|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THANH HÓA** | **ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2019-2020**  Môn thi chuyên: **TOÁN** |

**Câu 1.**

1. Cho ba số thực dương thỏa mãn 

Chứng minh rằng 

1. Cho các số khác 0 thỏa mãn 

Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3.**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 
2. Cho hai số nguyên dương với và thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng 

**Câu 4.** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn (O) với Gọi M là trung điểm của BC, AM cắt tại D khác A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường thẳng tại E khác C. Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường thẳng tại F khác B

1. Chứng minh hai tam giác đồng dạng
2. Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng và 
3. Đường phân giác của cắt tại điểm N. Đường phân giác của cắt tại P, đường phân giác của cắt tại Q. Chứng minh rằng 

**Câu 5.** Trong mặt phẳng, kẻ 2022 đường thẳng sao cho không có hai đường thẳng nào song song và không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tam giác tạo bởi đường thẳng trong số các đường thẳng đã cho gọi là tam giác đẹp nếu nó không bị đường thẳng nào trong số các đường thẳng còn lại đã cắt. Chứng minh rằng số tam giác đẹp không ít hơn 674.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có:

2) Đặt 

Khi đó 

Mặt khác từ hằng đẳng thức



Ta được: 

**Câu 2.**

1. ĐKXĐ: 

Từ giả thiết ta nhận thấy (do vế trái dương)

Chia cả 2 vế cho ta có:

Đặt ta được phương trình 



1. ĐKXĐ: 

Hệ đã cho 

Đặt 

Vậy là hai nghiệm của phương trình 





Vậy 

**Câu 3.**

1) Ta có:



Ta thấy , nếu 

Loại vì không có số nguyên thỏa mãn



Vậy hệ đã cho có nghiệm 

1. Ta chứng minh 

Đặt 

Gọi 



d=1 thì từ (1) ta có:





Nếu 

Chứng minh:

Đặt 



Ta có:



\*Nếu hoặc: 

Nếu 

Từ (\*) và (\*\*)

**Câu 4.**

****

1. Do các tứ giác nội tiếp nên 

Tứ giác nội tiếp nên 

Từ (1) và (2) suy ra 

1. Ta có:và (do nên thẳng hàng

Từ hai tứ giác nội tiếp suy ra , suy ra tứ giác nội tiếp. Do đó, . Vẽ tiếp tuyến của (O) thì 

1. Theo tính chất phân giác ta có:nên:

Mà 

Từ (3) và (4) suy ra: 

**Câu 5.**

Gọi các đường thẳng đã cho là .là giao điểm của đường thẳng và 

Xét đường thẳng bất kỳ trong số đường thẳng đã cho. Do không có 3 đường thẳng nào đồng quy nên các giao điểm (n khác của các đường thẳng và không nằm trên . Do số giao điểm là hữu hạn nên tồn tại một giao điểm gần nhất, giả sử là (nếu có nhiều giao điểm như vậy thì ta chọn 1 giao điểm nào đó).

Ta sẽ chứng minh là tam giác đẹp

Nếu tam giác này bị đường thẳng nào đó trong số 2019 đường thẳng còn lại cắt thì phải cắt ít nhất một trong hai đoạn . Giả sử cắt đoạn tại điểm thì gần trái giả thiết gần nhất

Suy ra, với mỗi đường thẳng luôn tồn tại một tam giác đẹp có cạnh nằm trên Trên mỗi đường thẳng ta chọn một cạnh của tam giác đẹp thì ta thu được 2022 cạnh của tam giác đẹp

Vậy số tam giác đẹp không ít hơn: