,

C. Chọn A.

Câu 48. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây:

x	0	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	-1	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

Xác định dấu của a, b, c .

- A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c > 0$. **D. $a < 0, b > 0, c < 0$** .

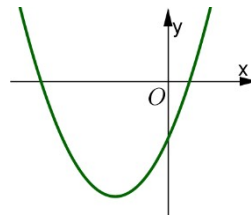
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Parabol (P) có bề lõm quay xuống dưới; hoành độ đỉnh dương;

cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên
$$\begin{cases} a < 0 \\ -\frac{b}{2a} > 0 \\ c = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

- Câu 49.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?



- A. $a > 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c > 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0$. **D. $a > 0; b > 0; c < 0$** .

Lời giải

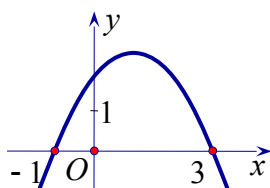
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\frac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

- Câu 50.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$.
 C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, nhận thấy:

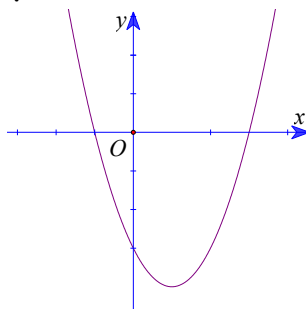
* Đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$.

* Đồ thị cắt trục tung tại tung độ bằng c nên $c > 0$.

* Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ nên x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ mà theo Vi-et $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2 \Leftrightarrow b = -2a \Rightarrow b > 0$.

* Vậy $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 51. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

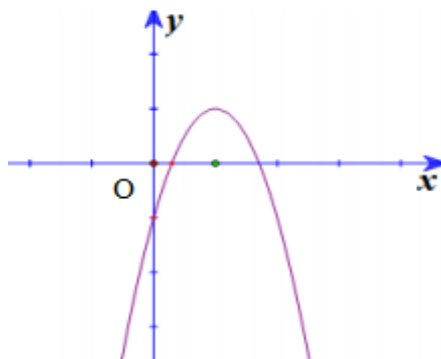
Lời giải

Chọn A

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $(=c)$ âm nên $c < 0$. Suy ra loại B, D.

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$, hoành độ đỉnh $\left(= -\frac{b}{2a} \right)$ dương nên $-\frac{b}{2a} > 0, a > 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 52. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$ **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$
C. $a < 0, b < 0, c < 0$ **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

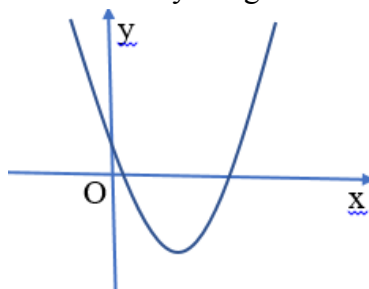
+) Parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$.

+) Parabol cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 và tung độ âm nên thay $x = 0$ vào $y = ax^2 + bx + c$ suy ra $c < 0$.

+) Parabol có trục đối xứng nằm bên phải trục tung nên $x = -\frac{b}{2a} > 0$ mà $a < 0$ nên $b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 53. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b = 0, c > 0$ **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$
C. $a > 0, b < 0, c > 0$ **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$

Lời giải

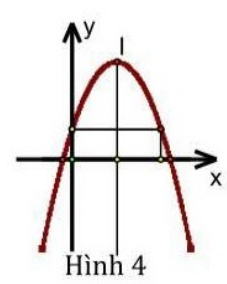
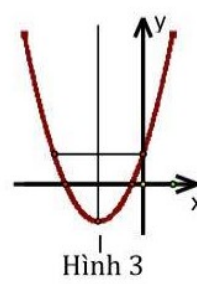
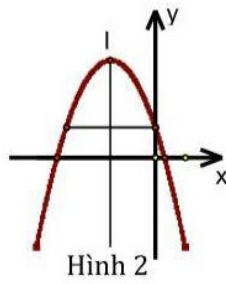
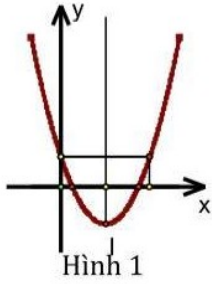
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a > 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

Câu 54. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



A. hình (4).

B. hình (3).

C. hình (2).

D. hình (1).

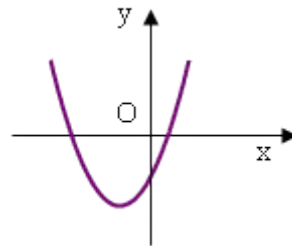
Lời giải

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình (1), hình (3).

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình (2) thỏa mãn nên chọn đáp án **C**.

Câu 55. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn B

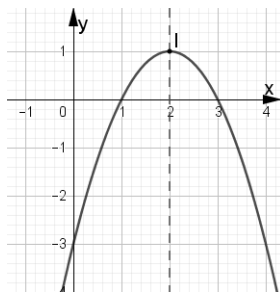
Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm nằm phía dưới trục Ox nên $C < 0$

Đồ thị có bề lõm hướng lên do đó $a > 0$

Tọa độ đỉnh nằm ở góc phần tư thứ III nên $\frac{-b}{2a} < 0$ và $b > 0$.

Dạng 3.3 Xác định hàm số khi biết đồ thị của nó

Câu 56. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A.** $y = -x^2 + 4x - 3$ **B.** $y = -x^2 - 4x - 3$ **C.** $y = -2x^2 - x - 3$ **D.** $y = x^2 - 4x - 3$

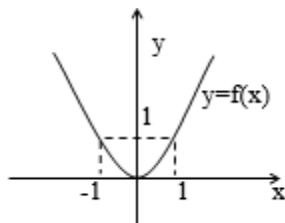
Lời giải

Chọn A

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên $a < 0$. Loại phương án **D.**

Trục đối xứng: $x = 2$ do đó chọn **A.**

Câu 57. Đồ thị hàm số sau biểu diễn đồ thị hàm số nào?



- A.** $y = 2x^2$ **B.** $y = x^2$ **C.** $y = -x^2$ **D.** $y = \frac{1}{2}x^2$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị có hệ số $a > 0$ nên loại **C.**

Đồ thị đi qua điểm $(1; 1)$ nên loại **A** và loại **D.**

Câu 58. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

- A.** $y = 2x^2 - 4x + 4$ **B.** $y = -3x^2 + 6x - 1$ **C.** $y = x^2 + 2x - 1$ **D.** $y = x^2 - 2x + 2$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $a > 0$. Loại **B.**

Tọa độ đỉnh $I(1; 2) \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 > 0$. Suy ra $b < 0$. Loại **C.**

Thay $x = 1 \Rightarrow y = 2$. Loại **D.**

Câu 59. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$		-4		$+\infty$

A. $y = x^2 - 4x$

B. $y = x^2 + 4x$

C. $y = -x^2 + 4x$

D. $y = -x^2 - 4x$

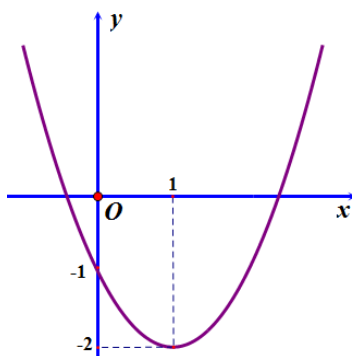
Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a > 0$. Loại **C, D**

Toạ độ đỉnh $I = (2; -4)$ loại **B**

Câu 60. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



A. $y = x^2 + 2x - 1$

B. $y = x^2 + 2x - 2$

C. $y = 2x^2 - 4x - 2$

D. $y = x^2 - 2x - 1$

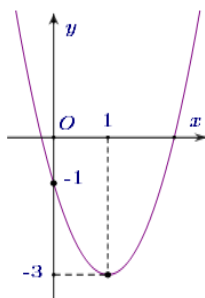
Lời giải

Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại **B và C**

Hoành độ của đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại A và chọn **D.**

Câu 61. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$

B. $y = 2x^2 + 4x - 1$

C. $y = x^2 - 2x - 1$

D. $y = 2x^2 - 4x - 1$

Lời giải

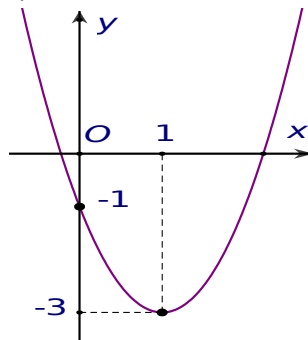
Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 62. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. **D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.**

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên suy ra $c = -1$ (1)

Đồ thị có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \equiv I(1; -3)$ nên ta có:

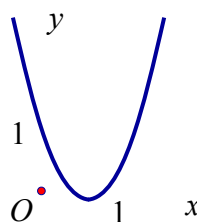
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ \frac{-\Delta}{4a} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ \Delta = 12a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ b^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ 4a^2 - 4ac - 12a = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} c = -1 \\ b = -2a \\ 4a^2 - 8a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -1 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

Ta được parabol có phương trình là $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 63. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



A. $y = x^2 - 3x + 1$. **B. $y = 2x^2 - 3x + 1$** C. $y = -x^2 + 3x - 1$. D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

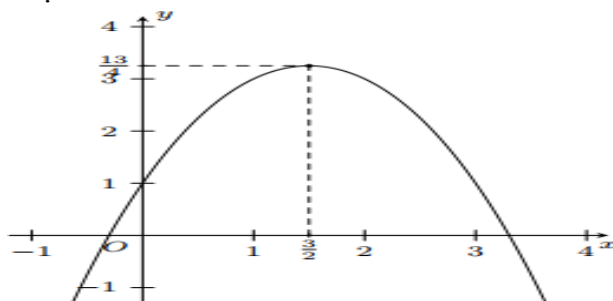
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp án C, **D.**

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1; 0)$, mà điểm $(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ nên ta chọn **B.**

Câu 64. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

- A. $y = x^2 + 3x - 1$ B. $y = x^2 - 3x - 1$ C. $y = -x^2 - 3x - 1$ **D. $y = -x^2 + 3x + 1$**

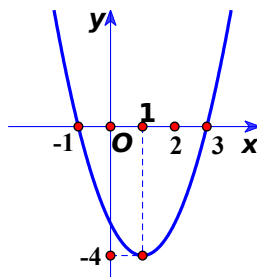
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, **B.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án **C.**

Câu 65. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



- A. -9 B. 9 **C. -6** D. 6

Lời giải

Chọn C

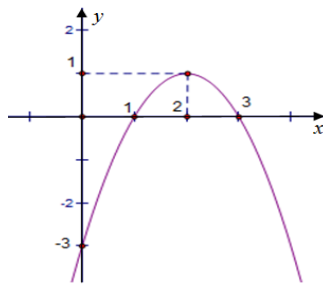
Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$ nên có

$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

hệ phương trình:

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$

Câu 66. (THPT Phan Bội Châu - KTHK 1-17-18) Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



- A. $y = -x^2 + 2x - 3$ **B.** $y = -x^2 + 4x - 3$ C. $y = x^2 - 4x + 3$ D. $y = x^2 - 2x - 3$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2;1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 67. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—	0	+
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

- A. $y = -x^2 + 4x$ B. $y = -x^2 + 4x - 9$ **C.** $y = x^2 - 4x - 1$ D. $y = x^2 - 4x - 5$

Lời giải

Chọn C

Parabol cần tìm phải có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2; -5)$. Đáp án C thỏa mãn.

Câu 68. (HKI - Sở Vĩnh Phúc - 2018-2019) Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$

- A. $y = x^2 + 4x$ **B.** $y = -x^2 - 4x - 8$ C. $y = -x^2 - 4x + 8$ D. $y = -x^2 - 4x$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy:

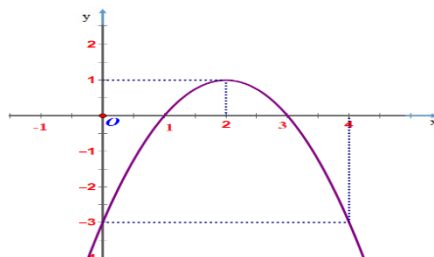
Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại A.

Parabol có đỉnh $I(-2; -4)$ nên thay $x = -2; y = -4$ vào các đáp án B, C, D.

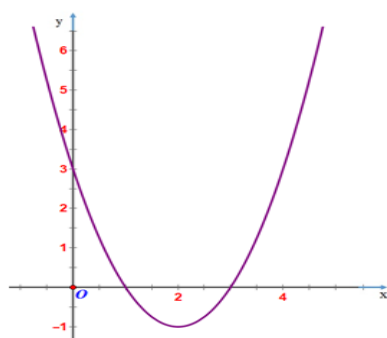
Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Dạng 3.4 Đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

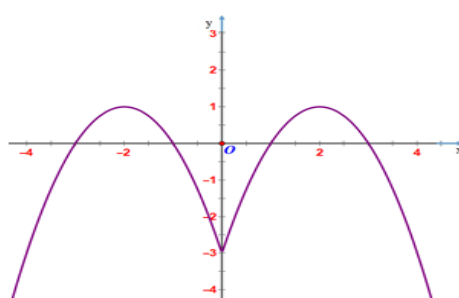
Câu 69. Cho đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$ có đồ thị như hình vẽ sau



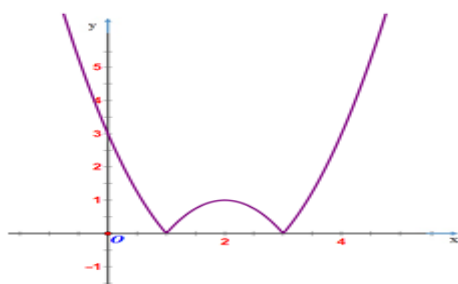
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |-x^2 + 4x - 3|$



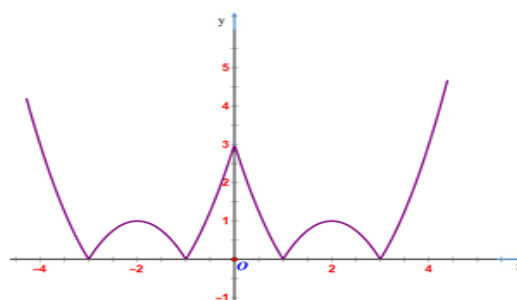
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2

B. Hình 4

C. Hình 1

D. Hình 3

Lời giải

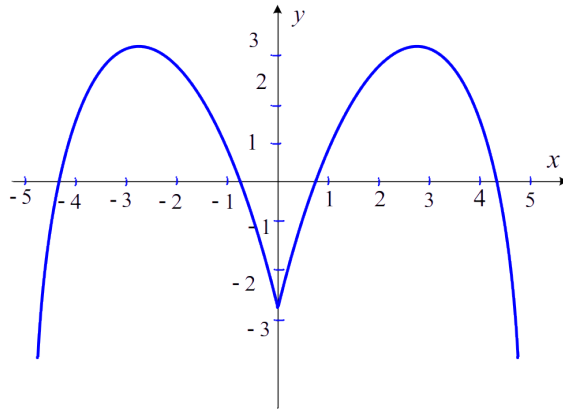
Chọn D.

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần

Phần 1: ứng với $y \geq 0$ của đồ thị $y = f(x)$.

Phần 2: lấy đối xứng phần $y < 0$ của đồ thị $y = f(x)$ qua trục Ox .

Câu 70. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = x^2 - 3x - 3$

B. $y = -x^2 + 5|x| - 3$

C. $y = -x^2 - 3|x| - 3$

D. $y = -x^2 + 5x - 3$

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta loại A. và

D. Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị

(P) của hàm số $y = -x^2 + 5x - 3$ với $x > 0$, tọa độ đỉnh của (P) là $\left(\frac{5}{2}; \frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x = 2,5$. Phần đồ thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy . Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5|x| - 3$.

Dạng 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

Dạng 4.1 Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số cho trước

Câu 71. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) . Tìm mệnh đề sai.

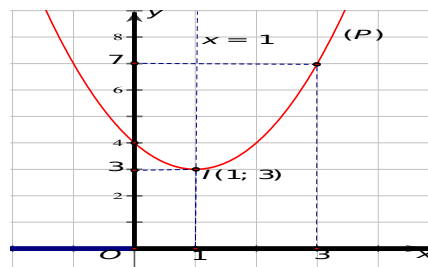
A. (P) có đỉnh $I(1;3)$. B. $\min y = 4, \forall x \in [0;3]$

C. (P) có trục đối xứng $x = 1$.

D. $\max y = 7, \forall x \in [0;3]$

Lời giải

Chọn B



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$: (P) , ta nhận thấy:

(P) có đỉnh $I(1;3)$ nên A đúng.

$\min y = 3, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 1$ nên B sai.

(P) có trục đối xứng $x = 1$ nên C đúng.

$\max y = 7, \forall x \in [0;3]$, đạt được khi $x = 3$ nên D đúng.

Câu 72. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

A. -3

B. 1

C. 3

D. 13

Lời giải

Chọn A

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3 \geq -3$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là -3 tại $x = 2$.

Câu 73. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 0$

D. $x = 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 74. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + x - 3$ là

A. -3

B. -2

C. $-\frac{21}{8}$

D. $-\frac{25}{8}$

Lời giải

Chọn A

$$y = 2x^2 + x - 3 = 2\left(x + \frac{1}{4}\right) - \frac{25}{8} \geq -\frac{25}{8}$$

$$y = -\frac{25}{8} \text{ khi } x = -\frac{1}{4} \text{ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số } y = 2x^2 + x - 3 \text{ là } -\frac{25}{8}.$$

Câu 75. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{12}$

B. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{12}$

C. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{3}$

D. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{3}$

Lời giải

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 25$$

Vì $a = -3 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là: $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{25}{12}$.

Đáp án A.

Câu 76. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. 17 B. 25 C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{16}{5}$

Lời giải

Ta có $\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{5} \in [-2; 2], a = 5 > 0$. Do đó $\min_{[-2; 2]} f(x) = \min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4}{5}$.

Để dễ hiểu hơn, ta quan sát bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{5}$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{4}{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

Lưu ý: $\max_{[-2; 2]} f(x) = \max \{f(-2), f(2)\} = \max \{17, 25\} = 25$.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. $\frac{4}{5}$ B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. -20

Lời giải

Ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ và $a = -3 < 0$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Mà

$[1; 3] \subset \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Do đó trên đoạn $[1; 3]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$, tức là

$$\max_{[1; 3]} f(x) = f(1) = 0$$

Đáp án B.

Câu 78. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{8}{11}$

Lời giải

Đáp án D.

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

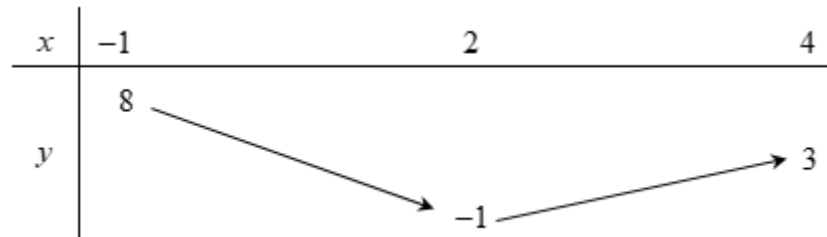
Suy ra hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ có giá trị lớn nhất là $\frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$.

- Câu 79.** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên miền $[-1; 4]$ là
A. -1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét trên miền $[-1; 4]$ thì hàm số có bảng biến thiên là



Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8 + (-1) = 7$.

- Câu 80.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2|x|$ là:
A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** -2

Lời giải

Đáp án C.

Cách 1: Đặt $t = |x|, t \geq 0$.

Hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $t = 1 > 0$.

Vậy hàm số $y = x^2 - 2|x|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $|x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Cách 2: Ta có

$$y = x^2 - 2|x| = (|x| - 1)^2 - 1 \geq -1 \quad \forall x; \quad y = -1 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1.

- Câu 81.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:
A. -1 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Đáp án D.

Ta có $x^2 \geq 0 \quad \forall x, |x| \geq 0 \quad \forall x$.

Suy ra $x^2 + 4|x| + 3 \geq 3 \quad \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3.

Câu 82. Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x - 8 & \text{khi } x \leq 2 \\ 2x - 12 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x \in [-1; 4]$. Tính $M + m$.

A. - 14.

B. - 13.

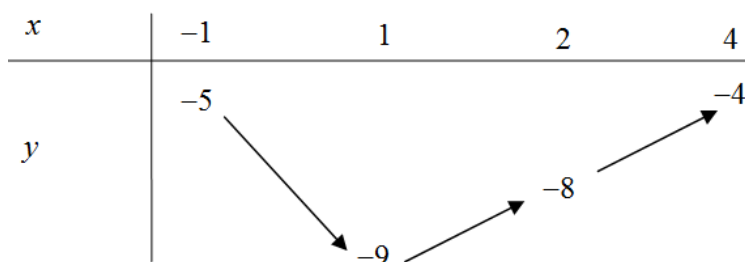
C. - 4.

D. - 9.

Lời giải

Chọn B

BBT



Dựa vào BBT ta có $M = -4, m = -9$.

Vậy $M + m = -4 + (-9) = -13$.

Dạng 4.2 Tìm m thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 83. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng - 10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng - 10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 84. Hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(-\infty; 5)$.

B. $[7; 8)$.

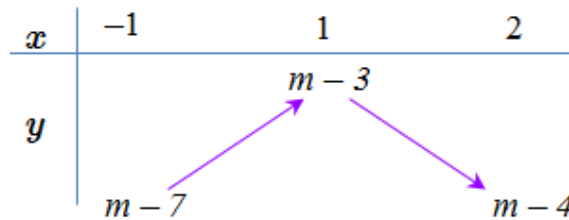
C. $(5; 7)$.

D. $(9; 11)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + m - 4$ trên đoạn $[-1; 2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m - 3 = 3 \Leftrightarrow m = 6$.

- Câu 85.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ bằng 1 khi giá trị của tham số m là
A. $m = \pm 4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = x^2 + 2mx + 5$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{b}{2a}$.

Theo đề bài ta có $y\left(-\frac{b}{2a}\right) = 1 \Leftrightarrow y(-m) = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

- Câu 86.** (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.** $m \in [-1; 0)$. **B.** $m \in \left(\frac{3}{2}; 5\right)$. **C.** $m \in \left(-\frac{5}{2}; -1\right)$. **D.** $m \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^2 - 2mx + m^2 - 3m - 2 = (x - m)^2 - 3m - 2 \geq -3m - 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = m$. Vậy $\min_{\mathbb{R}} y = -3m - 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3m - 2 = -10 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$.

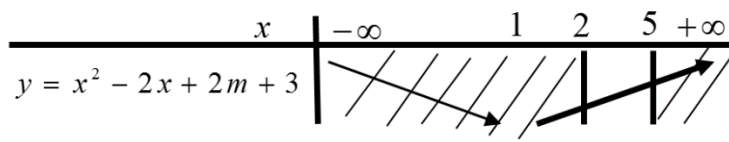
- Câu 87.** Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3.
A. $m = 0$. **B.** $m = -9$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có hệ số $a = 1 > 0, b = -2$, trục đối xứng là đường thẳng

$x = -\frac{b}{2a} = 1$ nên có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên đoạn $[2;5]$ suy ra giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng $f(2)$. Theo giả thiết $f(2) = -3 \Leftrightarrow 2m+3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 88. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3 .

A. $m = -3$

B. $m = -9$

C. $m = 1$

D. $m = 0$

Lời giải

Chọn A

Vì $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$. Như vậy trên đoạn $[2;5]$ hàm số đồng biến. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2;5]$ là $y(2) = 2m + 3$.

$$y(2) = -3 \Leftrightarrow 2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 89. Tìm số các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ trên đoạn $[0;1]$ là bằng 1.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Đáp án C.

$$\text{Ta có } -\frac{b}{2a} = \frac{-(2m+1)}{2}; \Delta = 4m+5.$$

Vì $a > 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol quay bề lõm lên trên và có điểm thấp nhất là đỉnh

$$I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right).$$

Từ đó ta xét các trường hợp sau:

* Trường hợp 1:

$$\frac{-b}{2a} \in (0;1) \Leftrightarrow 0 < \frac{-(2m+1)}{2} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{2} < m < \frac{-1}{2} \quad (1).$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(4m+5)}{4}.$$

$$\text{Vậy ta phải có } \frac{-(4m+5)}{4} = 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-9}{4} \text{ (không thỏa mãn (1)).}$$

* Trường hợp 2:

$$\frac{-b}{2a} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{2} \quad (2).$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = f(0) = m^2 - 1$$

$$\text{Ta phải có } m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{Chỉ có } m = -\sqrt{2} \text{ thỏa mãn } (2).$$

* Trường hợp 3:

$$\frac{-b}{2a} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{-3}{2} \quad (3).$$

$$\text{Khi đó } \min_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 2m + 1$$

$$\text{Ta phải có } m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = -2$$

$$\text{Chỉ có } m = -2 \text{ thỏa mãn } (3).$$

$$\text{Vậy } m \in \{-2; -\sqrt{2}\}.$$

Câu 90. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$. Đặt $m = \min_{x \in [-1;1]} f(x)$ và $M = \max_{x \in [-1;1]} f(x)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho $M - m = 8$. Tính tổng bình phương các phần tử thuộc S .

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Lời giải

Đáp án C.

Đồ thị hàm số là một parabol quay bề lõm lên trên và có đỉnh có hoành độ $x_0 = m + \frac{1}{m}$.

$$\text{Ta có } |x_0| = \left| m + \frac{1}{m} \right| = \left| m \right| + \left| \frac{1}{m} \right|$$

$$\geq 2\sqrt{\left| m \right| \cdot \left| \frac{1}{m} \right|} = 2$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = \pm 1$

Vậy $x_0 \notin [-1; 1]$.

Ta thấy nếu $x_0 < -1$ thì

$$m = \min_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(-1)$$

$$M = \max_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(1)$$

Ngược lại nếu $x_0 > 1$ thì

$$m = \min_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(1)$$

$$M = \max_{x \in [-1; 1]} f(x) = f(-1)$$

Vậy $M - m = 8 \Leftrightarrow |f(1) - f(-1)| = 8$

$$\Leftrightarrow \left| 4 \left(m + \frac{1}{m} \right) \right| = 8 \Leftrightarrow \left| m + \frac{1}{m} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy $S = \{-1; 1\}$. Do đó tổng bình phương các phần tử thuộc S bằng 2.

Câu 91. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m \in (1; 4)$

B. $m \in (3; 9)$

C. $m \in (-5; 1)$

D. $m \in (-2; 2)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai (biến x) và có hệ số $a = 2 > 0$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm

số là $-\frac{\Delta}{4a} = \frac{-m^2 + 6m - 25}{8}$. Đặt $f(m) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8}$.

$f(m)$ là hàm số bậc hai (biến m) có hệ số $a = -\frac{1}{8} < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại

$$m = -\frac{b}{2a} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = 3 \in (1; 4)$$

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 3x + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ là bằng 3.

A. $\left\{ -1; 4 + \sqrt{7} \right\}$

B. $\left\{ 4 + \sqrt{7} \right\}$

C. $\left\{ -1 \right\}$

D. $\left\{ 1; 4 - \sqrt{7} \right\}$

Lời giải

Ta có: tọa độ đỉnh $I\left(\frac{4a+3}{8}; \frac{23-24a}{16}\right)$

BBT:

x	$-\infty$	$\frac{4a+3}{8}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\frac{23-24a}{16}$	$+\infty$

+ Nếu $\frac{4a+3}{8} \geq 2 \Leftrightarrow a \geq \frac{13}{4}$

$\min_{x \in [0;2]} y = f(2) = a^2 - 8a + 12 = 3 \Leftrightarrow a^2 - 8a + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + \sqrt{7} \text{ (TM)} \\ a = 4 - \sqrt{7} \text{ (Loại)} \end{cases}$

+ Nếu $\frac{4a+3}{8} \leq 0 \Leftrightarrow a \leq -\frac{3}{4}$

$\min_{x \in [0;2]} y = f(0) = a^2 + 2 = 3 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \text{ (Loại)} \\ a = -1 \text{ (TM)} \end{cases}$

+ Nếu $0 < \frac{4a+3}{8} < 2 \Rightarrow 0 < a < \frac{13}{4} : \min_{x \in [0;2]} y = \frac{23-24a}{16} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{25}{24}$, loại.

Vậy các giá trị cần tìm của a là: $a \in \left\{ 4 + \sqrt{7}; -1 \right\}$

Câu 93. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất.

A. $m = -2$

B. $m = 1$

C. $m = 3$

D. $m = 5$

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc hai với hệ số $a = 2 > 0$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3(m+1)}{4}$ và

$y_{\min} = y\left(\frac{3(m+1)}{4}\right) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8} = -\frac{1}{8}(m-3)^2 - 2 \leq -2$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$.

Câu 94. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = 3$

B. $T = \frac{1}{2}$

C. $T = \frac{9}{2}$

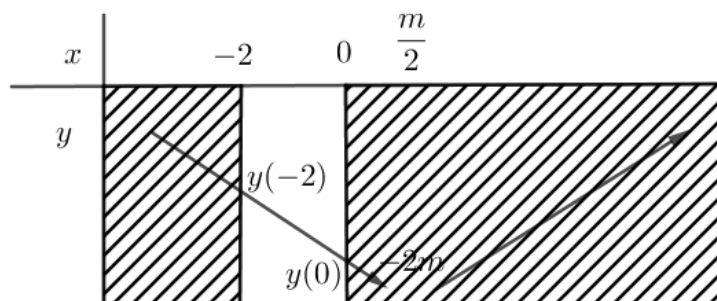
D. $T = -\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2; 0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$.

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{3\}.$$

- Câu 95.** Cho hàm số $y = x^2 - (m + \sqrt{m^2 - 4})x + 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}$ ($m \neq 0$). Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; 1]$ lần lượt là $y_1; y_2$. Số giá trị của m để $y_1 - y_2 = 8$ là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện của m là $m^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

- Xét $m \leq -2$ ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} < 0$. Khi đó các số $0; 1$ đều nằm bên phải $-\frac{b}{2a}$ nên

$$y_2 = y(0) = 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}; \quad y_1 = y(1) = \sqrt{m^2 - 4} + 3m + 1.$$

$$y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow -m - 7 = \sqrt{m^2 - 4} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -7 \\ m = -\frac{53}{14} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

- Xét $m \geq 2$ ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} \geq \frac{m}{2} = 1$; khi đó $0; 1$ đều nằm bên trái $-\frac{b}{2a}$ suy ra

$$y_1 = y(0) = 4m + 2\sqrt{m^2 - 4}; \quad y_2 = y(1) = \sqrt{m^2 - 4} + 3m + 1$$

$$y_1 - y_2 = 8 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 4} = 9 - m \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m \leq 9 \\ m = \frac{85}{18} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{85}{18}$$

Vậy chỉ có duy nhất một giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Câu 96. Giả sử hàm số $y = -x^2 + 2x + 4\sqrt{(3-x)(x+1)} + 3$ có tập giá trị $W = [a; b]$. Hãy tính giá trị của biểu thức $K = a^2 + b^2$.

A. $K = 145$.

B. $K = 144$.

C. $K = 143$.

D. 169.

Lời giải

Chọn B

- Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow (3-x)(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy TXĐ: $D = [-1; 3]$.

- Đặt $t = \sqrt{(3-x)(x+1)}$, với $t \in [0; 2]$.

$$\Rightarrow t^2 = (3-x)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow t^2 = -x^2 + 2x + 3$$

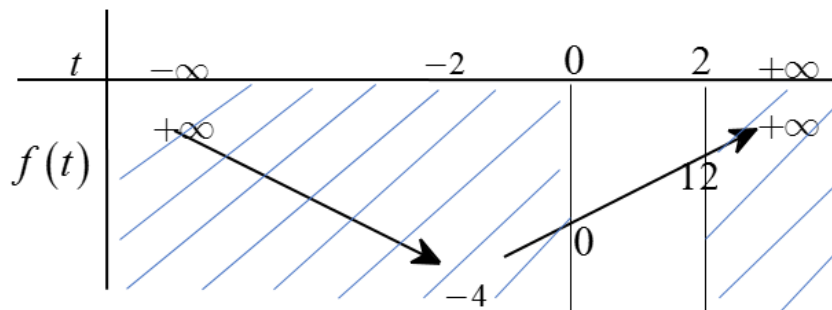
Khi đó hàm số đã cho trở thành: $f(t) = t^2 + 4t$, với $t \in [0; 2]$.

Ta có đỉnh I của Parabol (P) của hàm số $f(t) = t^2 + 4t$ có hoành độ: $t_1 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$.

Khi đó $f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) = -4$.

Hay $I(-2; -4)$.

- Ta lập BBT hàm số $f(t) = t^2 + 4t$, với $t \in [0; 2]$.



- Từ BBT ta suy ra tập giá trị của hàm số đã cho là $W = [0; 12]$. Khi đó $K = 0^2 + 12^2 = 144$.

Dạng 5. Sự tương giao giữa parabol với đồ thị các hàm số khác

Dạng 5.1 Sự tương giao đồ thị của các hàm số tường minh số liệu

Câu 97. (THPT Nhữ Văn Lan - Hải Phòng - Học kỳ I - 2019) Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

- A. $(1; 0); (3; 2)$ B. $(0; -1); (-2; -3)$
C. $(-1; 2); (2; 1)$ D. $(2; 1); (0; -1)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = x - 1 = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = x - 1 = 2$$

Hai giao điểm là: $(1; 0); (3; 2)$.

Câu 98. Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là
A. $M(0; -2), N(2; -4)$ B. $M(-1; -1), N(-2; 0)$
C. $M(-3; 1), N(3; -5)$ D. $M(1; -3), N(2; -4)$

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1; -3), N(2; -4)$.

Câu 99. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Đồ thị hàm số không cắt trục tung. B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại gốc tọa độ.
C. Đồ thị hàm số không có trục đối xứng. D. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Lời giải

Chọn D

Parabol đã cho có hệ số $c = 1$ nên sẽ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 100. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là
A. $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$ B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$ C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$ D. $(2; 2)$ và $(4; 0)$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

- Câu 101.** Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là
- A.** $x = 0; x = 1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0; x = 2$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$$1 - x = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

- Câu 102.** Gọi $A(a; b)$ và $B(c; d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị của $b + d$ bằng.
- A.** 7. **B.** -7. **C.** 15. **D.** -15.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x - x^2 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \end{cases}$$

$b + d = -15$

- Câu 103.** Cho parabol (P) có phương trình $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x-1) = x^2 - 5x + 5 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Số giao điểm của (P) và trục hoành là:
- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Ta có $f(x-1) = x^2 - 5x + 5 = (x-1)^2 - 3(x-1) + 1$. Suy ra $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có $\Delta = 3^2 - 4.1.1 = 5 > 0$ nên có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Đáp án C.

- Câu 104.** Cho hai parabol có phương trình $y = x^2 + x + 1$ và $y = 2x^2 - x - 2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A < x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 4\sqrt{2}$ **B.** $AB = 2\sqrt{26}$ **C.** $AB = 4\sqrt{10}$ **D.** $AB = 2\sqrt{10}$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$$2x^2 - x - 2 = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$x = -1 \Rightarrow y = 1; x = 3 \Rightarrow y = 13$, do đó hai giao điểm là $A(-1; 1)$ và $B(3; 13)$.

Từ đó $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (13-1)^2} = 4\sqrt{10}$.

Đáp án C.

Dạng 5.2 Biện luận tương giao đồ thị theo tham số m

Câu 105. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m < -\frac{9}{4}$

B. $m > -\frac{9}{4}$

C. $m > \frac{9}{4}$

D. $m < \frac{9}{4}$

Lời giải

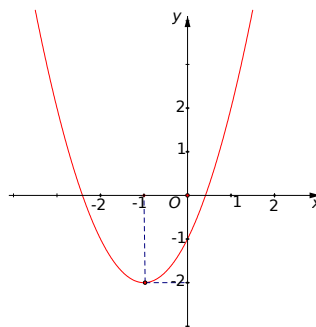
Chọn D

Cho $x^2 + 3x + m = 0$ (1)

Để đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$$

Câu 106. Hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ vô nghiệm.



A. $m < -2$

B. $m < -1$

C. $m < 1$

D. $m > 1$

Lời giải

Chọn D

$$x^2 + 2x + m = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = -m - 1 \quad (*)$$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và đường thẳng $y = -m - 1$.

Ycbit $\Rightarrow m > 1$.

Câu 107. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

Vậy I luôn thuộc parabol $y = x^2 + x + 1$ với mọi m .

Chú ý: Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

- Câu 109.** Cho hàm số $y = x^2 + 3x$ có đồ thị (P) . Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn AB nằm trên đường thẳng $d': y = 2x + 3$. Tổng bình phương các phần tử của S là
- A. 6. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $x^2 + 3x = x + m^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - m^2 = 0$ (1).

Đề d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + m^2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1), khi đó $A(x_1; x_1 + m^2)$, $B(x_2; x_2 + m^2)$
 $\Rightarrow I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m^2}{2}\right)$

Theo Vi ét ta có $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 x_2 = -m^2$ nên $I(-1; m^2 - 1)$.

Vì I thuộc d' nên $m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

- Câu 110.** Cho hàm số $y = x^2 - 3mx + m^2 + 1$ (1), m là tham số và đường thẳng (d) có phương trình $y = mx + m^2$. Tính giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng (d) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 1$.

- A. $m = \frac{3}{4}$ B. $m = -\frac{3}{4}$ C. $m = 1$ D. $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình $x^2 - 3mx + m^2 + 1 = mx + m^2 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + 1 = 0$ (*).

Đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| = 1$ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt không âm thỏa mãn $x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 1$.

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt không âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} (**)$.

Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases}$, suy ra $(**) \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 1 > 0 \\ 4m \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{2} \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$.

Lại có, $x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 1 \Leftrightarrow 4m - 2 = 1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $m = \frac{3}{4}$.

Câu 111. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$ (1). Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1 x_2 + 7$ là
A. -10. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - 3x - 5 = 4x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 5 - m = 0$ (*)

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = (-7)^2 - 4.2(-m - 5) > 0$

$$\Leftrightarrow 8m + 89 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{89}{8}$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (*) nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-5-m}{2} \end{cases}$.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1 x_2 + 7 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 7x_1 x_2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7\left(\frac{-5-m}{2}\right) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 70 + 7m = 0 \Leftrightarrow m = -10 \text{ (thỏa mãn đk } m > -\frac{89}{8} \text{)}.$$

Vậy $m = -10$ là giá trị cần tìm.

Câu 112. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1$?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 1 = mx - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 = 0$ (*)

Đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1 \Leftrightarrow$ Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 113. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

A. $m < -3$.

B. $-3 < m < 4$.

C. $m < 4$

D. $m \leq 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x - 5 = mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m - 8 = 0$ (*)

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Câu 114. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

A. $m = 2$

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1)

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$

$\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 115. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

A. $1 < m < \frac{7}{3}$.

B. $m > 1$.

C. $m > \frac{7}{3}$

D. $m < 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$x^2 + 2x - 5 = 2mx + 2 - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2(1-m)x - 7 + 3m = 0 \quad (*)$$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 + 7 - 3m > 0 \\ -2(1-m) > 0 \\ -7 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m + 8 > 0 \\ 1-m < 0 \\ 3m - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}$$

Vậy $m > \frac{7}{3}$.

Câu 116. Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính T .

- A.** $T = -9$ **B.** $T = \frac{3}{2}$ **C.** $T = -15$ **D.** $T = 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là: $x^2 - 4x + m = 0$ (1).

(P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| = 3|x_2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ \begin{cases} x_1 = 3x_2 \\ x_1 = -3x_2 \end{cases} \end{cases}$$

Mặt khác, theo định lý Viet cho phương trình (1) thì: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$.

Với $x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1 \Rightarrow m = 3$ thỏa mãn.

Với $x_1 = -3x_2 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = -2 \Rightarrow m = -12$ thỏa mãn.

Có hai giá trị của m là $m = 3$ và $m = -12$.

Vậy $T = -9$. Chọn đáp án **A**.

Câu 117. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

- A.** $m = 2$ **B.** Không tồn tại m **C.** $m = -2$ **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1)

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$

$\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 118. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a - b + c$, biết rằng đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5 .

A. $a - b - c = -2$

B. $a - b - c = 2$

C. $a - b - c = 1$

D. $a - b - c = -1$

Lời giải

Đáp án D.

Vì đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5 nên suy ra tọa độ đỉnh của (P) là:

$$\left(\frac{-1+5}{2}; 2,5 \right) = (2; 2,5)$$

Vậy (P) đi qua ba điểm $(2; 2,5)$, $(-1; 2)$ và $(5; 2)$.

Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} a - b + c = 2 \\ 25a + 5b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ b = \frac{-4}{10} \\ c = \frac{15}{10} \end{cases}$$

Vậy $a - b - c = -1$.

Dạng 5.3 Bài toán tương giao đồ thị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

Câu 119. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2|x| + 1 - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

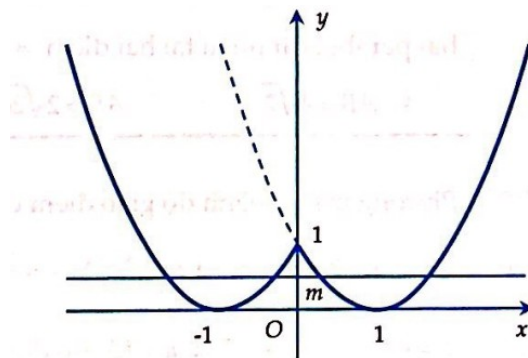
Lời giải

Cách 1: $x^2 - 2|x| + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2|x| + 1 = m$ (*). Số nghiệm của (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Để thấy hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ là một hàm số chẵn, do đó có đồ thị đối xứng qua trục Oy . Mặt khác ta có $y = x^2 - 2|x| + 1 = x^2 - 2x + 1$ với $x \geq 0$.

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ như sau:

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$;
- Bước 2: Xóa phần nằm bên trái trục tung (ứng với $x < 0$) của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$;
- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm bên phải trục tung (ứng với $x \geq 0$) của đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$ qua trục tung.



Quan sát trên đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| + 1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Suy ra không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Cách 2: Đặt $t = |x|, t \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 1 - m = 0$ (**).

Ta thấy với $t = 0$ thì $x = 0$, với $t > 0$ thì $x = \pm t$.

Do đó để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì (**) phải có hai nghiệm dương phân

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - (1 - m) > 0 \\ 2 > 0 \\ 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1$$

biệt

Do đó không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Đáp án A.

Câu 120. Biết $S = (a; b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ tại bốn điểm phân biệt. Tìm $a + b$.

A. $a + b = 1$

B. $a + b = -1$

C. $a + b = 2$

D. $a + b = -2$

Lời giải

$$y = |x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x^2 - 4x + 3 \geq 0 \\ -(x^2 - 4x + 3) & \text{khi } x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}$$

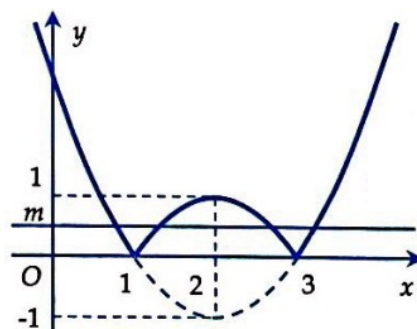
Ta có

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$;

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$;

- Bước 2: Giữ nguyên phần nằm trên trục Ox của đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$;

- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm dưới trục Ox của đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$.



Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy $S = (0; 1)$. Suy ra $a + b = 1$.

Đáp án A.

Câu 121. Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} = m$ có 6 nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $a + b$.

A. $a + b = 6$

B. $a + b = 4$

C. $a + b = 1$

D. $a + b = 2$

Lời giải

Đáp án C.

Ta có $|x|\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} = m$

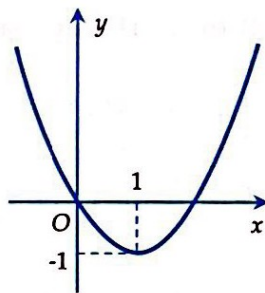
$$\Leftrightarrow |x|\sqrt{(|x| - 2)^2} = m$$

$$\Leftrightarrow ||x|(|x| - 2)| = m$$

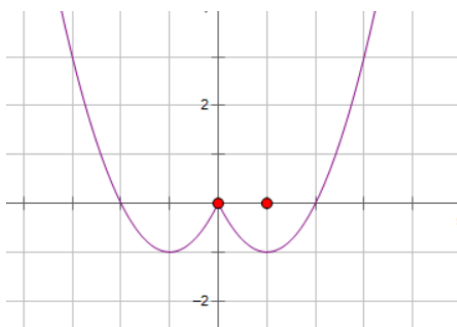
Phương trình $||x|(|x| - 2)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)|$ và đường thẳng $y = m$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)|$;

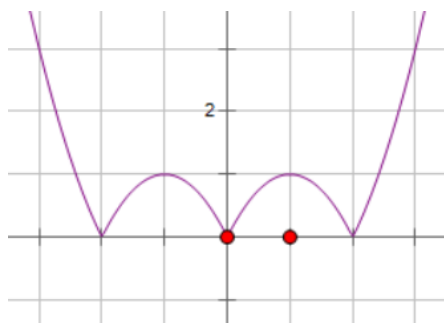
- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y = x(x - 2)$.



- Bước 2: Từ đồ thị hàm số $y = x(x - 2)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |x|(|x| - 2)$.



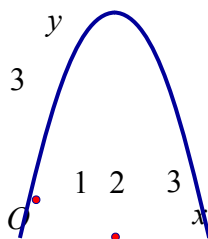
- Bước 3: Từ đồ thị hàm số $y = |x|(|x| - 2)$ suy ra đồ thị hàm số $y = ||x|(|x| - 2)|$.



Quan sát đồ thị ta thấy phương trình $|x|\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} = m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (0; 1)$.

Vậy $a + b = 1$.

Câu 122. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m - 2)f(|x|) + m - 3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. 1.

B. 3.

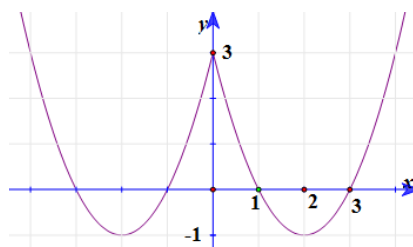
C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị (C) suy ra đồ thị (C') của hàm số $y = f(|x|)$ gồm 2 phần: Phần 1 giữ nguyên phần (C) bên phải trục Oy ; phần 2 lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .



$$f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 & (1) \\ f(|x|) = 3-m & (2) \end{cases}$$

Ta có:

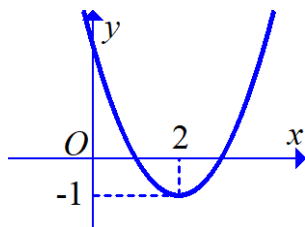
Từ đồ thị (C') $\Rightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy để phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt, khác hai 2 nghiệm của phương trình (1) $(*)$.

Từ đồ thị (C') , ta có $(*) \Leftrightarrow -1 < 3-m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 123. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 1$

B. $-1 < m < 0$

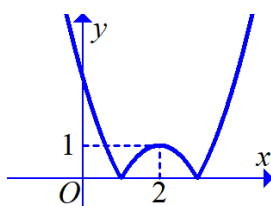
C. $m = -1$; $m = 3$

D. $m > 3$

Lời giải

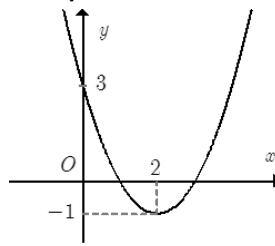
Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$. Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ dưới đây.



Do đó phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Câu 124. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|ax^2 - bx + c| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$.

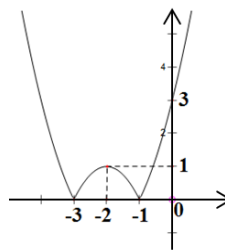
B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. không có giá trị của m .

Lời giải

Chọn D

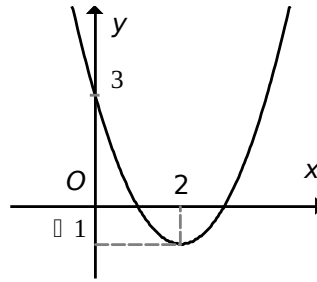


Đồ thị (C_1) của hàm số $y = ax^2 - bx + c = a(-x)^2 + b(-x) + c$ đối xứng với đồ thị (C) của hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ qua trục tung.

Từ đó suy ra đồ thị (C_2) của hàm số $y = |ax^2 - bx + c|$ gồm phần đồ thị (C_1) ở phía trên Ox (kể cả các điểm thuộc Ox) và phần đối xứng qua Ox của phần (C_1) nằm phía dưới trục hoành (như hình vẽ).

Dựa vào đồ thị suy ra đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị (C_2) tại 4 điểm phân biệt khi $0 < m < 1$, hay phương trình $|ax^2 - bx + c| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Không có số nguyên m nào thuộc khoảng $(0; 1)$.

Câu 125. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt



A. $m = 4$

B. $m > 0$

C. $m > -1$

D. $m = 2$

Lời giải

Chọn A

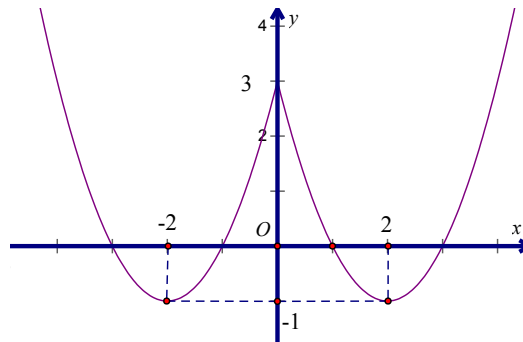
Đồ thị hàm số cắt Oy tại $(0; 3) \Rightarrow c = 3$

Đồ thị hàm số nhận $(2; -1)$ làm đỉnh nên ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Ta có $f(|x|) + 1 = m \Rightarrow y = f(|x|) = m - 1$

Ta có đồ thị hàm $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(|x|) + 1 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với đường thẳng $y = m - 1 \Rightarrow m - 1 = 3 \Rightarrow m = 4$

Câu 126. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-2 < m < -1$

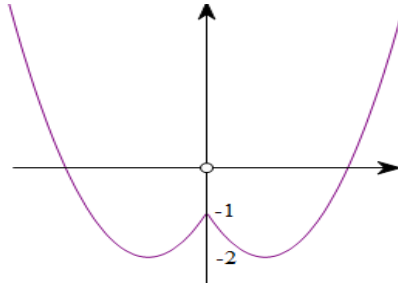
B. $1 < m < 2$

C. $-2 \leq m \leq -1$

D. $1 \leq m \leq 2$

Lời giải

Chọn B



Hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ có đồ thị được suy ra từ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$ bằng cách bỏ phần đồ thị phía trái trục tung và lấy thêm phần đối xứng của phần phía phải trục tung qua trục tung (như hình vẽ)

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 3 < -1 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

- Câu 127.** Với giá trị nào của m thì phương trình $m = |x^2 - 5x + 4|$ có 3 nghiệm thực phân biệt.
- A. $m \leq \frac{9}{4}$. B. $m \geq \frac{9}{4}$. **C. $m = \frac{9}{4}$.** D. $m = 0$.

Lời giải

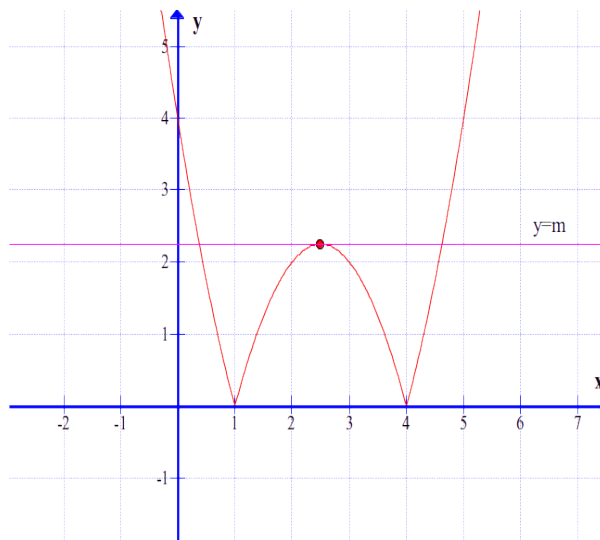
Chọn C

Ta có: $y = |x^2 - 5x + 4| = \begin{cases} x^2 - 5x + 4 & \text{khi } x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ -(x^2 - 5x + 4) & \text{khi } x^2 - 5x + 4 < 0 \end{cases}$ (C)

Giữ nguyên đồ thị (P) ứng với $y \geq 0$ ta được đồ thị (C_1)

Lấy đối xứng phần đồ thị (P) ứng với $y < 0$ ta được đồ thị (C_2)

Vậy $(C) = (C_1) \cup (C_2)$



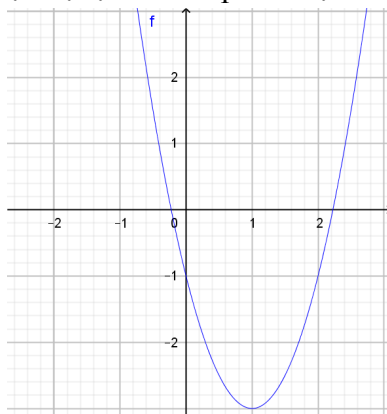
Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm nếu có của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 5x + 4|$ (C) và đường thẳng $y = m$ (d)

Yêu cầu bài ra $\Leftrightarrow (d)$ cắt (P) tại 3 điểm phân biệt

$-d$ là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành

Từ đồ thị hàm số ta suy ra (d) cắt (P) tại 3 điểm phân biệt khi $m = \frac{9}{4}$

Câu 128. (Kiểm tra HKI - Phan Đình Tùng - Hà Nội năm học 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ cắt đường $y = m + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ tại 4 điểm phân biệt là?



A. $-3 < m < 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $1 < m < 4$.

D. $-1 < m < 2$

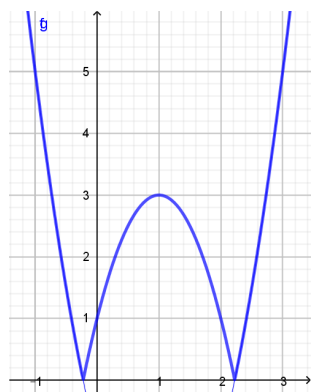
Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta suy ra cách vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục hoành qua trục hoành.
- Xóa phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta có đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.



Câu 129. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt.

- A. $m < -3$. B. $m > -\frac{81}{4}$. C. $-\frac{81}{4} < m < 0$. D. $m > 0$.
- Lời giải**

Chọn C

Cách 1:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 9|x| = m \Leftrightarrow x^2 - 9|x| - m = 0$ (1)

Đặt $t = |x|$, $t \geq 0$.

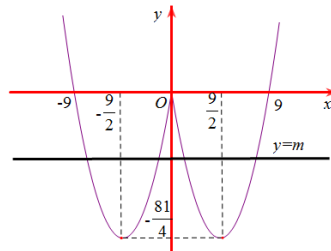
$$(1) \Rightarrow t^2 - 9t - m = 0 \quad (2)$$

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 + 4m > 0 \\ 9 > 0 \\ -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{81}{4} < m < 0$$

Cách 2:

Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$



Dựa vào đồ thị suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{81}{4} < m < 0$.

Câu 130. (THPT NÔNG CÔNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Cho phương trình $x^2 - 2x - 2|x - m| + 1 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có 3 nghiệm thực?

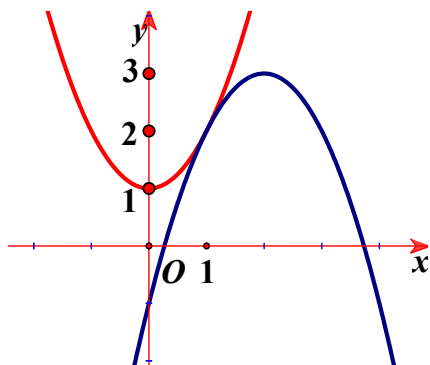
- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.
- Lời giải**

Chọn C

$$pt \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 2(x-m) \\ (x-1)^2 = -2(x-m) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 4x - 1 = 2m \\ x^2 + 1 = 2m \end{cases}$$

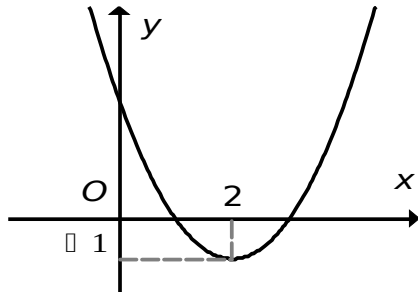
Vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 1$ và $y = x^2 + 1$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ:



$$\begin{cases} 2m = 1 \\ 2m = 2 \\ 2m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Từ đồ thị suy ra để phương trình có 3 nghiệm thì

Câu 131. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



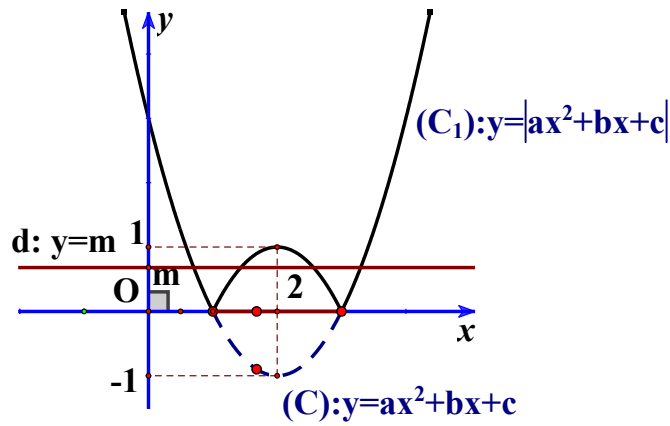
A. $-1 < m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

Chọn D

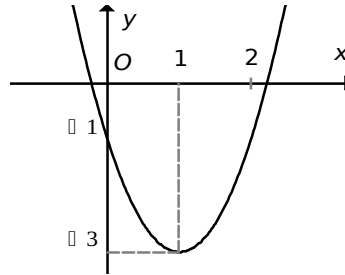
Từ đồ thị hàm số $f(x)$

$$|f(x)| = |ax^2 + bx + c|$$



Phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |ax^2 + bx + c|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 132. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ như hình bên. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[0; 2018]$ để phương trình $|ax^2 + b|x| + c| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?



A. 2016.

B. 2015.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

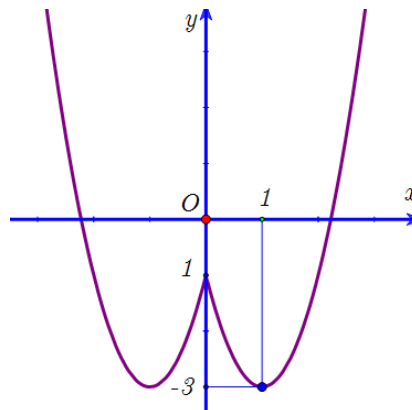
Chọn A

Gọi $(C): y = ax^2 + bx + c$; $(C_1): y = ax^2 + b|x| + c$; $(C_2): y = |ax^2 + b|x| + c|$

Từ (C) suy ra (C_1) như sau:

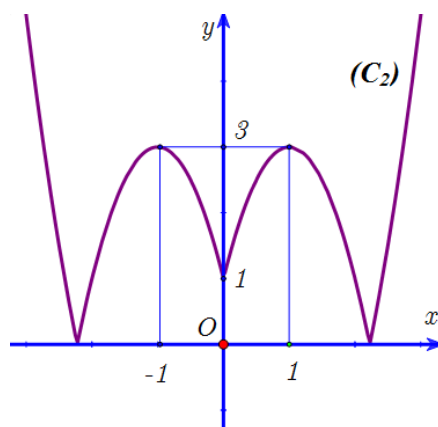
- Giữ nguyên phần đồ thị của (C) bên phải trục tung.

- Lấy đối xứng phần đồ thị (C) bên phải trục tung qua trục tung.



Từ (C_1) suy ra (C_2) như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị (C_1) phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) phía dưới trục hoành qua trục hoành.



$$|ax^2 + b|x| + c| - m = 0 \Leftrightarrow |ax^2 + b|x| + c| = m \quad (*)$$

Ta có phương trình

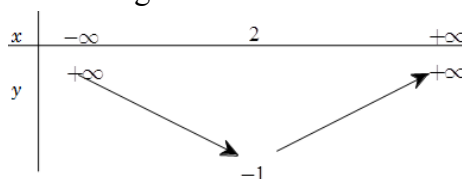
Khi đó số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa (C_2) và đường thẳng $y = m$.

Vì vậy để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > 3 \end{cases}$.

$$\text{Mà } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [0; 2018] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m = 0 \vee m \in (3; 2018] \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 4; 5; 6; \dots; 2018\}$$

Vậy có 2016 giá trị của m .

Câu 133. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. không tồn tại m .

Lời giải

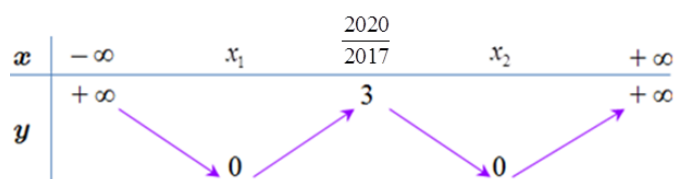
Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đạt GTNN bằng -1 tại $x = 2$ và có hệ số $a > 0$. Ta biểu diễn được: $f(x) = a(x - 2)^2 - 1 = ax^2 - 4ax + 4a - 1$

Do đó $f(2017x - 2018) = a(2017x - 2020)^2 - 1$
 $\Rightarrow f(2017x - 2018) - 2 = a(2017x - 2020)^2 - 3$

Vậy GTNN của $y = f(2017x - 2018) - 2$ bằng -3 tại $x = \frac{2020}{2017}$.

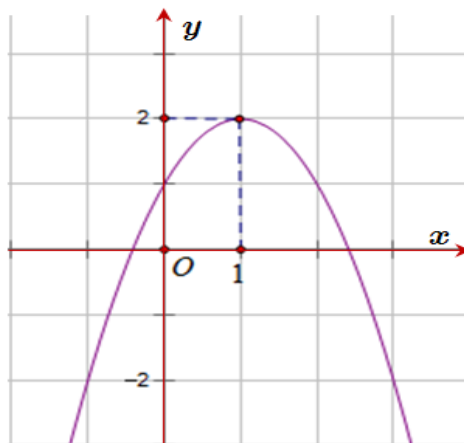
BBT của hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ có dạng:



Số nghiệm của phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm khi $m = 3$.

Câu 134. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(-x) + m - 2019 = 0$ có duy nhất một nghiệm.



A. $m = 2015$.

B. $m = 2016$.

C. $m = 2017$

D. $m = 2019$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đạt GTLN bằng 2 tại $x = 1$ và có hệ số $a < 0$. Ta biểu diễn được: $f(x) = a(x - 1)^2 + 2 = ax^2 - 2ax + a + 2$

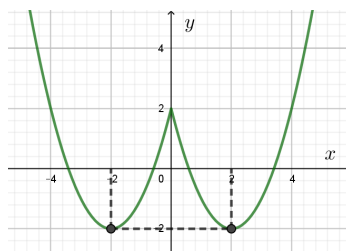
$\Rightarrow f(-x) = a(x + 1)^2 + 2$

Vậy GTLN của $y = f(-x)$ bằng 2 tại $x = -1$. (vì hệ số $a < 0$).

Số nghiệm của phương trình $f(-x) + m - 2019 = 0 \Leftrightarrow f(-x) = 2019 - m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(-x)$ và đường thẳng $y = 2019 - m$

Do đó phương trình có nghiệm duy nhất khi $2019 - m = \max f(x) \Leftrightarrow 2019 - m = 2$
 $\Leftrightarrow m = 2017$.

Câu 135. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4|x| + 2$ như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $x^2 - 4|x| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?



A. $-4 < m < 0$

B. $-2 < m < 2$

C. $0 < m < 4$

D. $-2 \leq m \leq 2$

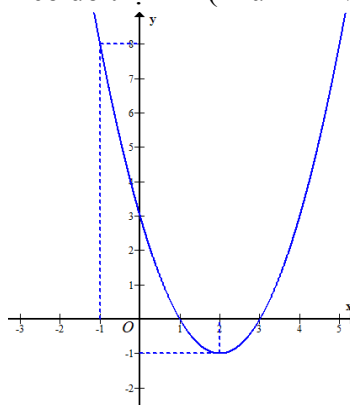
Lời giải

Chọn A.

$$x^2 - 4|x| - m = 0 \quad (1) \Leftrightarrow x^2 - 4|x| = m \Leftrightarrow x^2 - 4|x| + 2 = m + 2 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4|x| + 2$ cắt đường thẳng $y = m + 2$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m + 2 < 2$
 $\Leftrightarrow -4 < m < 0$.

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ):



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m - 2)f(|x|) + m - 3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 4.

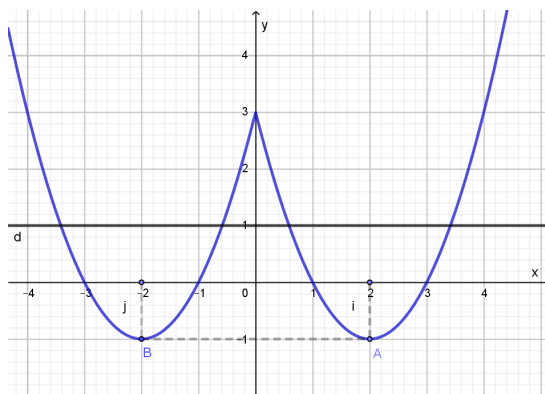
C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

* Vẽ đồ thị hàm số (C') của hàm số $y = f(|x|)$: Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía bên phải trục Oy , bỏ đi phần đồ thị (C) bên trái trục Oy và lấy đối xứng phần đồ thị (C) phía bên phải trục Oy qua trục Oy .



* Ta có $f^2(|x|) + (m - 2)f(|x|) + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 \\ f(|x|) = 3 - m \end{cases}$.

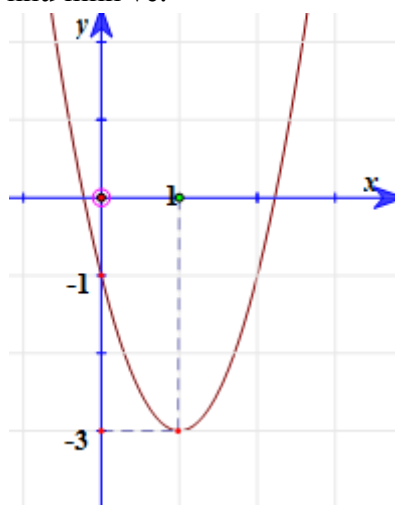
* Từ đồ thị (C') , ta có:

- Phương trình $f(|x|) = -1$ có hai nghiệm là $x = 2, x = -2$.

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $f(|x|) = 3 - m$ có bốn nghiệm phân biệt khác ± 2 suy ra Đường thẳng $d: y = 3 - m$ cắt đồ thị (C') tại bốn điểm phân biệt khác A, B

$\Leftrightarrow -1 < 3 - m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$. Suy ra $m \in \{1, 2, 3\}$.

Câu 137. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f^2(|x|) + f(|x|) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 6.

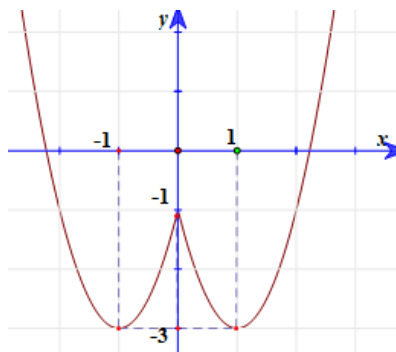
C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

+) Vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$



$$f^2(|x|) + f(|x|) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(|x|) = 1 & (1) \\ f(|x|) = -2 & (2) \end{cases}$$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = 1$, từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ ta suy ra (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Số nghiệm của (2) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = -2$, từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ ta suy ra (2) có 4 nghiệm phân biệt (khác 2 nghiệm của (1)).

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 138. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2016.

B. 2008

C. 2009.

D. 2017.

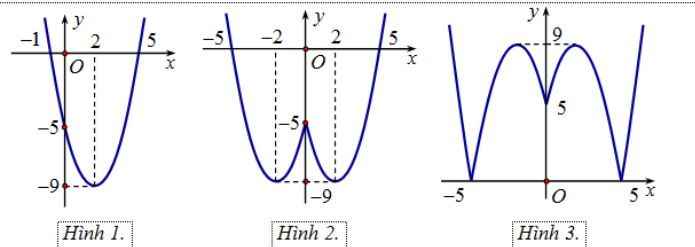
Lời giải

Chọn B

PT: $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4|x| - 5| = m \quad (1)$

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5| \quad (P)$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 5 \quad (P_1)$ có đồ thị như hình 1.



Xét hàm số $y = x^2 - 4|x| - 5$ (P_2) là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Mà $y = x^2 - 4|x| - 5 = x^2 - 4x - 5$ nếu $x \geq 0$. Suy ra đồ thị hàm số (P_2) gồm hai phần:

- Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_1) phần bên phải Oy .
- Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .

Ta được đồ thị (P_2) như hình 2.

Xét hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5|$ (P), ta có:
$$y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số (P) gồm hai phần:

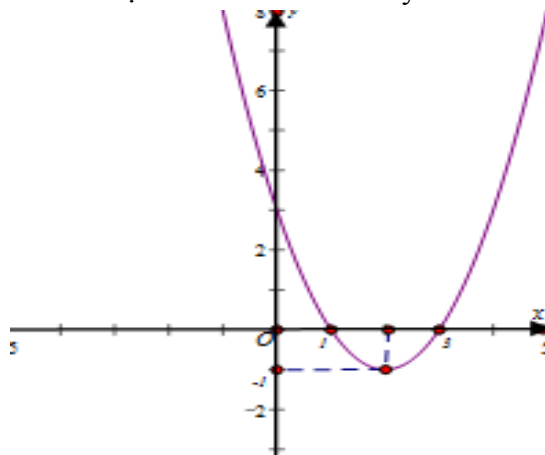
- Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_2) phần trên Ox .
- Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số (P_2) phần dưới Ox qua trục Ox .

Ta được đồ thị (P) như hình 3.

Quan sát đồ thị hàm số (P) ta có: Để $|x^2 - 4|x| - 5| = m$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 9 \\ m = 0 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0; 2017] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10; 11; 12; \dots; 2017\}$.

Câu 139. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$; gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

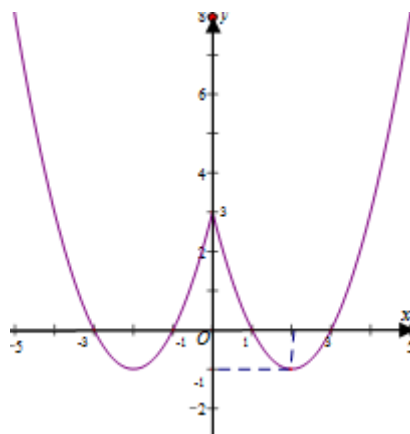
Xét $(P_2): y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$; có $y = f(x)$ là hàm số chẵn; nên (P_2) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Từ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (P_1) ; ta vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ (P_2) như sau:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy .

+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy qua trục Oy .

(Bỏ phần đồ thị (P_1) bên trái trục Oy)

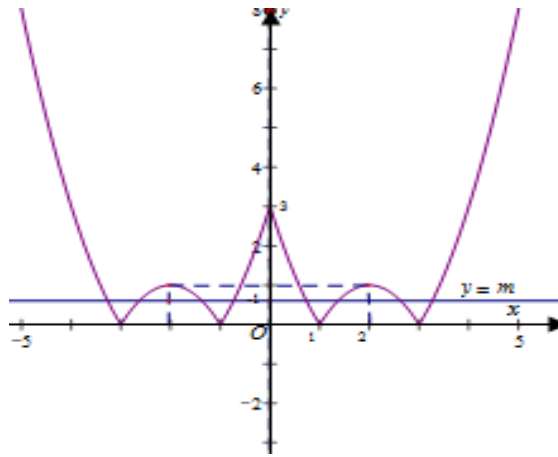


Từ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ (P_2) ta vẽ đồ thị hàm số $y = g(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$ (P_3) như sau

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox .

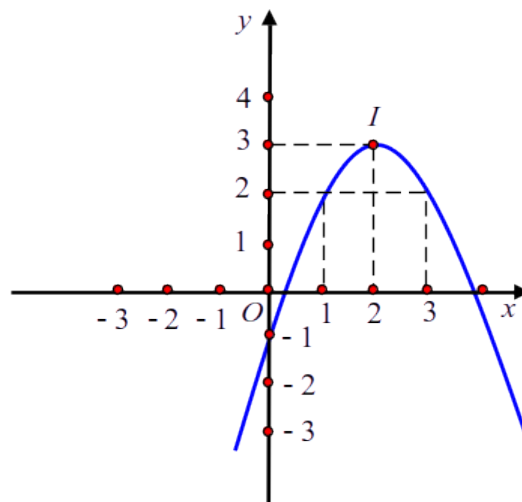
+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox qua trục Ox .

(Bỏ phần đồ thị (P_2) nằm phía dưới trục Ox)



Dựa vào đồ thị hàm số $y = g(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$ (P_3) ta có phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy không có giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 140. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-1 < m < 3$.

B. $0 < m < 3$.

C. $0 \leq m \leq 3$.

D. $-1 \leq m \leq 3$.

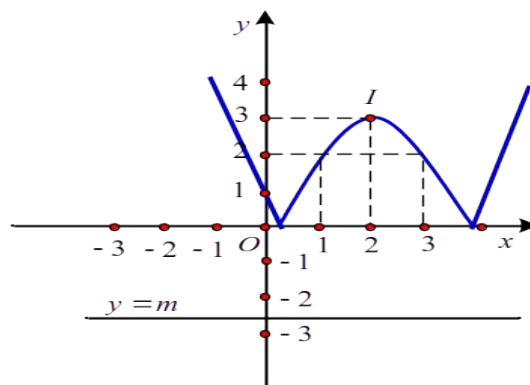
Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta có đỉnh của parabol là $I(2;3)$ nên
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

Mặt khác (P) cắt trục tung tại $(0; -1)$ nên $c = -1$. Suy ra
$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

(P): $y = -x^2 + 4x - 1$ suy ra hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ có đồ thị là phần đồ thị phía trên trục hoành của (P) và phần có được do lấy đối xứng phần phía dưới trục hoành của (P), như hình vẽ sau:



Phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ hay $|-x^2 + 4x - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ tại bốn điểm phân biệt.
Suy ra $0 < m < 3$.

Dạng 6. Một số câu hỏi thực tế liên quan đến hàm số bậc hai

Câu 141. Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

A. $m - n = 7$

B. $m - n = -7$

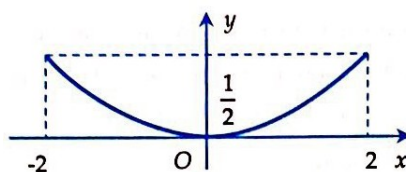
C. $m - n = 31$

D. $m - n = -31$

Lời giải

Đáp án B.

Từ giả thiết suy ra parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.



Từ đó ta có $\frac{1}{2} = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$.

Vậy $m - n = 1 - 8 = -7$.

Câu 142. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

A. 2,56 giây

B. 2,57 giây

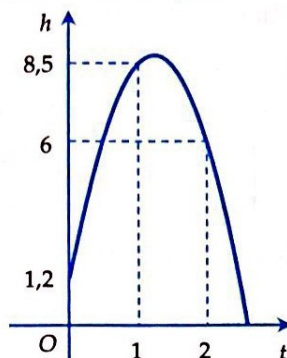
C. 2,58 giây

D. 2,59 giây

Lời giải

Đáp án C.

Gọi phương trình của parabol quỹ đạo là $h = at^2 + bt + c$. Từ giả thiết suy ra parabol đi qua các điểm $(0; 1,2)$, $(1; 8,5)$ và $(2; 6)$.



Từ đó ta có

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Vậy phương trình của parabol quỹ đạo là $h = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Giải phương trình

$h = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 12,2t + 1,2 = 0$ ta tìm được một nghiệm dương là $t \approx 2,58$.

Câu 143. Khi một quả bóng được đá lên nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng tọa độ Oth có phương trình $h = at^2 + bt + c$ ($a < 0$), trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2\text{ m}$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5\text{ m}$, sau 2 giây nó đạt độ cao 6 m . Tính tổng $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 18,3$ B. $a + b + c = 6,1$
 C. $a + b + c = 8,5$ D. $a + b + c = -15,9$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{49}{10} \\ b = \frac{61}{5} \\ c = 1,2 \end{cases}$$

Từ giả thiết của bài toán ta có hệ phương trình

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{17}{2}$$

Câu 144. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD. B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

Lời giải

Chọn A

Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

$$\text{Ta có } y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 145. Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và $3,5$ giây nó ở độ cao $6,25\text{ m}$. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

A. 11 m .

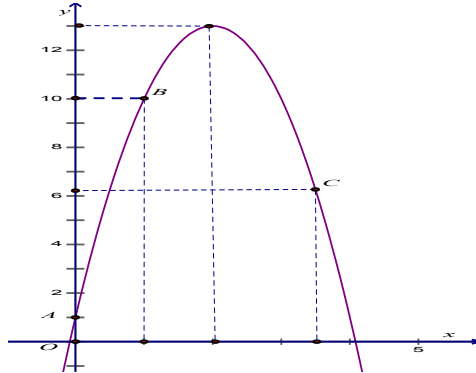
B. 12 m .

C. 13 m .

D. 14 m .

Lời giải

Chọn C



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng $y = ax^2 + bx + c$

Theo bài ra gán vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A , B , C nên ta có

$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 10 \\ 12,25a + 3,5b + c = 6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 12 \\ c = 1 \end{cases}$$

Suy ra phương trình parabol là $y = -3x^2 + 12x + 1$.

Parabol có đỉnh $I(2; 13)$. Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức $h = 13\text{ m}$.

Câu 146. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao 8 m như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?



A. $0 < h < 6$.

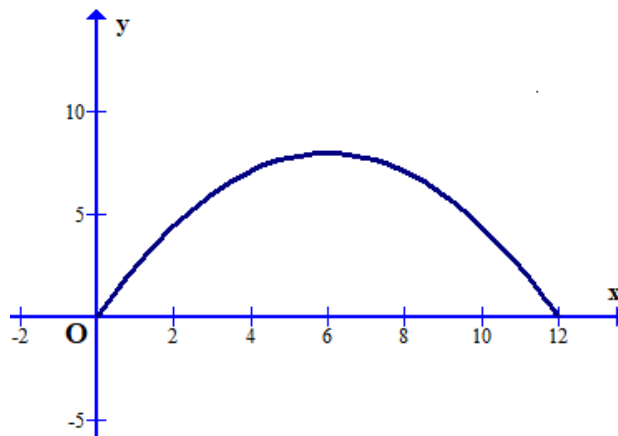
B. $0 < h \leq 6$.

C. $0 < h < 7$.

D. $0 < h \leq 7$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + bx$.

Vì chiếc cổng hình parabol có chiều rộng 12 m và chiều cao, theo hình vẽ ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$, suy ra:

$$\begin{cases} 144a + 12b = 0 \\ 36a + 6b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ b = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Suy ra parabol có phương trình $y = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{3}$.

Do chiếc xe tải có chiều ngang 6 m đi vào vị trí chính giữa cổng nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3; 6)$ khi đó chiều cao của xe là 6.

Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

Câu 147. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16 , hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 64.

B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là chiều dài của hình chữ nhật.

Khi đó chiều rộng là $8 - x$.

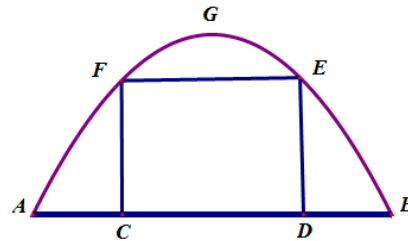
Diện tích hình chữ nhật là $x(8 - x)$.

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc hai $f(x) = -x^2 + 8x$ trên khoảng $(0; 8)$ ta được

$$\max_{(0;8)} f(x) = f(4) = 16$$

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi chiều dài bằng chiều rộng bằng 4 .

Câu 148. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B . (xem hình vẽ bên dưới)



A. 5m.

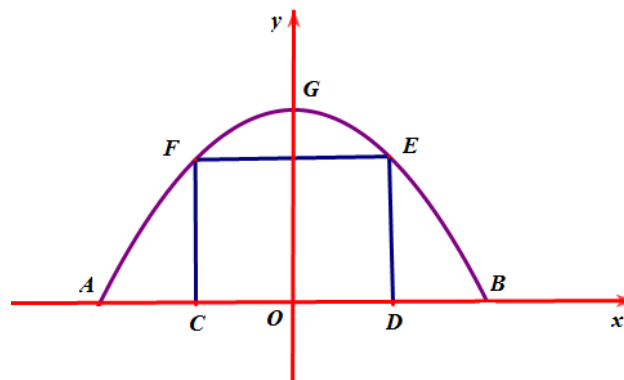
B. 8,5m.

C. 7,5m.

D. 8m.

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol (P) : $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên $G(0; 4) \Rightarrow c = 4$.

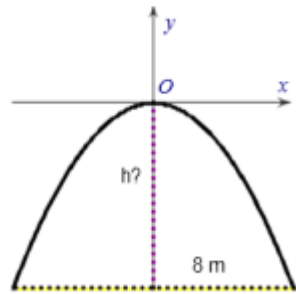
$\Rightarrow (P)$: $y = ax^2 + 4$

Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2; 3), F(-2; 3) \Rightarrow 3 = 4a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy (P) : $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$ nên $A(-4; 0), B(4; 0)$ hay $AB = 8(\text{m})$.

Câu 149. Một chiếc cổng hình parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng (xem hình minh họa bên cạnh).



A. $h = 9m$.

B. $h = 7m$.

C. $h = 8m$

D. $h = 5m$.

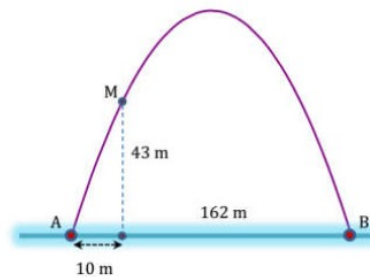
Lời giải

Chọn C

$(P): y = -\frac{1}{2}x^2$, có $d = 8$. Suy ra $\frac{d}{2} = 4$.

Thay $x = 4$ vào $y = -\frac{1}{2}x^2$. Suy ra $y = -8$. Suy ra $h = 8(cm)$.

Câu 150. Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. 175,6 m.

B. 197,5 m.

C. 210 m.

D. 185,6 m.

Lời giải

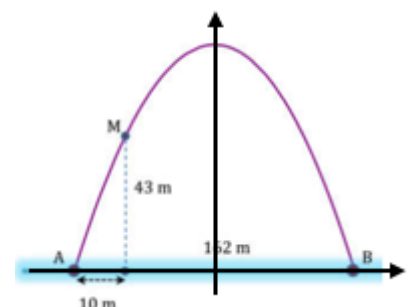
Chọn D

Gắn hệ tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ trùng với trung điểm của AB , tia AB là chiều dương của trục hoành (hình vẽ).

Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm:

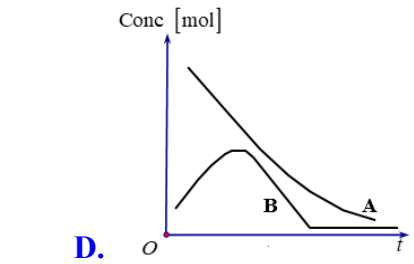
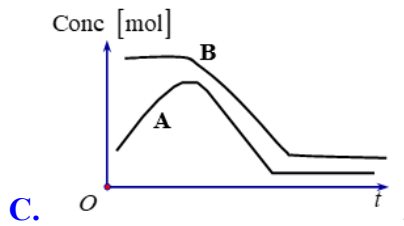
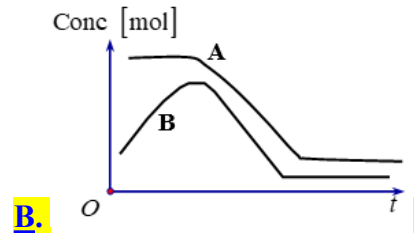
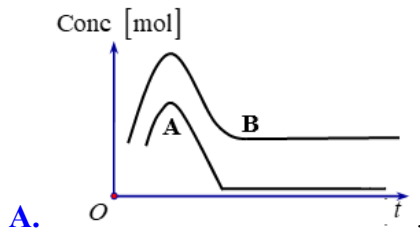
$B(81;0)$ và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$



Suy ra chiều cao của công là $c \approx 185,6 \text{ m}$.

Câu 151. Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B . Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?



Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có:

Từ khi bắt đầu rót chất B thì đã có chất A trong ống nghiệm, nên nồng độ chất A ban đầu lớn hơn chất B . Tức là ban đầu, đồ thị nồng độ chất A nằm “phía trên” đồ thị nồng độ chất B (1).

Khi chất B đạt đến một giá trị nhất định thì hai chất mới phản ứng với nhau. Điều này chứng tỏ có một khoảng thời gian từ khi rót chất B đến khi bắt đầu phản ứng xảy ra thì nồng độ chất A là một hằng số. Tức trong khoảng thời gian đó đồ thị nồng độ chất A là đồ thị của một hàm số hằng (2).

Khi phản ứng xảy ra, nồng độ hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Điều này chứng tỏ sau khi kết thúc phản ứng thì chất B được tiêu thụ hết và chất A có thể còn dư (hoặc cũng có thể hết), kể từ khi ngừng phản ứng thì nồng độ chất A trong ống nghiệm không thay đổi nữa, nên đồ thị nồng độ chất A sau phản ứng phải là đồ thị của một hàm số hằng (3).

Từ sự phân tích trên ta thấy chỉ có đồ thị của đáp án

B. phù hợp.

Câu 152. Cô Tình có $60m$ lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

A. $400m^2$.

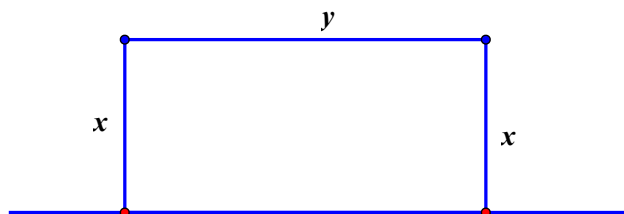
B. $450m^2$.

C. $350m^2$.

D. $425m^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y (như hình vẽ); $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là
$$S = xy = x(60 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(60 - 2x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2x + 60 - 2x}{x} \right) = 450$$

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.